Теорема Пифагора и способы её доказательства.
Геометрия
8 класс

Выполнила учитель математики МОУ «Средняя общеобразовательная школа № 28» Маркова Ольга Геннадьевна

Тема урока: «Теорема Пифагора и способы её доказательства»

Цель урока:

- ✔ Проверить уровень теоретических знаний по теме «Площадь»
- ✔ Рассмотреть теорему Пифагора и различные способы её доказательства
- ✔ Показать её применение в ходе решения задач

Учебные материалы

- Атанасян Л.С., В.Ф. Бутузов и другие «Геометрия 7-9»
- А.Я.Кононов «Устные занятия по математике»
- Рязановский А.Р. «500 способов и методов решения задач по математике»
- Электронный учебник «Геометрия 7-9»
- Бурмистров Н.В., Старостенкова Н.Г. «Проверочные работы с элементами тестирования»
- Интернет ресурсы:http//www.clascalc.ru

  http://th-pif.narod.ru

  http://www.edunet.us

Ход урока

- Организационный момент
- Проверка усвоения темы «Площадь многоугольника». (Тестирование)
- Объяснение новой темы
- Закрепление
- Домашняя работа
- Подведение итогов урока.

II.Проверка домашней работы

Устный опрос:

- Существует ли формула для вычисления площади произвольного четырехугольника?
- Какие способы вычисления площадей вам известны?
- На какие геометрические фигуры, площади которых вычисляются по известным нам формулам, разбит выпуклый четырехугольник?
- Как вычислить площадь каждой фигуры ?
- Площадь всего четырехугольника ?
- Какие формулы для вычисления площадей вам известны ?

Перейти на **тест**

Пифагор

Пребудет вечной истина, как скоро
Ее познает слабый человек!
И ныне теорема Пифагора
Верна, как и в его далекий век.

Обильно было жертвоприношенье
Богам от Пифагора. Сто быков
Он отдал на закланье и сожженье
За света луч, пришедший с облаков.

Поэтому всегда с тех самых пор,
Чуть истина рождается на свет,
Быки ревут, ее потчуя ,вслед.

Они не в силах свету помешать ,
А могут лишь закрыв глаза дрожать
От страха, что вселил в них Пифагор.

Биография Пифагора

- Великий ученый Пифагор родился около 570 г. до н.э. на острове Самосе. Отцом Пифагора был Мнесарх, резчик по драгоценным камням. Имя же матери Пифагора неизвестно. По многим античным свидетельствам, родившийся мальчик был сказочно красив, а вскоре проявил и свои незаурядные способности.
- Среди учителей юного Пифагора традиция называет имена старца Гермодаманта и Ферекида Сиросского (хотя и нет твердой уверенности в том, что именно Гермодамант и Ферекид были первыми учителями Пифагора). Целые дни проводил юный Пифагор у ног старца Гермодаманта, внимая мелодии кифары и гекзаметрам Гомера.

Теорема Пифагора

- Площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах…
- В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

О теореме Пифагора…

- Это одна из самых известных геометрических теорем древности, называемая теоремой Пифагора. Её и сейчас знают практически все, кто когда-либо изучал планиметрию. С глубокой древности находят все новые и новые доказательства теоремы Пифагора, все новые и новые замыслы ее доказательств. Таких доказательств -более или менее строгих, более или менее наглядных- известно более полутора сотен, но стремление к преумножению их числа сохранилось…

Доказательство «Смотри!»

На рис. 2 изображено два равных квадрата. Длина сторон каждого квадрата равна a + b. Каждый из квадратов разбит на части, состоящие из квадратов и прямоугольных треугольников. Ясно, что если от площади квадрата отнять учетверенную площадь прямоугольного треугольника с катетами a, b, то останутся равные площади, т. е. c2 = a2 + b2. Впрочем, древние индусы, которым принадлежит это рассуждение, обычно не записывали его, а сопровождали чертеж лишь одним словом: «смотри!» Вполне возможно, что такое же доказательство предложил и Пифагор.

