

Урок алгебры

10 класс

Учитель математики

Калита Н.А.

*Скажи мне – и я
Решение
забуду,
Покажи мне – и я
простейшим
запомню,
тригонометри
Вовлеки меня – и я
числ
пойму.
неравенств*

?

Какие неравенства называют тригонометрическими?

?

Что значит решить тригонометрическое неравенство?

?

Как периодичность влияет на решение неравенства?

?

Какие методы используют при решении?

?

Как записать решение неравенства?

?

С чего начать?

Тригонометрические
функции

Тригонометрические
тождества

Тригонометрические
уравнения

Тригонометрические
неравенства

Простейшие тригонометрические неравенства

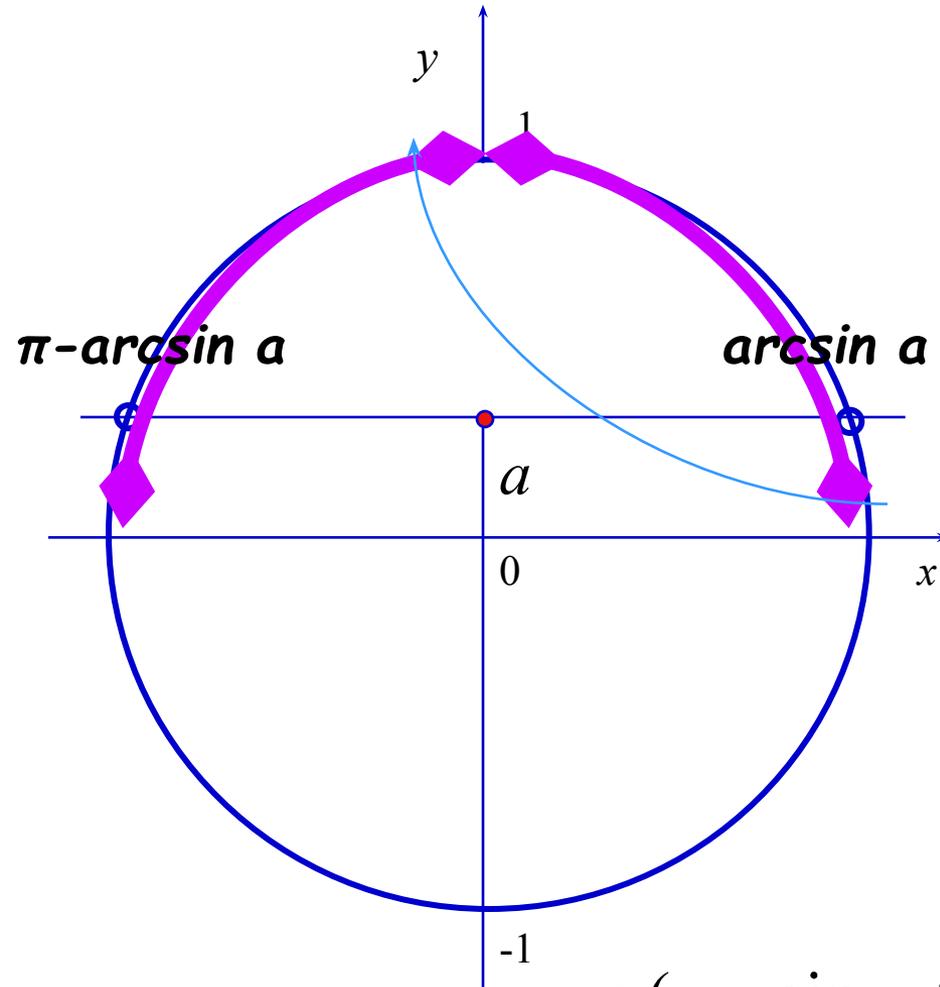
$$\sin x > a$$

$$\sin x \leq a$$

$$\cos x > a$$

$$\cos x \leq a$$

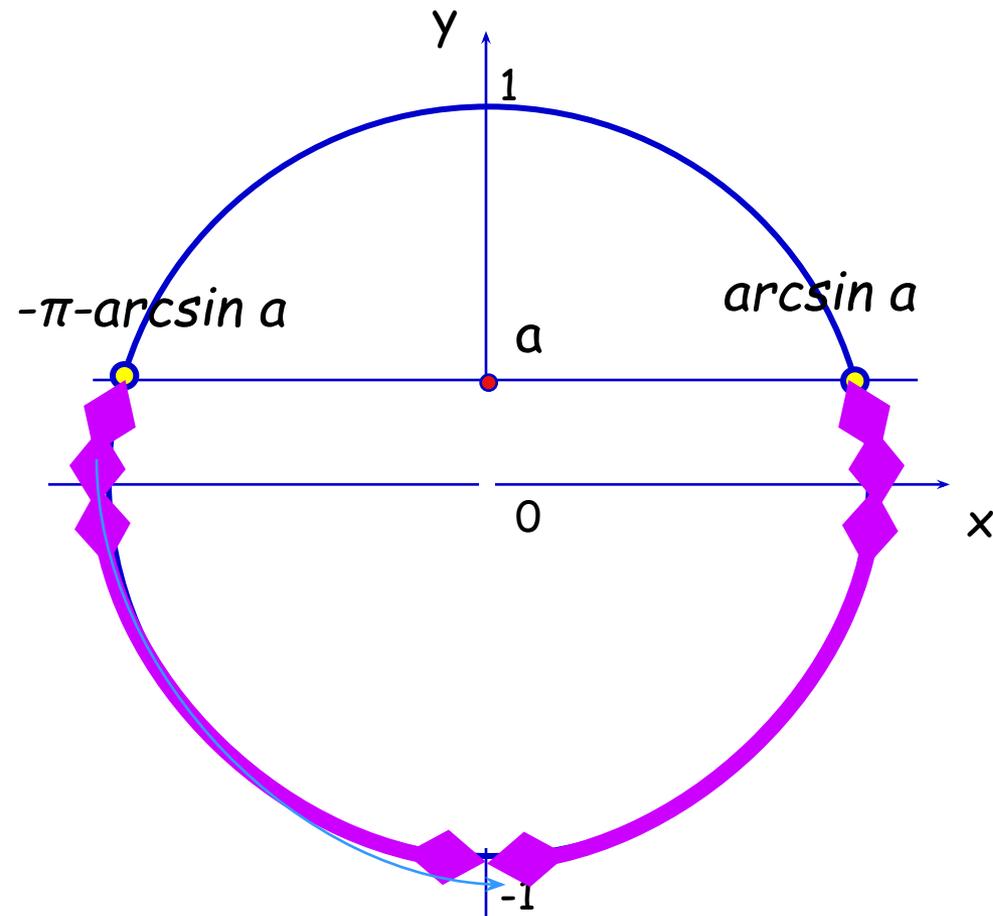
