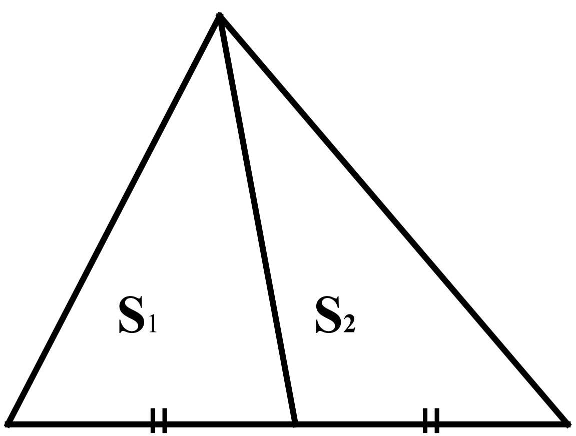
Урок –
ПРЕЗЕНТАЦИЯ
по геометрии в 9а классе.

Тема: Решение геометрических задач способом дополнительного построения.

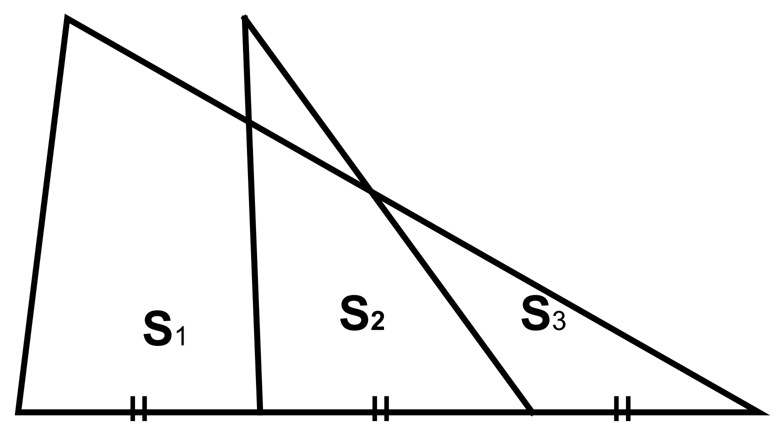
Учитель: Конёва Г. М.

21 апреля 2004 года

Опорные устные задачи.

