

Движение тела под действием силы Стокса в вязкой среде



Цели работы

- **нахождение подходящей среды для реализации таких типов задач**
- **нахождение методов перехода от физического решения задачи к компьютерным моделям**
- **создание интерактивной среды, в которой пользователь может самостоятельно выполнять опыты в зависимости от некоторых данных (которые он сам и устанавливает)**



Этапы моделирования

Постановка задачи

- физическая постановка задачи
- цель моделирования
- анализ объекта

Разработка модели

- физическая модель
- математическая модель
- компьютерная модель

Компьютерный эксперимент

- проведение опытов
- анализ результатов



Физическая модель

Покоящееся тело (маленький шарик сферической формы диаметром ~ 1 см), радиусом r , бросается от начала оси координат со скоростями V_x и V_y , и двигается при действии силы тяжести и силы трения. Коэффициент трения среды равен k . При фиксированных геометрических параметрах тела коэффициент k является однозначной характеристикой среды. Тогда сила трения по абсолютной величине:

$$F = k \cdot V$$

Воспользуемся II законом Ньютона и составим следующие уравнения:

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} - k \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k/m & 0 \\ 0 & -k/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix}$$



Математическая модель

Можно сказать, вся математическая модель сводится к решению двух уравнений, являющимися линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, при следующих начальных условиях

$$\dot{V}_x = -\frac{k}{m} V_x$$

$$V_x = \dot{x}$$

$$V_y = \dot{y}$$

$$\dot{V}_y = -\frac{k}{m} V_y + g$$

$$\dot{V}_x = \ddot{x}$$

$$\dot{V}_y = \ddot{y}$$

Удобнее сразу решать следующие уравнения относительно координат

$$\ddot{y} = -\frac{k}{m} \dot{y} + g$$

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m} \dot{x}$$



Математическая модель

Мы получаем две задачи Коши:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} = -\frac{k}{m} \dot{x} \\ \dot{x}(0) = V_{ox} \\ x(0) = x_0 \end{array} \right. \quad \text{и} \quad \left\{ \begin{array}{l} \ddot{y} = -\frac{k}{m} y + g \\ \dot{y}(0) = V_{oy} \\ y(0) = y_0 \end{array} \right.$$

Решениями полученных систем являются:

$$x = x_0 + \frac{mV_{ox}}{k} - \frac{mV_{ox}}{k} e^{-kt/m} = x_0 + \frac{mV_{ox}}{k} (1 - e^{-kt/m})$$

$$y = y_0 - g \frac{m^2}{k^2} + m \frac{V_{oy}}{k} + \frac{gm}{k} t + \left(\frac{m^2 g}{k^2} - \frac{mV_{oy}}{k} \right) e^{-kt/m}$$

Компьютерная модель

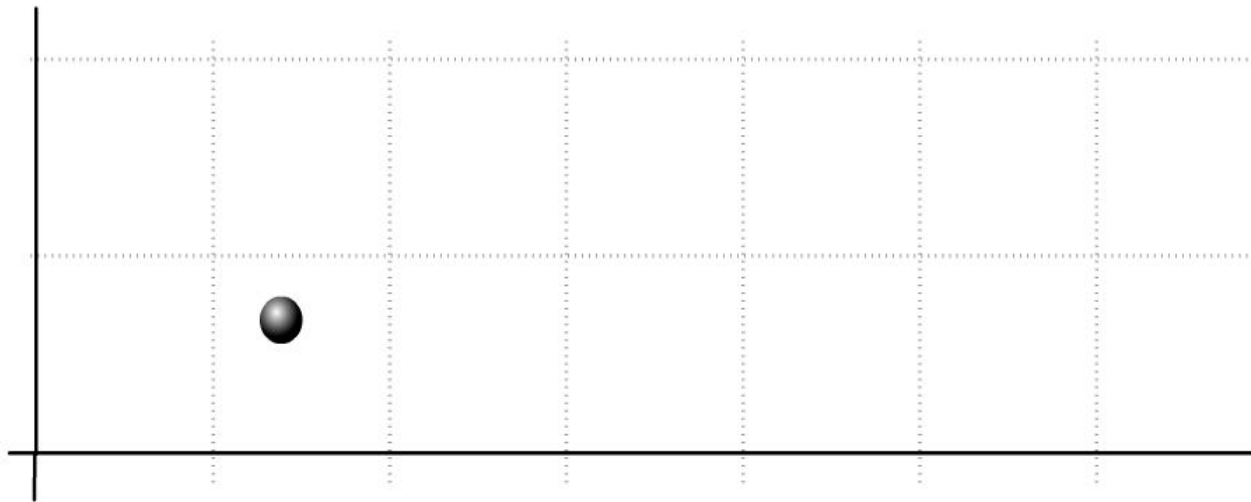
Условно эту часть работы можно разбить на три:

