Квадратные корни

Работа ученика 8 класса «Г»

МОУ – Лицей № 2

Октябрьского района г.Саратова

Маловецкого Максима.

Руководитель

Седова Вера Викторовна.

Цель работы:

1. Познакомить зрителей с определением квадратных корней.
2. Познакомить зрителей с некоторыми теоремами, связанными с квадратным корнем.
3. Узнать, где применяются квадратные корни.

Определение квадратного корня

Свойства квадратного корня:

Величина корня не изменится, если его показатель увеличить в n раз и одновременно возвести подкоренное значение в степень n .

Величина корня не изменится, если показатель степени уменьшить в n раз и одновременно извлечь корень n-й степени из подкоренного значения .

Корень из произведения нескольких сомножителей равен произведению корней той же степени из этих сомножителей .

Свойства квадратного корня:

Обратно, частное корней равно корню от частного

Чтобы возвести корень в степень, достаточно возвести в эту степень подкоренное значение

Обратно, чтобы извлечь корень из степени, достаточно возвести в эту степень корень из основания степени

Свойства квадратного корня:

При **условии равных показателей корней** , корень от частного равен частному от деления корня из делимого на корень из делителя

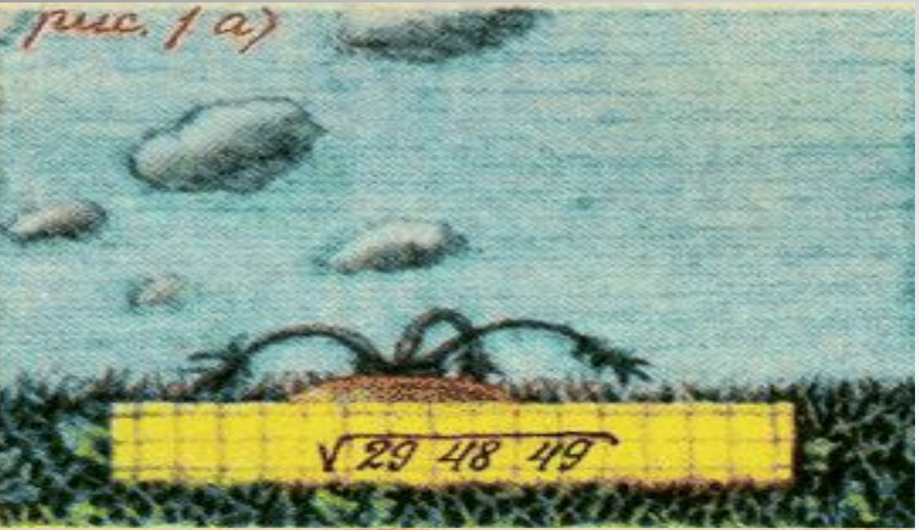
Обратно, произведение корней одной и той же степени равно корню той же степени из произведения подкоренных значений

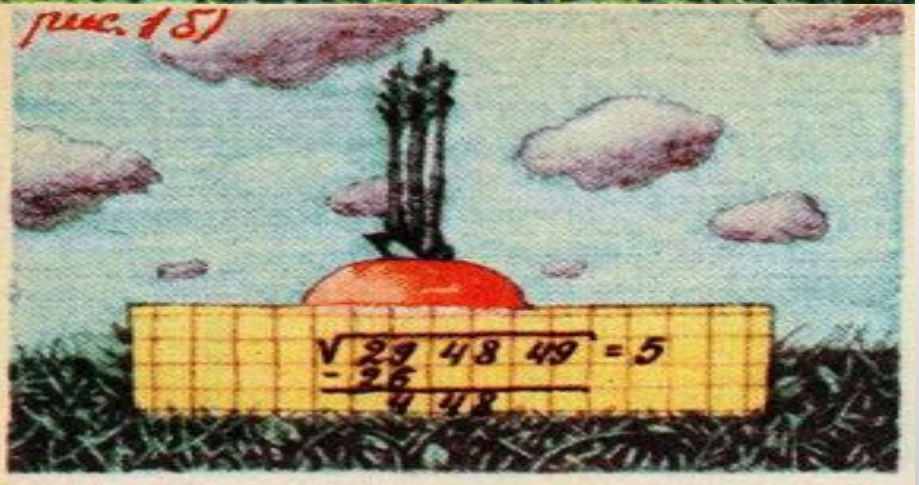
Квадратный корень

Наверное много людей ,для того что бы извлеч квадратный корень применяют калькулятор. Но как известно на ЕГЭ применять калькулятор запрещено. Да и что делать если калькулятор остался дома?

