

**Урок алгебры**

**10 класс**

**Учитель математики**

**Калита Н.А.**

*Скажи мне – и я  
Решение  
забуду,  
Покажи мне – и я  
простейшим  
запомню,  
тригонометри  
Вовлеки меня – и я  
числ  
пойму.  
неравенств*

?

Какие неравенства называют тригонометрическими?

?

Что значит решить тригонометрическое неравенство?

?

Как периодичность влияет на решение неравенства?

?

Какие методы используют при решении?

?

Как записать решение неравенства?

?

С чего начать?

Тригонометрические  
функции

Тригонометрические  
тождества

Тригонометрические  
уравнения

Тригонометрические  
неравенства

# Простейшие тригонометрические неравенства

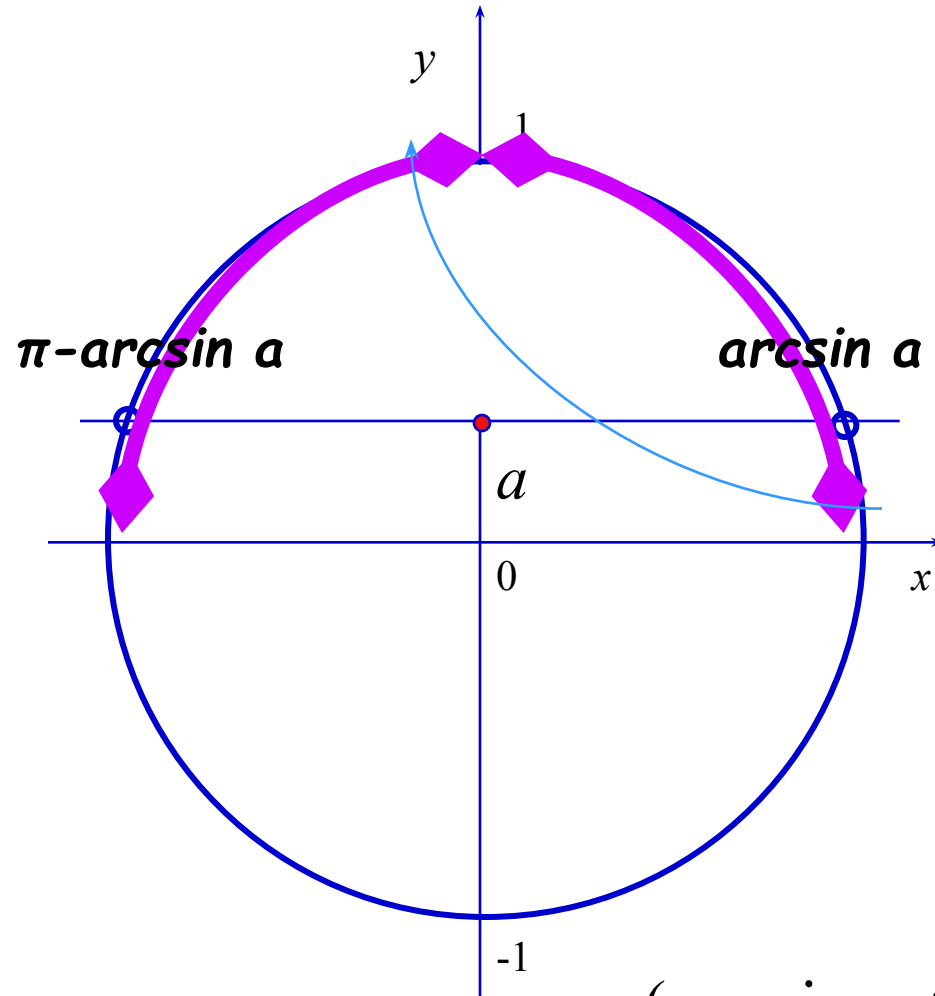
$$\sin x > a$$

$$\sin x \leq a$$

$$\cos x > a$$

$$\cos x \leq a$$

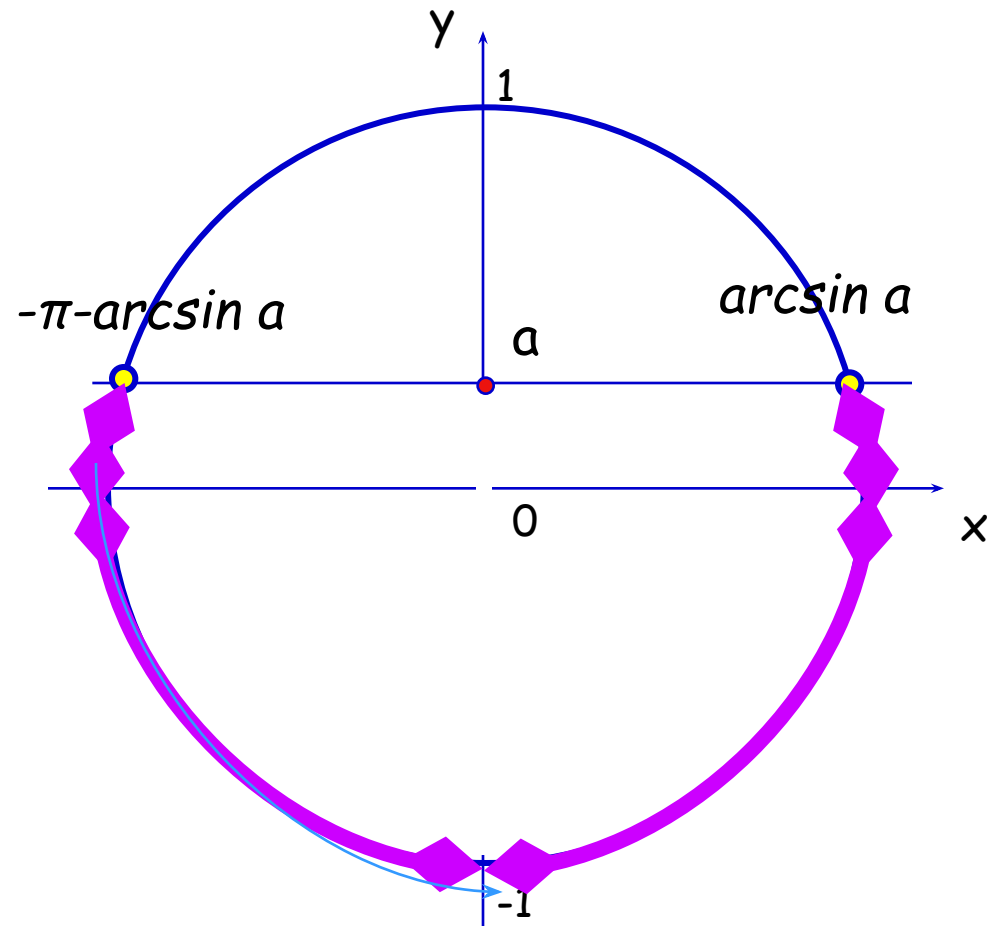
# Неравенство $\sin x > a$



1. Отметить на оси ординат интервал  $y > a$ .
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in (\arcsin a + 2\pi n; \pi - \arcsin a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$

# Неравенство $\sin x \leq a$



1. Отметить на оси ординат интервал  $y \leq a$ .
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in \left[ -\pi - \arcsin a + 2\pi n; \arcsin a + 2\pi n \right], n \in \mathbb{Z}$$

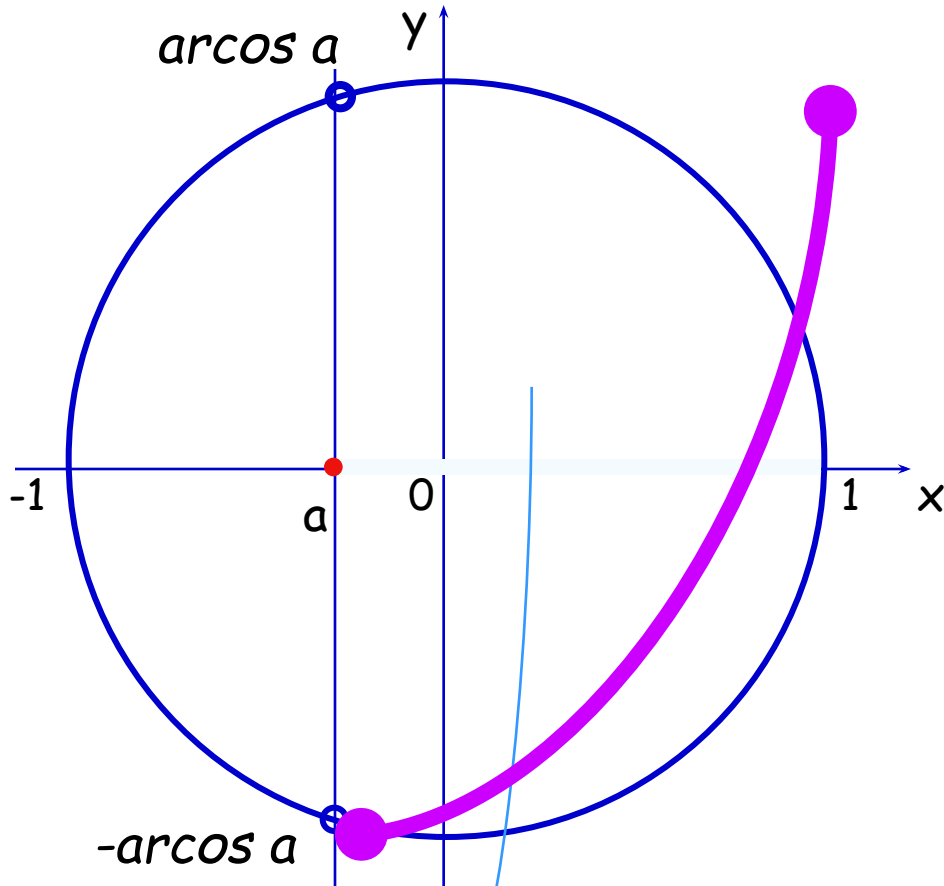
# Примеры решения неравенств

$$\sin x \leq a \quad \text{и} \quad \sin x > a$$





# Неравенство $\cos x > a$



1. Отметить на оси абсцисс интервал  $x > a$ .