- 1) Создание главных объектов (сетки, шарика и кнопок) и прорисовка основных элементов сцены
- 2) Создание интерфейса
- 3) Разработка средств вывода результатов



Создание главных объектов

- прорисовка шарика, координатной сетки, кнопок управления
- снабжение их программными кодами
- первоначальное тестирование системы



macromedia®
FLASH

Интерфейс

- регуляторы для ввода начальных данных
- возможность управления временем
- режимы проведения эксперимента
- программная реализация
- тестирование кода



Средства вывода

- динамические поля вывода
- графики
- замена условных величин на фактические



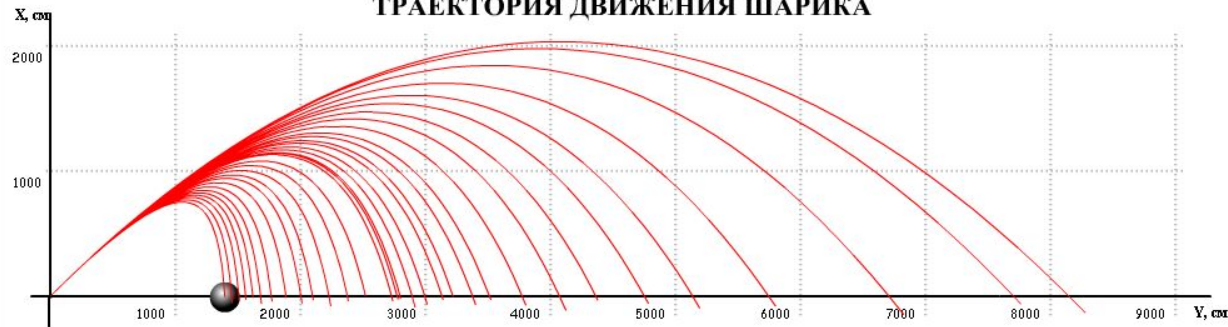
Проведение опытов

- выбор режима
- изменение начальных данных
- построение графиков



Анализ результатов

ТРАЕКТОРИЯ ДВИЖЕНИЯ ШАРИКА



Текущие данные

X координата, см 1396
Y координата, см 0
X скорость, см/с 0
Y скорость, см/с 0

Замедление воспроизведения

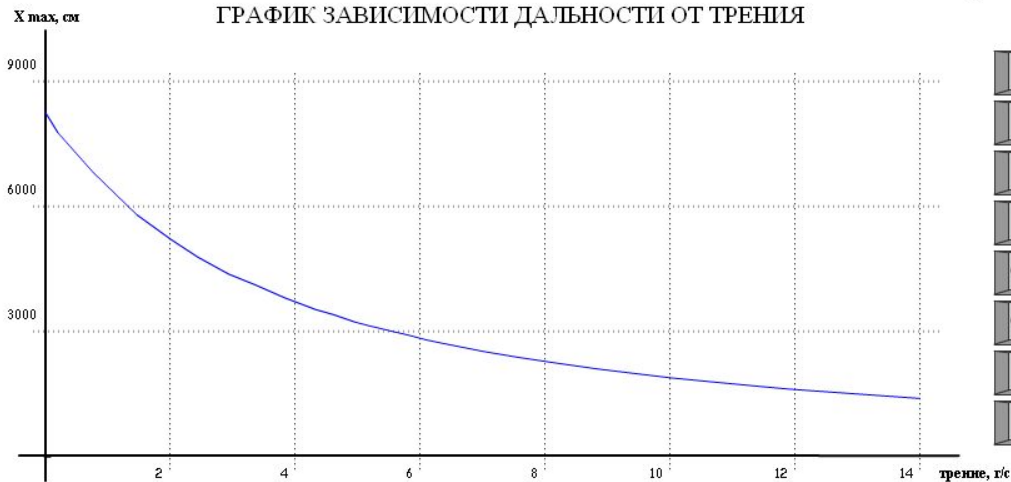


1

Исходные параметры

Трение, г/с 14
X Скорость, см/с 2000
Y Скорость, см/с 2000
Масса, г 10

ГРАФИК ЗАВИСИМОСТИ ДАЛЬНОСТИ ОТ ТРЕНИЯ



Сбросить

Старт

Очистить

Опыт с трением

Опыт с x скоростью

Опыт с y скоростью

Опыт с массой

Начертить



Результат работы

- правильно действующая модель поведения тела
- демонстрация законов физики при изучении нового материала (наглядное пособие);
- проведение компьютерных лабораторных работ;