Неравенство $\sin x > a$



1. Отметить на оси ординат интервал $y > a$.
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in (\arcsin a + 2\pi n; \pi - \arcsin a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$

Неравенство $\sin x \leq a$



1. Отметить на оси ординат интервал $y \leq a$.
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

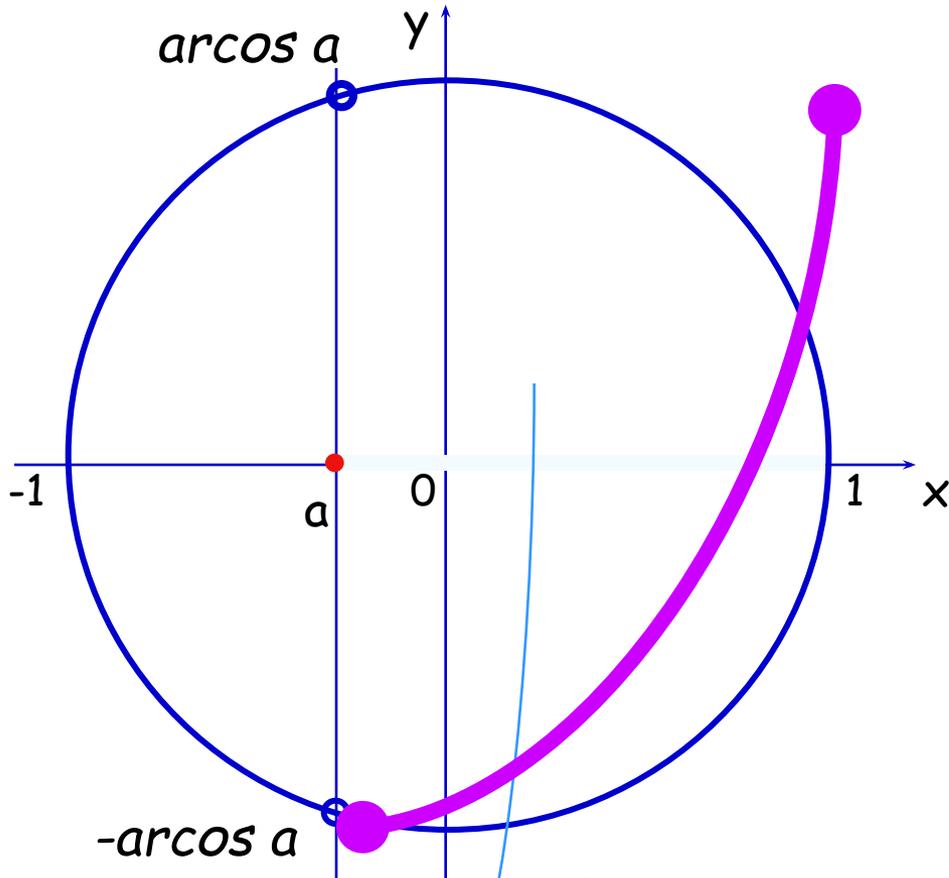
$$x \in \left[-\pi - \arcsin a + 2\pi n; \arcsin a + 2\pi n \right], n \in \mathbb{Z}$$

Примеры решения неравенств

$$\sin x \leq a \quad \text{и} \quad \sin x > a$$



Неравенство $\cos x > a$



1. Отметить на оси абсцисс интервал $x > a$.

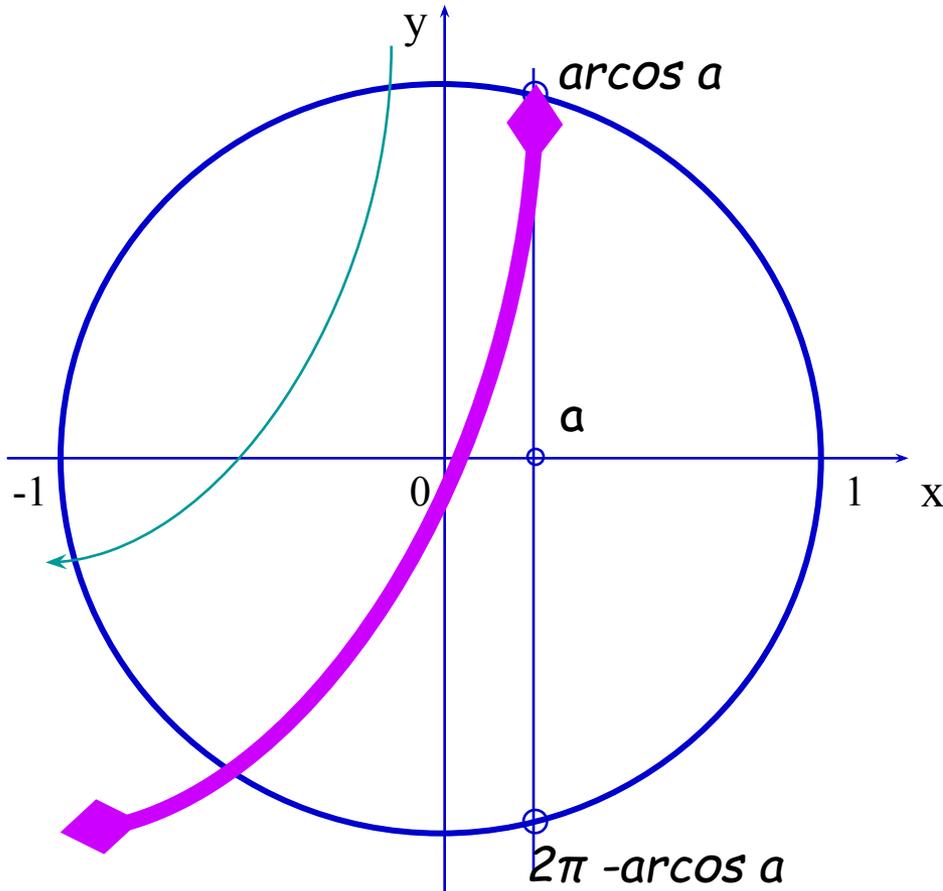
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.