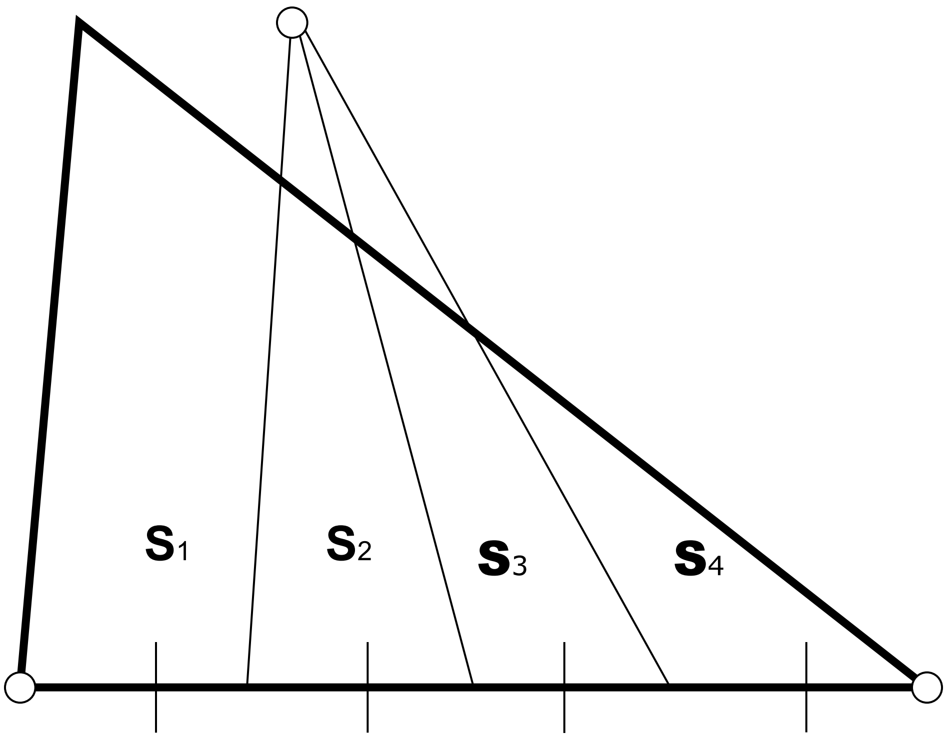


$S_1 = S_2$

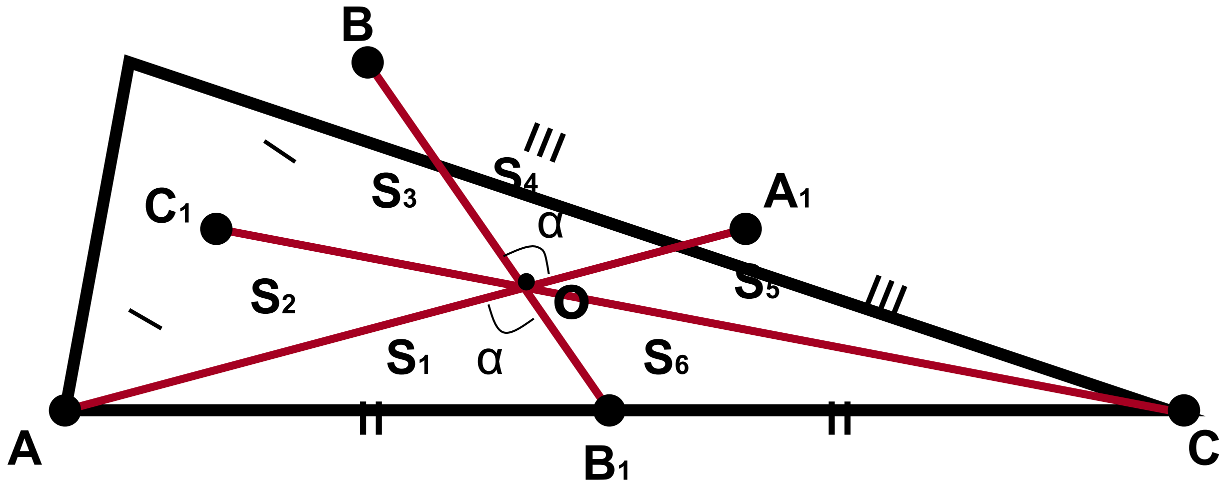


$S_1 = S_2 = S_3$

Опорные устные задачи.



S1=S2=S3=S4



1. Докажите, что $S_1 = S_6$, $S_2 = S_3$, $S_4 = S_6$.
2. Докажите, что $S_1 = S_4$, $S_3 = S_6$, $S_2 = S_5$.
3. Докажите, что $S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$.

Задача №1

Решение геометрических задач
методом дополнительного построения

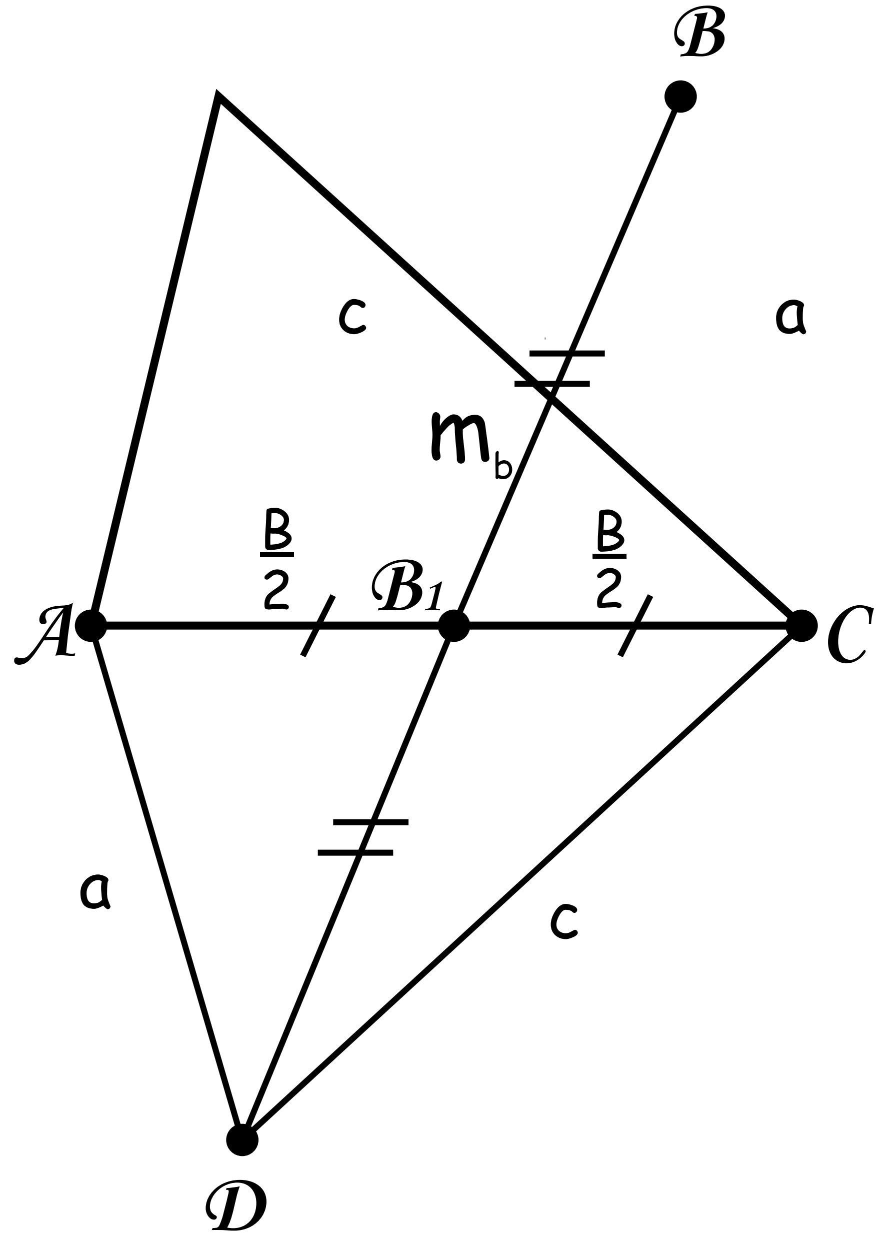
Главный руководитель :

