

Урок –

ПРЕЗЕНТАЦИЯ

по геометрии в 9^а

классе.

Тема: Решение геометрических задач

способом

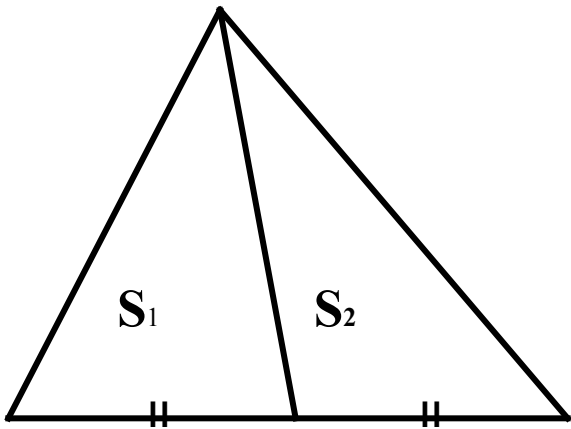
дополнительного построения.

Учитель: Конёва Г.
М.

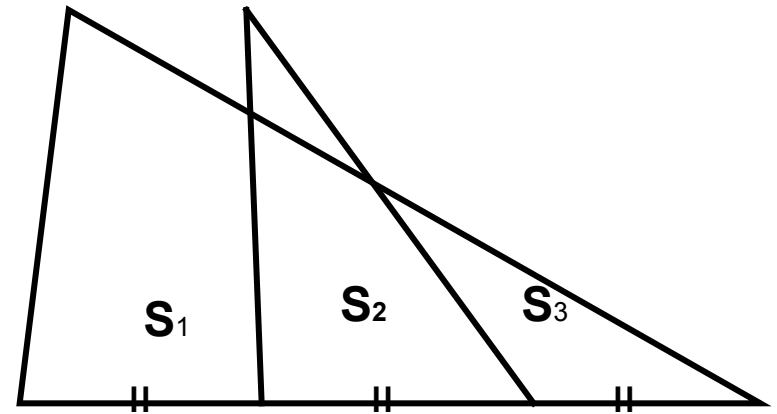
21 апреля 2004

года

Опорные устные задачи.