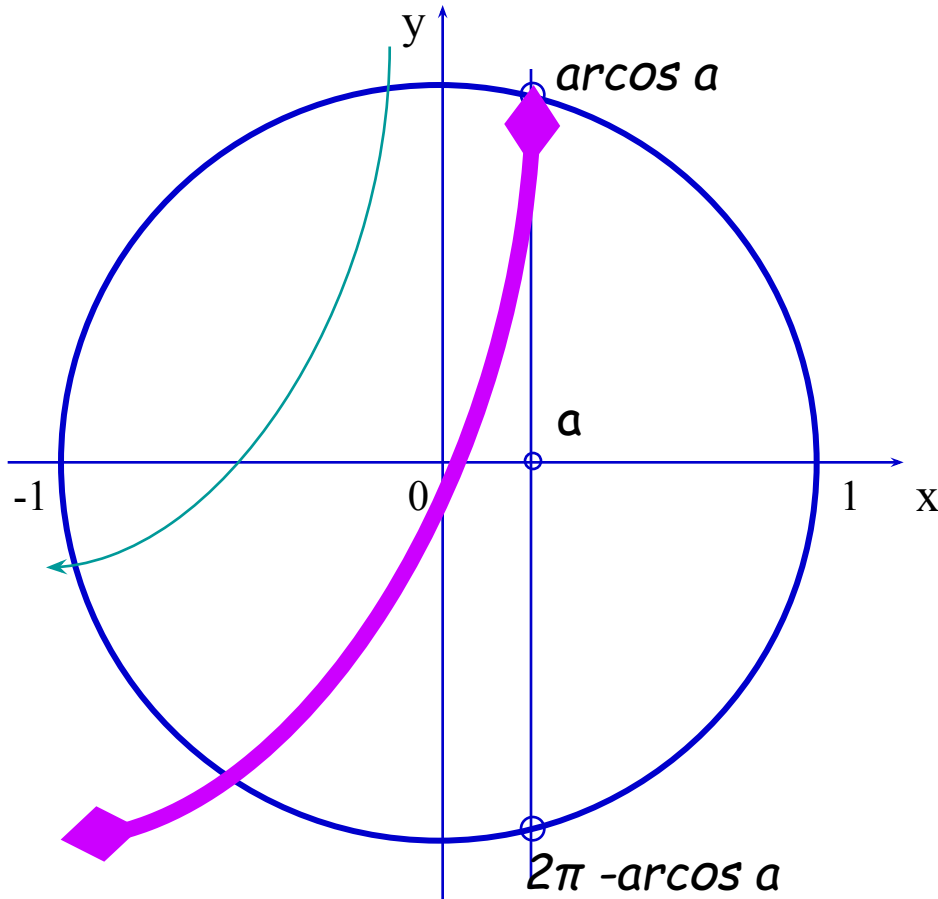
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.

3. Записать числовые значения граничных точек дуги.

4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in (-\arccos a + 2\pi n; \arccos a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$

# Неравенство $\cos x \leq a$



1. Отметить на оси абсцисс интервал  $x \leq a$ .

2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.

3. Записать числовые значения граничных точек дуги.

4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in [ \arccos a + 2\pi n; 2\pi - \arccos a + 2\pi n ], n \in Z$$

# Примеры решения неравенств

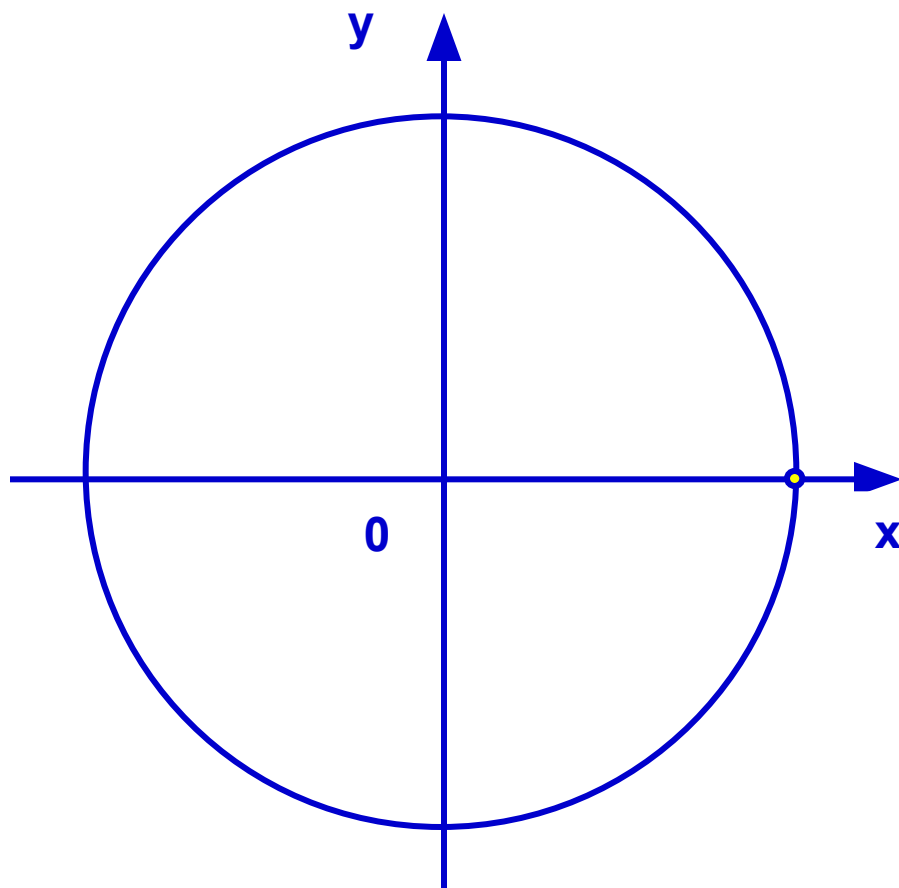
$$\cos x \leq a \quad \text{и} \quad \cos x > a$$



1

## Решаем сами

(используем карандаш или фломастер, решения и ответы запишем в тетради)



$$\sin x \geq -\frac{1}{2}$$

Нужна  
шпаргалка?  
Жми!

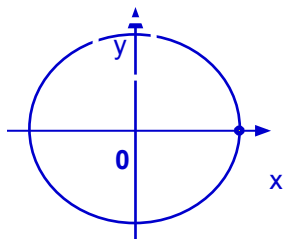
Проверим?

2

## Решаем сами

(используем карандаш или фломастер, решения и ответы запишем в тетради)

$$\sin x \leq 1/3.$$



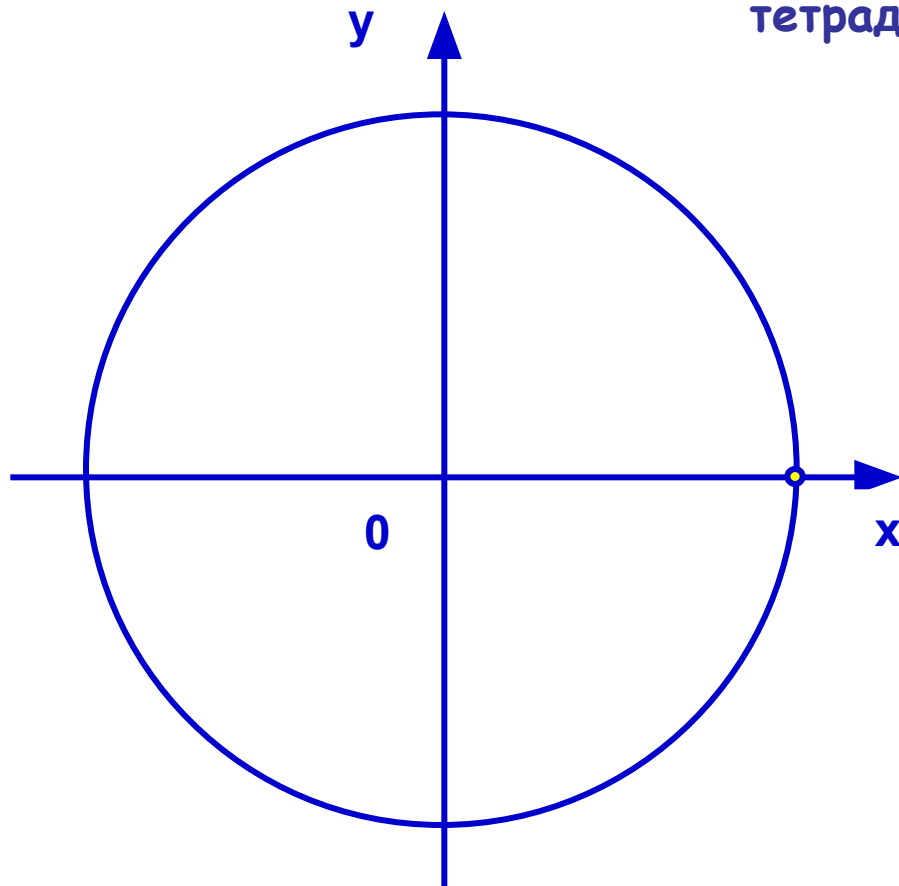
Нужна  
шпаргалка?  
Жми!

Проверим?