КОНЕВА ГАЛИНА МИХАЙЛОВНА

Выполнили работу ученики 9 «А» Задорожный К. и Килин М.

ЗАДАЧА №1

- Найти медианы треугольника, если известны стороны a, b, c.



B
c
a
m_b
B/2
B1
B/2
A
C
a
c
D

Решение:

$$(2m_б)^2+б^2=2(a^2+c^2)$$

$$4m_б^2=2a^2+2c^2-б^2$$

$$m_б=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2c^2-б^2}$$

Аналогично доказывается, что

$$m_a=\frac{1}{2}\sqrt{2б^2+2c^2-a^2}$$

$$m_c=\frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2б^2-c^2}$$

Рациональное решение геометрической задачи.

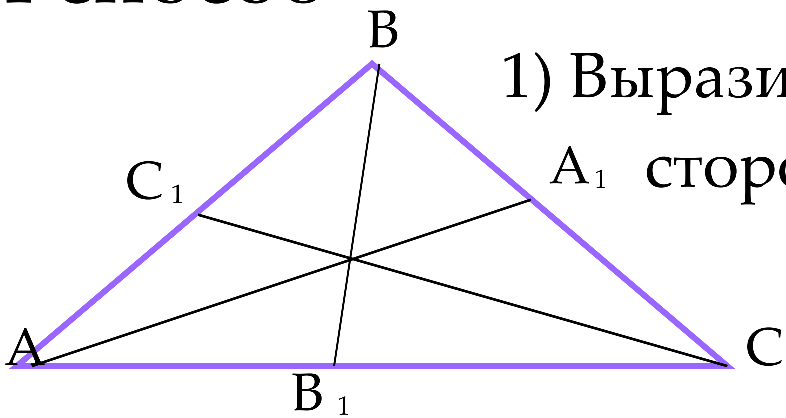
Выполнили:

Асеева Мария, Притупова Кристина, Капустина Оля

ЗАДАЧА №2

Найти площадь треугольника по трем известным медианам: 3, 4, 5.

I способ

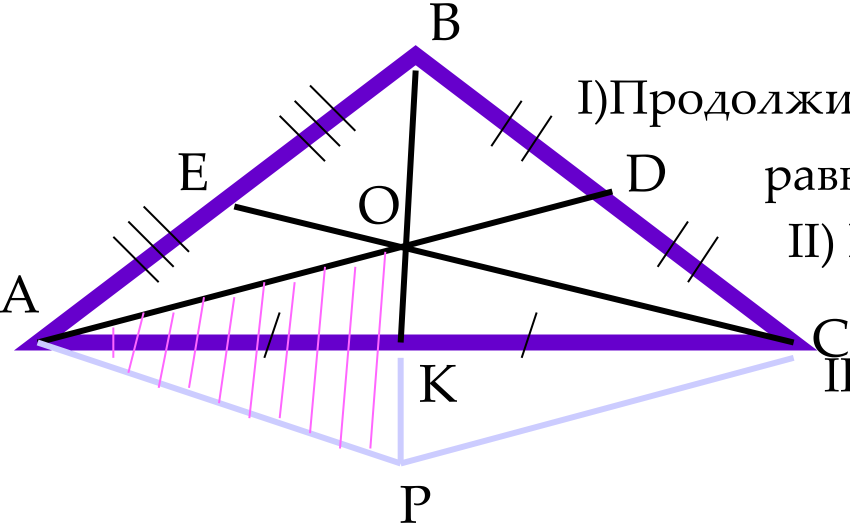


1) Выразим медианы треугольника через стороны по известным формулам.

$$\begin{cases} 4m_b=2a^2+2c^2-b^2 \\ 4m_a=2b^2+2c^2-a^2 \\ 4m_c=2a^2+2b^2-c^2 \end{cases}$$

2) Решив эту систему, найдем стороны треугольника ABC, а затем по формуле Герона найдем площадь треугольника.

II способ



I)Продолжим медиану BK на расстояние, равное OK.

II) Проведем прямые AP и CP, которые пересекутся в точке P.