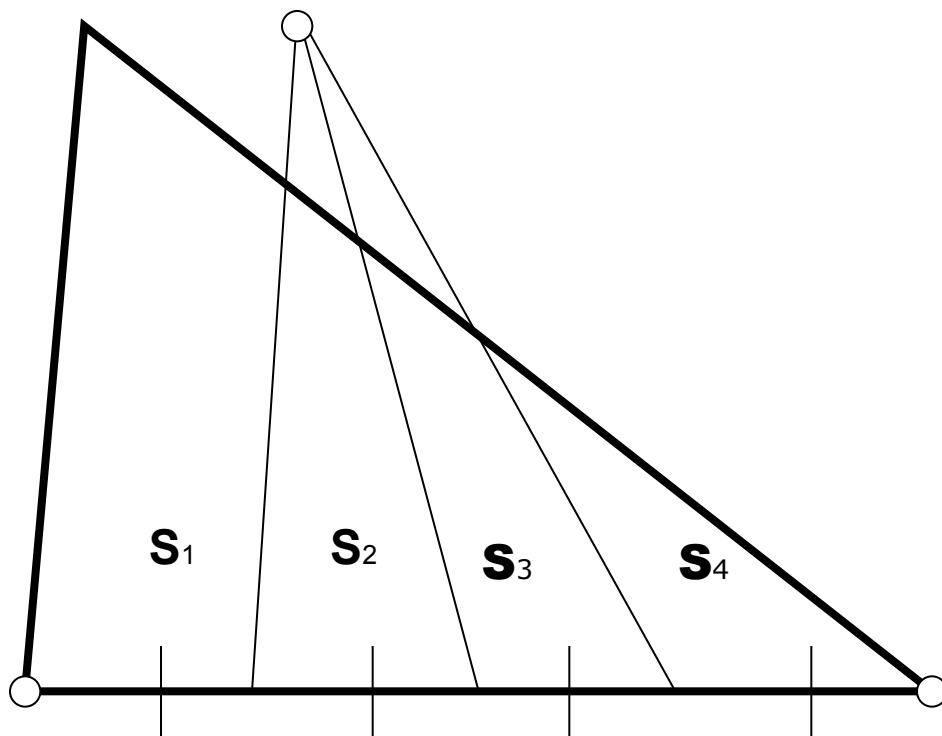


$$S_1 = S_2$$

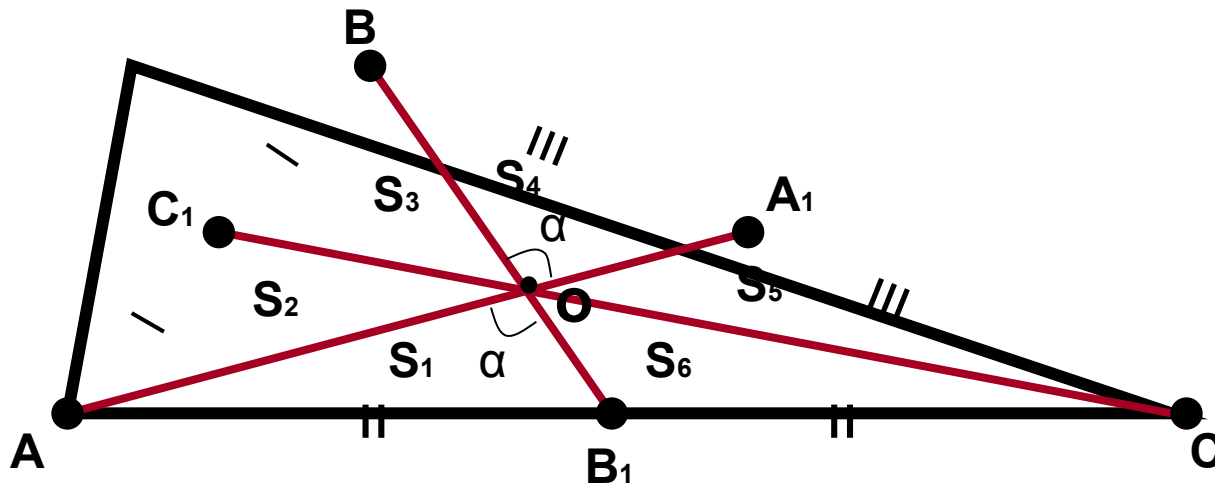


$$S_1 = S_2 = S_3$$

Опорные устные задачи.



$$S_1 = S_2 = S_3 = S_4$$



1. Докажите, что $S_1 = S_6, S_2 = S_3, S_4 = S_6$.
2. Докажите, что $S_1 = S_4, S_3 = S_6, S_2 = S_5$.
3. Докажите, что $S_1 = S_2 = S_3 = S_4 = S_5 = S_6$.

Задача

№ 1

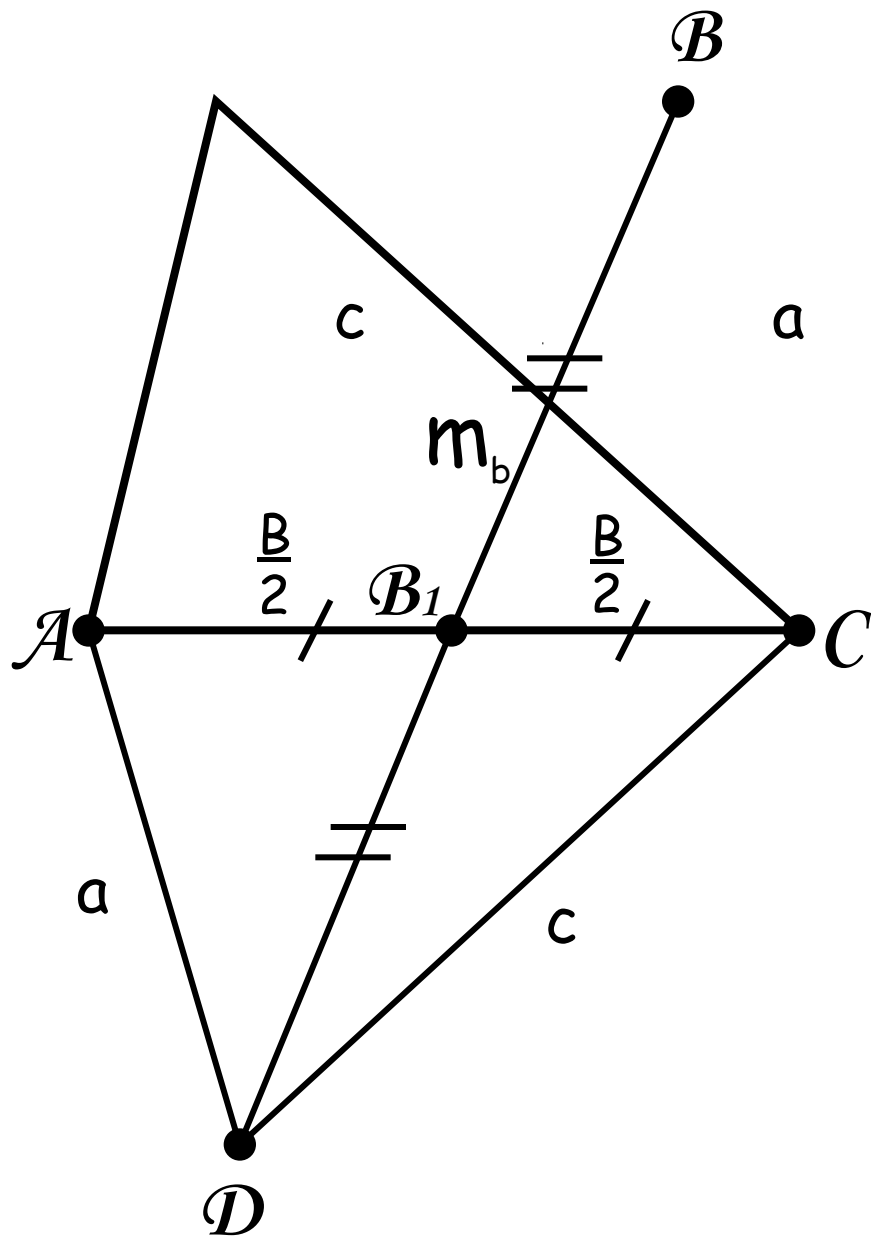
Решение геометрических задач
методом дополнительного построения