Оказывается что способы извлекать квадратные корни придумали еще в пятом веке до нашей эры, продолжают придумывать по сей день.

Один из способов нахождения квадратных корней





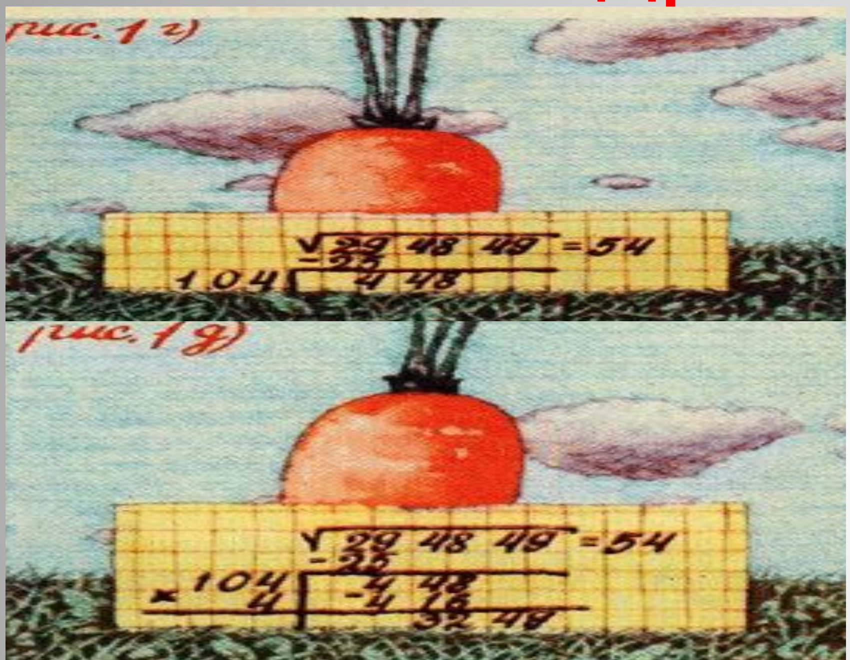
Я познакомлю вас со способом, который был изобретен в пятнадцатом веке.

Сначала найдём случай, когда корень извлекается нацело. Например, √294849. Разобьём цифры, входящие в это число справа налево на группы по две цифры. Самую левую назовём первой, следующую – второй и так далее. Общее число образовавшихся групп определяет число цифр искомого корня.

рис. 1 а)

рис. 1 б)

