Урок алгебры

10 класс

Учитель математики

Калита Н.А.

Решение простейших тригонометрических неравенств

Скажи мне – и я забуду,
Покажи мне – и я запомню,
Вовлеки меня – и я пойму.

?	Какие неравенства называют тригонометрическими?
?	Что значит решить тригонометрическое неравенство?
?	Как периодичность влияет на решение неравенства?
?	Какие методы используют при решении?
?	Как записать решение неравенства?
?	С чего начать?

Тригонометрические функции

Тригонометрические тождества

Тригонометрические уравнения

Тригонометрические неравенства

Простейшие тригонометрические неравенства

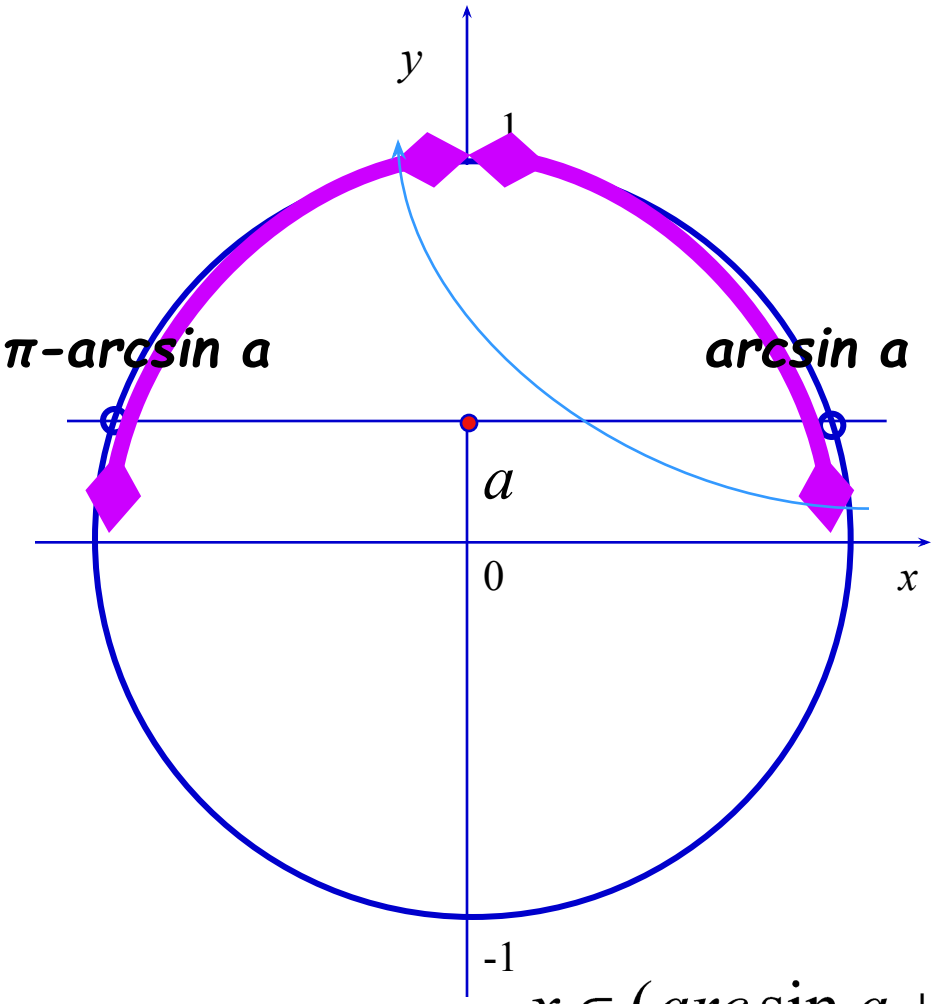
$\sin x > a$

$\sin x \leq a$

$\cos x > a$

$\cos x \leq a$

Неравенство *sinx> a*



1. Отметить на оси ординат интервал *y > a*.

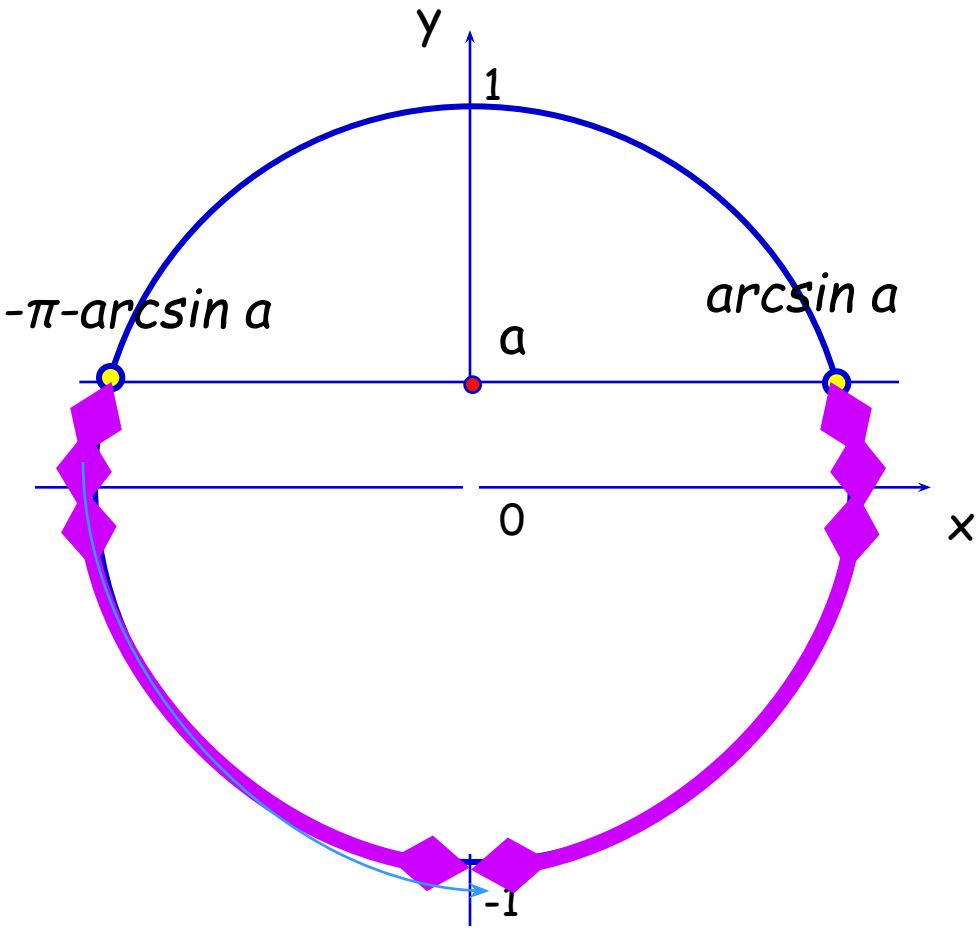
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.

3. Записать числовые значения граничных точек дуги.

4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in (arc\sin a + 2\pi n; \pi - \arcsin a + 2\pi n), n \in Z$$

Неравенство $\sin x \le a$



1. Отметить на оси ординат интервал $y \le a$.

2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.

3. Записать числовые значения граничных точек дуги.