Главный руководитель :
КОНЕВА ГАЛИНА МИХАЙЛОВНА

Выполнили работу ученики 9 «А» Задорожный К. и
Килин М.

ЗАДАЧА № 1

- Найти медианы треугольника, если известны стороны a, b, c .



Решение:

$$(2m_b)^2 + b^2 = 2(a^2 + c^2)$$

$$4m_b^2 = 2a^2 + 2c^2 - b^2$$

$$m_b = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2c^2 - b^2}$$

Аналогично доказывается, что

$$m_a = \frac{1}{2} \sqrt{2b^2 + 2c^2 - a^2}$$

$$m_c = \frac{1}{2} \sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}$$

Рациональное решение геометрической задачи.

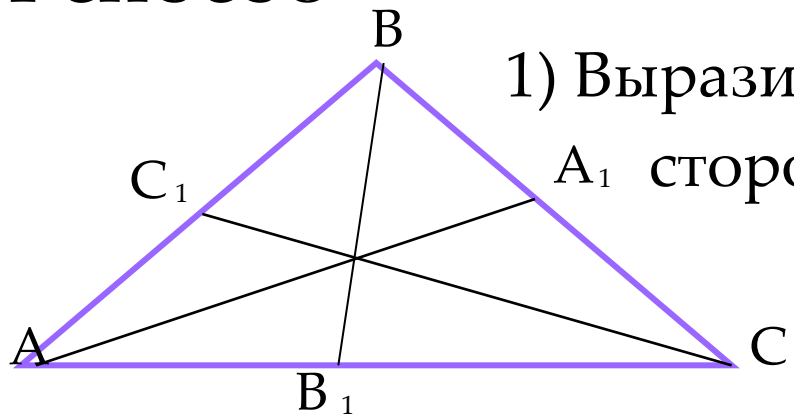
Выполнили:

Асеева Мария, Притупова Кристина, Капустина Оля

ЗАДАЧА №2

Найти площадь треугольника по трем известным медианам: 3, 4, 5.

I способ



1) Выразим медианы треугольника через стороны по известным формулам.

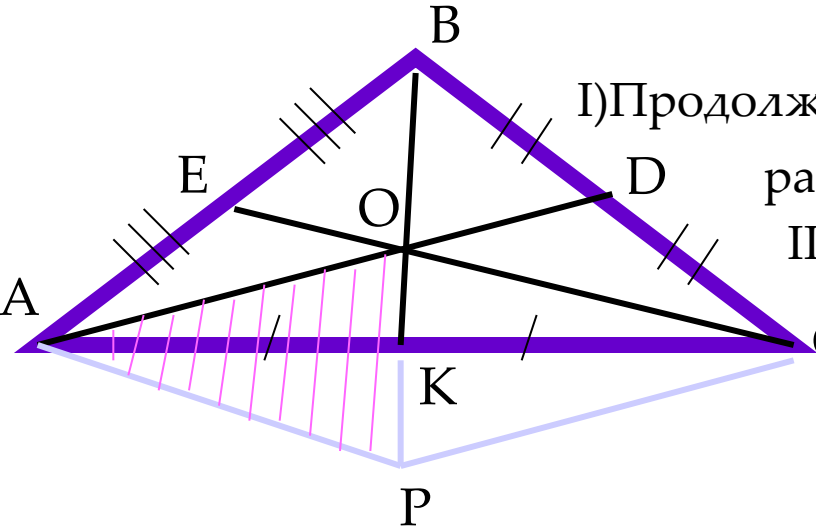
$$4m_b = 2a^2 + 2c^2 - b^2$$

$$4m_a = 2b^2 + 2c^2 - a^2$$

$$4m_c = 2a^2 + 2b^2 - c^2$$

2) Решив эту систему, найдем стороны треугольника ABC, а затем по формуле Герона найдем площадь треугольника.

II способ



I) Продолжим медиану BK на расстояние, равное ОК.

II) Проведем прямые AP и CP, которые пересекутся в точке P.