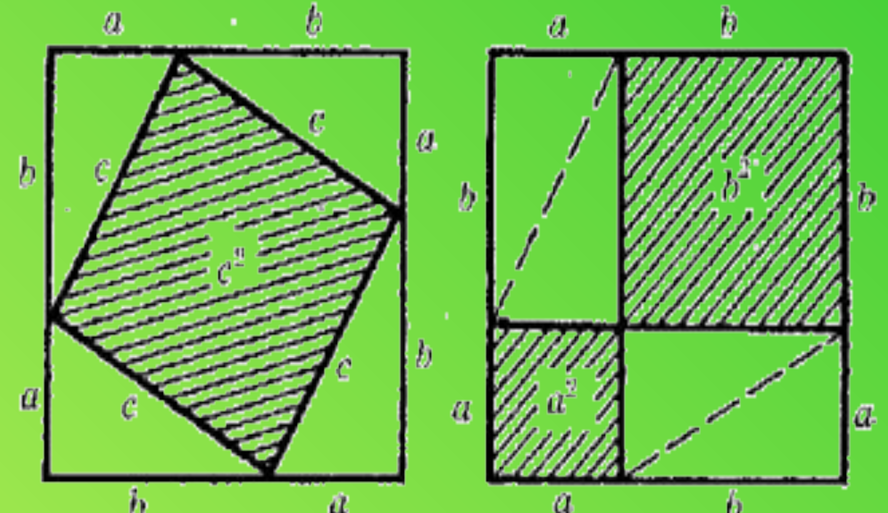

Рис. 2

Алгебраический метод доказательства

- Рис. 12 иллюстрирует доказательство великого индийского математика Бхаскари (знаменитого автора Лилавати, XII в.). Рисунок сопровождало лишь одно слово: СМОТРИ! Среди доказательств теоремы Пифагора алгебраическим методом первое место (возможно, самое древнее) занимает доказательство, использующее подобие.

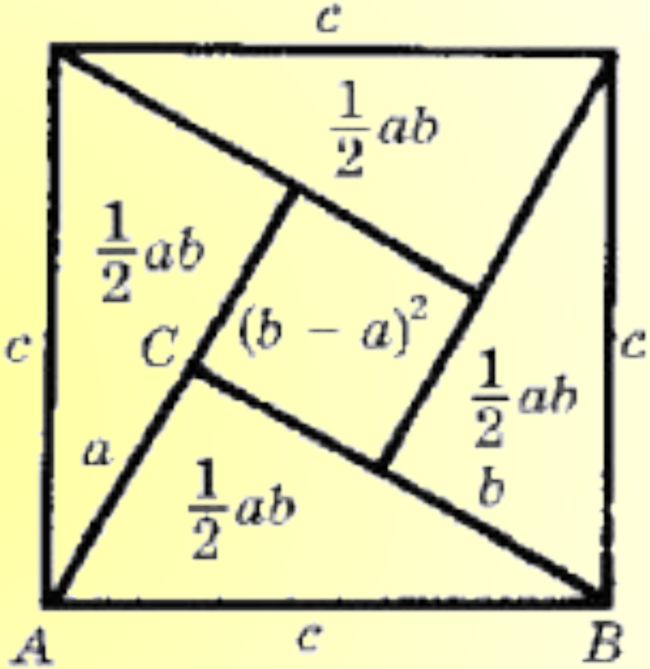

Рис. 12

Доказательство теоремы Пифагора с помощью разбиения ан-Найризия

В этом разбиении квадрат, построенный на гипотенузе, разбит на 3 треугольника и 2 четырехугольника. Здесь: ABC – прямоугольный треугольник с прямым углом C; DE = BF.

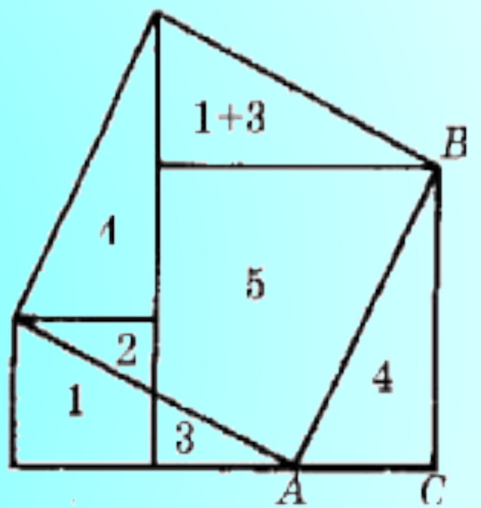

Рис. 5

Это разложение квадратов интересно тем, что его попарно равные четырехугольники могут быть отражены друг на друга параллельным переносом

Доказательство методом разложения квадратов на равные части, называемое«колесом с лопастями»

На рис. 6. АВС– прямоугольный треугольник с прямым углом С; О – центр квадрата, построенного на большом катете; пунктирные прямые, проходящие через точку О, перпендикулярны или параллельны гипотенузе.