III) Рассмотрим 2 треугольника: ΔAOB и Δ AOP

1) $S_\Delta\ ABO = S_\Delta\ AOP = \frac{1}{3} \cdot S_\Delta\ ABC$

$CO = AP = \frac{2}{3} \cdot 5 = 3\frac{1}{3}$

$AO = \frac{2}{3} \cdot 4 = 2\frac{2}{3}$

$OP = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2$

2)Найдем площадь треугольника AOP по формуле Герона:

$S_\Delta\ AOP = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

$p = (3\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3} + 2) : 2 = 4$

$S_\Delta\ AOP = \sqrt{4 \cdot (4-3\frac{1}{3})(4-2\frac{2}{3})(4-2)} = \sqrt{4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 2} = 2\frac{2}{3}$

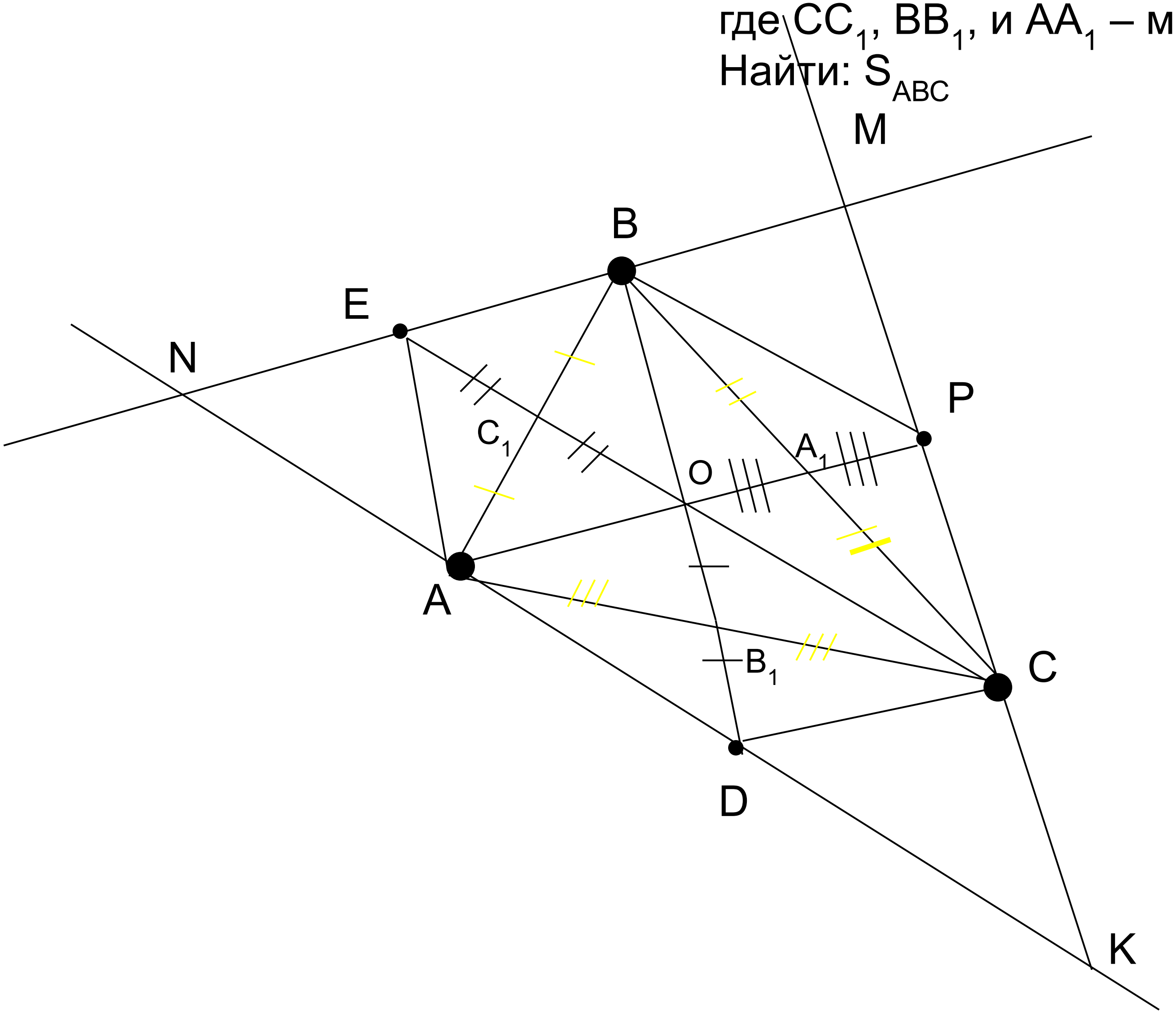
3) $S_\Delta\ ABC = 3 \cdot 2\frac{2}{3} = 8$

3 СПОСОБ

Дано: △ ABC; CC_1=5; BB_1=4; AA_1=3

где CC_1, BB_1, и AA_1 – медианы.