III) Рассмотрим 2 треугольника: $\triangle AOB$ и $\triangle AOP$

$$1) S_{\triangle ABO} = S_{\triangle AOP} = \frac{1}{3} \cdot S_{\triangle ABC}$$

$$CO = AP = \frac{2}{3} \cdot 5 = 3\frac{1}{3}$$

$$AO = \frac{2}{3} \cdot 4 = 2\frac{2}{3}$$

$$OP = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2$$

2) Найдем площадь треугольника AOP по формуле Герона:

$$S_{\triangle AOP} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

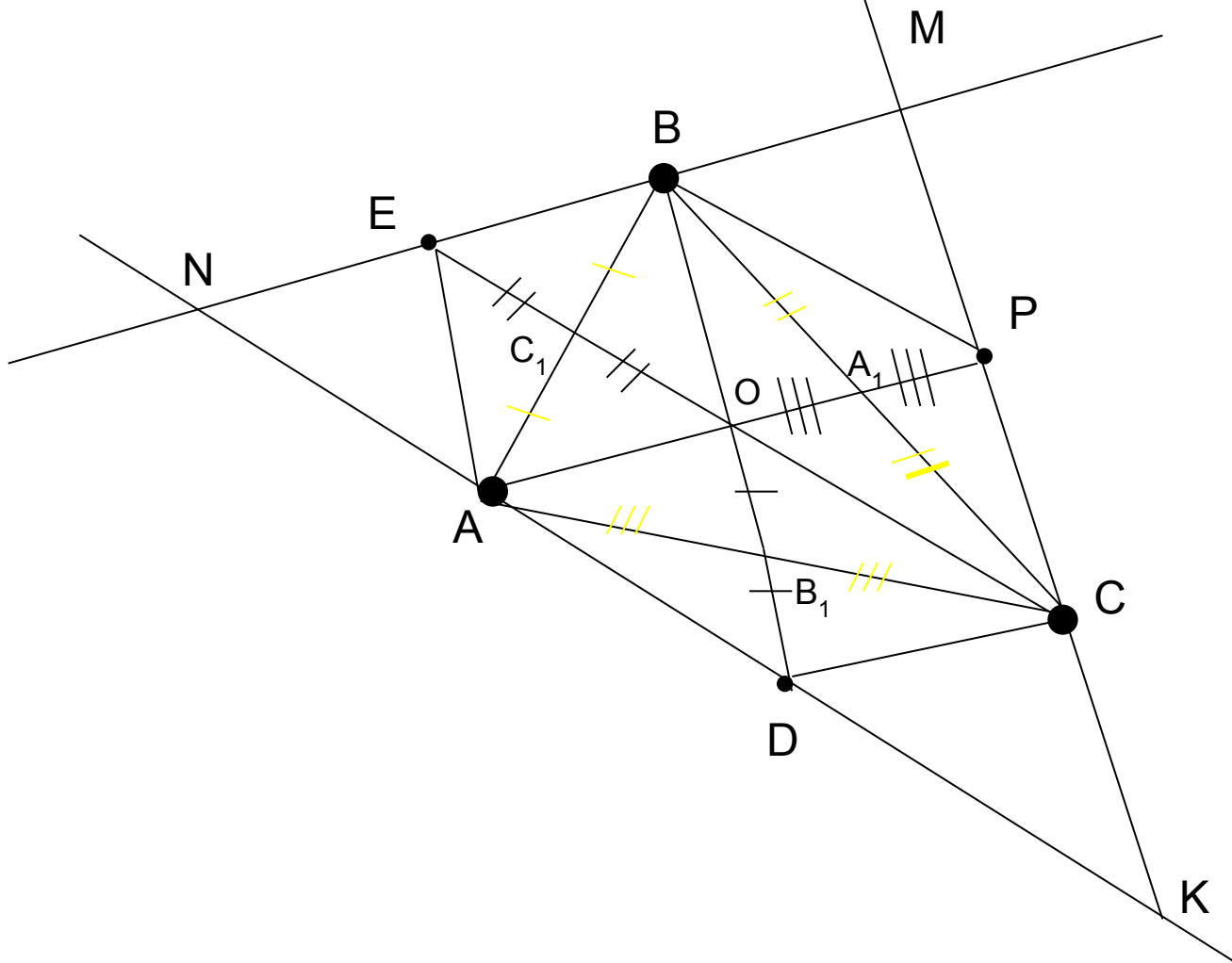
$$p = (3\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3} + 2) : 2 = 4$$

$$S_{\triangle AOP} = \sqrt{4 \cdot (4 - 3\frac{1}{3}) \cdot (4 - 2\frac{2}{3}) \cdot (4 - 2)} = \sqrt{4 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{3} \cdot 2} = 2\frac{2}{3}$$

$$3) S_{\triangle ABC} = 3 \cdot 2\frac{2}{3} = 8$$

3 СПОСОБ

Дано: $\triangle ABC$; $CC_1=5$; $BB_1=4$; $AA_1=3$
 где CC_1 , BB_1 , и AA_1 – медианы.
 Найти: S_{ABC}



Построение и решение:

1. Продлить медианы AA_1 , BB_1 , CC_1 на $1/3$ длины. Получим точки D, P, E .