3. Записать числовые значения граничных точек дуги.

4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in (-\arccos a + 2\pi n; \arccos a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$

Неравенство $\cos x \leq a$



1. Отметить на оси абсцисс интервал $x \leq a$.

2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.

3. Записать числовые значения граничных точек дуги.

4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in [\arccos a + 2\pi n; 2\pi - \arccos a + 2\pi n], n \in Z$$

Примеры решения неравенств

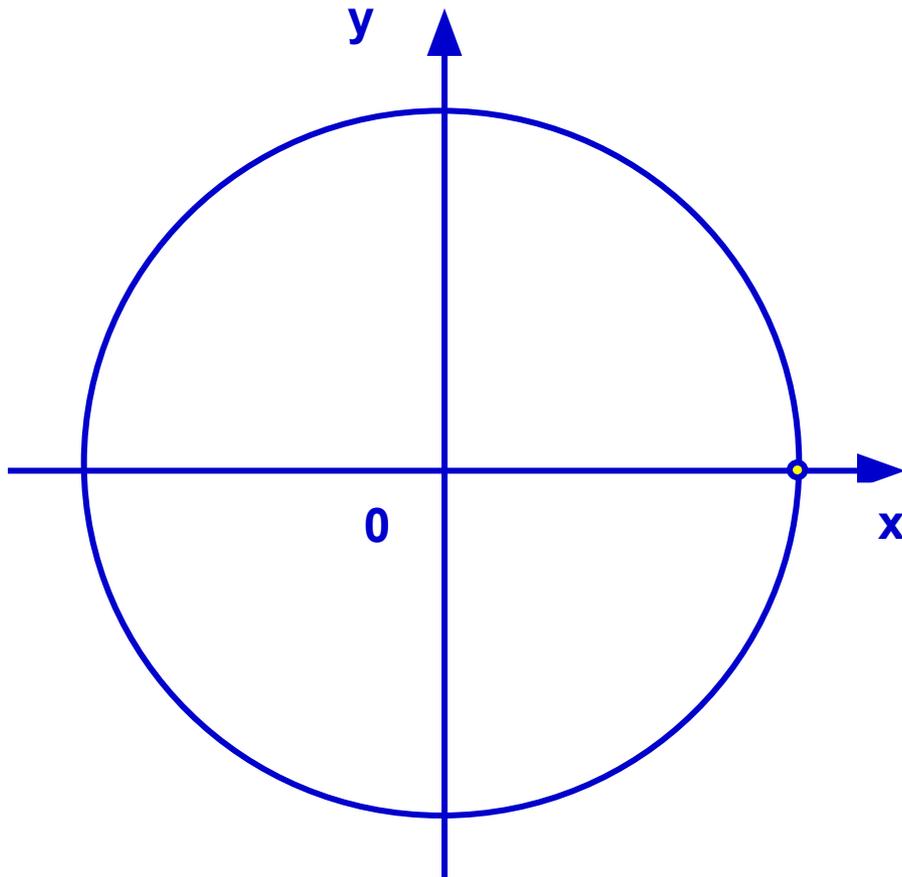
$$\cos x \leq a \quad \text{и} \quad \cos x > a$$



1

Решаем сами

(используем карандаш или фломастер, решения и ответы запишем в тетради)



$$\sin x \geq -\frac{1}{2}$$

Нужна
шпаргалка?
Жми!

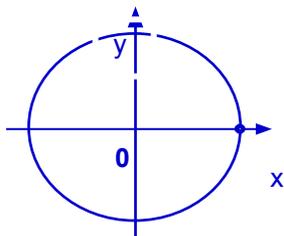
Проверим?

2

Решаем сами

(используем карандаш или фломастер, решения и ответы запишем в тетради)

