

Факторизация измеримых матриц-функций

Руководитель: Рогозин Сергей Васильевич

Актуальность:

- Фактризация: используется в задачах теории упругости в физике, а также в задачах теории композитных материалов. Существуют методы, позволяющие узнать, когда факторизация возможна.

Поставленные цели и задачи:

- ▣ Ставится задача, найти специальные классы матриц, размерности 2 , для которых возможно построение алгоритма факторизации в явном виде. Требуется найти точные и приближенные методы факторизации для данного класса матриц.

Понятие факторизации

- Объектом исследования являются матрицы, с элементами-измеримыми функциями.
- Предмет- найти способ факторизовать матрицы, то есть представить их в специальном виде, который даст нам возможность, затем использовать эти данные для прикладных вычислений

Постановка задачи

Пусть задан некоторый гладкий замкнутый контур $L = \bigvee_{k=0}^m L_k, L_k \subset \text{int } L_0, k = \overline{1, m}$, состоящий из конечного числа простой гладкий кривых. Он разбивает комплексную плоскость на область D^+ и дополнительную к ней, содержащую бесконечно удаленную точку. $D^- = \bigvee_{k=0}^m D_k^-, \infty \in D_0^-$. $G(t)$ -некоторая матриц-функция, заданная на контуре L .

Факторизацией в L_p ($1 < p < \infty$) матрицы функции $G(t)$ есть представление в виде

$$G(t) = G_+(t)\Lambda(t)G_-(t),$$

где $G_+(t) \in L_p^+, G_-(t) \in L_q^-, G_+^{-1}(t) \in L_q^+, G_-^{-1}(t) \in L_p^-, 1/p + 1/q = 1$,

Пример

Матрица $G(t) = \begin{bmatrix} \cos(t) & t \cdot \cos(t) \\ 0 & t \end{bmatrix}$ факторизуется в виде $G(t) = \begin{bmatrix} \cos(t) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t^2 & 0 \\ 0 & t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} t^{-2} & t^{-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$,

частные индексы для данной матрицы 2 и 1.

ГИПОТЕЗА

- Доказано, что факторизация для матриц порядка 2×2 , в классе измеримых функций, возможна. Мы будем исходить из предположения существования алгоритма построения факторизации для данного класса матриц за конечное число шагов.

Основные результаты.

- Были построены алгоритмы факторизации для следующих классов матриц-функций
- треугольные матриц-функции порядка 2×2 с полиномиальными элементами;
- симметрические матриц-функции порядка 2×2 ;
- функционально-коммутирующие матриц-функции порядка 2×2 ;
- классы матриц-функций порядка 2×2 , допускающие диагонализацию при помощи постоянной матрицы с ненулевым определителем;
- матриц-функции порядка 2×2 с элементами-полиномами, один из которых имеет корни либо только внутри контура, либо только вне его;
- факторизация гёльдеровских треугольных матриц-функций порядка 2×2 ;
- факторизация гёльдеровских треугольных матриц-функций порядка 3×3 и выше

Источники в сети

- http://booklists.narod.ru/M_Mathematics/Mezhdunarodnyj_kongress_matematikov_v_Moskve_1966.Trudy_Mir_1968_ru_L_T_364s_3.htm
- <http://www.mathnet.ru/php/journal.phtml?fpage=227&issue=2&jrnid=sm&page=248&paperid=2501&volume=153&wshow=paper&year=1980>
- http://www.lib.vsu.ru/resurses/rj/math/2005/13_06_2005.pdf

Положения выносимые на защиту

- Для классов матриц функций показанных выше был создан алгоритм факторизации, есть примеры и доказательства подтверждающие истинность соответствующих алгоритмов

спасибо за внимание

- ▣ В начало
 - ▣ На предыдущий слайд
 - ▣ Закончить показ
- 