2. Провести прямые AD, BE, CP .

Получим $\triangle NМК$, длины которого равны:

$$NM = 2 \cdot AA_1$$

$$MK = 2 \cdot BB_1$$

$$NK = 2 \cdot CC_1,$$

т.е. $NM=6$, $MK=8$, $NK=10$

Так как $10^2=8^2+6^2$, то $\triangle NМК$ –
прямоугольный.

$$3. S_{ABC} = 1/3 \cdot S_{NМК} = 1/3 \cdot 1/2 \cdot 8 \cdot 6 = 8$$

Ответ:8.

ЗАДАЧА №3

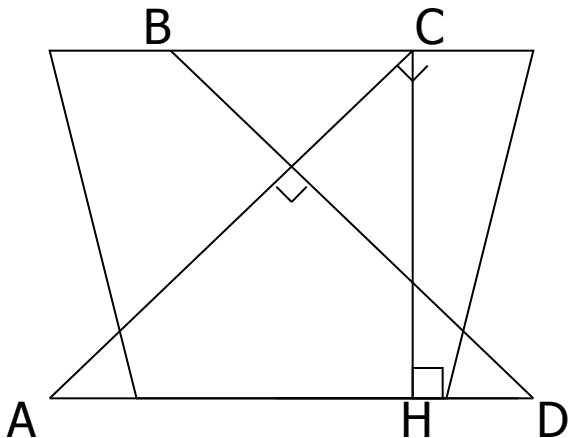
Диагонали равнобедренной трапеции взаимно перпендикулярны, а сумма её оснований равна 10 см.

Найти площадь трапеции.

ПОДГОТОВИЛИ:
БАГАЕВ А
АСАУЛЮК Д
ЛИПАТОВА Ж.

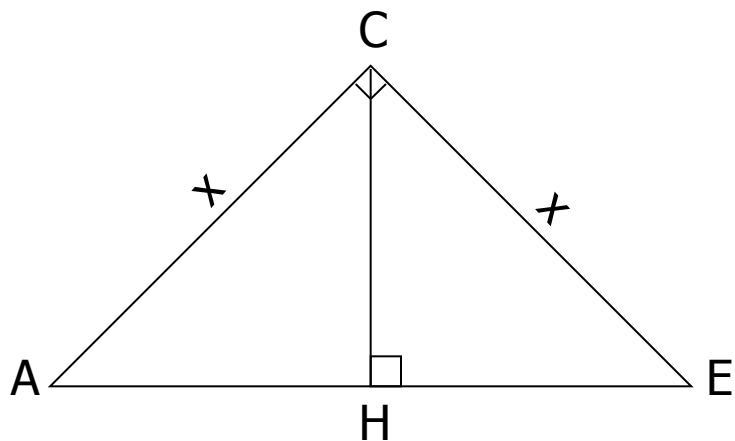
Дано: ABCD-равнобедренная трапеция, $BC+AD=10$ см,
 $AC \perp BD$.

РЕШЕНИЕ:



1) Произведём параллельный перенос диагонали BD на вектор BC

Е 2) $S_{ABCD} = S_{ACE}$, т.к $BC+AD=AE$ и CH - общая высота.



3) $AC=CE$, т.к диагонали равнобедренной трапеции равны.