$$\sin x \leq 1/3.$$



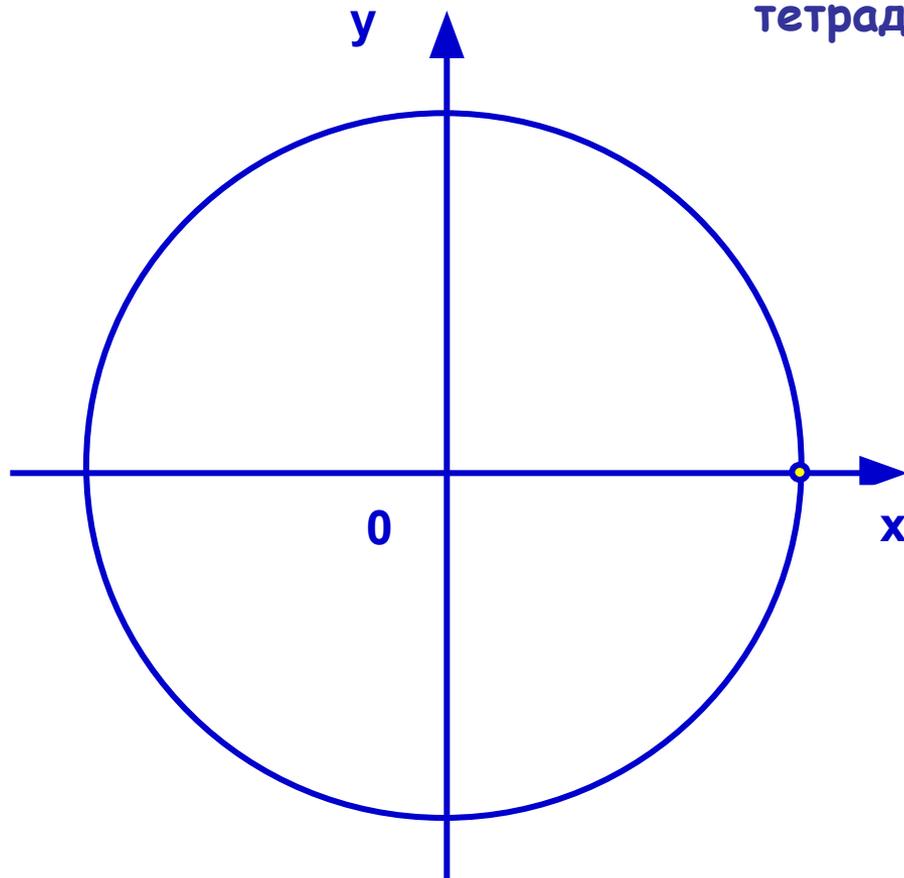
Нужна
шпаргалка?
Жми!

Проверим?

3

Решаем сами

(используем карандаш или фломастер, решения и ответы запишем в тетради)



$$\cos 3x \geq -\frac{1}{2}$$

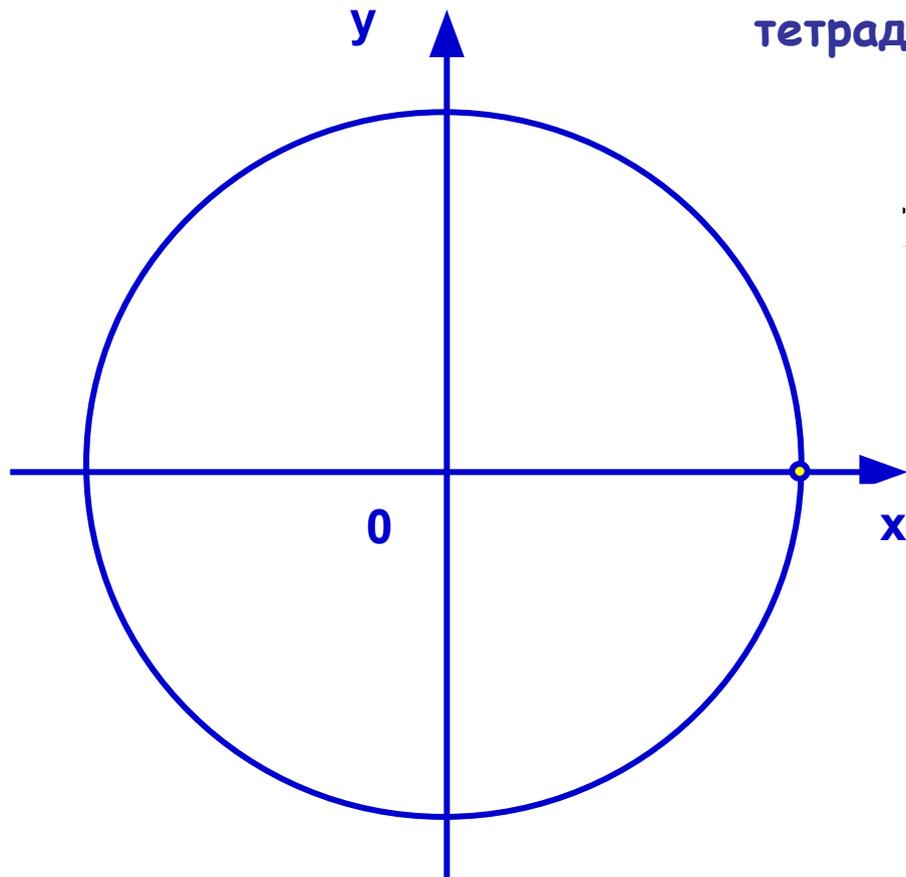
Нужна
шпаргалка?
Жми!

Проверим?

4

Решаем сами

(используем карандаш или фломастер, решения и ответы запишем в тетради)