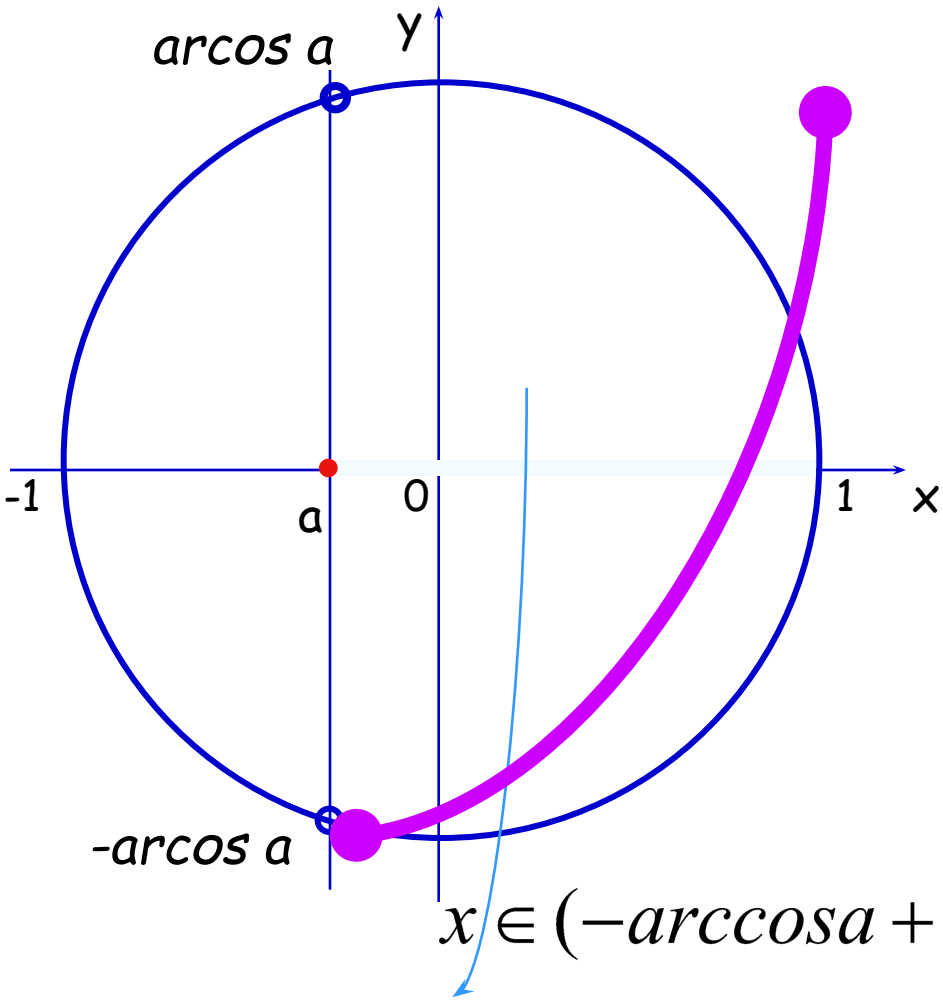
4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in [\ -\pi - \arcsin a + 2\pi n; \arcsin a + 2\pi n\ ], n \in Z$$

Примеры решения неравенств

$\sin x \le a$ и $\sin x > a$

Неравенство $\cos x > a$



1. Отметить на оси абсцисс интервал $x > a$.

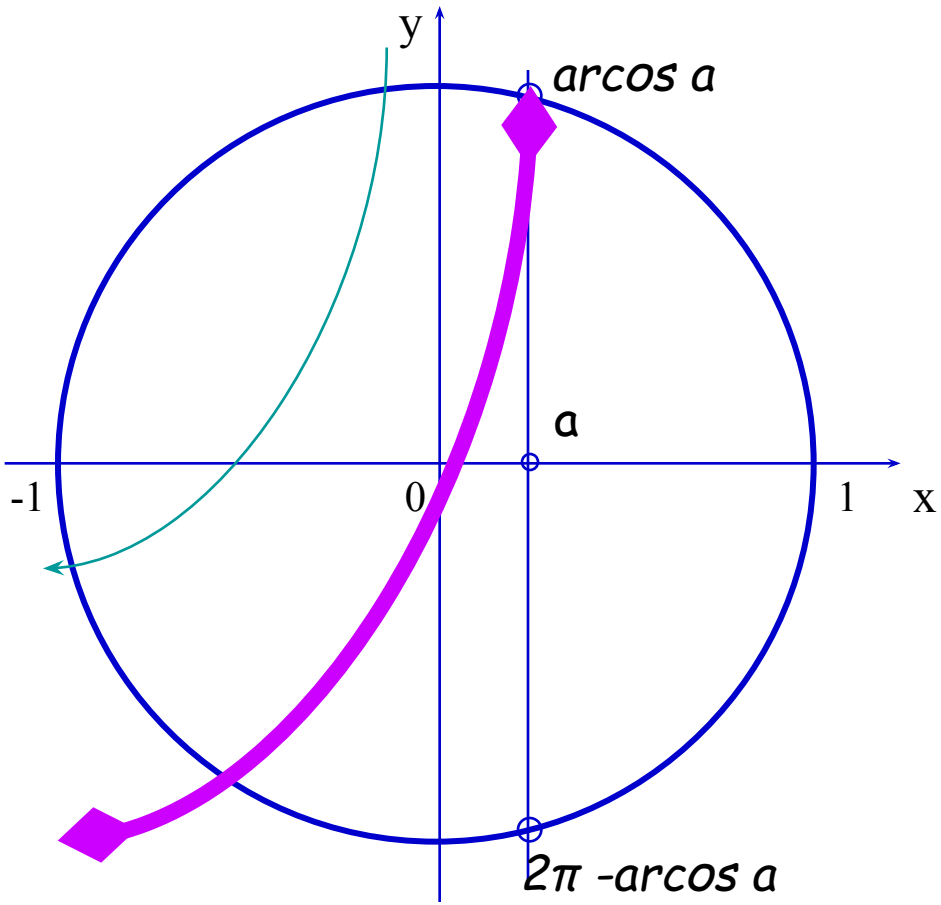
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.

3. Записать числовые значения граничных точек дуги.

4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in (-arccosa + 2\pi n; \arccos a + 2\pi n), n \in Z$$

Неравенство $\cos x \le a$



1. Отметить на оси абсцисс интервал $x \le a$.

2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.

3. Записать числовые значения граничных точек дуги.

4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in [\ arccos a + 2\pi n; 2\pi - \arccos a + 2\pi n\ ], n \in Z$$

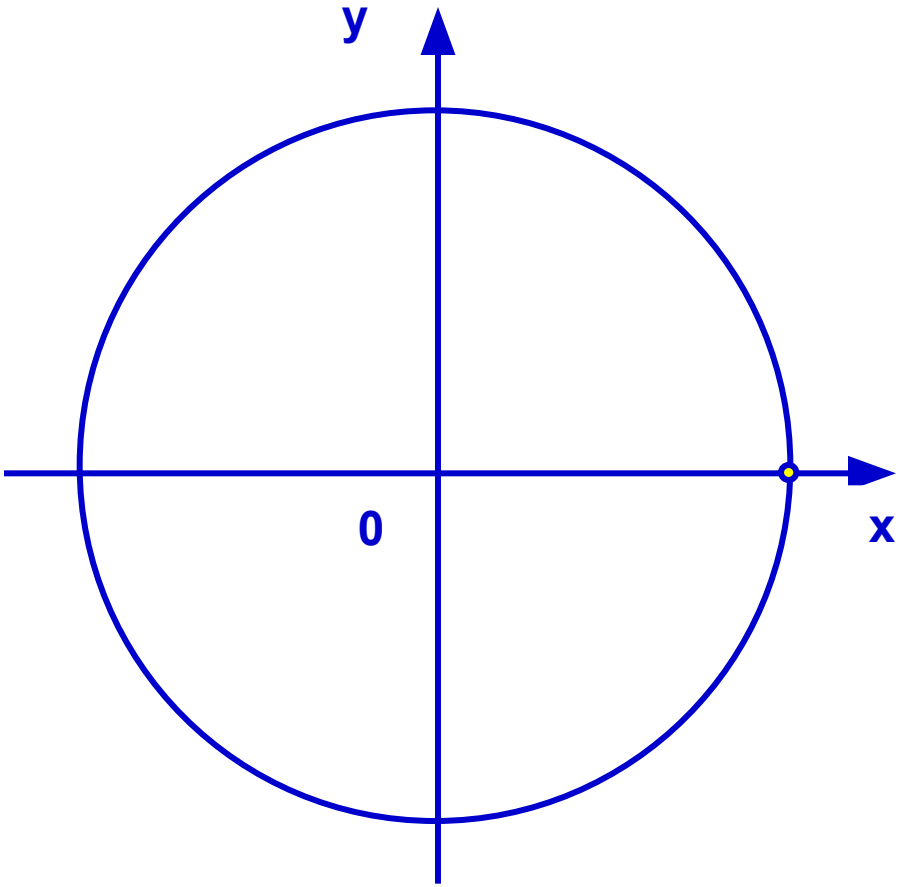
Примеры решения неравенств

$\cos x \le a$ и $\cos x > a$

1

Решаем сами

(используем карандаш или фломастер, решения и ответы запишем в тетради)



$$\sin x \geqslant -\frac{1}{2}$$

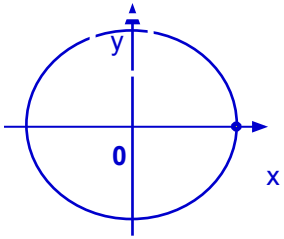
Нужна шпаргалка? Жми!

.Проверим?