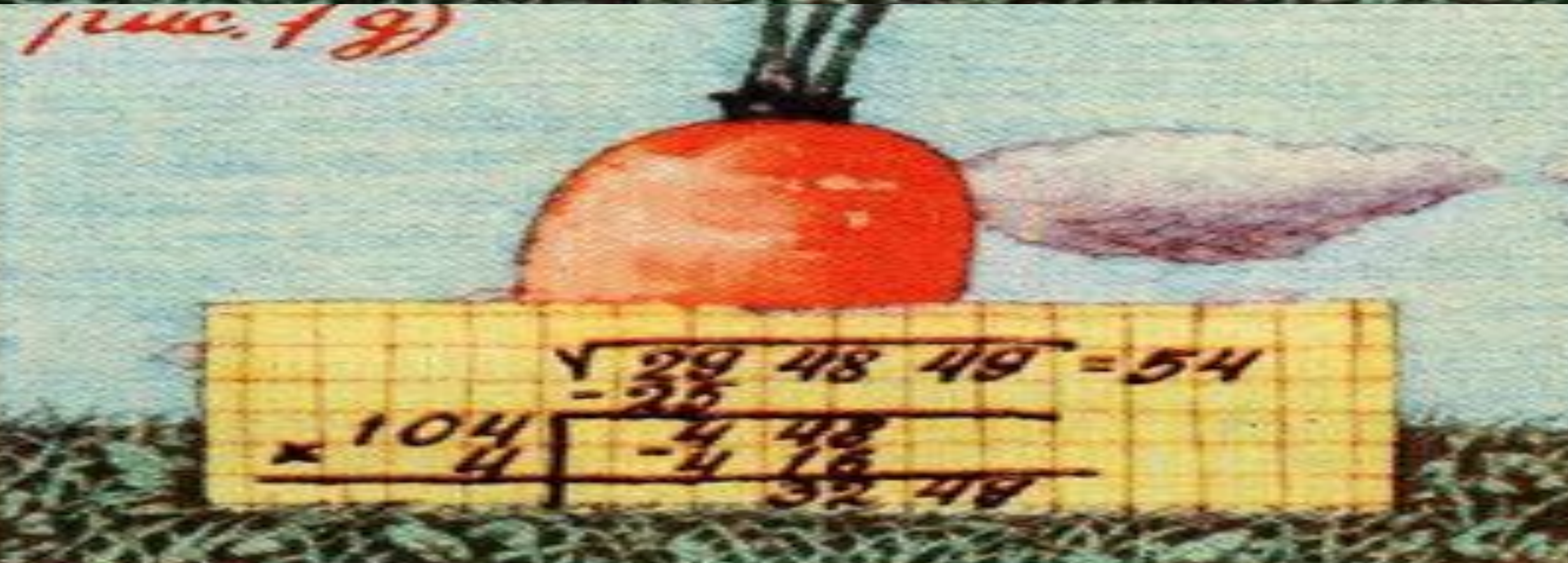
Один из способов нахождения квадратных корней



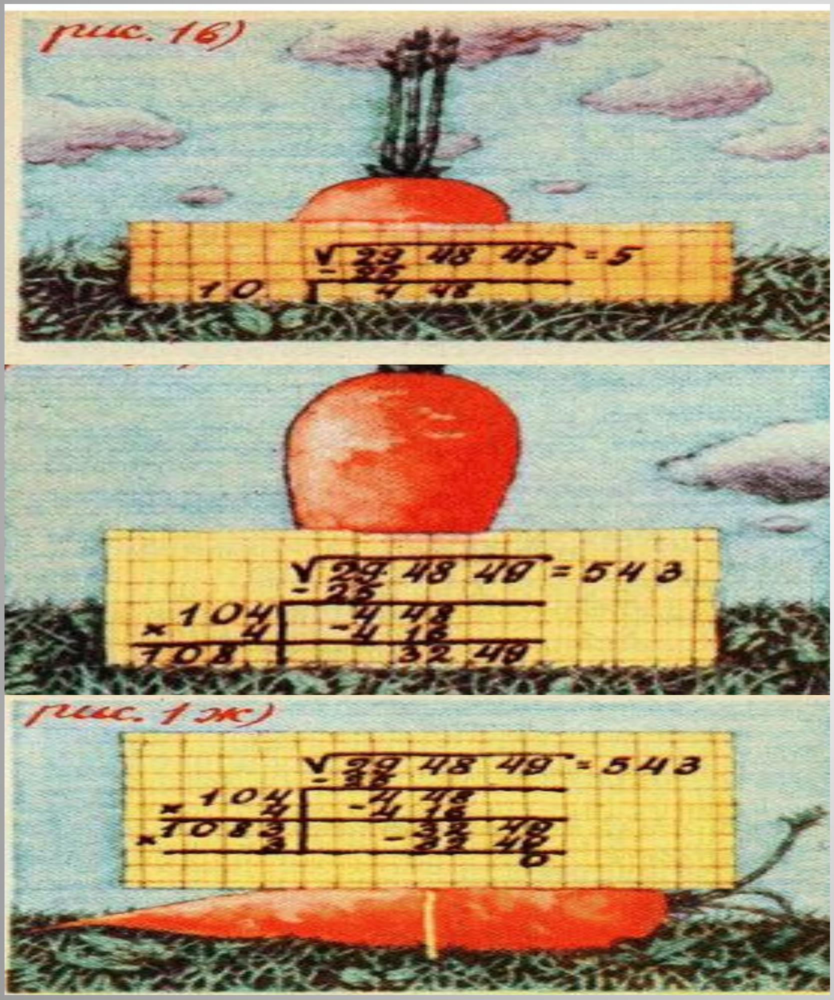
- Первая цифра находится как целочислительное значение корня из первой группы с недостатком. В нашем случае – это цифра 5. Записываем её в ответ. Затем возводим в квадрат, вычитаем из первой группы и сносим к результату вычитания в следующую группу. Если результат вычитания – нуль, то просто сносим следующую группу.
- Переходим к определению второй цифры. Для этого слева от полученного числа 448 проводим вертикальную прямую и записываем за ней на место десятков удвоенную первую цифру, в нашем случае это 2х5=10.
- На место единиц ставим самую большую цифру **а**, для которой разность 448–10а х а положительна или равна нулю. Ясно, что в нашем случае это цифра 4. Заносим эту цифру в ответ.
- Умножаем 104 на 4 и записываем результат справа от вертикальной черты. Вычисляем разность: 448 – 416 = 32 и сносим к ней следующую группу. В результате получаем число 9249.

