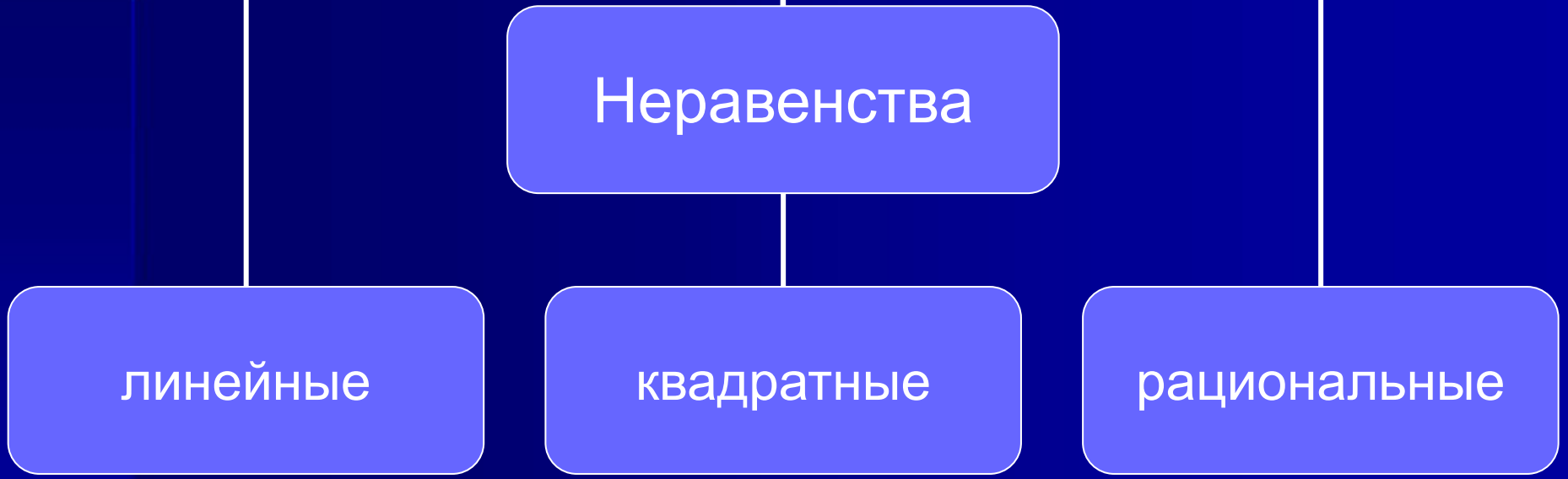
Алгебра 9 класс

Рациональные неравенства

Неравенства



Линейные неравенства

- ***Линейным неравенством с одной переменной x называется неравенство вида $ax + b > 0$, где $a \neq 0$.***
- ***Решение неравенства – значение переменной x, которое обращает неравенство в верное числовое неравенство.***
- ***Множество частных решений называют общим решением.***

Пример 1: Являются ли числа 3, -5 решением данного неравенства $4x + 5 < 0$

- При $x = 3$, $4 \cdot 3 + 5 = 17$, $17 > 0$

Значит $x = 3$ не является решением данного неравенства

При $x = -5$, $4 \cdot (-5) = -15$, $-15 < 0$

Значит $x = -5$ является решением данного неравенства

Два неравенства f(x)<g(x) и r(x)<s(x) называют равносильными, если они имеют одинаковые решения.

- **Правила**

(преобразования неравенств, приводящие к равносильным неравенствам):

1. Любой член неравенства можно перенести из одной части неравенства в другую с противоположным знаком (не меняя при этом знака неравенства)

Например: 3x + 5 < 7x

3x + 5 -7x < 0

- 2: а) обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же положительное число, не меняя при этом знака неравенства.

б) если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же выражение, положительное при любых значениях переменной, и сохранить знак неравенства, то получится неравенство, равносильное данному.

Например: а)$8x - 12 > 4x^2$ (:4)

$2x - 3 > x^2$

б)$(2x + 1)(x^2 + 2) < 0$ ($(x^2 + 2)$)

$(2x + 1) < 0$

- **3.а) Обе части неравенства можно умножить или разделить на одно и то же отрицательное число, изменив при этом знак неравенства на противоположный (< на >, > на <).**

б) если обе части неравенства умножить или разделить на одно и то же выражение, отрицательное при всех значениях переменной, и изменить знак исходного неравенства на противоположный, то получится неравенство, равносильное данному.

Например: а) $-6x^3 + 3x - 15 < 0$ (: (-3))

$2x^3 - x + 5 > 0$

Решите неравенство:

$5x + 3(2x – 1) > 13x - 1$

- **Решение: $5x + 6x – 3 > 13x – 1$**

$$5x + 6x – 13x > 3 – 1$$

$$-2x > 2 \quad (: (-2))$$

$$x < -1$$

Ответ: $x < -1$ или $(-\infty; -1)$

Квадратные неравенства

- **Неравенства вида $ax^2 + bx + c > 0$, где $a \neq 0$, a,b,c - некоторые числа, называются квадратными.**

Алгоритм применения графического метода:

1. Найти корни квадратного трехчлена ax^2+bx+c, т.е. решить уравнение $ax^2+bx+c=0$.

2.Отметить найденные значения на оси х в координатной плоскости.

3. Схематично построить график параболы.

4. Записать ответ в соответствии со знаком неравенства.

Частные случаи при $D < 0$:

а) $a < 0$, $ax^2 + bx + c \geq 0$ нет решений

$ax^2 + bx + c < 0$ $(-\infty;+\infty)$

б) $a > 0$ $ax^2 + bx + c > 0$ $(-\infty;+\infty)$

$ax^2 + bx + c \leq 0$ нет решений

Решите неравенство:

- $3x + 9 < 2x^2$

- **Ответ: $x < -1{,}5$; $x > 3$ или $(-\infty;-1{,}5)\cup(3;+\infty)$.**

Алгоритм выполнения метода интервалов:

- **1. Разложить на множители квадратный трехчлен, используя формулу $ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$, где x_1, x_2- корни квадратного уравнения $ax^2+bx+c=0$.**
- **2. Отметить на числовой прямой корни x_1 и x_2.**
- **3. Определить знак выражения $a(x-x_1)(x-x_2)$ на каждом из получившихся промежутков.**
- **4. Записать ответ, выбрав промежутки с соответствующим знаку неравенства знаком**

(если знак неравенства <,то выбираем промежутки со знаком «-», если знак неравенства >, то выбираем промежутки со знаком «+»).

Решите неравенство: $x^2 - 6x + 8 > 0$

- **Решение: Разложим квадратный трехчлен $x^2 - 6x + 8$ на множители. Решим уравнение**

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

Д = 36 – 32 = 4, 4>0, два корня

$$x_{1,2} = (6 \pm 2) : 2 \qquad x_1 = 4, \quad x_2 = 2$$

$$x^2 - 6x + 8 = (x - 2)(x - 4)$$

Отметим на числовой прямой корни трехчлена 2 и 4.Определим знаки выражения (x-2)(x-4) на каждом из промежутков.

Ответ: x<2,x>4 или (-∞;2)U(4;+∞).

- Метод интервалов более детально будет изучен при решении рациональных неравенств.
- Вопросы:

Какие виды неравенств были изучены на уроке?

Дайте определение линейных неравенств.

Дайте определение квадратных неравенств.

Какие методы решения квадратных неравенств применяются?