4) Найдём AC

Пусть $AC=x$, тогда по теореме Пифагора имеем

$$x^2 + x^2 = 100$$

$$2x^2 = 100$$

$$x^2 = 50$$

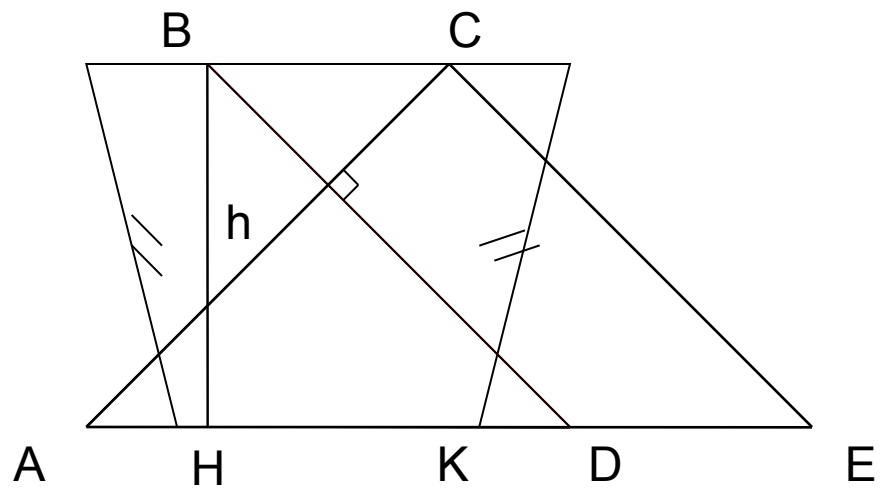
$$x = 5\sqrt{2}$$

$$5) S_{ACE} = 1/2 * (5\sqrt{2})^2 = 1/2 * 50 = 25$$

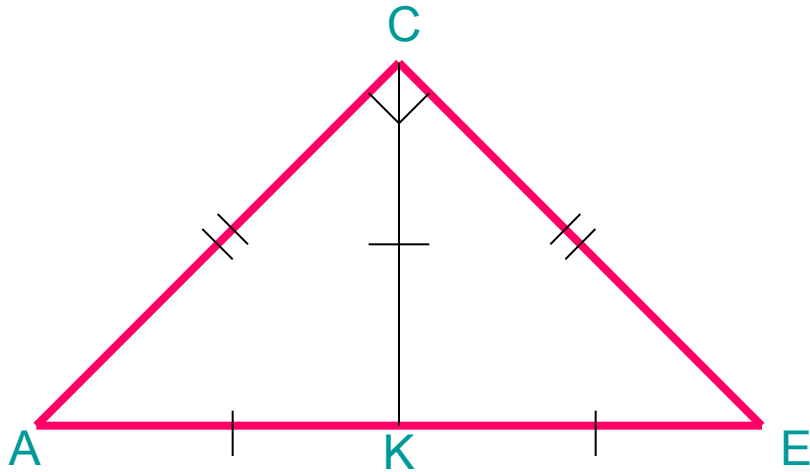
ОТВЕТ: 25 см^2

ЗАДАЧА №4

Найдите площадь равнобедренной трапеции, у которой высота равна h , а диагонали взаимно перпендикулярны.



РЕШЕНИЕ



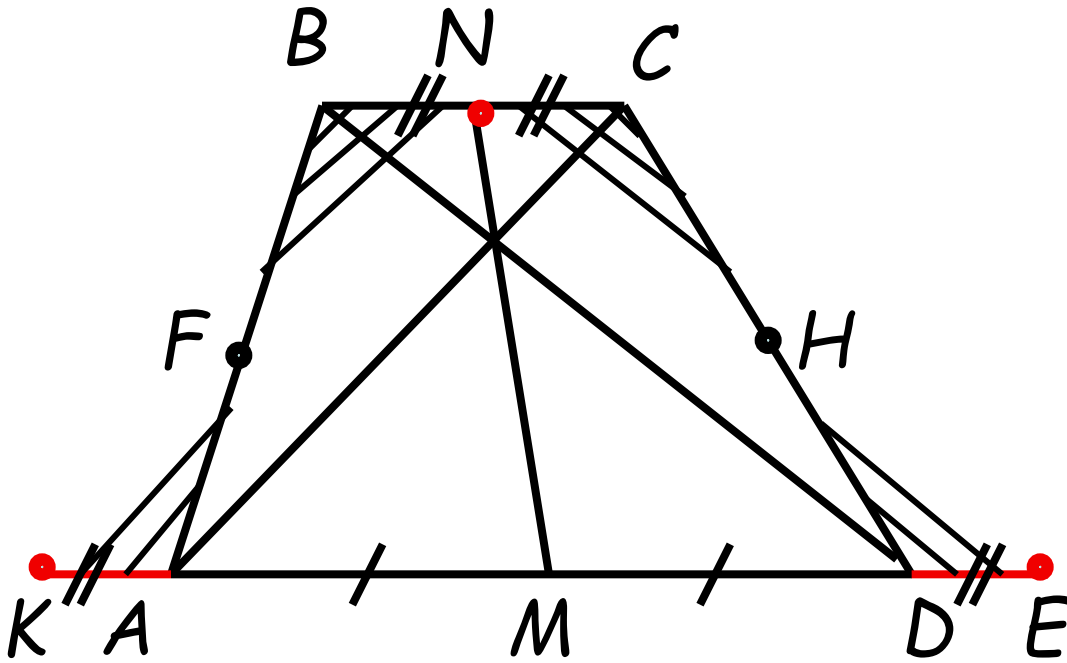
- 1) Треугольник ACE-прямоугольный и равнобедренный
- 2) CK- медиана, биссектриса и высота
- 3) $CK=AK=h$
- 4) По теореме Пифагора: $AC=\sqrt{h^2+h^2}=h\sqrt{2}$
- 5) $S_{\triangle ACE}=\frac{1}{2} h\sqrt{2} \cdot h\sqrt{2}=h^2$

Ответ: h^2

Задача №5

Диагонали трапеции равны 3 и 5, а отрезок, соединяющий середины оснований, равен 2. Найти площадь трапеции .