Решаем сами

(используем карандаш или фломастер, решения и ответы запишем в тетради)

$$\sin x \leqslant 1/3.$$



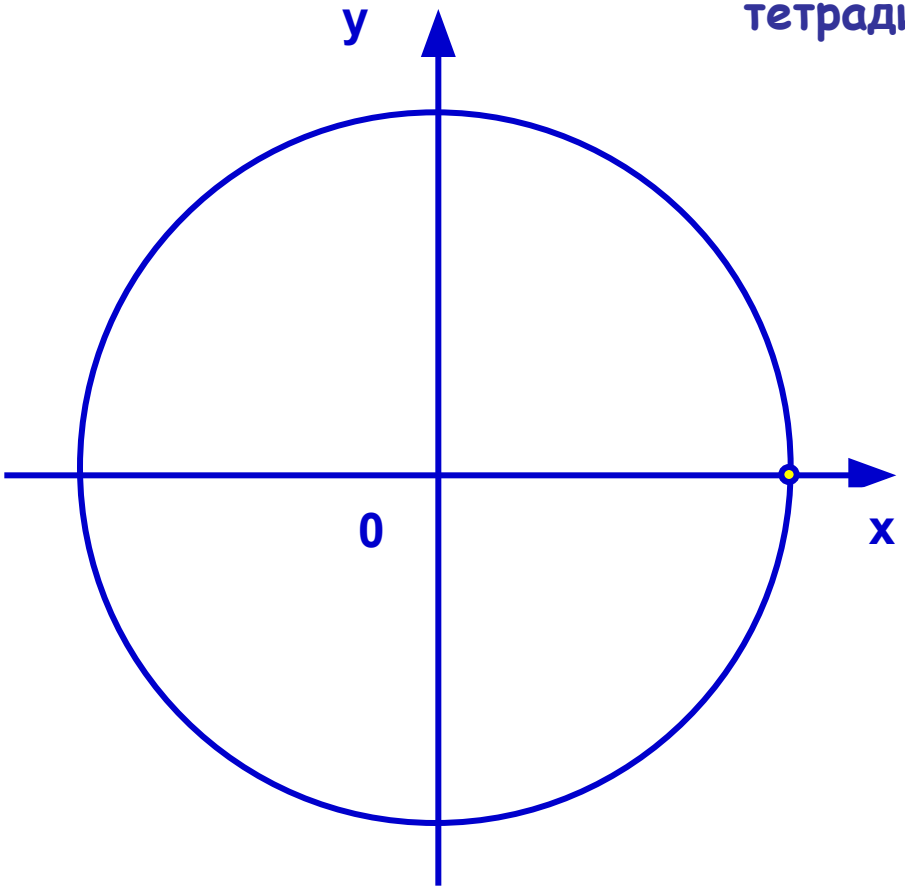
Нужна шпаргалка? Жми!

Проверим?

3

Решаем сами

(используем карандаш или фломастер, решения и ответы запишем в тетради)



$$\cos 3x \geqslant -\frac{1}{2}$$

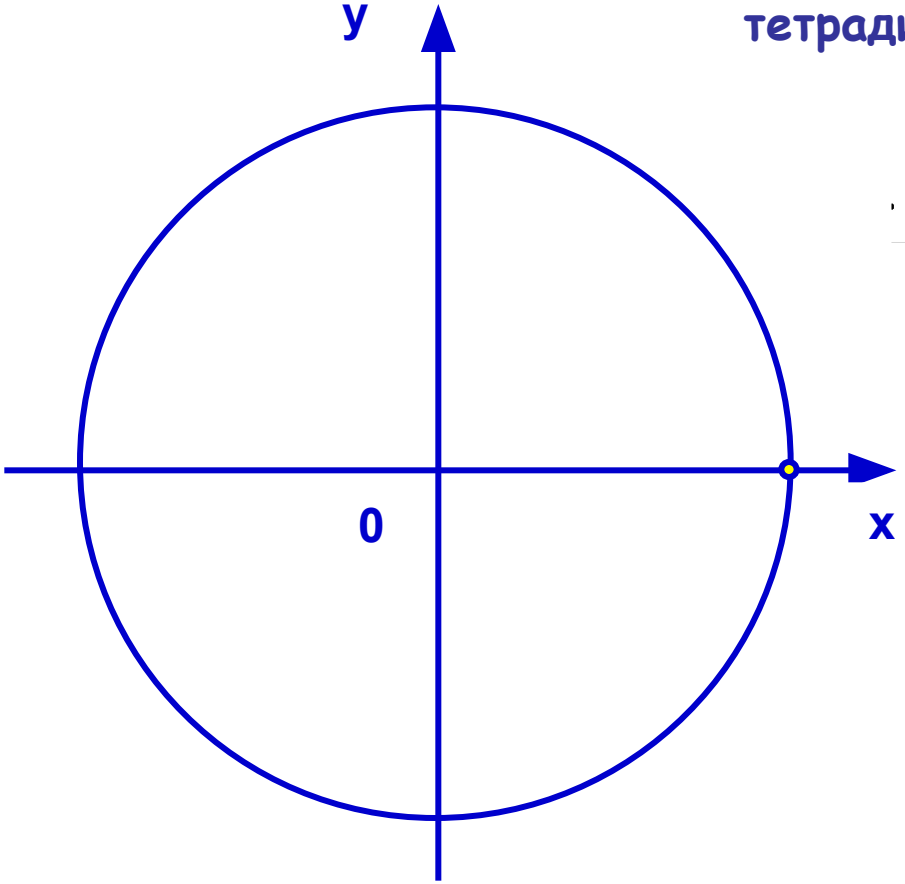
Нужна шпаргалка? Жми!

Проверим?

4

Решаем сами

(используем карандаш или фломастер, решения и ответы запишем в тетради)



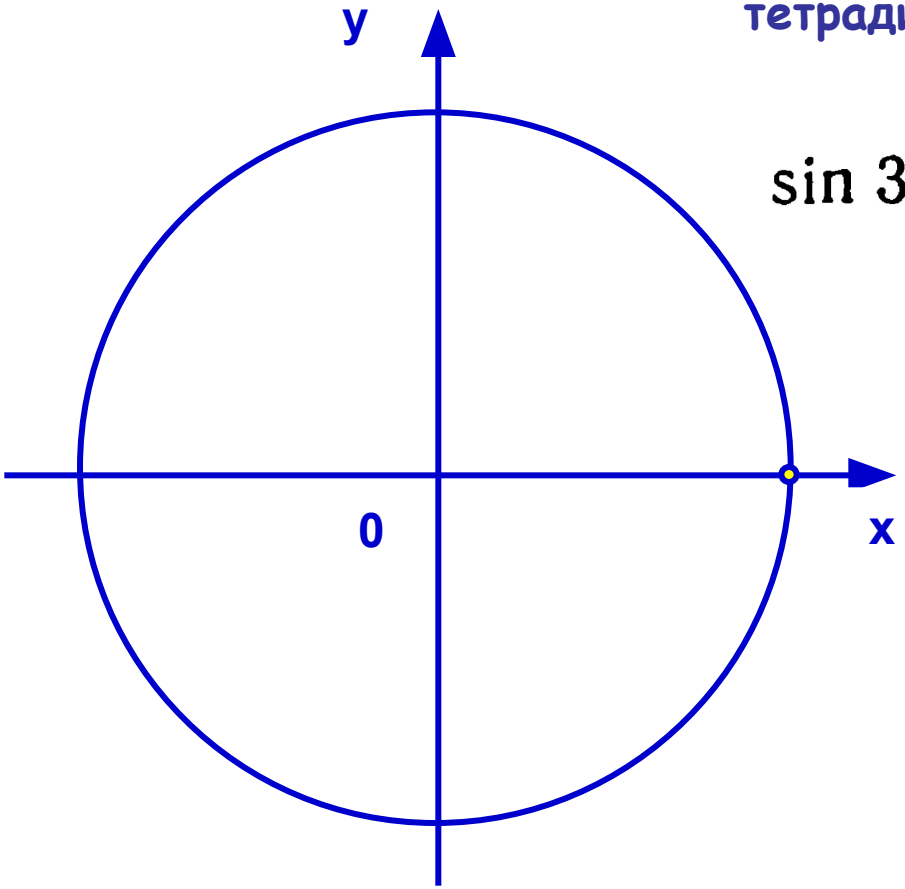
$$\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\geqslant\frac{1}{2}.$$

Проверим?

Решаем сами

5

(используем карандаш или фломастер, решения и ответы запишем в тетради)



$$\sin 3x \cos x + \cos 3x \sin x \geqslant \frac{1}{2}.$$

Проверим?