3

## Решаем сами

(используем карандаш или фломастер, решения и ответы запишем в тетради)



$$\cos 3x \geq -\frac{1}{2}$$

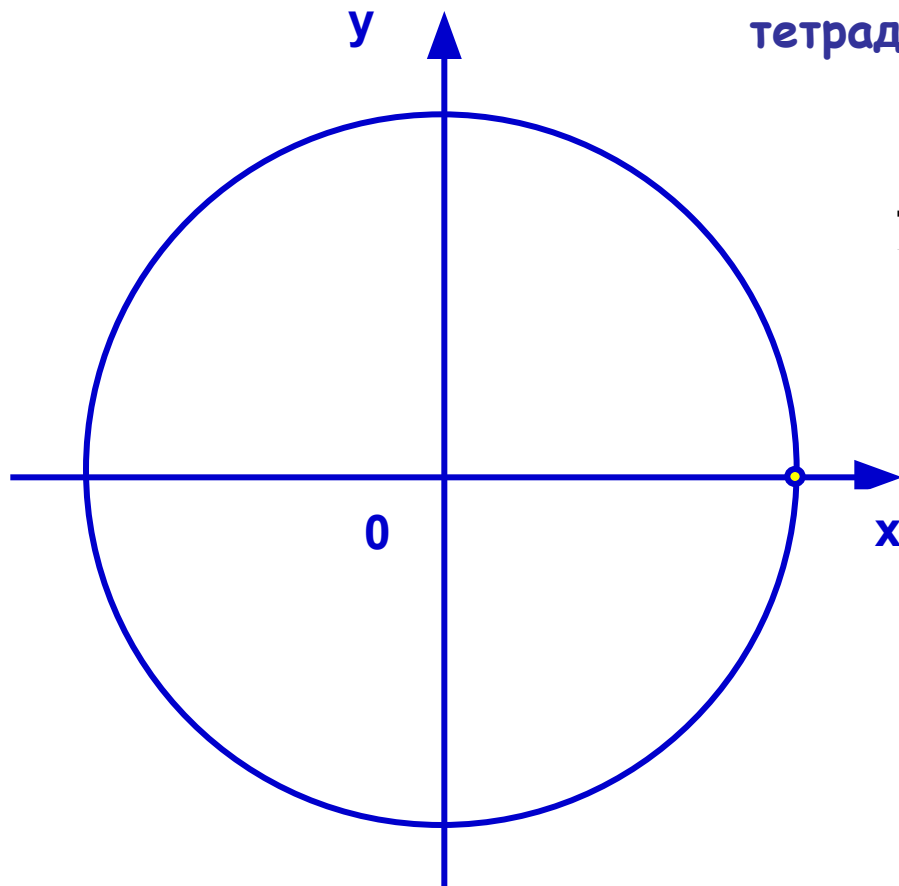
Нужна  
шпаргалка?  
Жми!

Проверим?

4

## Решаем сами

(используем карандаш или фломастер, решения и ответы запишем в тетради)



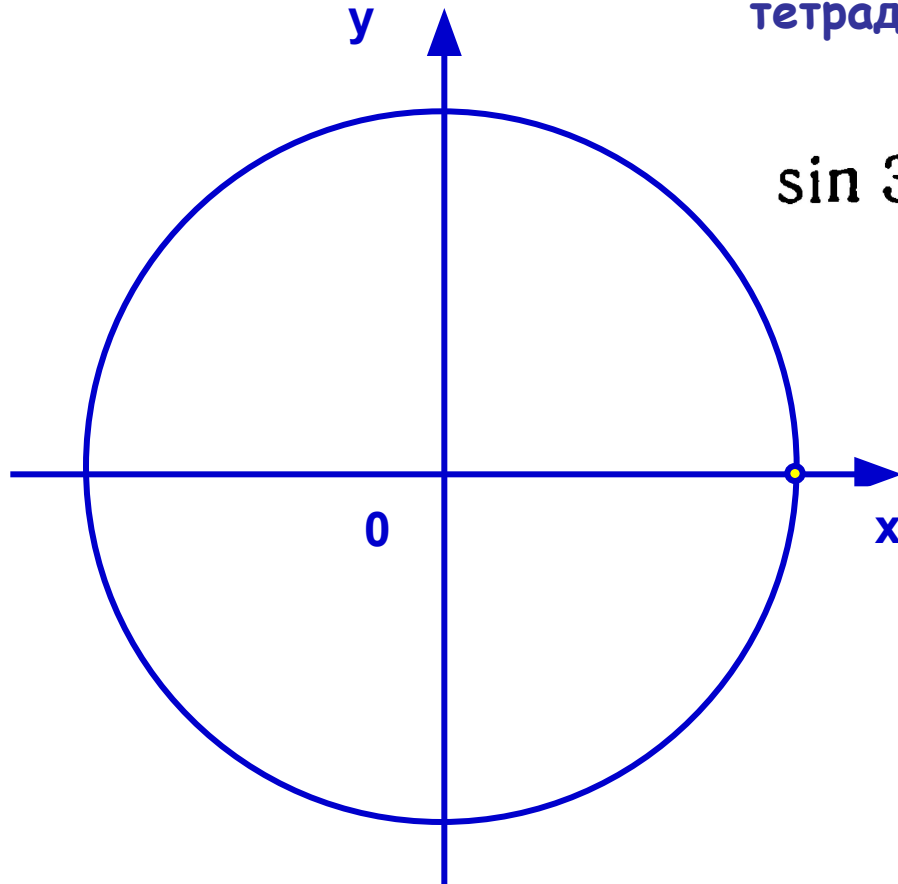
$$\cos \left( x - \frac{\pi}{6} \right) \geq \frac{1}{2}.$$

Проверим?

## Решаем сами

5

(используем карандаш или фломастер, решения и ответы запишем в тетради)



$$\sin 3x \cos x + \cos 3x \sin x \geq \frac{1}{2}.$$

Проверим?



# Выбрать правильный ответ

$$\sin x > 1$$

$\mathbb{R}$

$$\cos x > -3$$

$\emptyset$

$$\sin x \geq -5$$

$-1$

$$\cos x \leq -1,5$$

$\emptyset$

# Выбрать правильный ответ

$$\cos x > -3$$

1

$$\cos x < 2$$

$\emptyset$

$$\cos x \geq 1$$

R

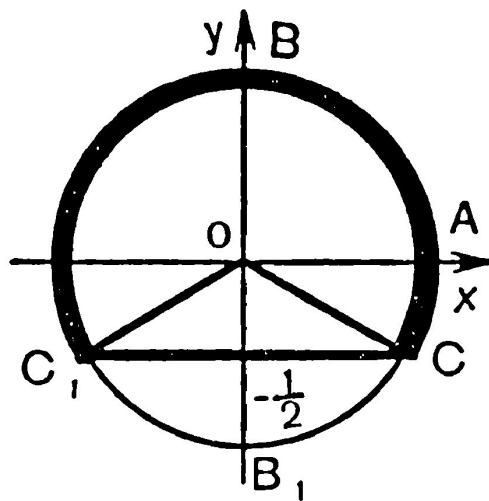
$$\cos x \leq -1,5$$

R

# Решаем сами

$$\sin x \geq -\frac{1}{2}$$

1

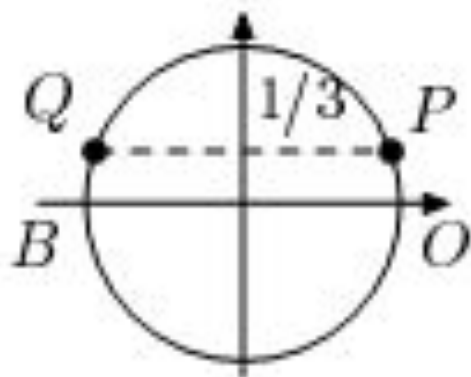


$$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k \leq x \leq \frac{7\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbf{Z}.$$



2

## Решаем сами



$$\sin x \leq 1/3.$$

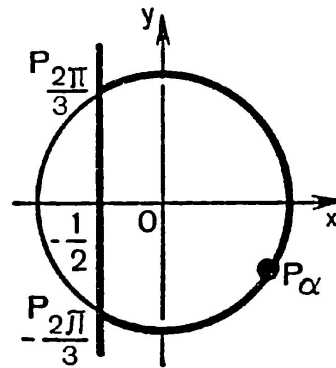
$$\left[ -\pi - \arcsin \frac{1}{3} + 2\pi k; \arcsin \frac{1}{3} + 2\pi k \right] \quad (k \in \mathbb{Z}).$$



3

## Решаем сами

$$\cos 3x \geq -\frac{1}{2}$$



$$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \leq 3x \leq \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z};$$
$$-\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$



4

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \geq \frac{1}{2}.$$

$\left[-\frac{\pi}{6} + 2n\pi; \frac{\pi}{2} + 2n\pi\right], n \in \mathbb{Z}$ . Решение.  $-\frac{\pi}{3} + 2n\pi \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{3} + 2n\pi$  (рис. 38),  $-\frac{\pi}{6} + 2n\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2n\pi$ .

