Анимационная интерактивная модель

Движение тела под действием силы Стокса в вязкой среде

Цели работы

- нахождение подходящей среды для реализации таких типов задач
- нахождение методов перехода от физического решения задачи к компьютерным моделям
- создание интерактивной среды, в которой пользователь может самостоятельно выполнять опыты в зависимости от некоторых данных (которые он сам и устанавливает)

Этапы моделирования

Постановка задачи

- физическая постановка задачи
- цель моделирования
- анализ объекта

Разработка модели

- физическая модель
- математическая модель
- компьютерная модель

Компьютерный эксперимент

- проведение опытов
- анализ результатов

Физическая модель

Покоящееся тело (маленький шарик сферической формы диаметром ~ 1 см), радиусом **r**, бросается от начала оси координат со скоростями $\mathbf{V_x}$ и $\mathbf{V_y}$, и двигается при действии силы тяжести и силы трения. Коэффициент трения среды равен **k**. При фиксированных геометрических параметрах тела коэффициент k является однозначной характеристикой среды. Тогда сила трения по абсолютной величине:

F = k*V

Воспользуемся II законом Ньютона и составим следующие уравнения:

$$m\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} = m\begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix} - k\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k/m & 0 \\ 0 & -k/m \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ g \end{bmatrix}$$

macromedia FLASH

Математическая модель

Можно сказать, вся математическая модель сводится к решению двух уравнений, являющимися линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами, при следующих начальных условиях

$$\dot{V}_x = -\frac{k}{m} V_x$$

$$\dot{V}_y = -\frac{k}{m} V_y + g$$

$$V_x = \dot{x} \qquad V_y = \dot{y}$$

$$\dot{V}_x = \ddot{x} \qquad \dot{V}_y = \ddot{y}$$

Удобнее сразу решать следующие уравнения относительно координат

$$\ddot{y} = -\frac{k}{m} \dot{y} + g$$

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m} \dot{x}$$

macromedia FLASH

Математическая модель

Мы получаем две задачи Коши:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{k}{m}\dot{x} \\ \dot{x}(0) = V_{ox} \\ x(0) = x_o \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} \ddot{y} = -\frac{k}{m}y + g \\ \dot{y}(0) = V_{oy} \\ y(0) = y_o \end{cases}$$

Решениями полученных систем являются:

$$x = x_o + \frac{mV_{ox}}{k} - \frac{mV_{ox}}{k} l^{-mt/k} = x_o + \frac{mV_{ox}}{k}(1 - l^{-mt/k})$$

$$y = y_o - g\frac{m^2}{k^2} + m\frac{V_{oy}}{k} + \frac{gm}{k}t + \left(\frac{m^2 g}{k^2} - \frac{mV_{oy}}{k}\right)l^{-kt/m}$$

macromedia FLASH

Компьютерная модель

Условно эту часть работы можно разбить на три:

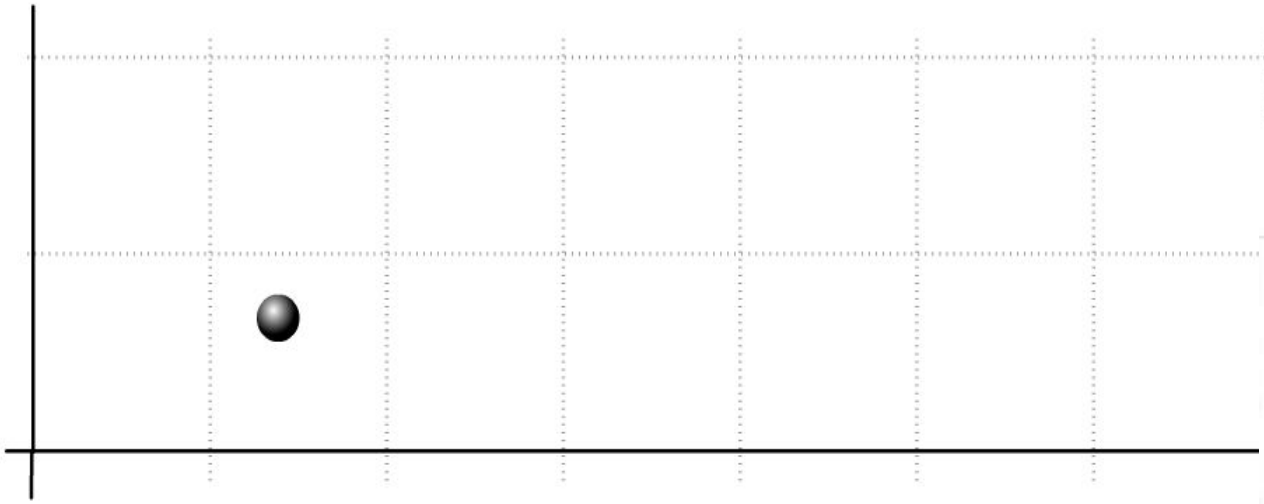
1)Создание главных объектов (сетки, шарика и кнопок) и прорисовка основных элементов сцены