Выбрать правильный ответ

$\sin x > 1$	R
$\cos x > -3$	$\varnothing$
$\sin x \geq -5$	-1
$\cos x \leq -1{,}5$	$\varnothing$

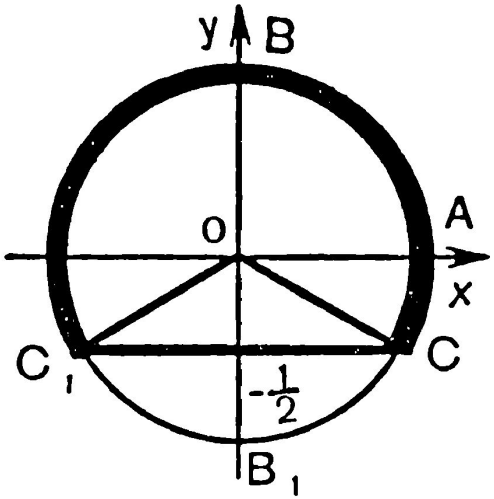
Выбрать правильный ответ

$\cos x > -3$	1
$\cos x < 2$	$\varnothing$
$\cos x \geq 1$	R
$\cos x \leq -1,5$	R

Решаем сами

$$\sin x \geqslant -\frac{1}{2}.$$

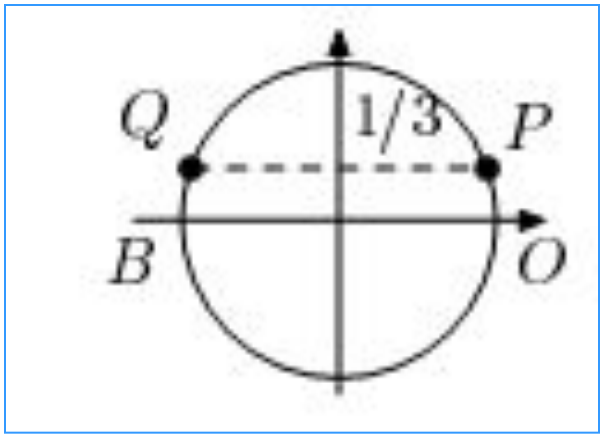
1



$$-\frac{\pi}{6}+2\pi k \leqslant x \leqslant \frac{7\pi}{6}+2\pi k,\ k \in Z.$$

2

Решаем сами

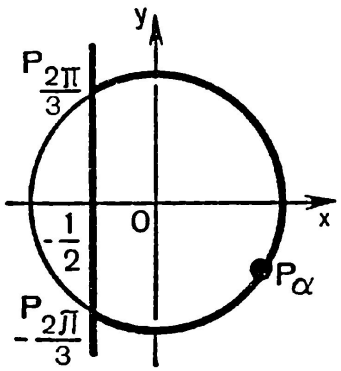


$$\sin x \leqslant 1/3.$$

$$\left[-\pi - \arcsin\frac{1}{3} + 2\pi k; \arcsin\frac{1}{3} + 2\pi k\right] \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Решаем сами

$$\cos 3x \geqslant -\frac{1}{2}$$



$$-\frac{2\pi}{3}+2\pi k \leqslant 3x \leqslant \frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k \in Z;$$

$$-\frac{2\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3} \leqslant x \leqslant \frac{2\pi}{9}+\frac{2\pi k}{3},\ k \in Z.$$

4

$$\cos\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\geqslant\frac{1}{2}.$$

$\left[-\frac{\pi}{6}+2n\pi;\ \frac{\pi}{2}+2n\pi\right]$, $n\in\mathbf{Z}$. Решение. $-\frac{\pi}{3}+2n\pi\leqslant$ $\leqslant x-\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{\pi}{3}+2n\pi$ (рис. 38), $-\frac{\pi}{6}+2n\pi\leqslant x\leqslant\frac{\pi}{2}+2n\pi$.

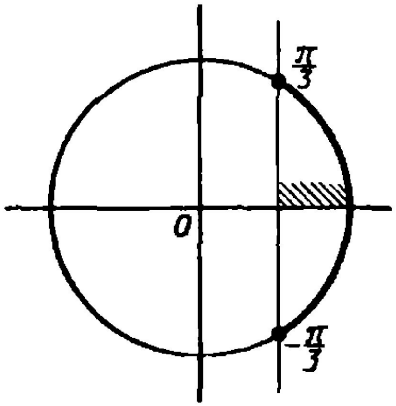
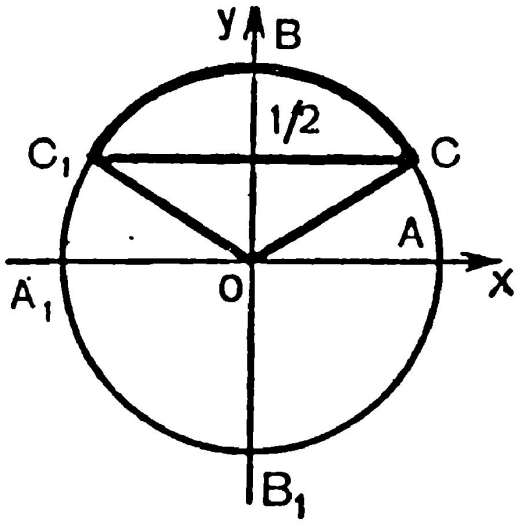


Рис. 38

5

$$\sin 3x \cos x + \cos 3x \sin x \geqslant \frac{1}{2}.$$

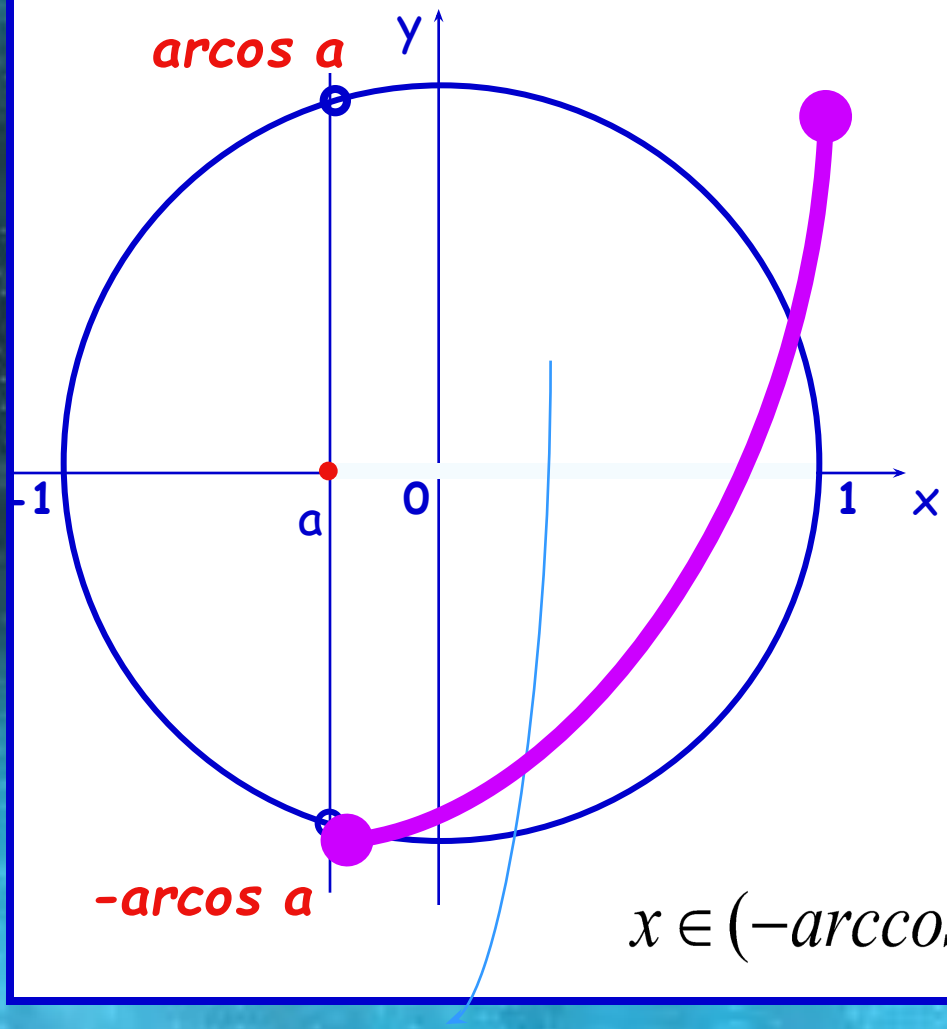


Пользуясь рисунком находим:

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi k \leqslant 4x \leqslant \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in Z,$$

откуда $\frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{2} \leqslant x \leqslant \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi k}{2}, \quad k \in Z.$

Неравенство cosx > a



1. Отметить на оси абсцисс интервал $x > a$.