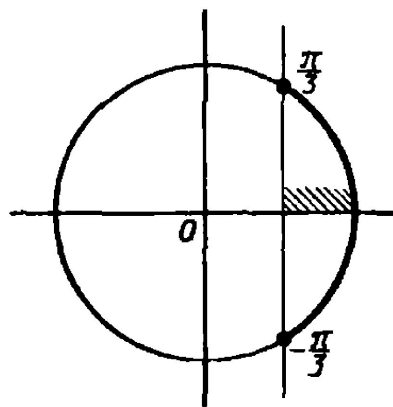
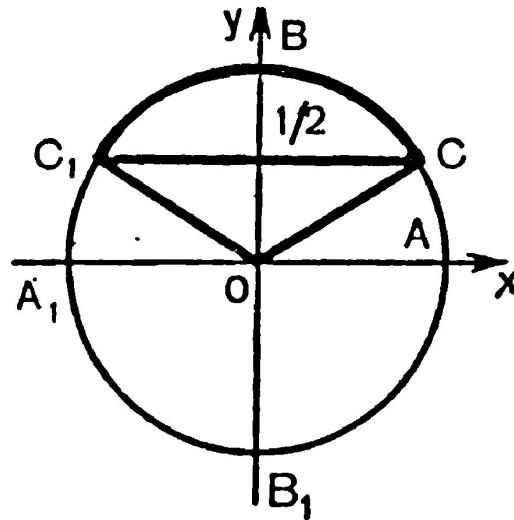


Рис. 38



5

$$\sin 3x \cos x + \cos 3x \sin x \geq \frac{1}{2}.$$



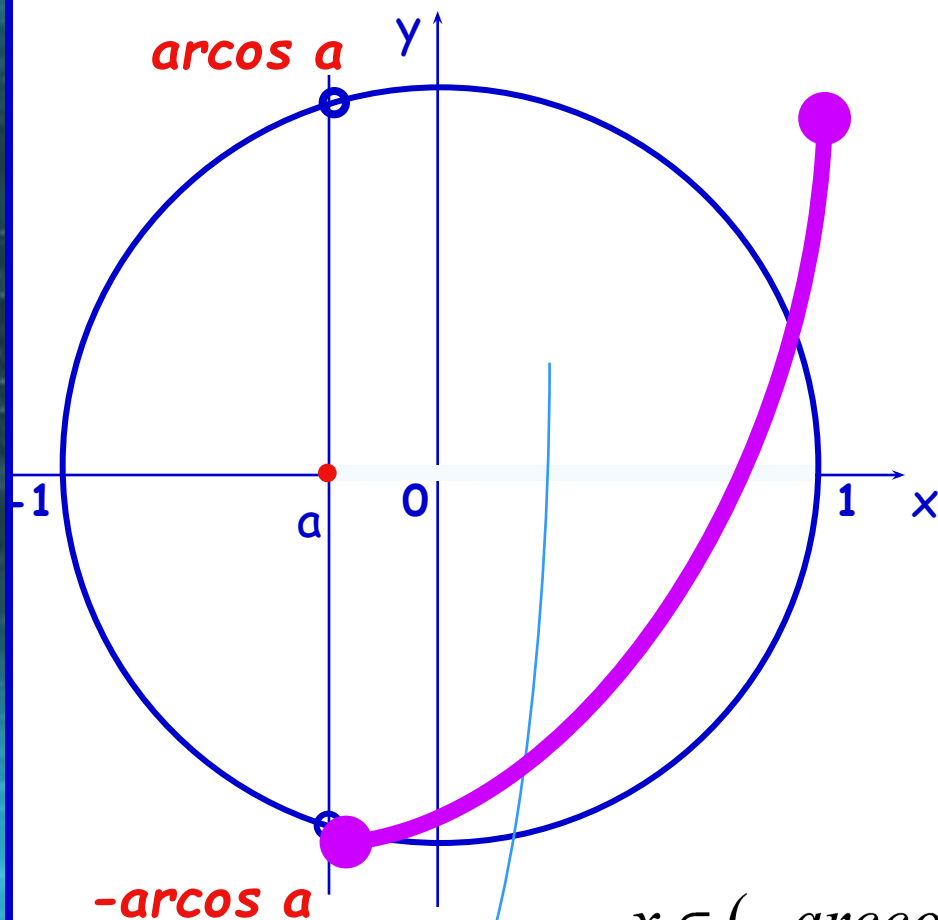
Пользуясь рисунком   находим:

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi k \leq 4x \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z},$$

откуда  $\frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi k}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}.$



# Неравенство $\cos x > a$



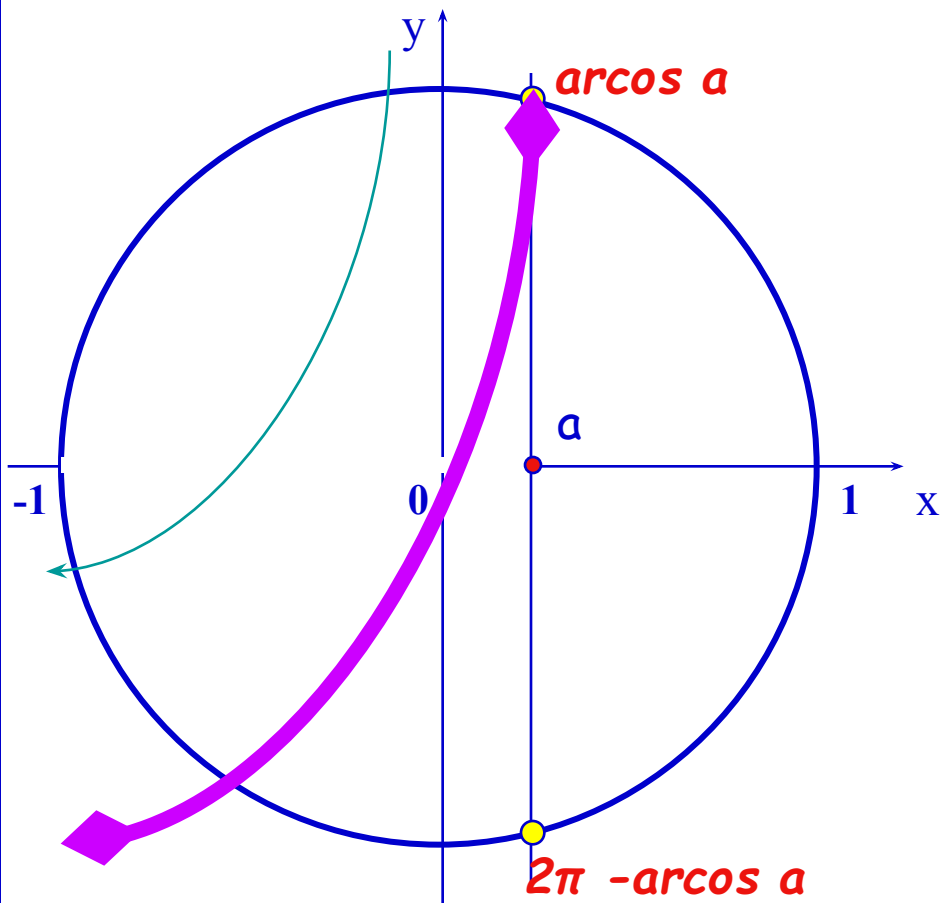
1. Отметить на оси абсцисс интервал  $x > a$ .
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in (-\arccos a + 2\pi n; \arccos a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$





# Неравенство $\cos x \leq a$



1. Отметить на оси абсцисс интервал  $x \leq a$ .

2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.

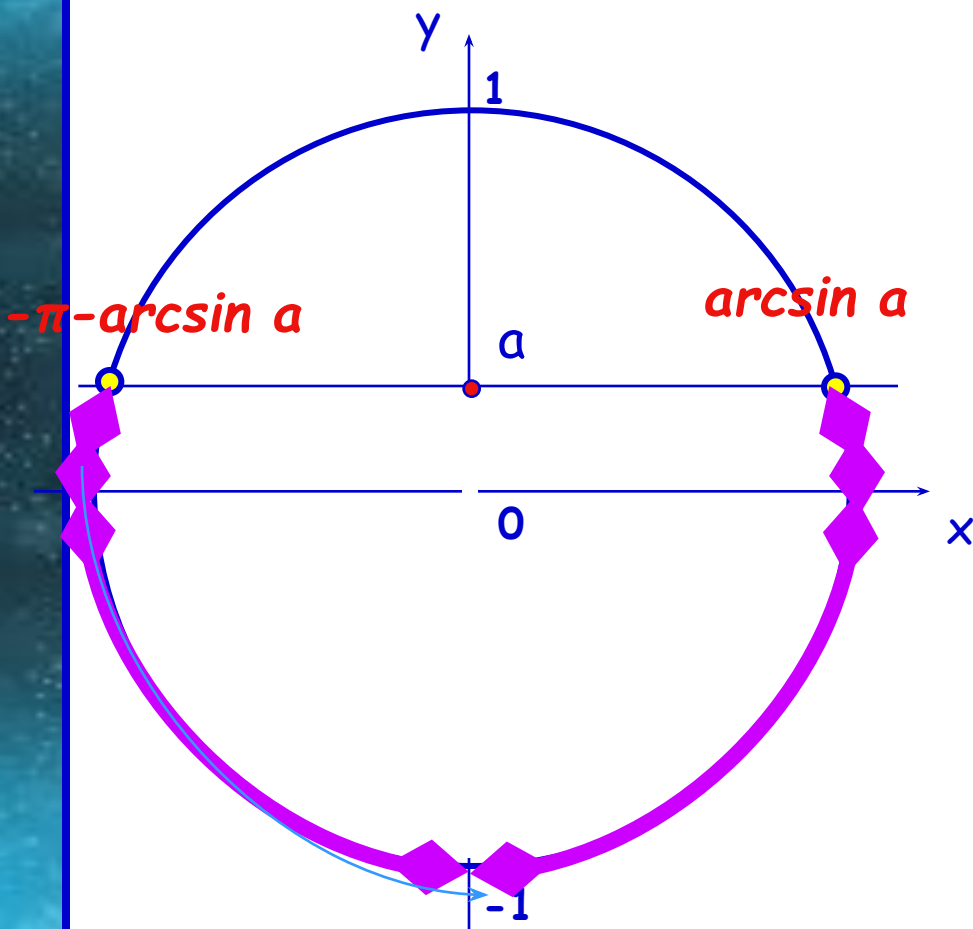
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.