Найти: S_{ABC}



Построение и решение:

1. Продлить медианы AA_1, BB_1, CC_1 на 1/3 длины. Получим точки Д,Р,Е.

2. Провести прямые АД,ВЕ,СР.

Получим Δ NMK, длины которого равны:

$NM = 2 \cdot AA_1$

$MK = 2 \cdot BB_1$

$NK = 2 \cdot CC_1$,

т.е. NM=6, MK=8, NK=10

Так как $10^2=8^2+6^2$, то Δ NMK – прямоугольный.

3. $S_{ABC} = 1/3 \cdot S_{NMK} = 1/3 \cdot ½ \cdot 8 \cdot 6 = 8$

Ответ:8.

ЗАДАЧА №3

Диагонали равнобедренной трапеции взаимно перпендикулярны, а сумма её оснований равна 10 см.

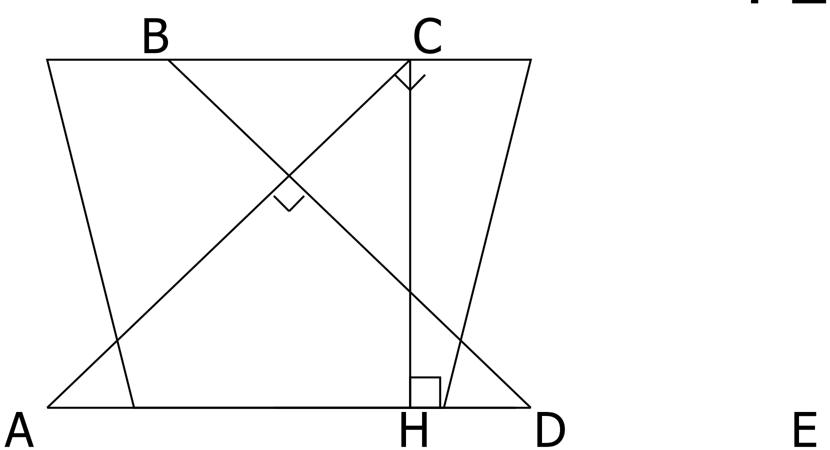
Найти площадь трапеции.

ПОДГОТОВИЛИ:
БАГАЕВ А
АСАУЛЮК Д
ЛИПАТОВА Ж.

Дано: ABCD-равнобедренная трапеция, BC+AD=10 см,

$AC \perp BD$.

РЕШЕНИЕ:



1) Произведём параллельный перенос диагонали BD на вектор BC

2) $S_{ABCD}=S_{ACE}$, т.к $BC+AD=AE$ и CH - общая высота.

3) AC=CE , т.к диагонали равнобедренной трапеции равны.

4) Найдём АС

Пусть АС=x, тогда по теореме Пифагора имеем

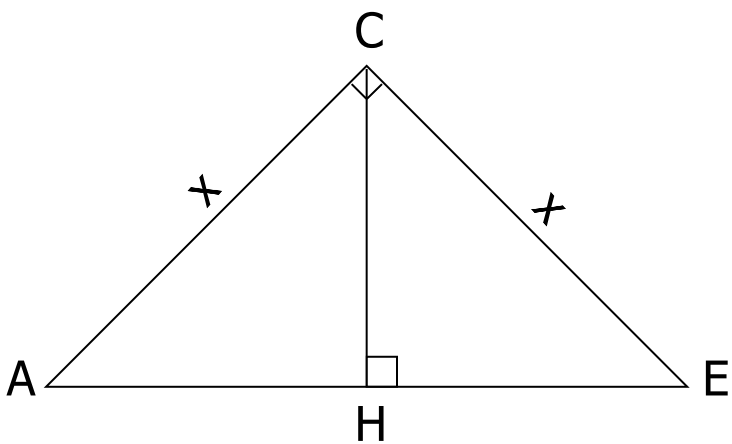
$X^2 + X^2 = 100$

$2X^2 = 100$

$X^2 = 50$

$X = 5\sqrt{2}$

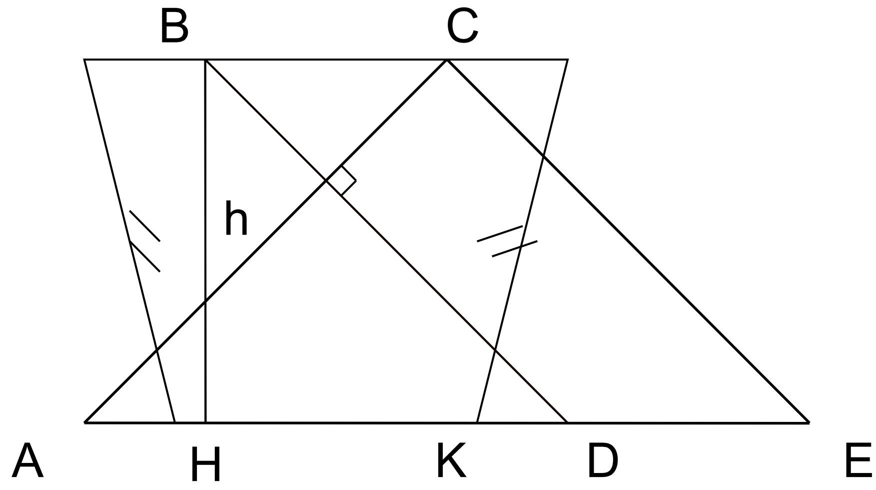
5) $S_{ACE} = 1/2 * (5\sqrt{2})^2 = 1/2 * 50 = 25$