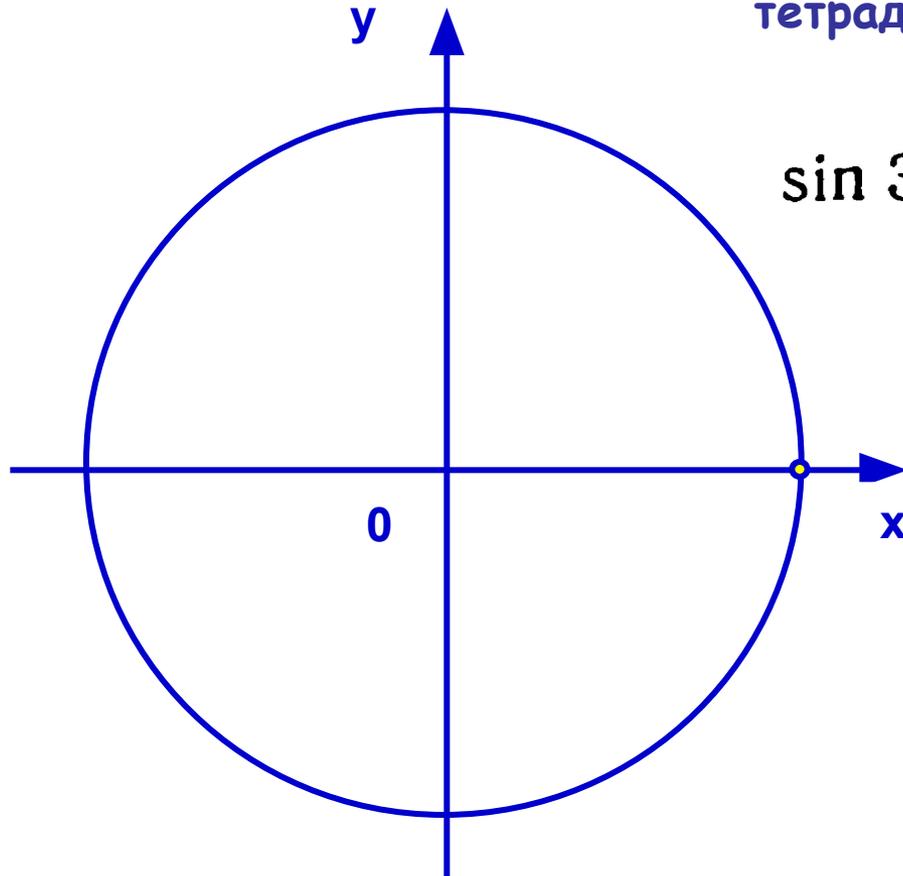
$$\cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) \geq \frac{1}{2}.$$

Проверим?

Решаем сами

5

(используем карандаш или фломастер, решения и ответы запишем в тетради)



$$\sin 3x \cos x + \cos 3x \sin x \geq \frac{1}{2}.$$

Проверим?

Выбрать правильный ответ

$$\sin x > 1$$

\mathbb{R}

$$\cos x > -3$$

\emptyset

$$\sin x \geq -5$$

-1

$$\cos x \leq -1,5$$

\emptyset

Выбрать правильный ответ

$$\cos x > -3$$

1

$$\cos x < 2$$

\emptyset

$$\cos x \geq 1$$

R

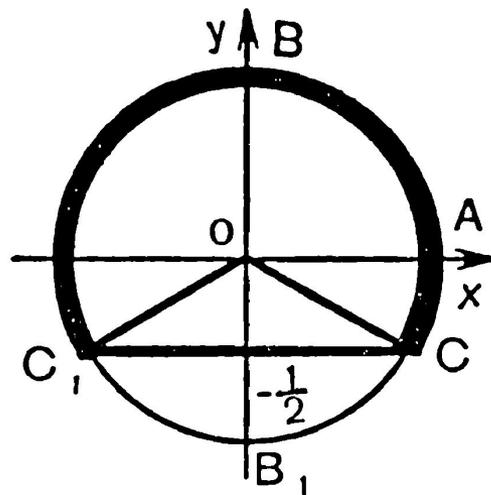
$$\cos x \leq -1,5$$

R

Решаем сами

$$\sin x \geq -\frac{1}{2}$$

1

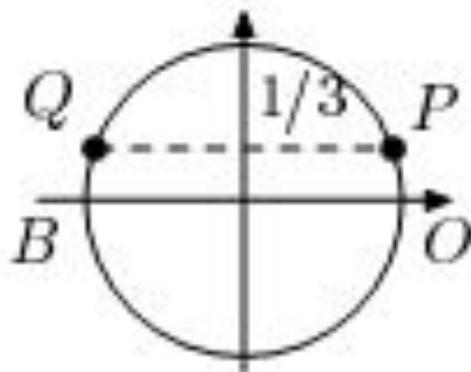


$$-\frac{\pi}{6} + 2\pi k \leq x \leq \frac{7\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbf{Z}.$$



2

Решаем сами



$$\sin x \leq 1/3.$$

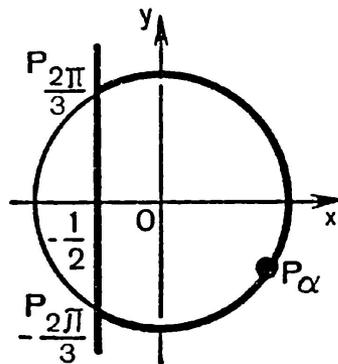
$$\left[-\pi - \arcsin \frac{1}{3} + 2\pi k; \arcsin \frac{1}{3} + 2\pi k \right] \quad (k \in \mathbb{Z}).$$



3

Решаем сами

$$\cos 3x \geq -\frac{1}{2}$$



$$-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \leq 3x \leq \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z};$$
$$-\frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{9} + \frac{2\pi k}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}.$$



4

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \geq \frac{1}{2}.$$

$\left[-\frac{\pi}{6} + 2n\pi; \frac{\pi}{2} + 2n\pi\right], n \in \mathbb{Z}$. Решение. $-\frac{\pi}{3} + 2n\pi \leq x - \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{3} + 2n\pi$ (рис. 38), $-\frac{\pi}{6} + 2n\pi \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2n\pi$.