· Это разложение квадратов интересно тем, что его попарно равные четырехугольники могут быть отображены друг на друга параллельным переносом. Может быть предложено много и других доказательств теоремы Пифагора с помощью разложения квадратов на фигуры.

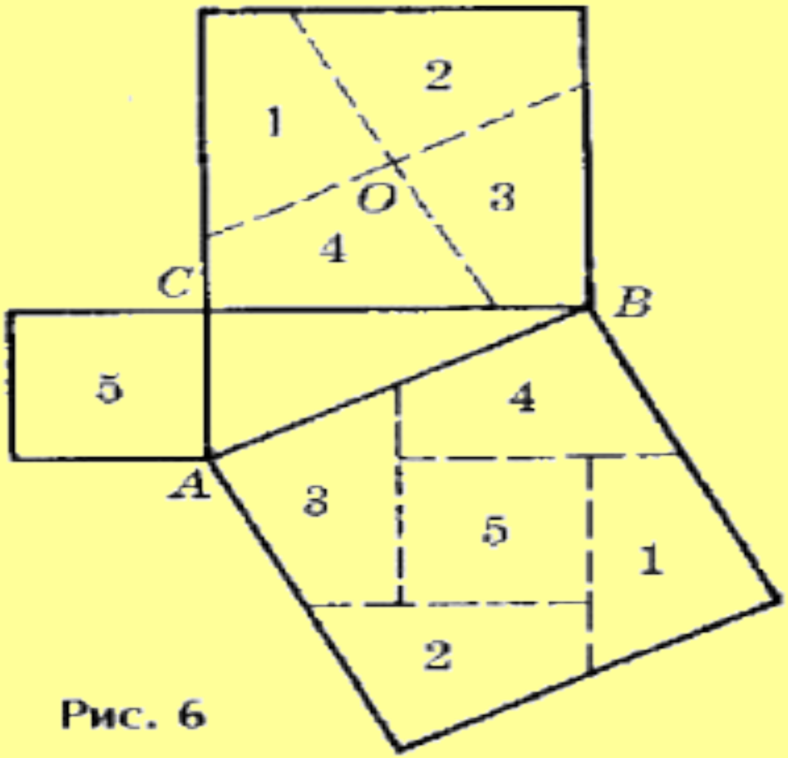

Рис. 6

Доказательство Энштейна основано на разложении квадрата, построенного на гипотенузе, на 8 треугольников.

Здесь: ABC – прямоугольный треугольник с прямым углом C; CÎMN; CK^MN; PO||MN; EF||MN.