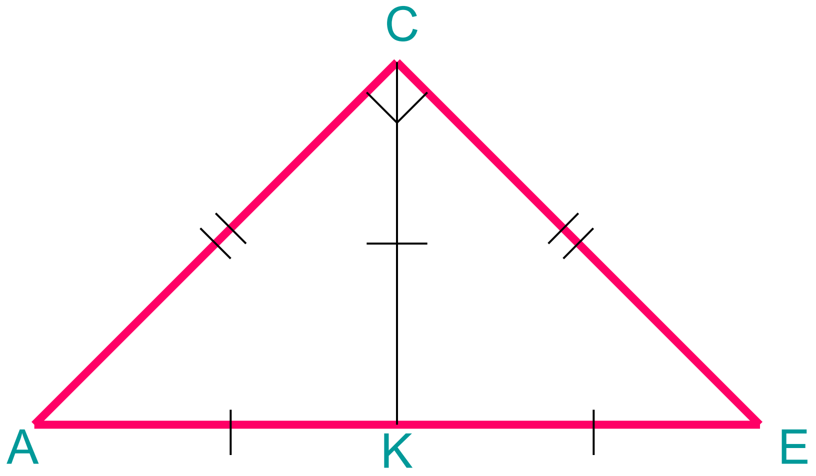
ОТВЕТ: 25 см^2

ЗАДАЧА №4

Найдите площадь равнобедренной трапеции, у которой высота равна h, а диагонали взаимно перпендикулярны.


B
C
h
A
H
K
D
E

РЕШЕНИЕ



1)Треугольник ACE-прямоугольный и равнобедренный

2)CK- медиана, биссектриса и высота

3)CK=AK=h

4)По теореме Пифагора: $AC=\sqrt{h^2+h^2}=h\sqrt{2}$

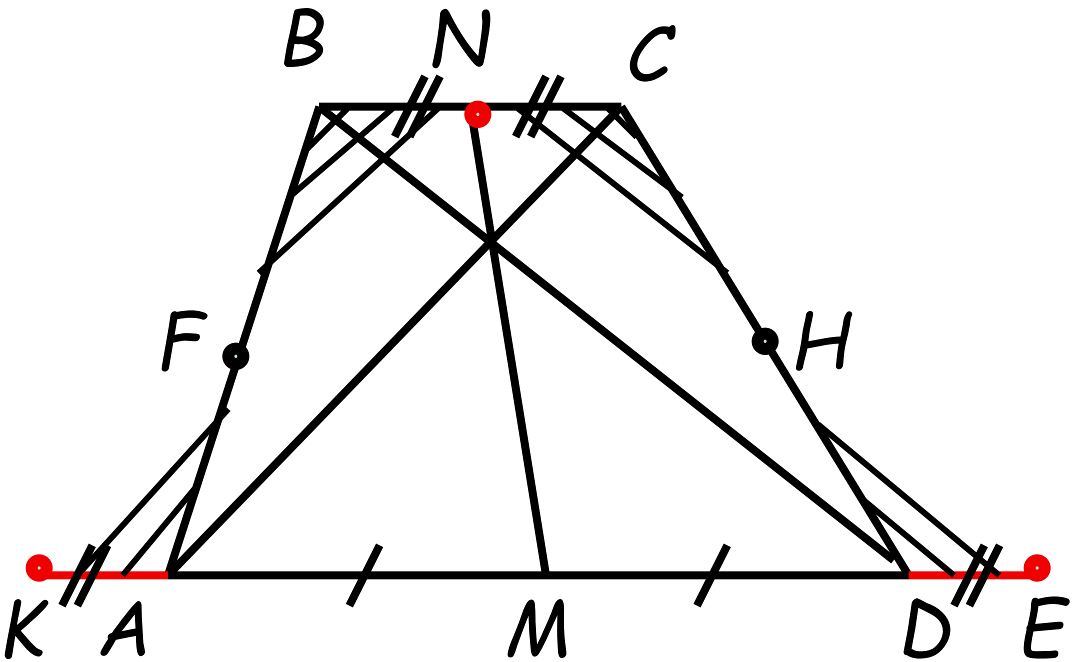
5)Sтр. ABCD=$S_{\triangle}$ ACE=$\frac{1}{2}\,h\sqrt{2}\;h\sqrt{2}=h^2$

Ответ: h^2

Задача №5

Диагонали трапеции равны 3 и 5, а отрезок, соединяющий середины оснований, равен 2. Найти площадь трапеции .