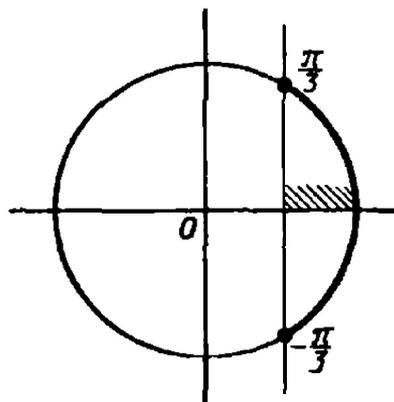
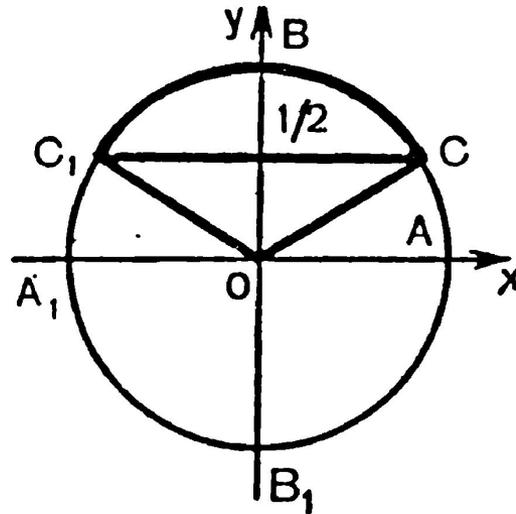


Рис. 38



5

$$\sin 3x \cos x + \cos 3x \sin x \geq \frac{1}{2}.$$



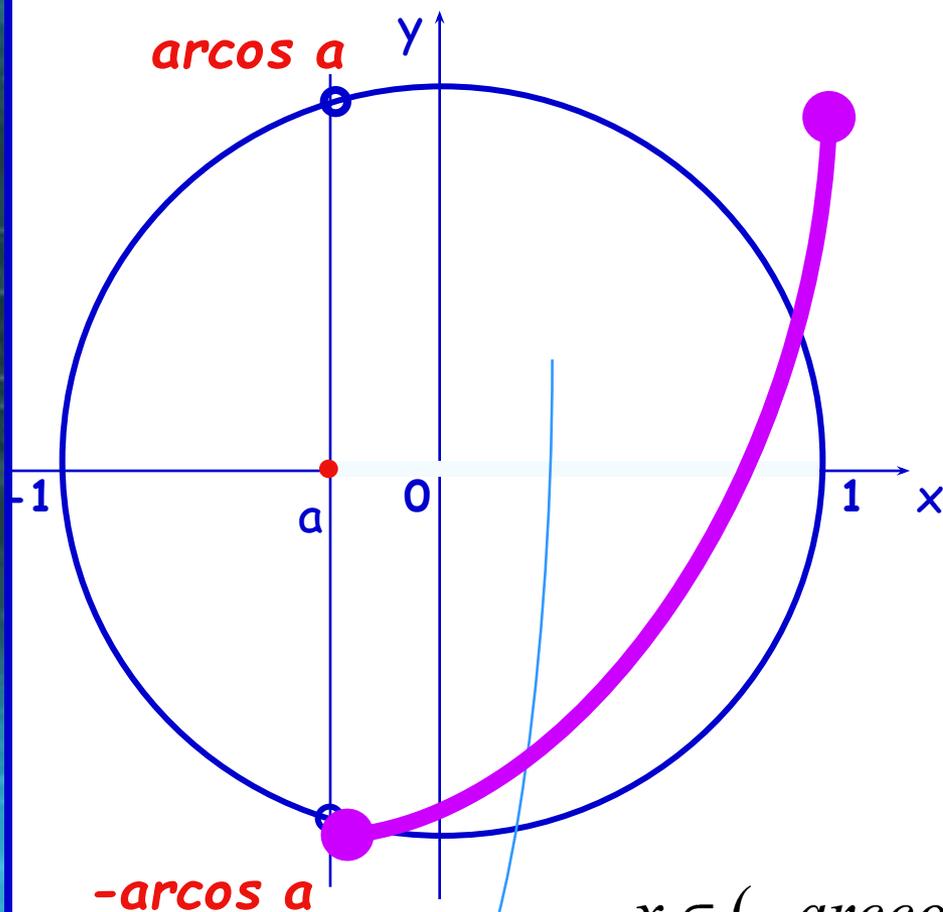
Пользуясь рисунком находим:

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi k \leq 4x \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z},$$

откуда $\frac{\pi}{24} + \frac{\pi k}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{24} + \frac{\pi k}{2}, \quad k \in \mathbb{Z}.$