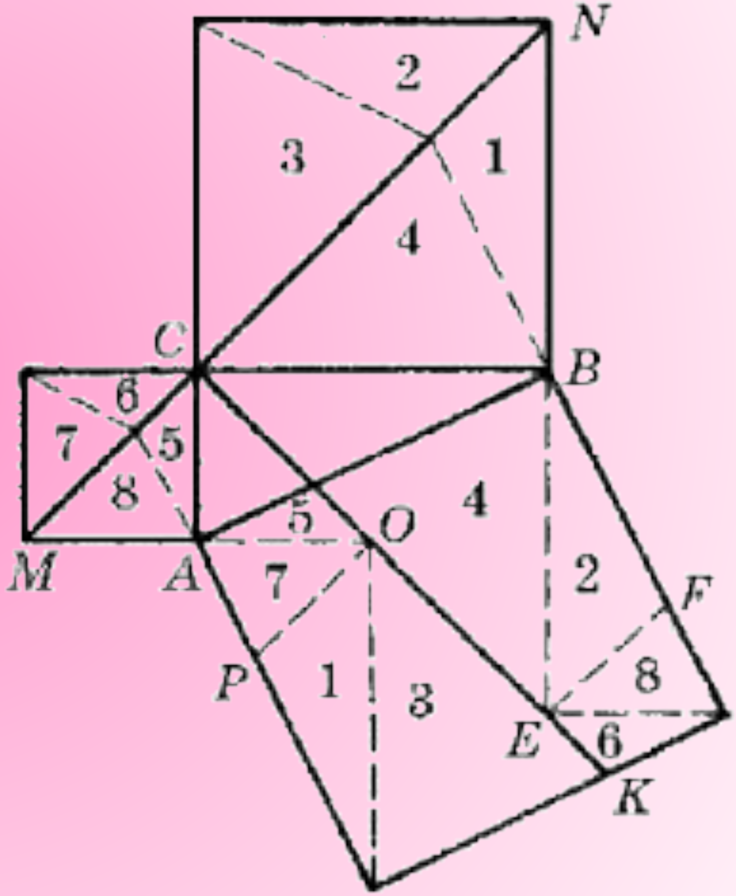

Рис. 3

Доказательство методом достроения

Сущность этого метода состоит в том, что к квадратам, построенным на катетах, и к квадрату, построенному на гипотенузе, присоединяют равные фигуры таким образом, чтобы получились равновеликие фигуры.

На рис. 7 изображена обычная Пифагорова фигура – прямоугольный треугольник ABC с построенными на его сторонах квадратами. К этой фигуре присоединены треугольники 1 и 2, равные исходному прямоугольному треугольнику.

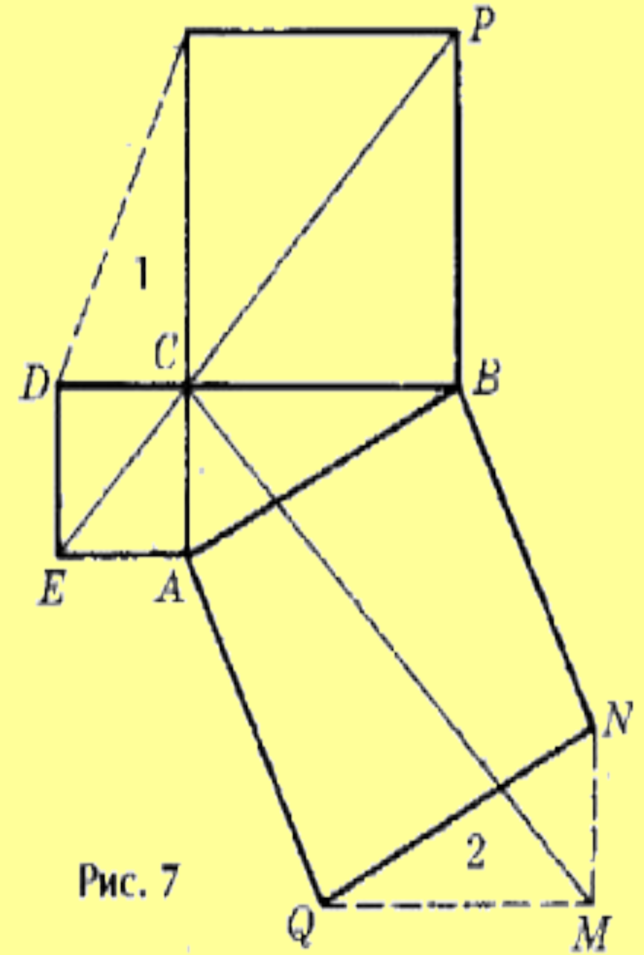

Рис. 7

Доказательство методом достроения

· На рис. 8 Пифагорова фигура достроена до прямоугольника, стороны которого параллельны соответствующим сторонам квадратов, построенных на катетах. Разобьем этот прямоугольник на треугольники и прямоугольники. Из полученного прямоугольника вначале отнимем все многоугольники 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, остался квадрат, построенный на гипотенузе. Затем из того же прямоугольника отнимем прямоугольники 5, 6, 7 и заштрихованные прямоугольники, получим квадраты, построенные на катетах.