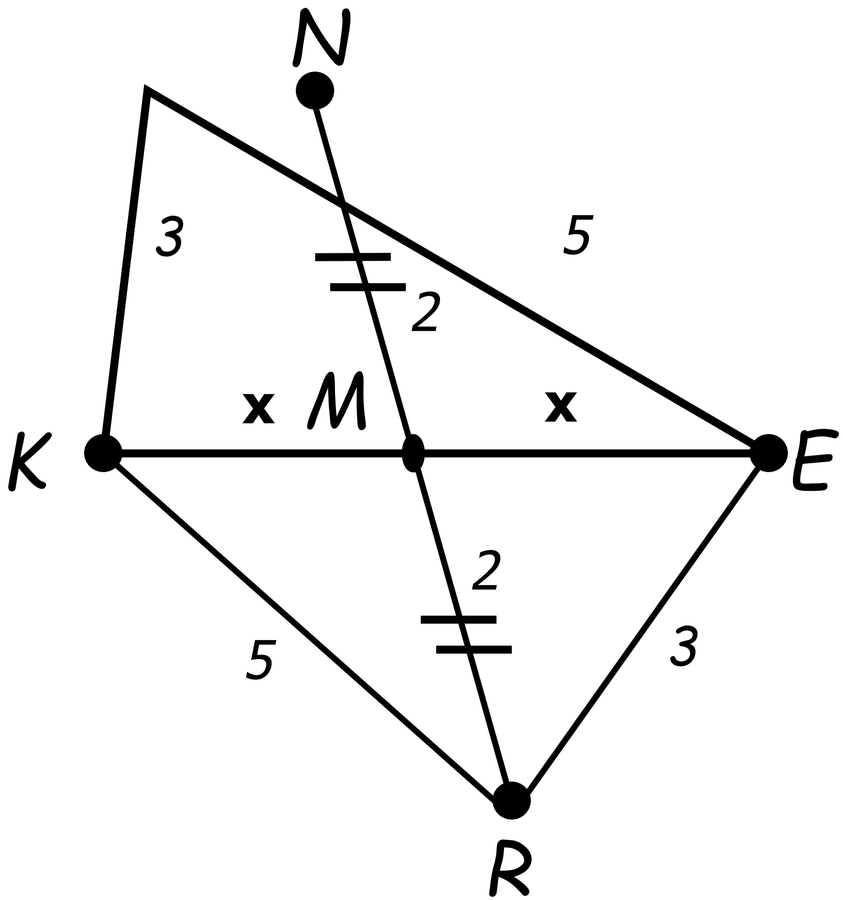
Выполнили: Петров В.
Куликов П.
Черных Р.



Дано: ABCD – трапеция
CA=3;BD=5;NM=2;
BN = NC,AM = MD.
Найти:S_{ABCD}.

Решение:

1) Выполним параллельный перенос диагонали CA на вектор CN и диагонали CA на вектор CN.
2) Получим $\triangle KNE$, где KE=BC+AD и NM-медиана, KN =3, NE=5, NM=2.
3) $S_{KNE} = S_{ABCD}$



4) Рассмотрим KNE:

$KM = ME = x$

$(2x)^2 + 4^2 = 2(3^2 + 5^2)$

$4x^2 + 16 = 68$

$x = \sqrt{13}; \Rightarrow KE = 2\sqrt{13}$

5) ΔKNM-прямоугольный,

т.к $(\sqrt{13})^2 = 3^2 + 2$; $\Rightarrow$

$\angle KNM = 90°$, $S_{KNM} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3$; $\Rightarrow$ $S_{KNE} = 2 \cdot 3 = 6$

Ответ: $S_{ABCD} = 6$

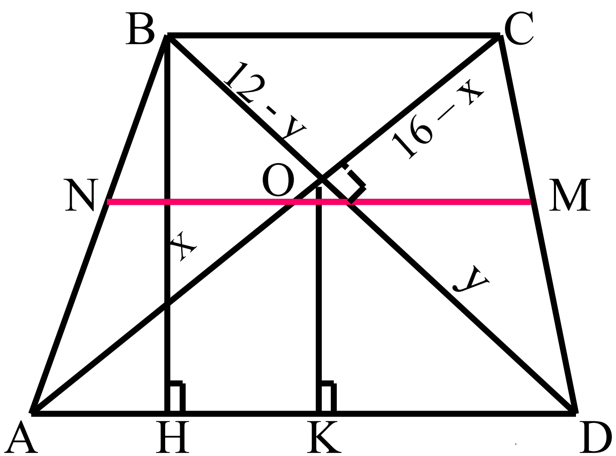
Задача №6

- В трапеции ABCD   AC перпендикулярна BD. AC=16, BD=12. Найти среднюю линию.
- (Эта задача предлагалась на централизованном тестировании по геометрии 2002 г.)