Неравенство $\cos x > a$

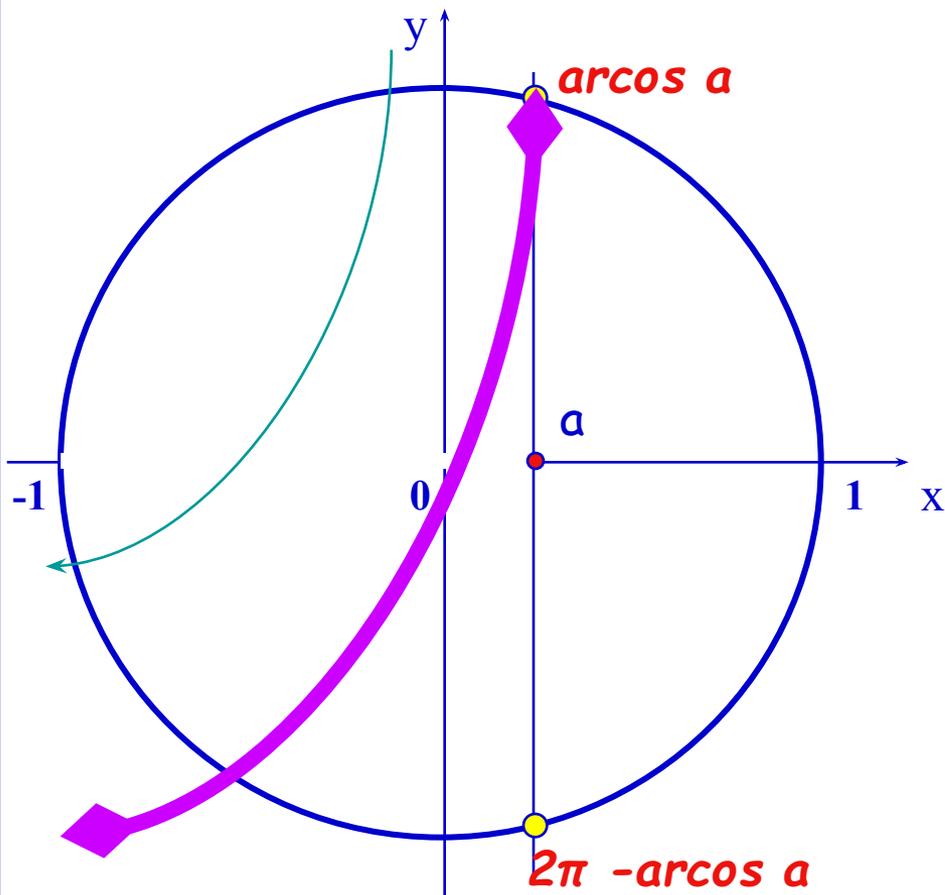


1. Отметить на оси абсцисс интервал $x > a$.
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in (-\arccos a + 2\pi n; \arccos a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$



Неравенство $\cos x \leq a$



1. Отметить на оси абсцисс интервал $x \leq a$.

2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.

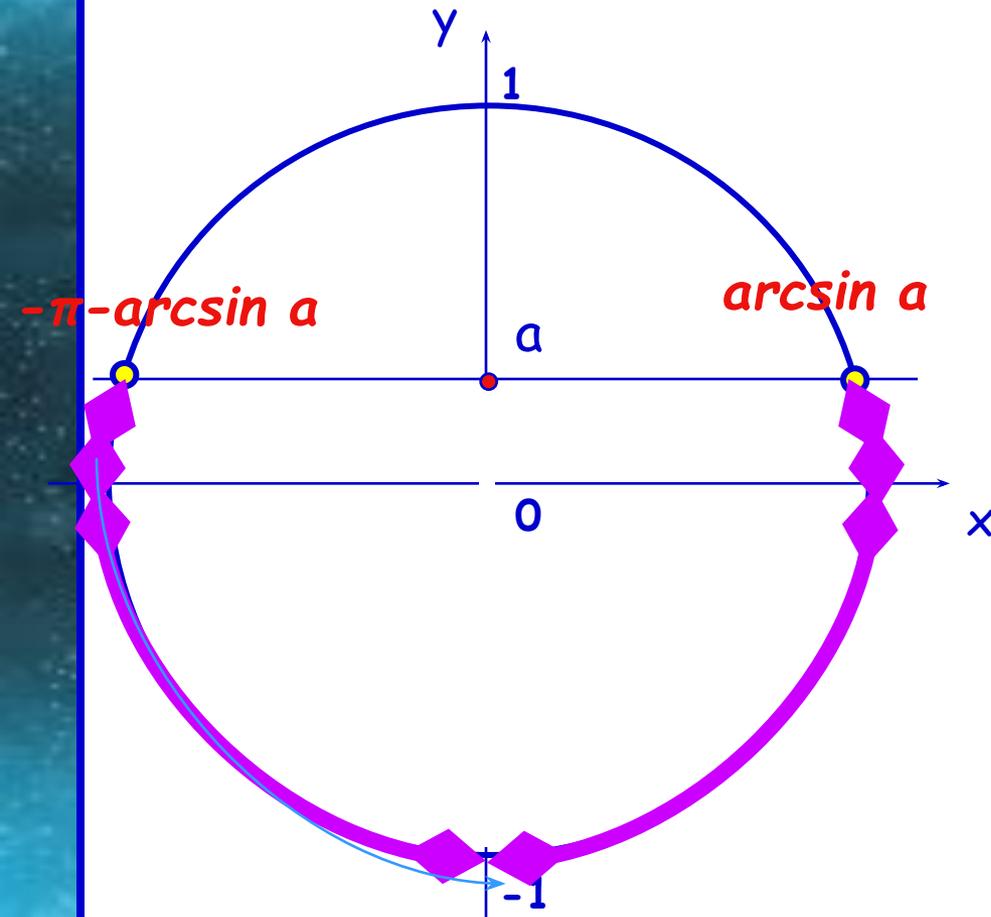
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.

4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in [\arccos a + 2\pi n; 2\pi - \arccos a + 2\pi n], n \in \mathbb{Z}$$