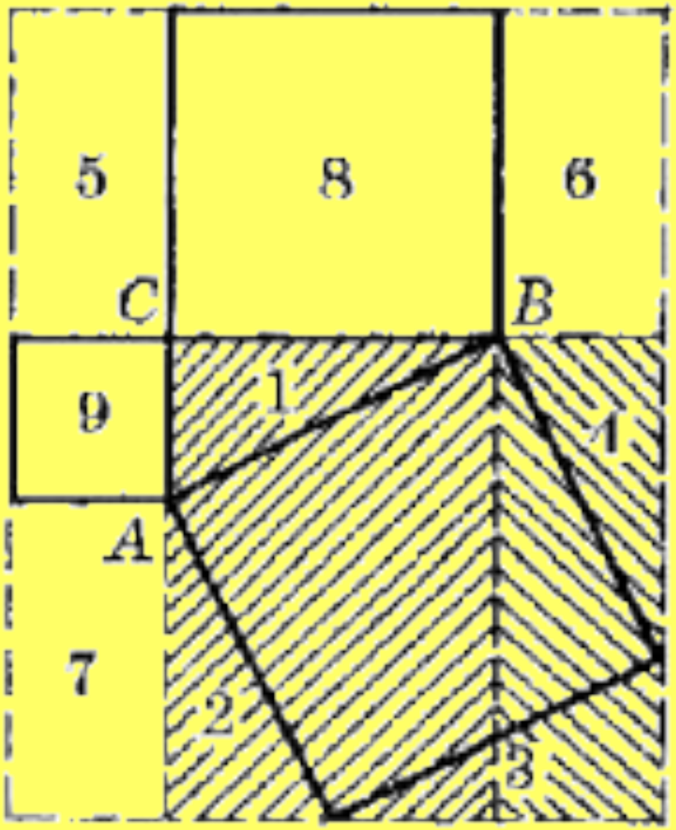

Рис. 8

Доказательство Нассир-эд-Дином

Здесь: PCL – прямая;
KLOA = ACPF = ACED = a2;
LGBO = CBMP = CBNQ = b2;
AKGB = AKLO + LGBO = c2;
отсюда c2 = a2 + b2.