рис. 1 г)

рис. 1 д)



Один из способов нахождения квадратных корней



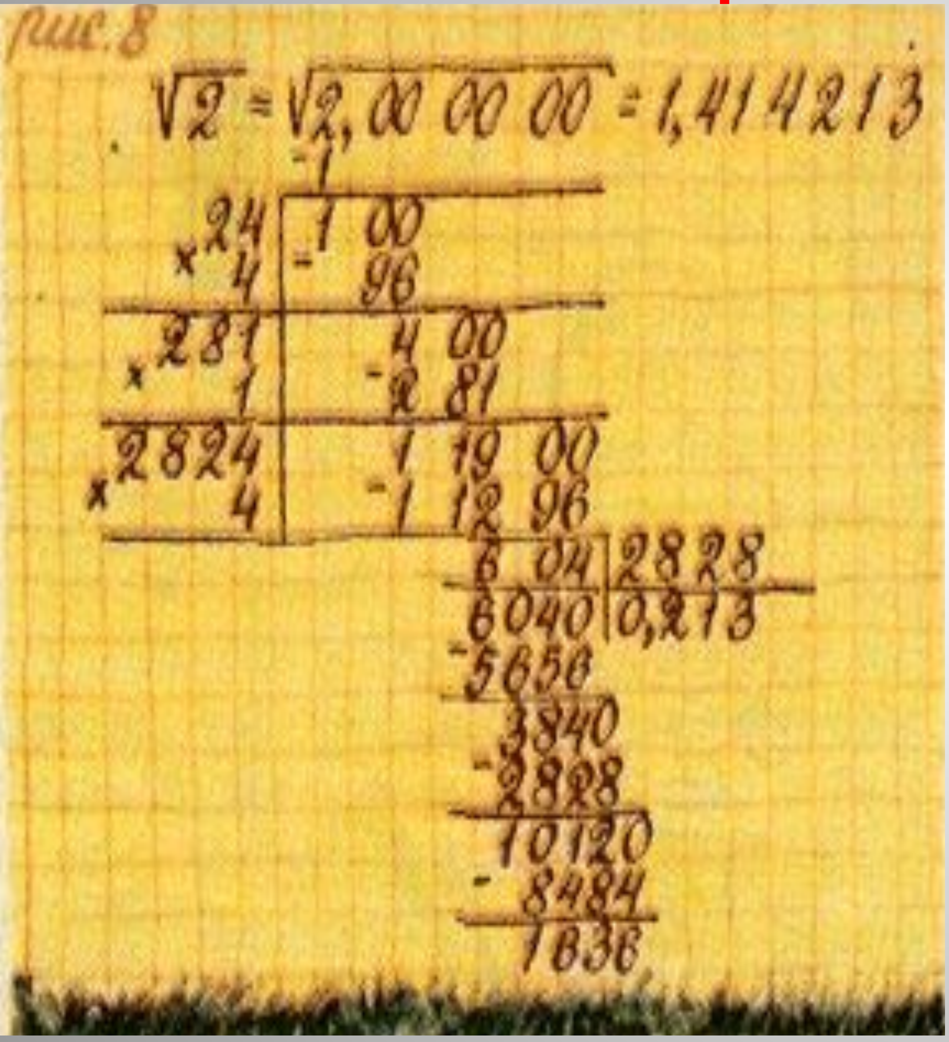
- Третья цифра находится так же, как и вторая: 54 х 2 и полученный результат (число 108) записываем слева от вертикальной черты на место десятков. На место единиц ставим самую большую цифру ***b***, для которой разность 3249 – 108*b* х *b* положительна. Подбором убеждаемся, что *b*=3 эта разность равна нулю. Заносим *b*=3 в ответ.
- Умножаем 1083 на 3. Записываем результат справа от вертикальной черты и вычитаем его из 3249. Так как разность равна нулю, процесс вычисления корня окончен.