4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in [ \arccos a + 2\pi n; 2\pi - \arccos a + 2\pi n ], n \in \mathbb{Z}$$



# Неравенство $\sin x \leq a$

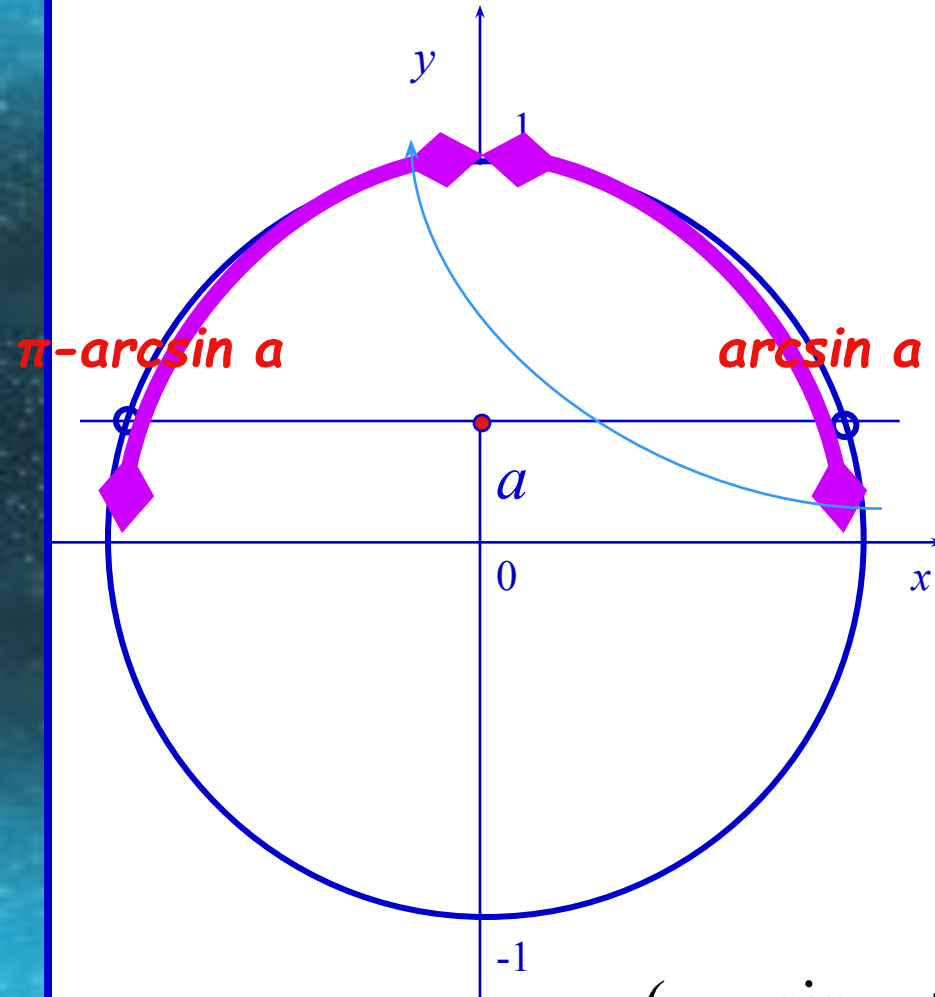


1. Отметить на оси ординат интервал  $y \leq a$ .
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in \left[ -\pi - \arcsin a + 2\pi n; \arcsin a + 2\pi n \right], n \in \mathbb{Z}$$



# Неравенство $\sin x > a$



1. Отметить на оси ординат интервал  $y > a$ .
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in (\arcsin a + 2\pi n; \pi - \arcsin a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$









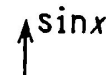






# Тригонометрический круг шпаргалки

**1** Тригонометрический круг — круг единичного радиуса на плоскости с фиксированной системой координат, начало которых совпадает с центром круга.



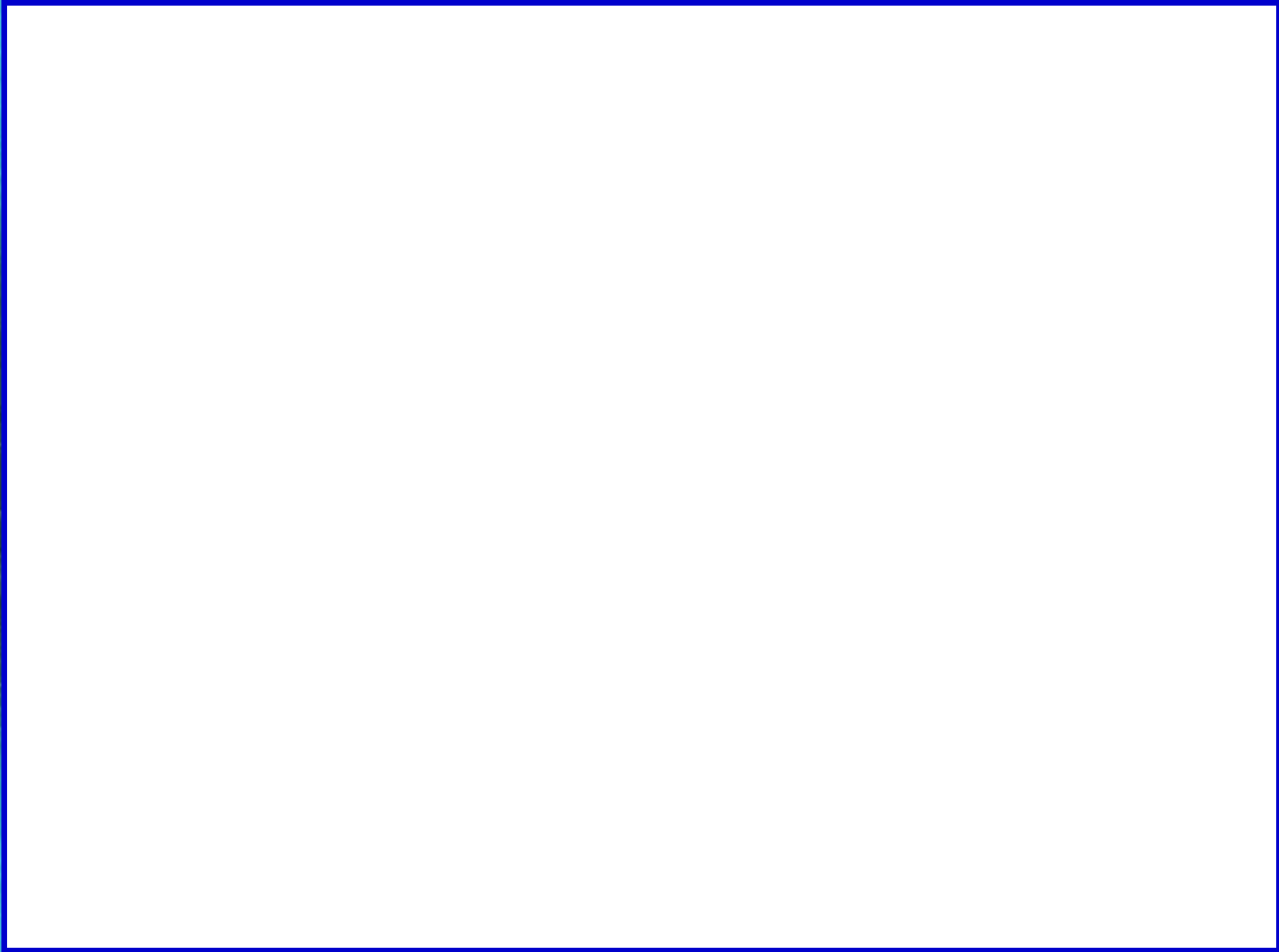
↑ sin x

**2** Ось косинусов совпадает с осью абсцисс, а косинус числа  $x_0$  можно определить как абсциссу точки, соответствующей на окружности числу  $x_0$  (рис. 5.3).



**3** Ось синусов совпадает с осью ординат, а синус числа  $x_0$  равен по определению ординате точки  $x_0$  на числовой окружности (рис. 5.3).