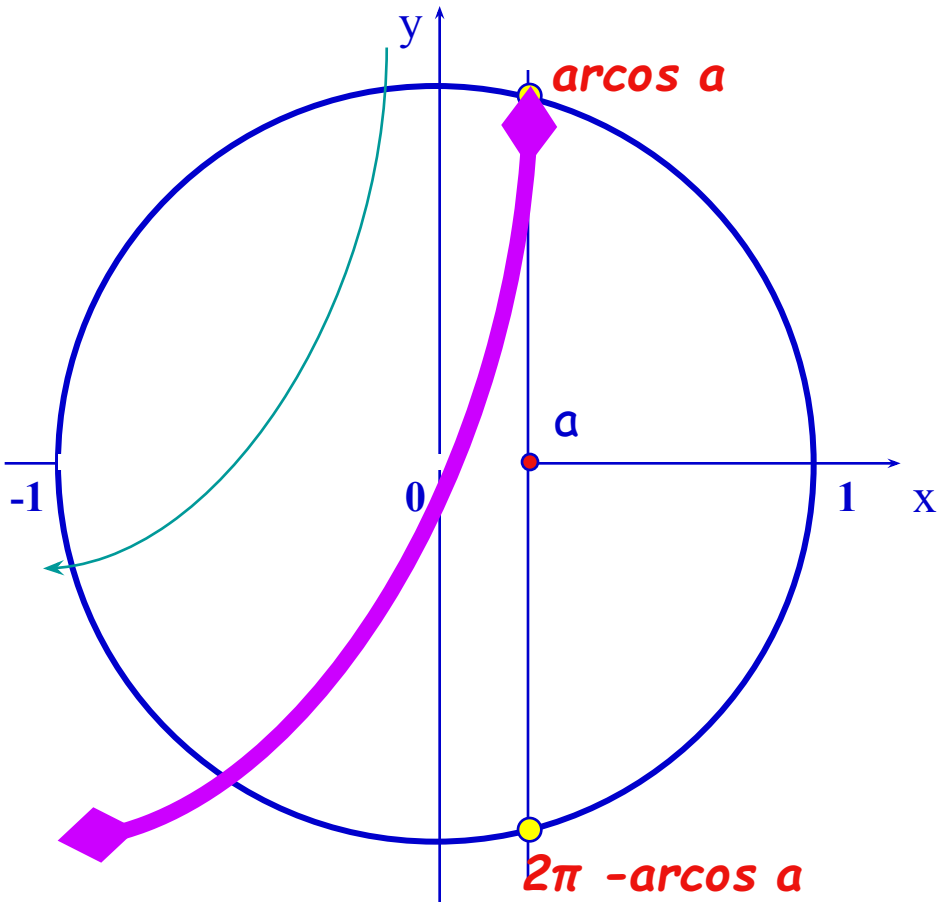
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.

3. Записать числовые значения граничных точек дуги.

4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in (-arccosa + 2\pi n; \arccos a + 2\pi n), n \in Z$$

Неравенство cosx ≤ a



1. Отметить на оси абсцисс интервал x ≤ a.

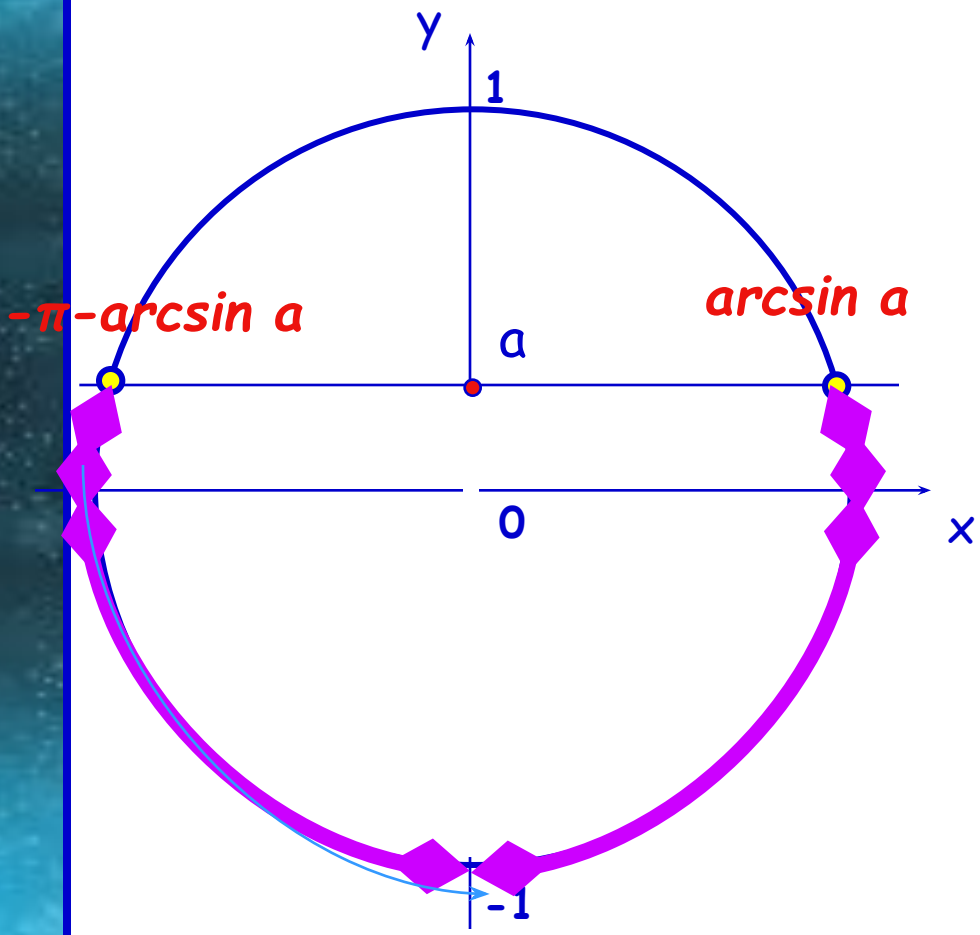
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.

3. Записать числовые значения граничных точек дуги.

4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in [\ arccosa + 2\pi n; 2\pi - \arccos a + 2\pi n\ ], n \in Z$$

Неравенство $\sin x \le a$



1. Отметить на оси ординат интервал $y \le a$.

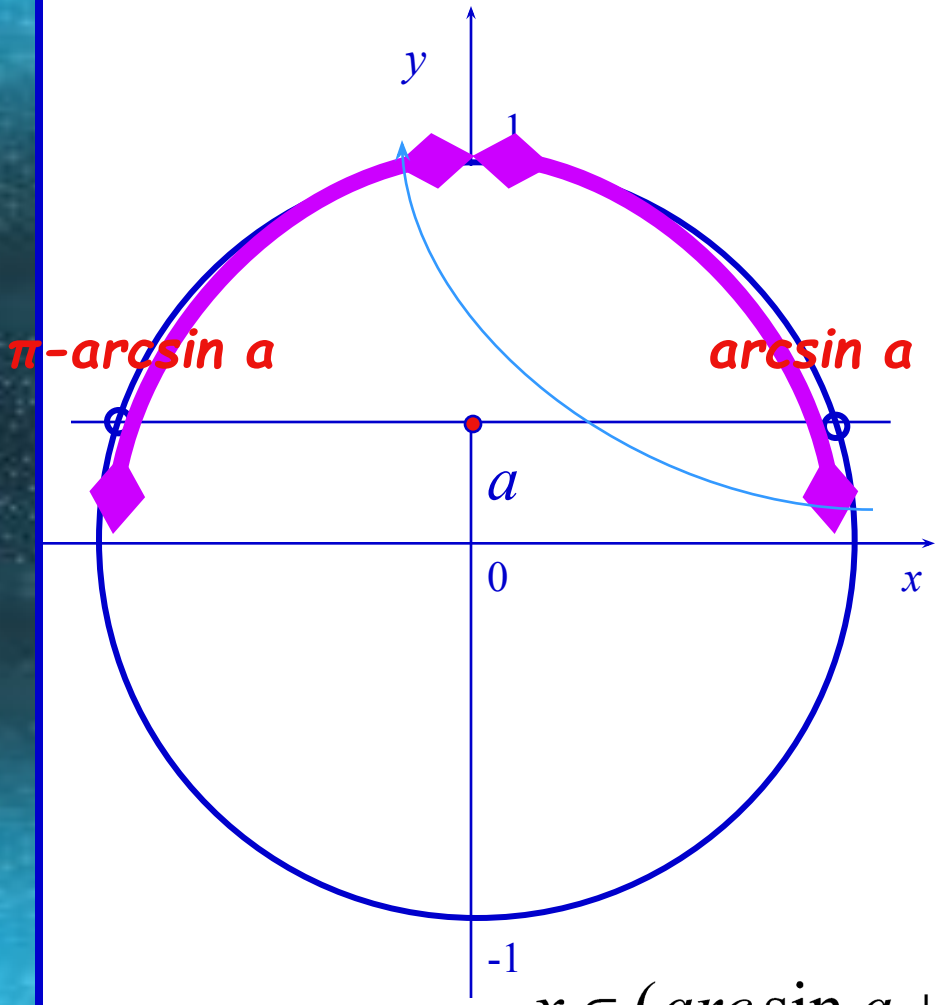
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.