ВЫПОЛНИЛИ:
ДНЕПРОВСКИЙ А.

ЗВЕРЬКОВ Е.

Способ №1



Решение: AO = x, DO = y, OC = 16 – x, BO = 12 – y.

ΔBOC подобен ΔDOA, $12 - y / y = 16 - x / x$; $12x - xy = 16y - xy$; $3x = 4y$; $y = \frac{3}{4}x$.

$3x = 4y$, $y = \frac{3}{4}x$. $S_{тр} = \frac{1}{2}x \cdot \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}(16 - x)(12 - \frac{3}{4}x) + \frac{1}{2}(16 - x) \cdot \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}x \cdot (12 - \frac{3}{4}x) = \frac{3}{8}x^2 + \frac{1}{2}(192 - 12x - 12x + \frac{3}{4}x^2) + 6x - \frac{3}{8}x^2 + 6x - \frac{3}{8}x^2 = \frac{3}{8}x^2 + 96 - 6x - 6x + \frac{3}{8}x^2 + 6x - \frac{3}{8}x^2 + 6x - \frac{3}{8}x^2 = 96.$

$AD^2 = x^2 + (\frac{3}{4}x^2) = 25/16\ x^2$; $AD = 5/4\ x$.

$x \cdot \frac{3}{4}x = 5/4x \cdot OK$; $OK = x \cdot \frac{3}{4}x\ / 5/4x = 3/5x$.

ΔBHD подобен ΔOKD => $BH/OK = BD/OD$; $BH / 3/5x = 12 / \frac{3}{4}x$ => $BH = 36/5x \cdot 4/3x = 9{,}6$.

$S_{тр}\ AD + BC / 2 \cdot BH$; $5/4x + BC / 2 \cdot 9{,}6 = 96$.

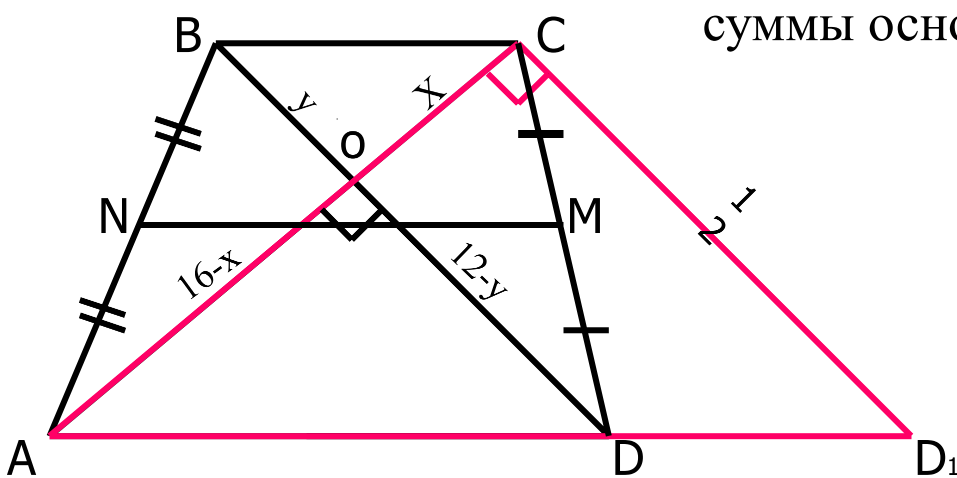
$5/4x + BC / 2 = MN$;

$MN \cdot 9{,}6 = 96$;

$MN = 10$.

Ответ: MN = 10.

Способ №2



Перенесём диагональ BD на вектор BC. Рассмотрим прямоугольный треугольник ACD_1, где гипотенуза AD_1 равна сумме оснований трапеции ABCD, т.к $DBCD_1$ параллелограмм, где $BC=DD_1$, $BD=CD_1$. Из ACD_1 $AD^2_1=AC^2+CD^2_1$, $AD^2_1=16^2+12^2=256+144=400$. $AD^2_1=400$, $AD_1=20$. Средняя линия треугольника равна половине суммы оснований, т.е $MN=AD_1:2=20:2=10$.

Ответ: NM = 10

Главный руководитель:

КОНЕВА ГАЛИНА МИХАЙЛОВНА

Над задачами работали:

ЗАДОРОЖНЫЙ КОНСТАНТИН СЕРГЕЕВИЧ

КИЛИН МИХАИЛ ВЛАДИМИРОВИЧ

ЧЕРНЫХ РОМАН АЛЕКСАНДРОВИЧ

АСЕЕВА МАРИЯ АНДРЕЕВНА

ПРИТУПОВА КРИСТИНА ОЛЕГОВНА

КАПУСТИНА ОЛЬГА АЛЕКСЕЕВНА

БАГАЕВ АЛЕКСАНДР НИКОЛАЕВИЧ

АСАУЛЮК ДЕНИС ОЛЕГОВИЧ