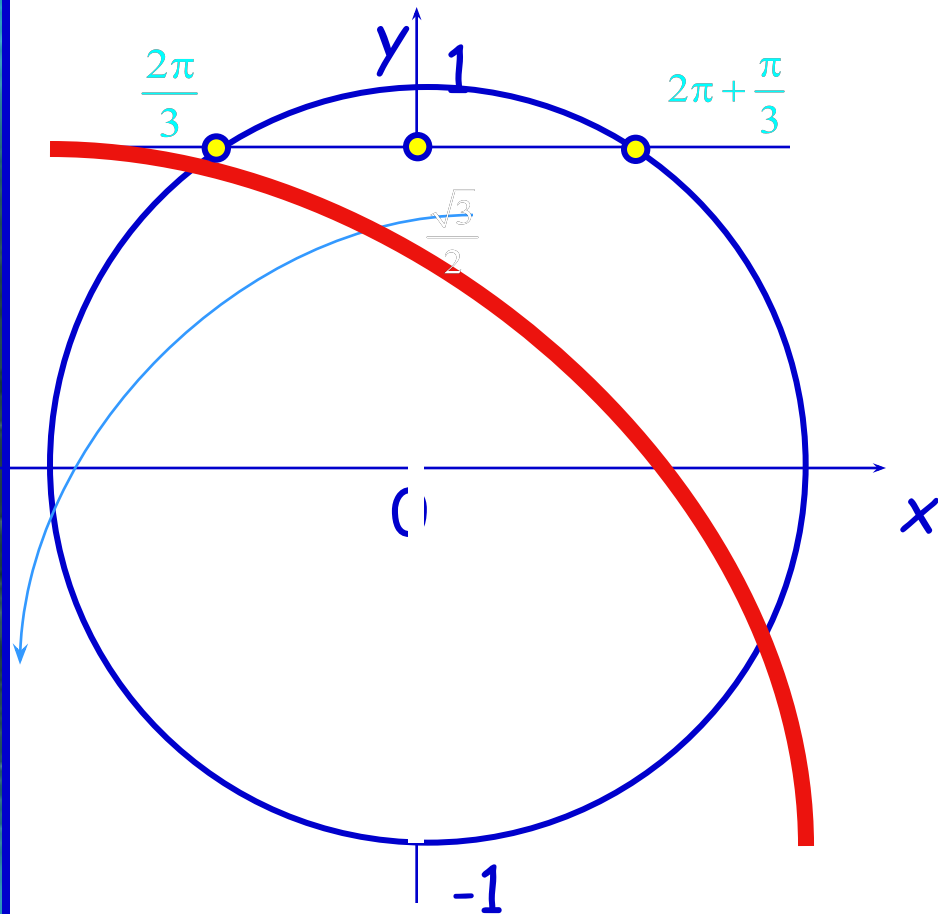


**Примеры решения неравенств**  
 **$\cos x \leq a$  и  $\cos x > a$**

**Примеры решения неравенств**  
 **$\cos x \leq a$  и  $\cos x > a$**

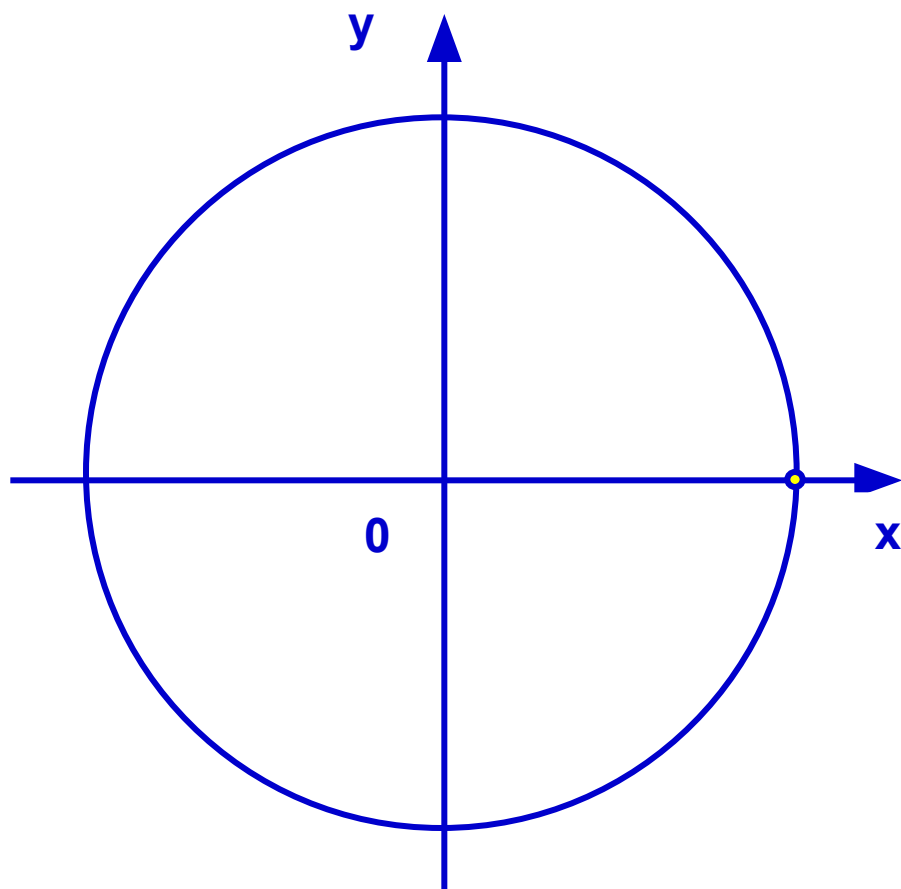
# Решаем вместе

$$\sin t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$



$$t \in \left[ \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{7\pi}{3} + 2\pi n \right], \quad n \in \mathbb{Z}$$