рис. 1б)

рис. 1е)

рис. 1ж)

Один из способов нахождения квадратных корней



- Данный способ универсален. А значит с его помощью можно извлеч квадрат даже из 2.

Способ извлечения квадратных корней С В Ивановой

- Извлечение квадратного корня — часто встречаю-чаяся операция при решении задач элементарной математики. Помимо традиционных способов на-ождения корней из натуральных чисел (например, изложение числа, стоящего под корнем, на множи-ели) можно также использовать и способ, основан-ный на применении формулы квадрата суммы.
- В основе этого способа лежит идея представле ния $\sqrt{A}$ в виде суммы двух слагаемых *а + Ь,* так, что квадрат первого слагаемого (a^2) немного меньше *А.* При этом
- $A = (a + Ь)^2 = a^2 + 2aЬ + Ь^2$
- где *а* — некоторое фиксированное нами число и $a^2 < A$.
- Поскольку для пары произвольных натуральных чисел *А* и *а, А* > a^2 справедлива теорема о деле нии с остатком, то
- Если же *А* - квадрат натурального числа, для которого справедлива (1), то
- $A - a^2 = 2a \ \blacksquare \ Ь + Ь^2 \ , \ Ь^2 < 2a.$ **(2)**
- делитель частное остаток
- Таким образом, для извлечения квадратного кор ня из числа *А* необходимо подобрать приближе ние *а* такое, что по формуле (2) можно найти *Ь.*
- Описание алгоритма извлечения квадратного корня.

- $A - a^2 = 2a \ \blacksquare \ Ь + Ь^2 \ , \ Ь^2 < 2a.$ **(2)**
- делитель частное остаток
- Таким образом, для извлечения квадратного корня из числа *А* необходимо подобрать приближение *а* такое, что по формуле (2) можно найти *Ь.*
- Описание алгоритма извлечения квадратного корня.

- 1. Подбираем приближение *а* числа $\sqrt{A}$.
- Для этого находим число разрядов *а* по форму-
- ле
- где *m* — число разрядов *А,* а для
- определения старшего разряда числа *а* отбрасываем четное число младших разрядов *А* так, чтобы остались один или два старших разряда. Обозначив полученное число выбираем однозначное число а1 такое, что а1, есть наибольшее из чисел, удовлетворяющих условию a^2 < *или = А1* В качестве старшего разряда берем а1 и получаем первое при-ближение в виде а1 0...О. Имея первое приближе-
- *к* цифр
- ние, подбираем точное приближение, при этом шаг приближения h определяется из

Способ извлечения квадратных корней С В Ивановой

- *2.* Вычисляем A - a^2.
- 3. Выполняем деление с остатком (в столбик) на число *2a.*

- 4. Проверяем, является ли полученный остаток квадратом частного.
- Если нет, то исключаем возможность арифмети ческой ошибки, проверяем правильность выбора приближения, после чего делаем вывод о том, что число *A* не является полным квадратом. Если же остаток является квадратом частного, то записыва ем ответ:
- ***A = (a + Ь)²***.