3. Записать числовые значения граничных точек дуги.

4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in [\ -\pi - \arcsin a + 2\pi n; \arcsin a + 2\pi n\ ], n \in Z$$

Неравенство sinx> a



1. Отметить на оси ординат интервал y > a.

2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.

3. Записать числовые значения граничных точек дуги.

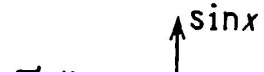
4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in (arc\sin a + 2\pi n; \pi - \arcsin a + 2\pi n), n \in$$

Тригонометрический круг

шпаргалки

1 *Тригонометрический круг* — круг единичного радиуса на плоскости с фиксированной системой координат, начало которых совпадает с центром круга.



2. *Ось косинусов* совпадает с осью абсцисс, а косинус числа x_0 можно определить как абсциссу точки, соответствующей на окружности числу x_0 (рис. 5.3).

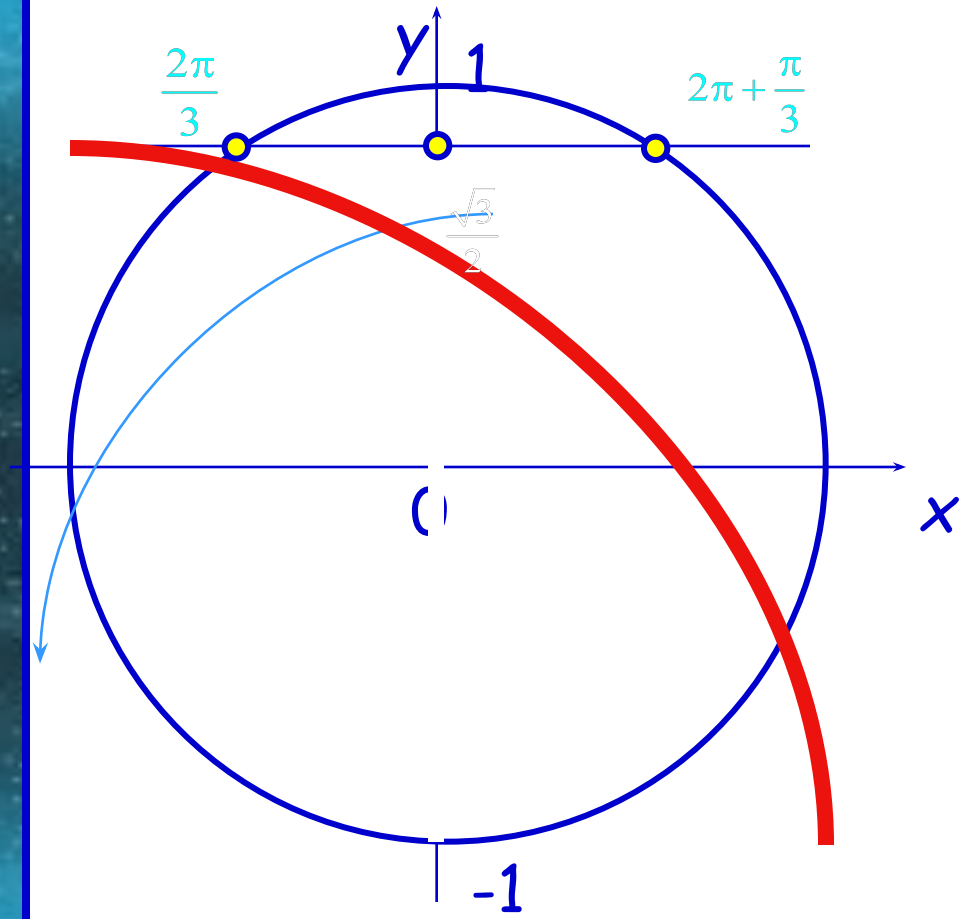
3 *Ось синусов* совпадает с осью ординат, а синус числа x_0 равен по определению ординате точки x_0 на числовой окружности (рис. 5.3).