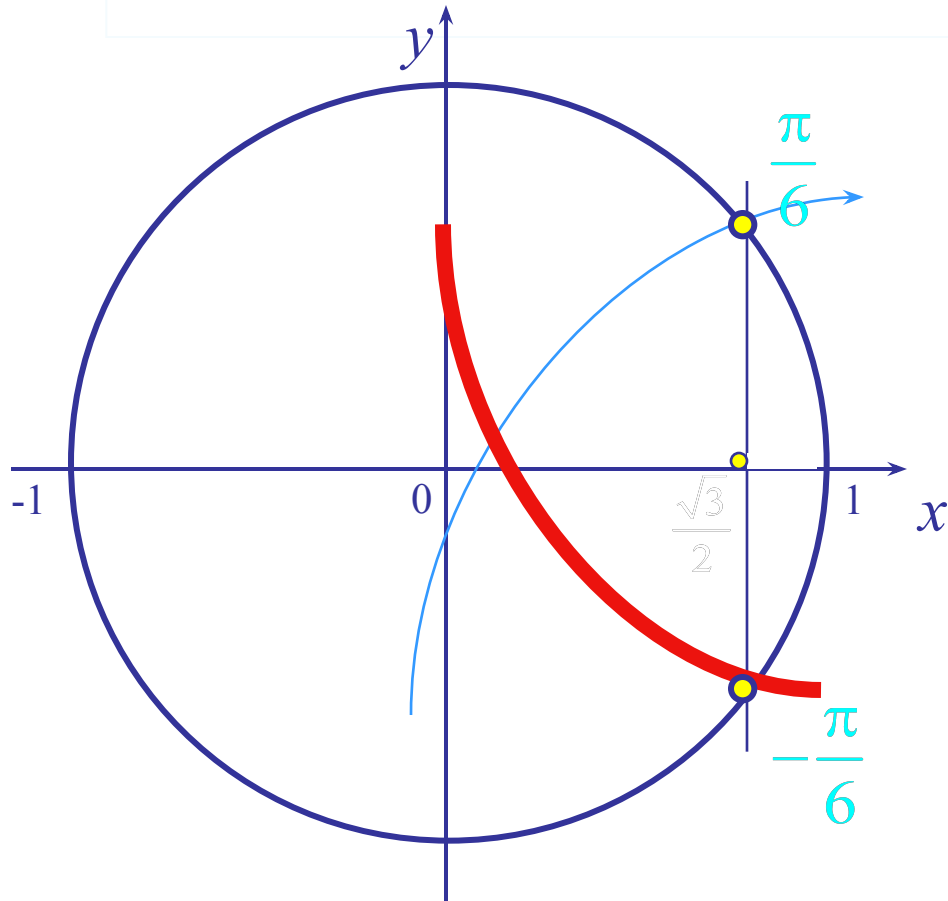
Решаем сами





# Решаем вместе

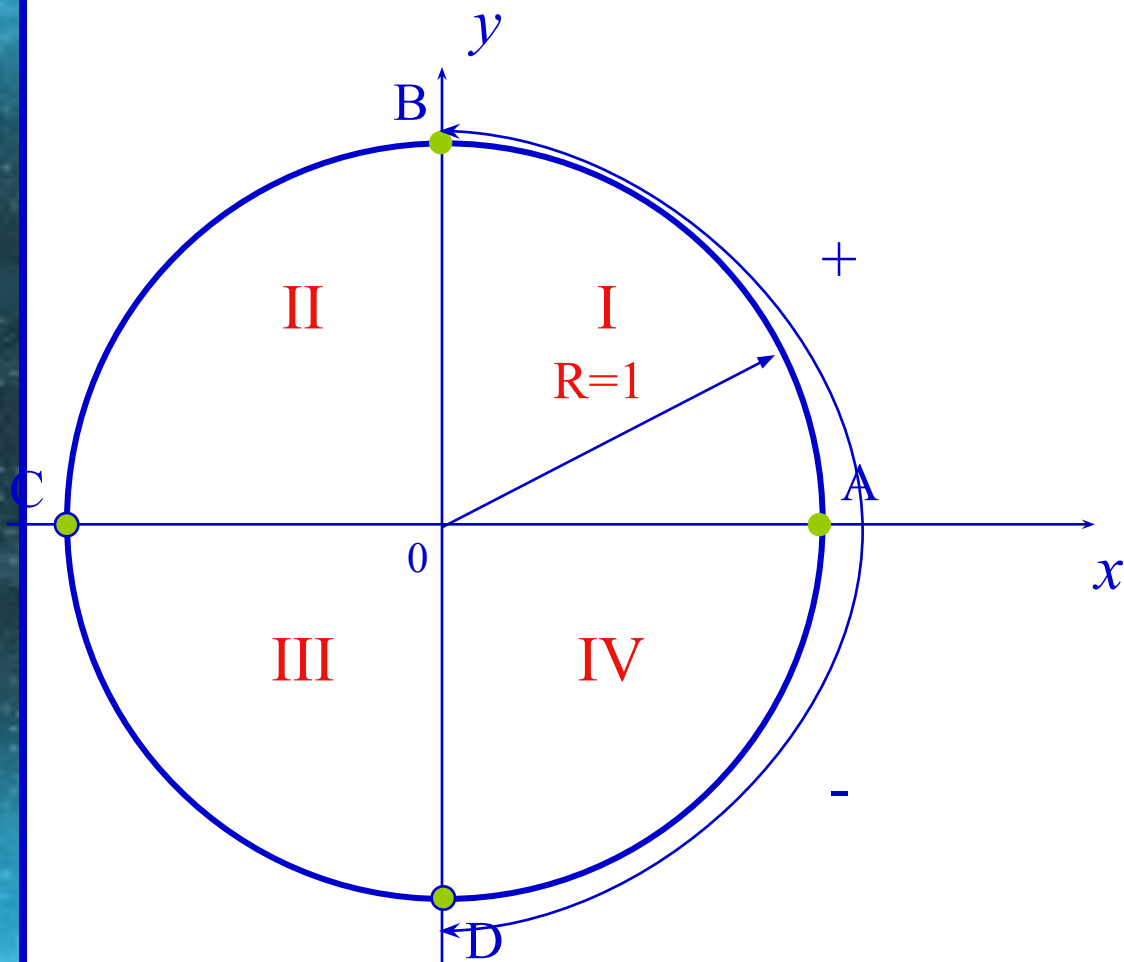
$$\cos t > \frac{\sqrt{3}}{2}$$



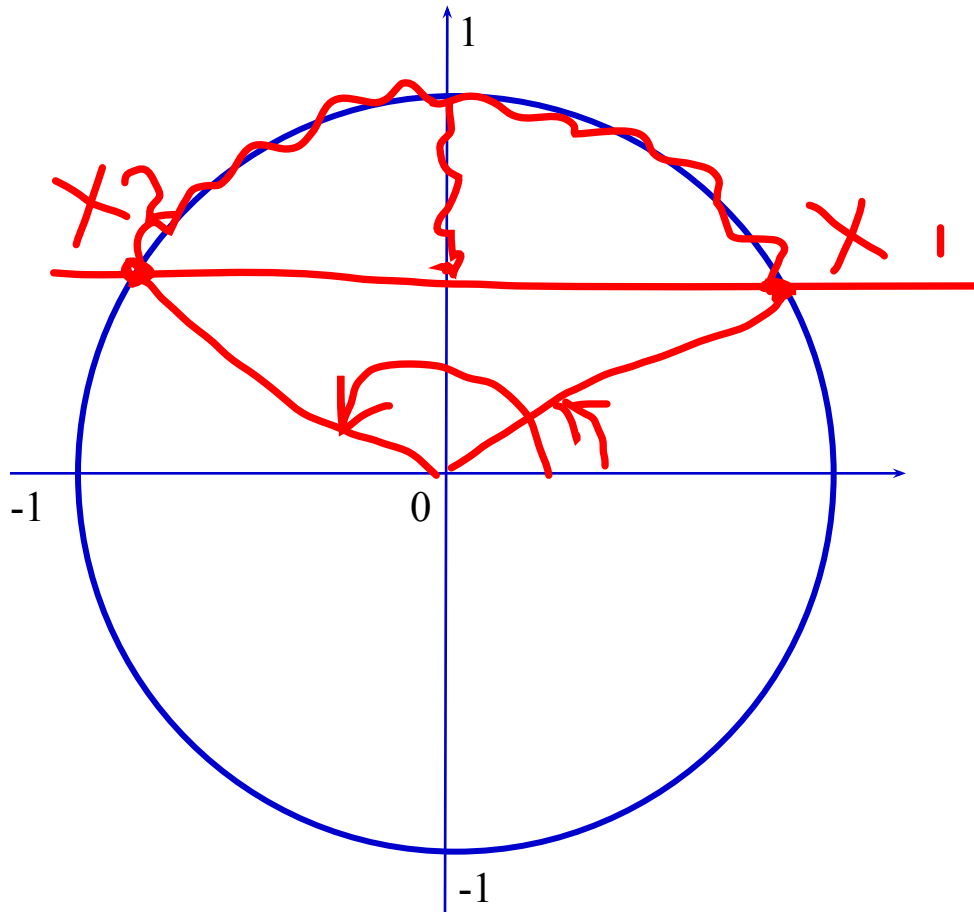
$$t \in \left( -\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n \right), \quad n \in \mathbb{Z}$$

**Выполним тест**

# Тригонометрическая окружность



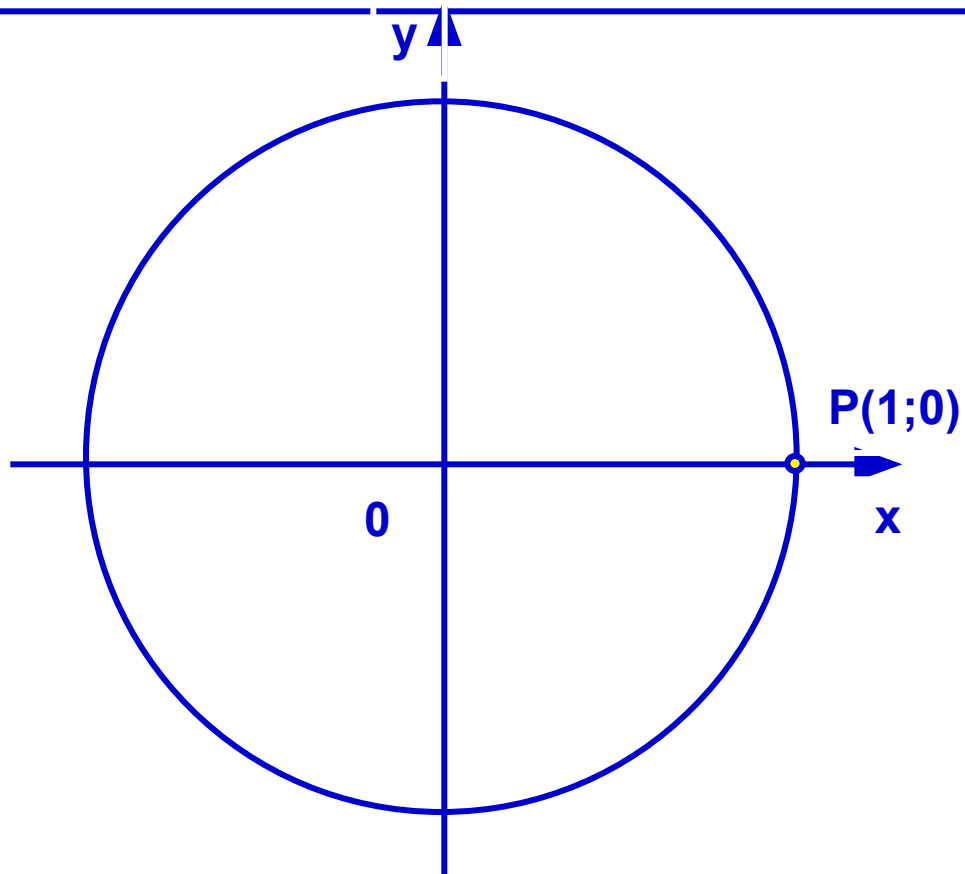
Попробуем сами!



## Алгоритм решения простейших тригонометрических неравенств

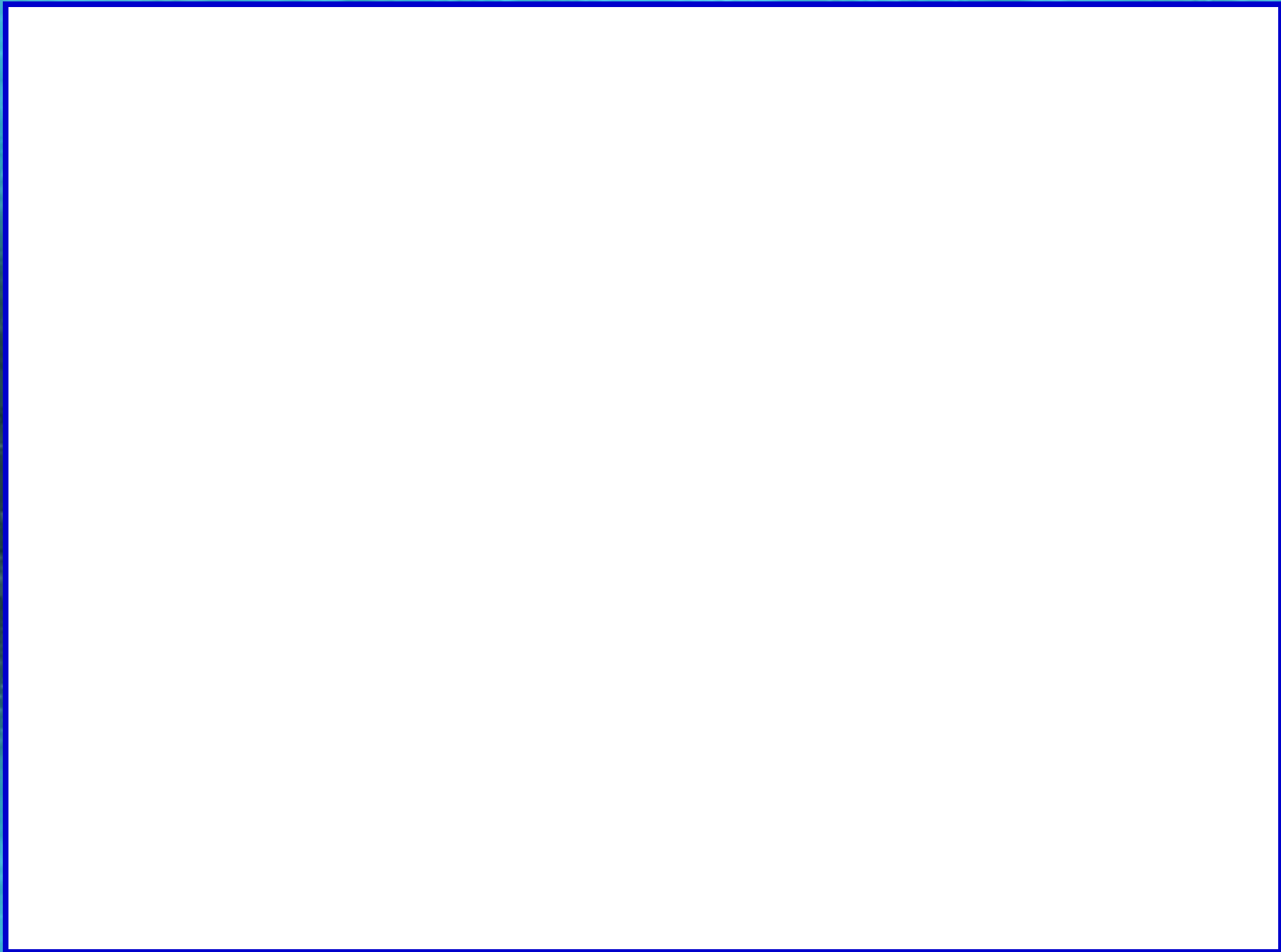
1. Построить единичную окружность.
2. Отметить число  $a$  на соответствующей оси.
3. - Провести прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную оси, на которой она расположена ( $\sin t$ ,  $\cos t$ ).
4. Отметить точки пересечения прямой с окружностью.
5. Определить дугу, точки которой удовлетворяют заданному неравенству.
6. Найти значение углов поворота, соответствующих полученным точкам.
7. Записать ответ, учитывая область значений, область определения и периодичность функции.