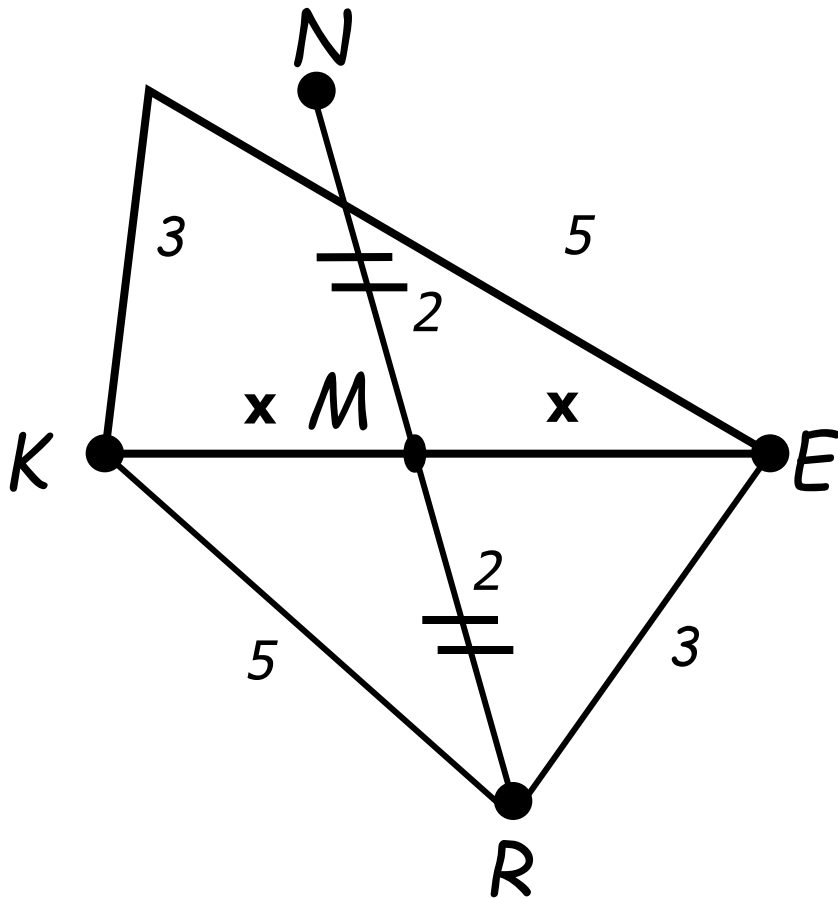
Выполнили: Петров В.
Куликов П.
Черных Р.



Дано: $ABCD$ - трапеция
 $CA=3$; $BD=5$; $NM=2$;
 $BN = NC$, $AM = MD$.
 Найти: S_{ABCD} .

Решение:

- 1) Выполним параллельный перенос диагонали CA на вектор CN и диагонали CA на вектор CN .
- 2) Получим $\triangle KNE$, где $KE=BC+AD$ и NM -медиана, $KN=3$, $NE=5$, $NM=2$.
- 3) $S_{KNE} = S_{ABCD}$



4) Рассмотрим KNE :

$$KM = ME = x$$

$$(2x)^2 + 4^2 = 2(3^2 + 5^2)$$

$$4x^2 + 16 = 68$$

$$x = \sqrt{13}; \Rightarrow KE = 2\sqrt{13}$$

5) $\triangle KNM$ -прямоугольный,

$$\text{т.к. } (\sqrt{13})^2 = 3^2 + 2^2; \Rightarrow$$

$$\angle KNM = 90^\circ, S_{KNM} =$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 = 3; \Rightarrow S_{KNE} = 2 \cdot 3 = 6$$

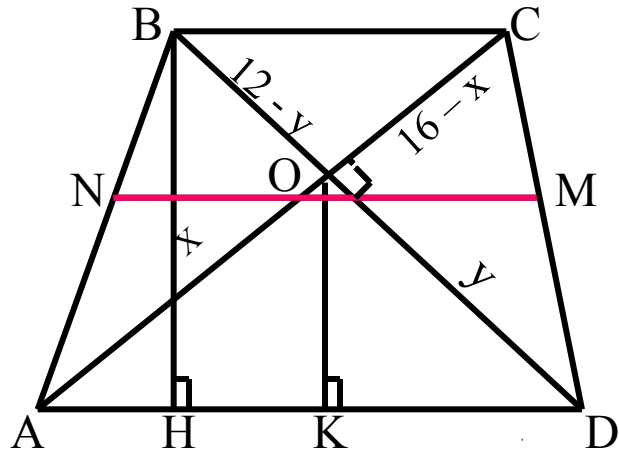
Ответ: $S_{ABCD} = 6$

Задача №6

- В трапеции $ABCD$ AC перпендикулярна BD . $AC=16$, $BD=12$. Найти среднюю линию.
- (Эта задача предлагалась на централизованном тестировании по геометрии 2002 г.)

ВЫПОЛНИЛИ:
ДНЕПРОВСКИЙ А.
ЗВЕРЬКОВ Е.