2)Создание интерфейса

3)Разработка средств вывода результатов

Создание главных объектов

- прорисовка шарика, координатной сетки, кнопок управления
- снабжение их программными кодами
- первоначальное тестирование системы



macromedia®
FLASH

Интерфейс

- регуляторы для ввода начальных данных
- возможность управления временем
- режимы проведения эксперимента
- программная реализация
- тестирование кода

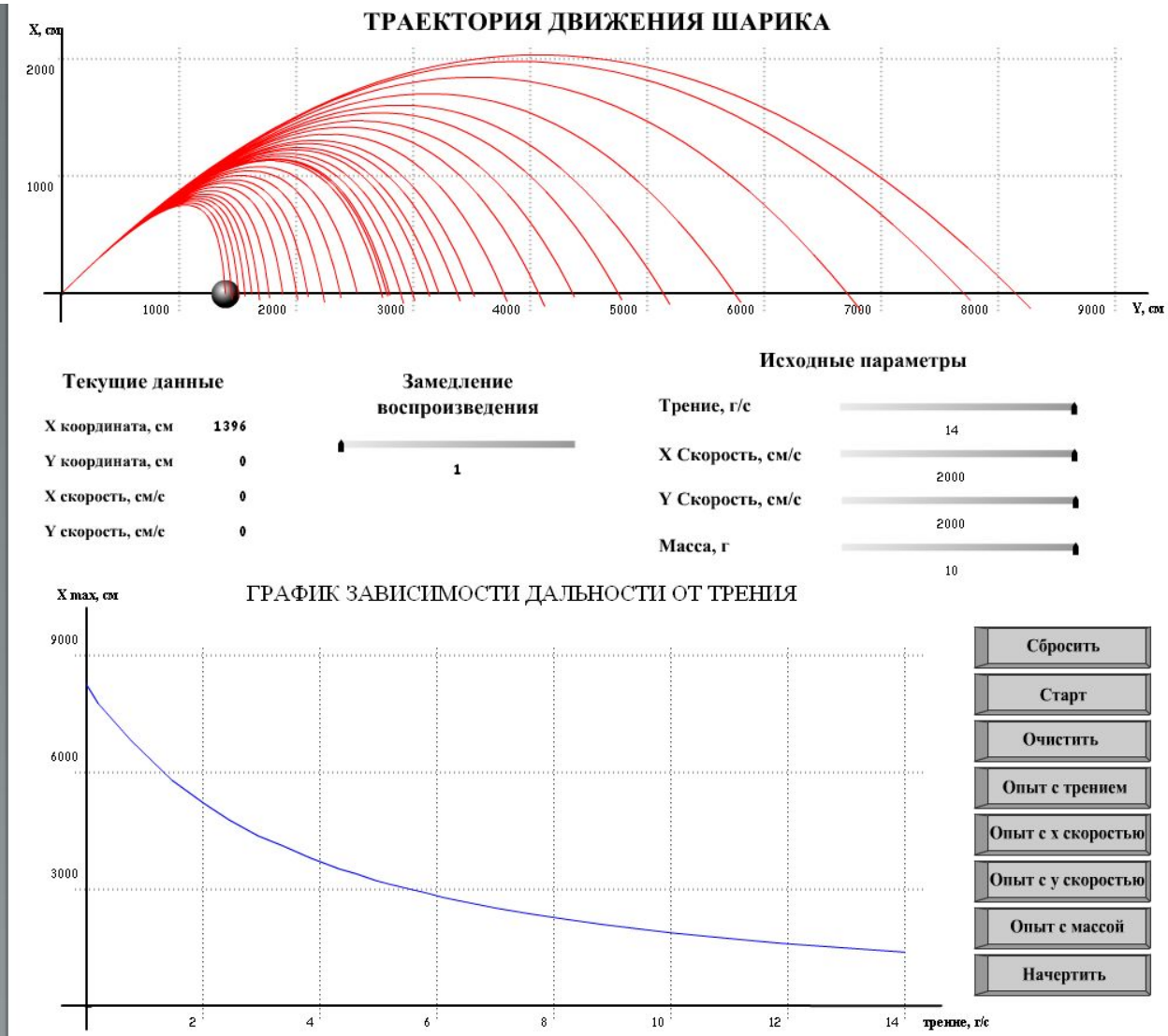
Средства вывода

- динамические поля вывода
- графики
- замена условных величин на фактические

Проведение опытов

- выбор режима
- изменение начальных данных
- построение графиков

Анализ результатов



Результат работы

- правильно действующая модель поведения тела
- демонстрация законов физики при изучении нового материала (наглядное пособие);
- проведение компьютерных лабораторных работ;