Способ извлечения квадратных корней С В Ивановой

- **Пример :** Найдите число, квадратом которого является число 4096.
- Решение. 1) Так как *m* = 4, *к =**m + 1-2,*** то
- число разрядов *а* равно 2. Старший разряд числа *а* определяем из условия число разрядов *а* равно 2. Старший разряд числа *а* определяем из условия а1 <*или =.* 40, откуда следует, что а, = 6 и, значит, *а* = 60.
- 2) $A - a^2 = 4096 - 3600 = 496$.
- 3) 496 120 480
- 16
- 4) Поскольку $16 = 4^2$, то *Ь* = 4 и
- $4096 = (60 + 4)^2 = 64^2$.

Теоремы, связанные с квадратным корнем

- Для квадратов чисел верны следующие равенства:
- $1 = 1^2$
- $1 + 3 = 2^2$
- $1 + 3 + 5 = 3^2$
- $1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$

и так далее.

Квадратные корни

- К данному проекту я пришел не случайно. Началось все когда писал для себя таблицу квадратных корней. Заполняя таблицу я вдруг заметил закономерность “Разница между квадратными корнями равна сумме двух этих чисел’’ и решил доказать это убеждение.

Теоремы, связанные с квадратным корнем

Разница между квадратными корнями равна сумме двух этих чисел

Или $\sqrt{4}$ и $\sqrt{9}$

2^2 и 3^2

$\sqrt{9}$ и $\sqrt{16}$

Или 3^2 и 4^2

$\sqrt{16}$ и $\sqrt{25}$

Или 5^2 и 6^2

$(2n+1)^2 - (2n)^2 = 4n^2+4n+1-4n^2=2n+1+2n=4n+1$

- 9-4=5
- 2+3=5

- 16-9=7
- 3+4=7

- 25-16=9
- 5+4=9

Следовательно Разница между 2 “соседними” квадратными корнями равна сумме чисел из которых они образованы

Квадратные корни

Я показал свою теорему нашему учителю математики В В Седовой, которой очень понравилась эта тема. Я начал делать по этой теме проект , и нашел ещё одну закономерность “Разница между квадрантными корнями 2 чисел, стоящих в порядковой разнице на 3 числа, РАВНА СУММЕ ЧИСЕЛ ИЗ КОТОРЫХ ОНИ ОБРАЗОВАНЫ И УДВОЕННОМУ ЧИСЛУ МЕЖДУ НИМИ ”.

Теоремы, связанные с квадратным корнем

Разница между квадрантными корнями 2 чисел, стоящих в порядковой разнице на 3 числа, РАВНА СУММЕ ЧИСЕЛ ИЗ КОТОРЫХ ОНИ ОБРАЗОВАНЫ И УДВОЕННОМУ ЧИСЛУ МЕЖДУ НИМИ

$\sqrt{4}$ И $\sqrt{16}$

2^2 И 4^2

$\sqrt{9}$ И $\sqrt{25}$

3^2 И 5^2

$\sqrt{16}$ И $\sqrt{36}$

4^2 И 6^2

16-4=12

2+3+3+4=2+(3*2)+4=12

25-9=16

3+(4*2)+5=3+8+5=16

36-16=20

4+6+5=20

Следовательно: ЧТд

Квадратные корни

- Доказательства теорем на бумаге мне показалось недостаточным, и так как я учусь в информационно-технологическом классе, я решил написать програмку-калькулятор которая позволила бы мне убедится в точности моей теоремы. Сейчас я вам её продемонстрирую.

Выводы:

- Подавляющее число задач о пространственных формах и количественных отношениях реального мира сводится к решению различных видов уравнений. Овладевая способами их решения, мы находим ответы на различные вопросы из науки и техники (транспорт, сельское хозяйство, промышленность, связь и т. д.).

- Различные уравнения как квадратные, так и уравнения высших степеней решались нашими далекими предками. Эти уравнения решали в самых разных и отдаленных друг от друга странах. Потребность в уравнениях была велика. Уравнения применялись в строительстве, в военных делах, и в бытовых ситуациях.

Список литературы

- 1 Научно-популярный физико-математический журнал “Квант”, - М., 1970.
- 2 Научно-теоретический и методидичекий журнал “ математика в школе”, - М.:

  Школьная Пресса,2003.

Спасибо

за

внимание!