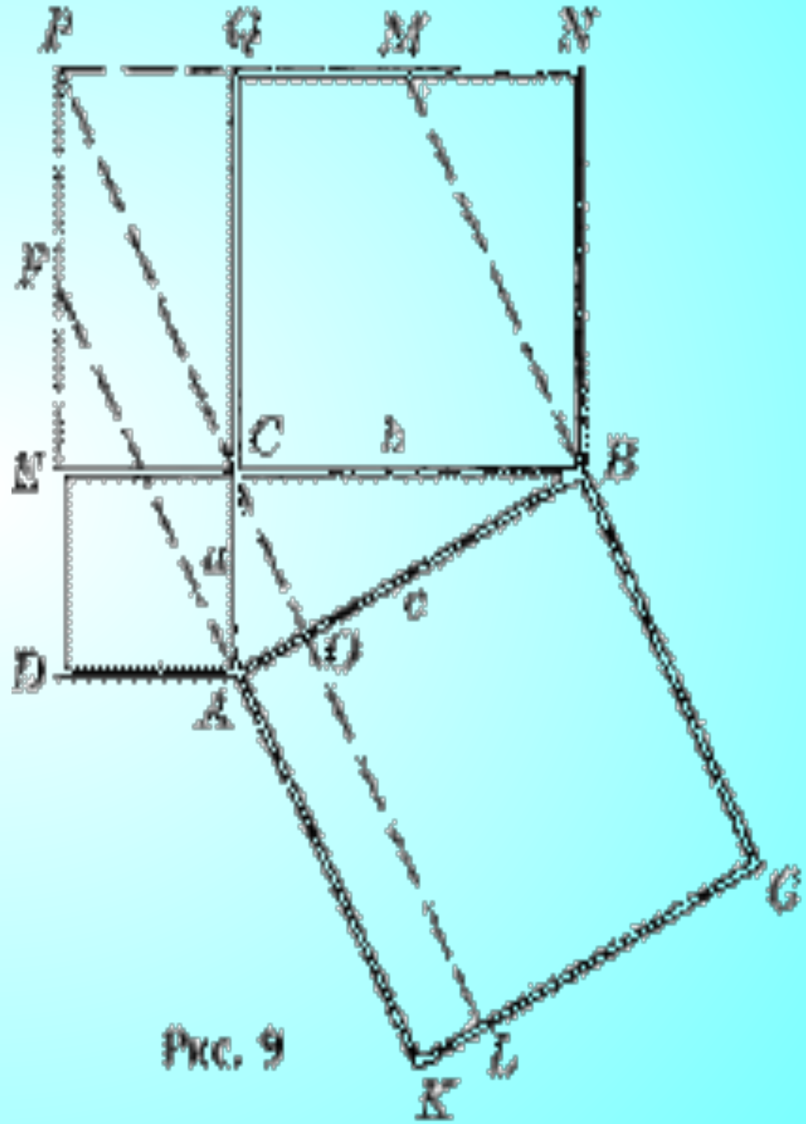

Рис. 9

Доказательство Гофмана

Рис. 11 иллюстрирует еще одно более оригинальное доказательство, предложенное Гофманом.
Здесь: треугольник ABC с прямым углом C; отрезок BF перпендикулярен CB и равен ему, отрезок BE перпендикулярен AB и равен ему, отрезок AD перпендикулярен AC и равен ему; точки F, C, D принадлежат одной прямой; четырехугольники ADFB и ACBE равновелики, так как ABF=ECB; треугольники ADF и ACE равновелики; отнимем от обоих равновеликих четырехугольников общий для них треугольник ABC, получим

$$\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}b^2=\frac{1}{2}c^2$$

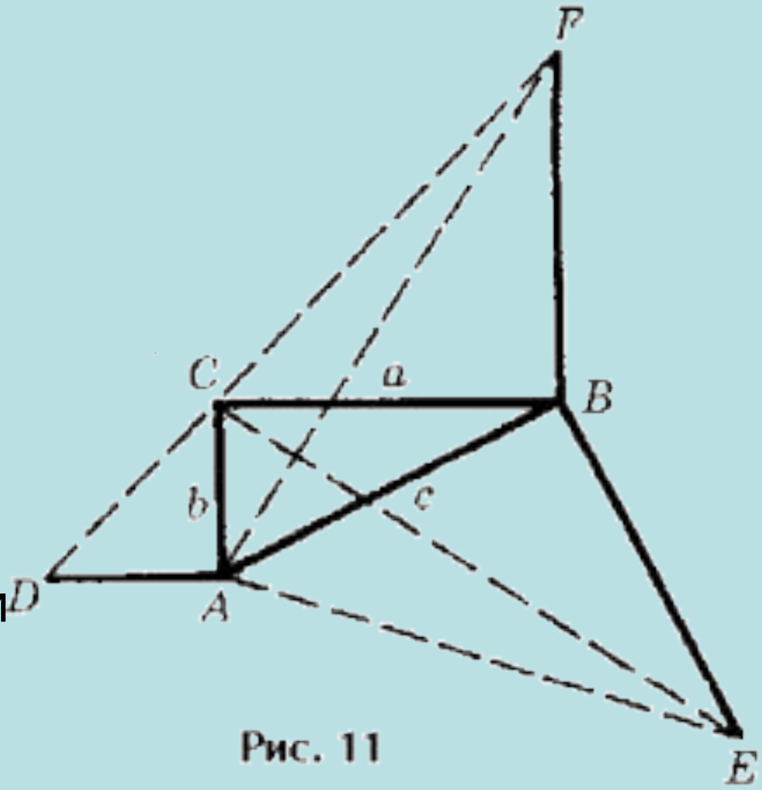

Рис. 11

IV.Закрепление. Решение задач

- *Задача 1.*

Дано: АВС- равнобедренный треугольник

АВ=ВС=17 см, АС=16 см, ВD- высота

Найти: ВD

Задача 2.

Большая диагональ прямоугольной трапеции равна 13 см, а большее основание-12 см. Найдите площадь трапеции, если ее меньшее основание равно 8 см.

V.Домашняя работа

- Выучить теорему Пифагора с одним из доказательств.
- Решить № 483, 484, 486
- Решить кроссворд.(из сайта)

Перейти на кроссворд

Открыть журнал