Способ №1



Решение: $AO = x$, $DO = y$, $OC = 16 - x$, $BO = 12 - y$.
 $\triangle BOC$ подобен $\triangle DOA$, $12 - y/y = 16 - x/x$; $12x - xy = 16y - xy$; $3x = 4y$; $y = \frac{3}{4}x$.

$$3x = 4y, \quad y = \frac{3}{4}x. \quad S_{\text{тр}} = \frac{1}{2}x \cdot \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}(16 - x)(12 - \frac{3}{4}x) + \frac{1}{2}(16 - x) \cdot \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}x \cdot (12 - \frac{3}{4}x) = \frac{3}{8}x^2 + \frac{1}{2}(192 - 12x - 12x + \frac{3}{4}x^2) + 6x - \frac{3}{8}x^2 + 6x - \frac{3}{8}x^2 = \frac{3}{8}x^2 + 96 - 6x - 6x + \frac{3}{8}x^2 + 6x - \frac{3}{8}x^2 + 6x - \frac{3}{8}x^2 = 96.$$

$$AD^2 = x^2 + (\frac{3}{4}x)^2 = \frac{25}{16}x^2; \quad AD = \frac{5}{4}x.$$

$$x \cdot \frac{3}{4}x = \frac{5}{4}x \cdot OK; \quad OK = x \cdot \frac{3}{4}x / \frac{5}{4}x = \frac{3}{5}x.$$

$$\triangle BHD \text{ подобен } \triangle OKD \Rightarrow BH/OK = BD/OD; \quad BH/\frac{3}{5}x = \frac{12}{\frac{3}{4}x} \Rightarrow BH = \frac{36}{5}x \cdot \frac{4}{3}x = 9,6.$$

$$S_{\text{тр}} AD + BC/2 \cdot BH; \quad \frac{5}{4}x + BC/2 \cdot 9,6 = 96.$$

$$\frac{5}{4}x + BC/2 = MN;$$

$$MN \cdot 9,6 = 96;$$

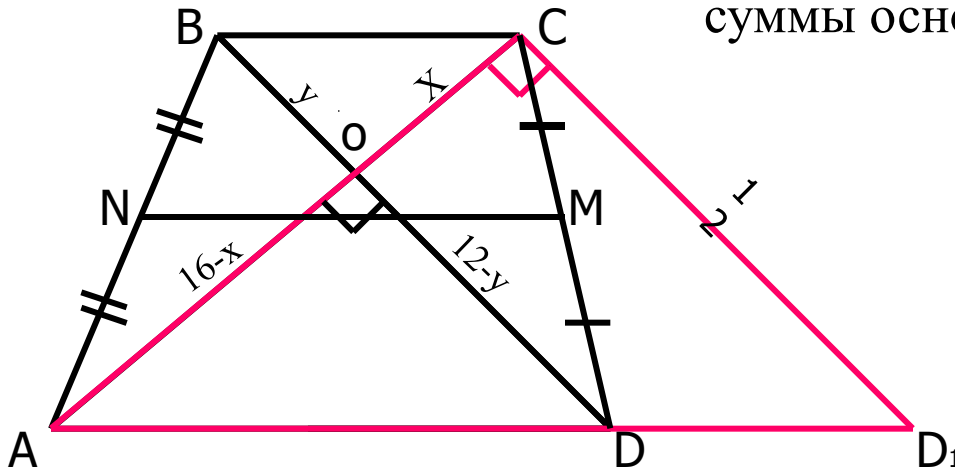
$$MN = 10.$$

Ответ: $MN = 10$.

Способ №2

Перенесём диагональ BD на вектор BC .
 Рассмотрим прямоугольный треугольник ACD_1 , где гипотенуза AD_1 равна сумме оснований трапеции $ABCD$, т.к. $DBCD_1$ параллелограмм, где $BC=DD_1$, $BD=CD_1$. Из ACD_1 $AD_1^2 = AC^2 + CD_1^2$, $AD_1^2 = 16^2 + 12^2 = 256 + 144 = 400$. $AD_1^2 = 400$, $AD_1 = 20$.
 Средняя линия треугольника равна половине суммы оснований, т.е. $MN = AD_1 : 2 = 20 : 2 = 10$.

Ответ: $NM = 10$



Главный руководитель:
КОНЕВА ГАЛИНА МИХАЙЛОВНА

Над задачами работали:
ЗАДОРОВНИЙ КОНСТАНТИН СЕРГЕЕВИЧ
КИЛИН МИХАИЛ ВЛАДИМИРОВИЧ
ЧЕРНЫХ РОМАН АЛЕКСАНДРОВИЧ
АСЕЕВА МАРИЯ АНДРЕЕВНА
ПРИТУПОВА КРИСТИНА ОЛЕГОВНА
КАПУСТИНА ОЛЬГА АЛЕКСЕЕВНА
БАГАЕВ АЛЕКСАНДР НИКОЛАЕВИЧ
АСАУДИК ДЕНИС ОЛЕГОВИЧ