Примеры решения неравенств
$\cos x \leq a$ и $\cos x > a$

Примеры решения неравенств
$\cos x \leq a$ и $\cos x > a$

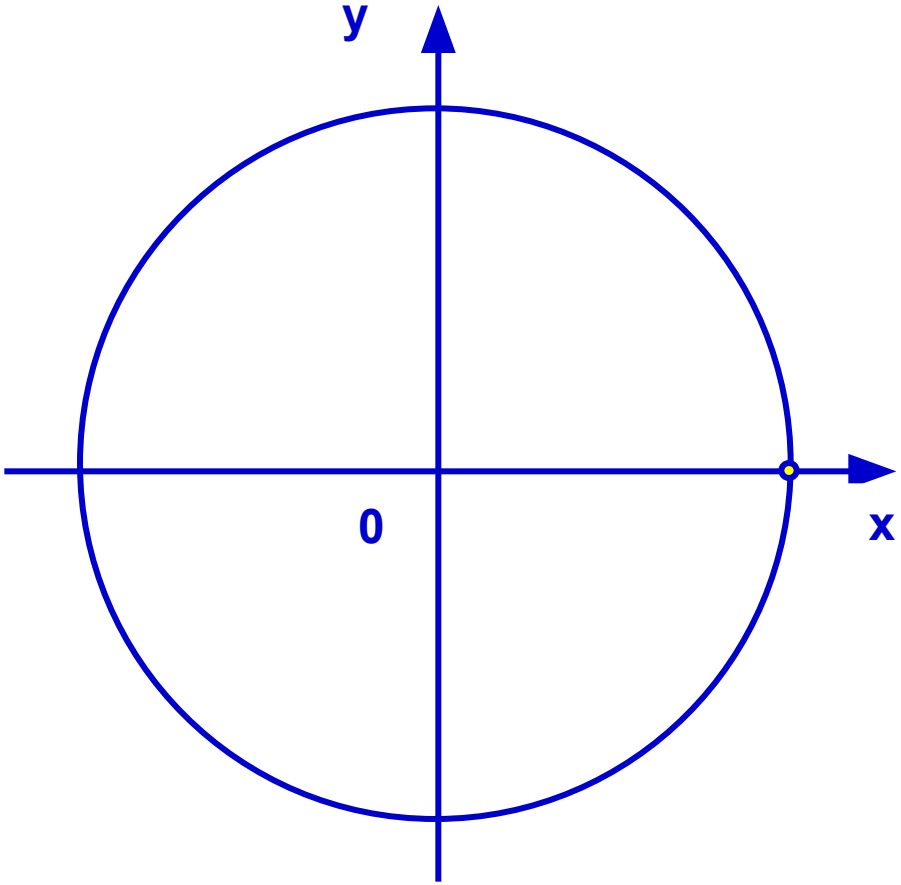
Решаем вместе

$$\sin t \le \frac{\sqrt{3}}{2}$$



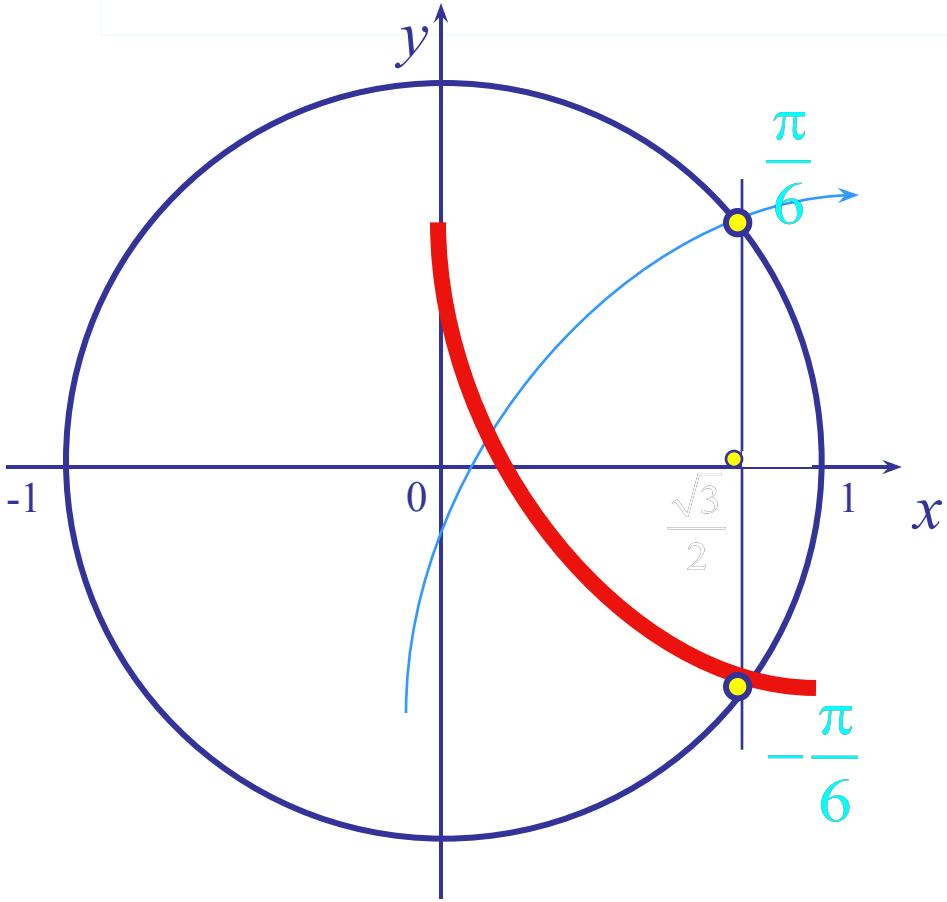
$$t \in \left[\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{7\pi}{3} + 2\pi n\right], \quad n \in Z$$

Решаем сами



Решаем вместе

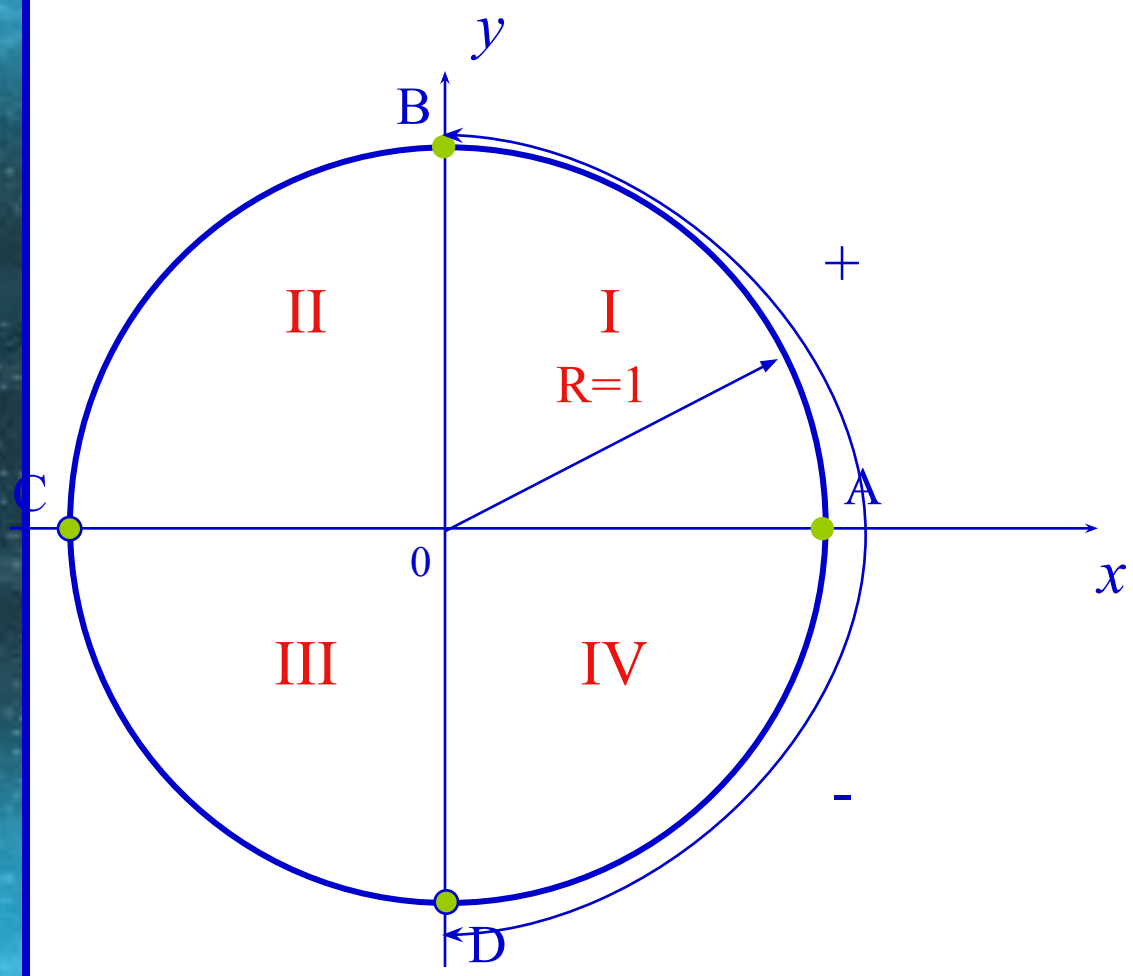
$$\cos t > \frac{\sqrt{3}}{2}$$



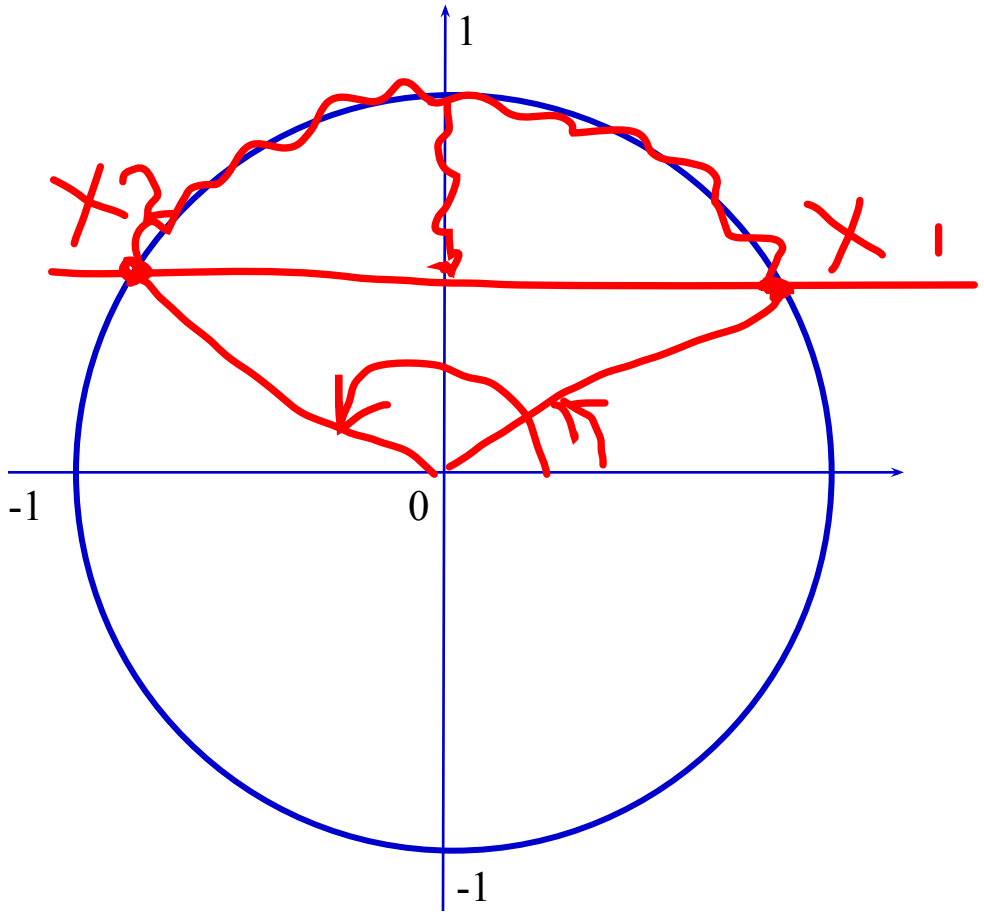
$$t \in \left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n\right), \quad n \in Z$$