Решить неравенство  $\cos v \geq \frac{1}{2}$

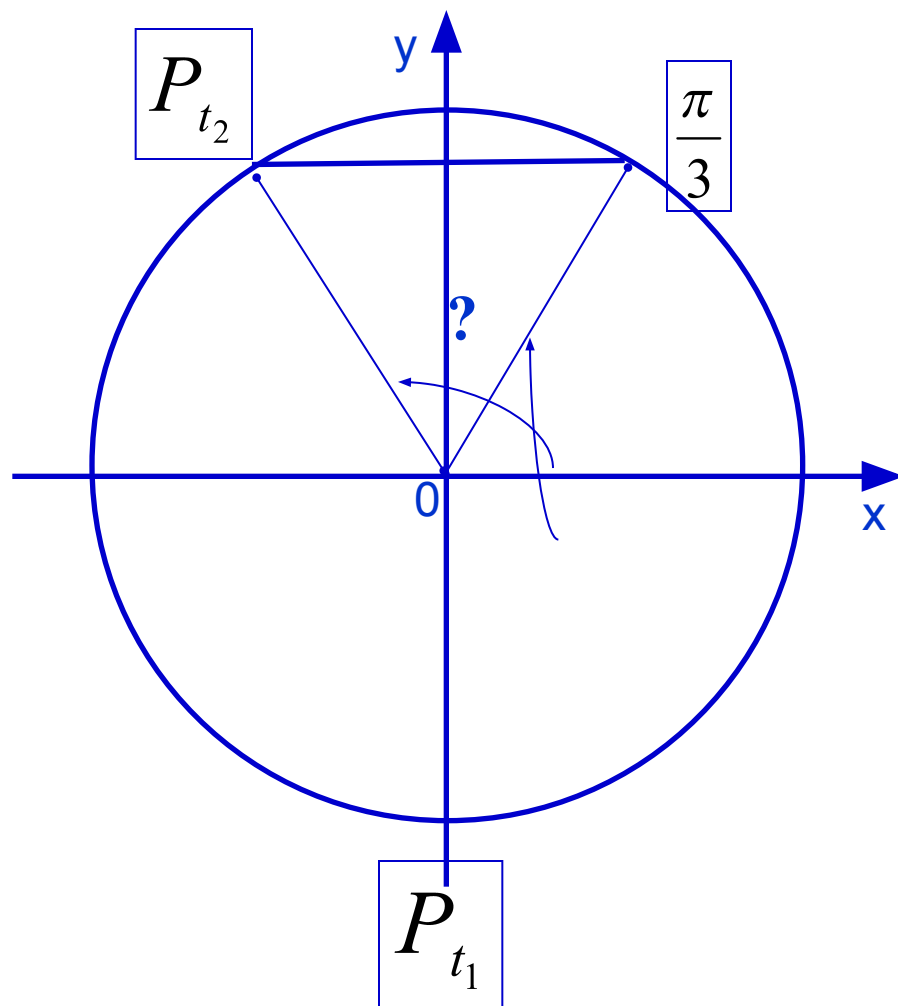


Шаг 1





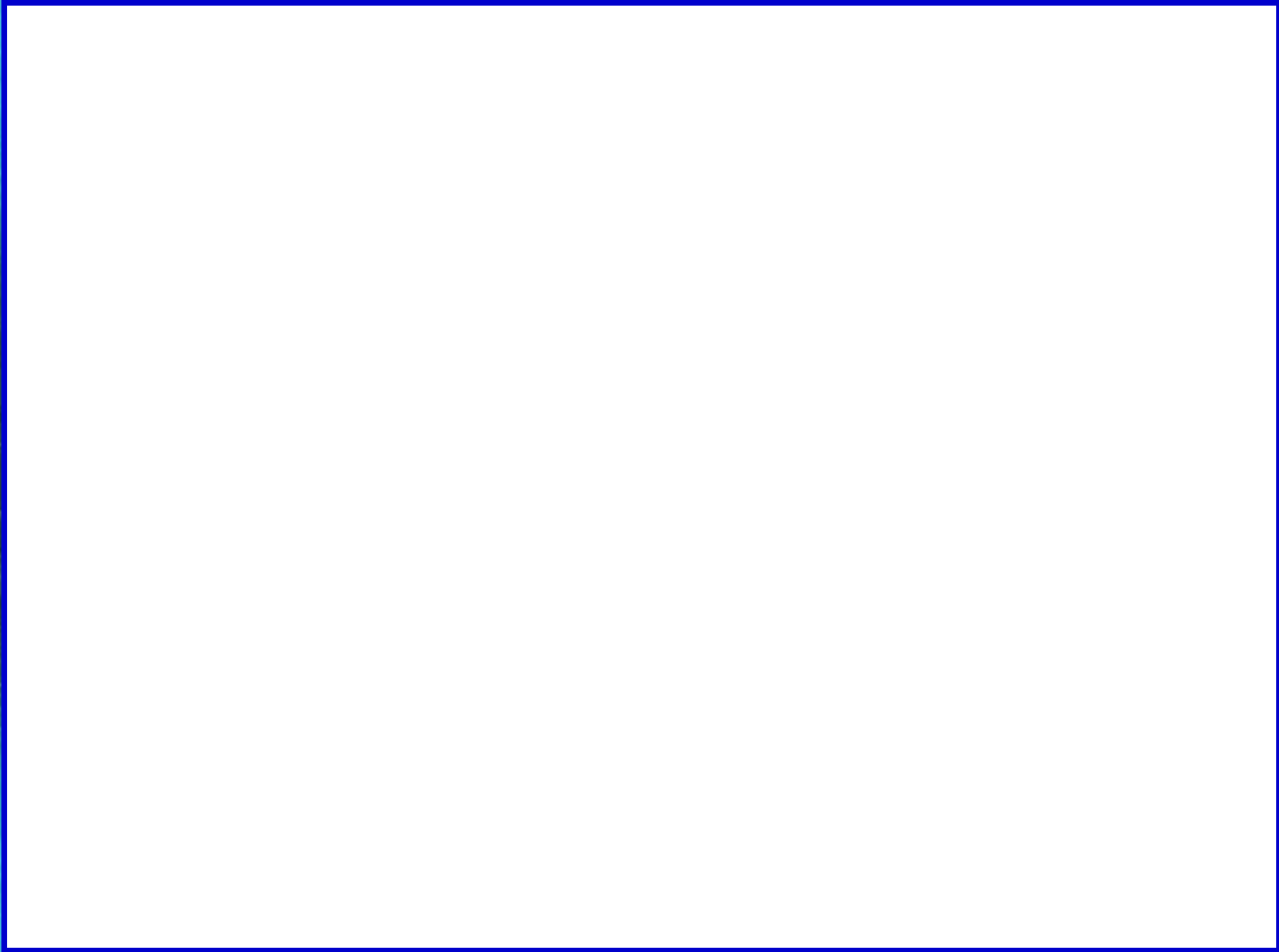
Определите величину угла.



$$\frac{2\pi}{3}$$

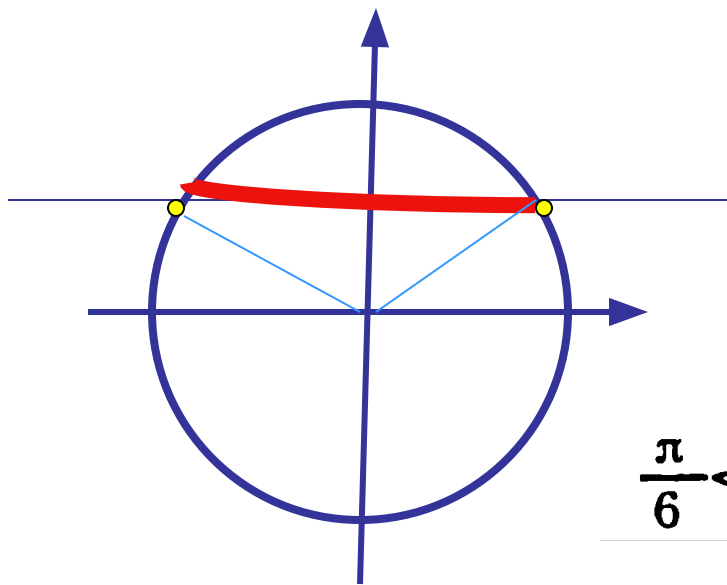
Ответ:



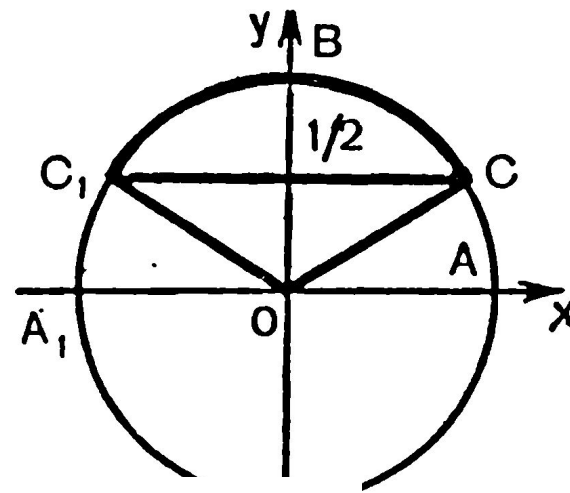


Решаем вместе

$$\sin x > \frac{1}{2}.$$



$$\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}$$



Окончательно имеем:

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi k < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