Выполним тест

Тригонометрическая окружность



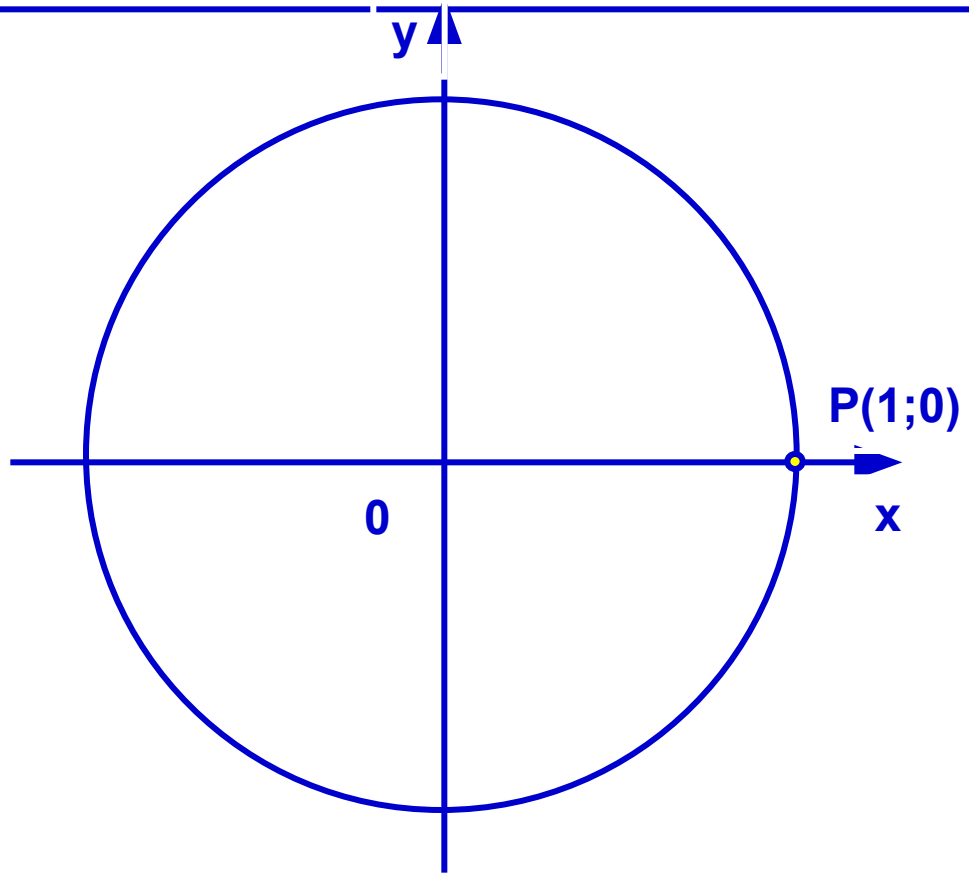
Попробуем сами!



Алгоритм решения простейших тригонометрических неравенств

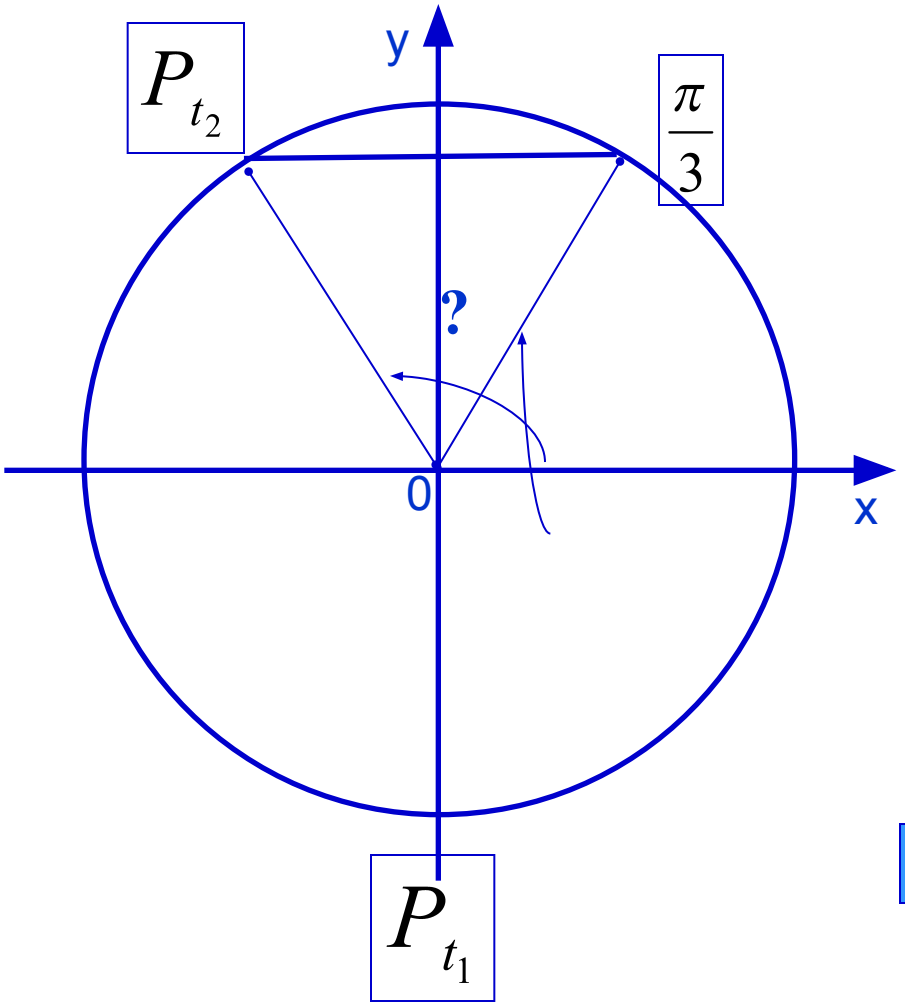
1. Построить единичную окружность.
2. Отметить число а на соответствующей оси.
3. - Провести прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную оси, на которой она расположена (sin t, cos t).
4. Отметить точки пересечения прямой с окружностью.
5. Определить дугу, точки которой удовлетворяют заданному неравенству.
6. Найти значение углов поворота, соответствующих полученным точкам.
7. Записать ответ, учитывая область значений, область определения и периодичность функции.

Решить неравенство $\cos t \geq \frac{1}{2}$



Шаг 1

Определите величину угла.

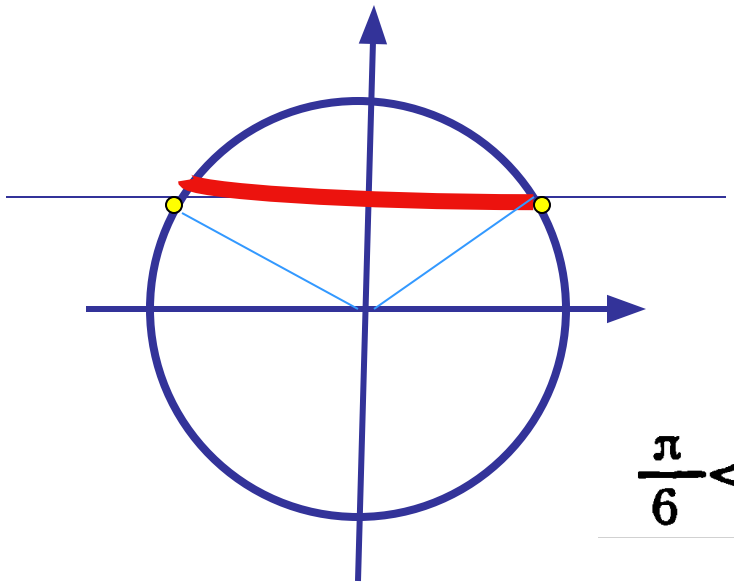


$\frac{2\pi}{3}$

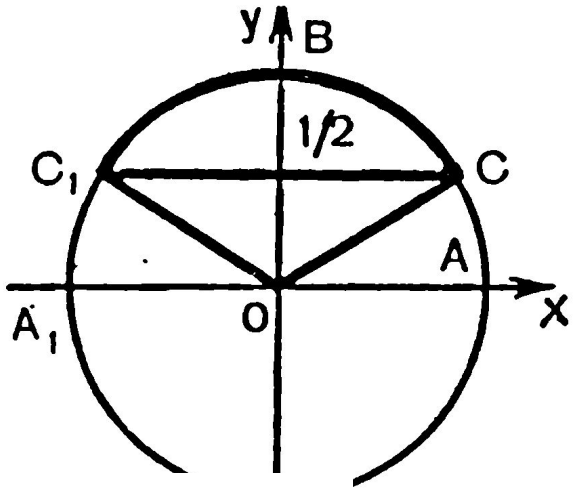
Ответ:

Решаем вместе

$$\sin x > \frac{1}{2}.$$



$$\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}$$



Окончательно имеем:

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi k < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \ k \in Z.$$