Неравенство $\sin x \leq a$

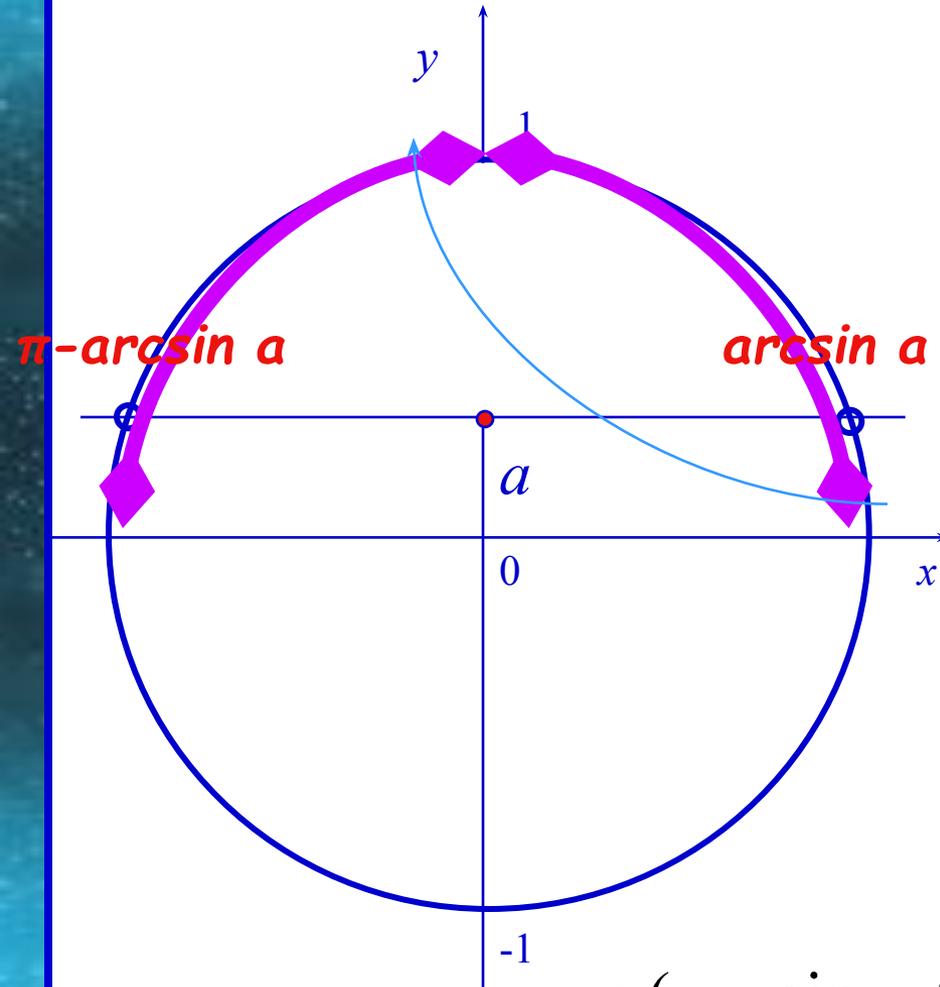


1. Отметить на оси ординат интервал $y \leq a$.
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

$$x \in \left[-\pi - \arcsin a + 2\pi n; \arcsin a + 2\pi n \right], n \in \mathbb{Z}$$



Неравенство $\sin x > a$

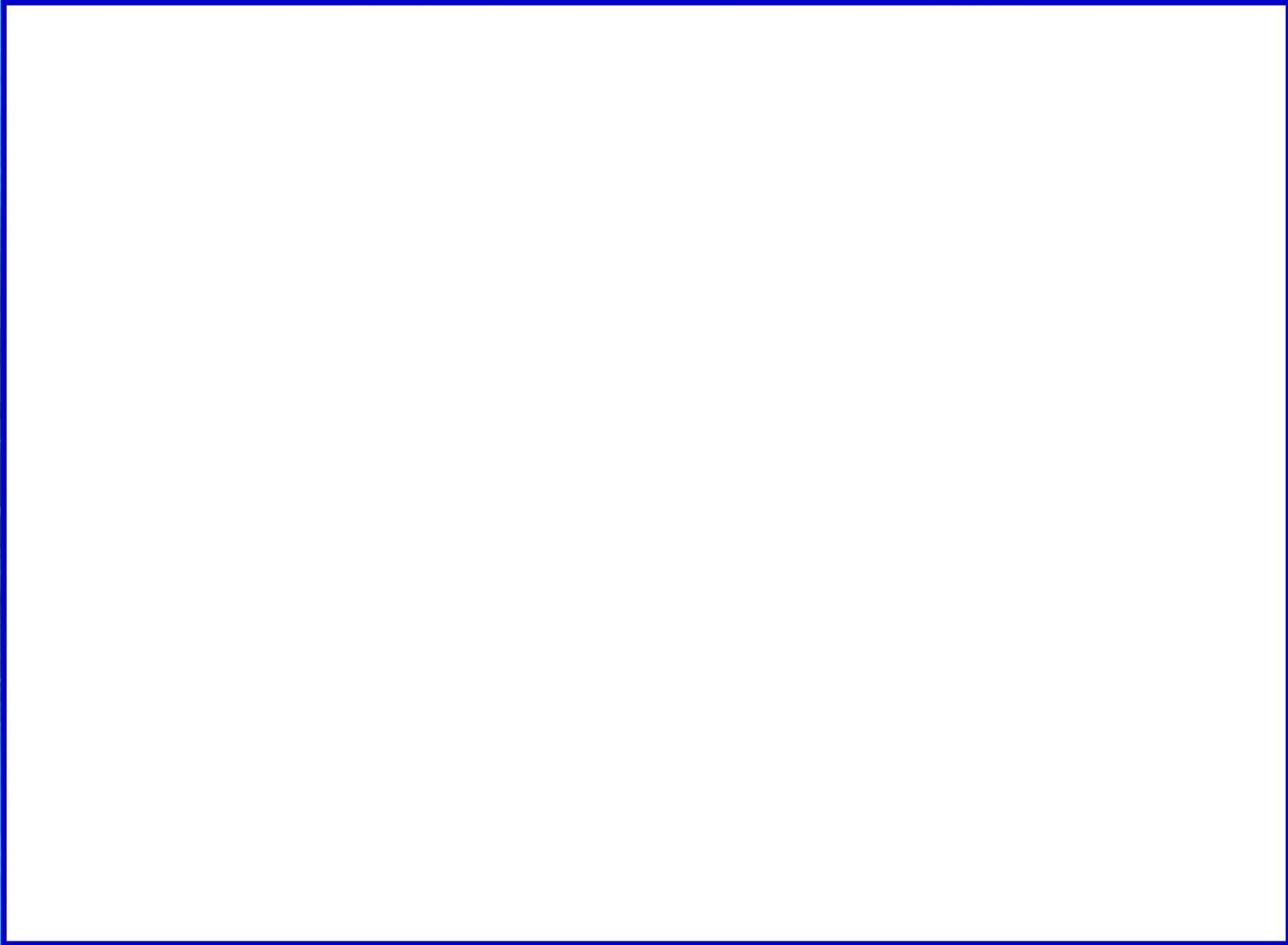


1. Отметить на оси ординат интервал $y > a$.
2. Выделить дугу окружности, соответствующую интервалу.
3. Записать числовые значения граничных точек дуги.
4. Записать общее решение неравенства.

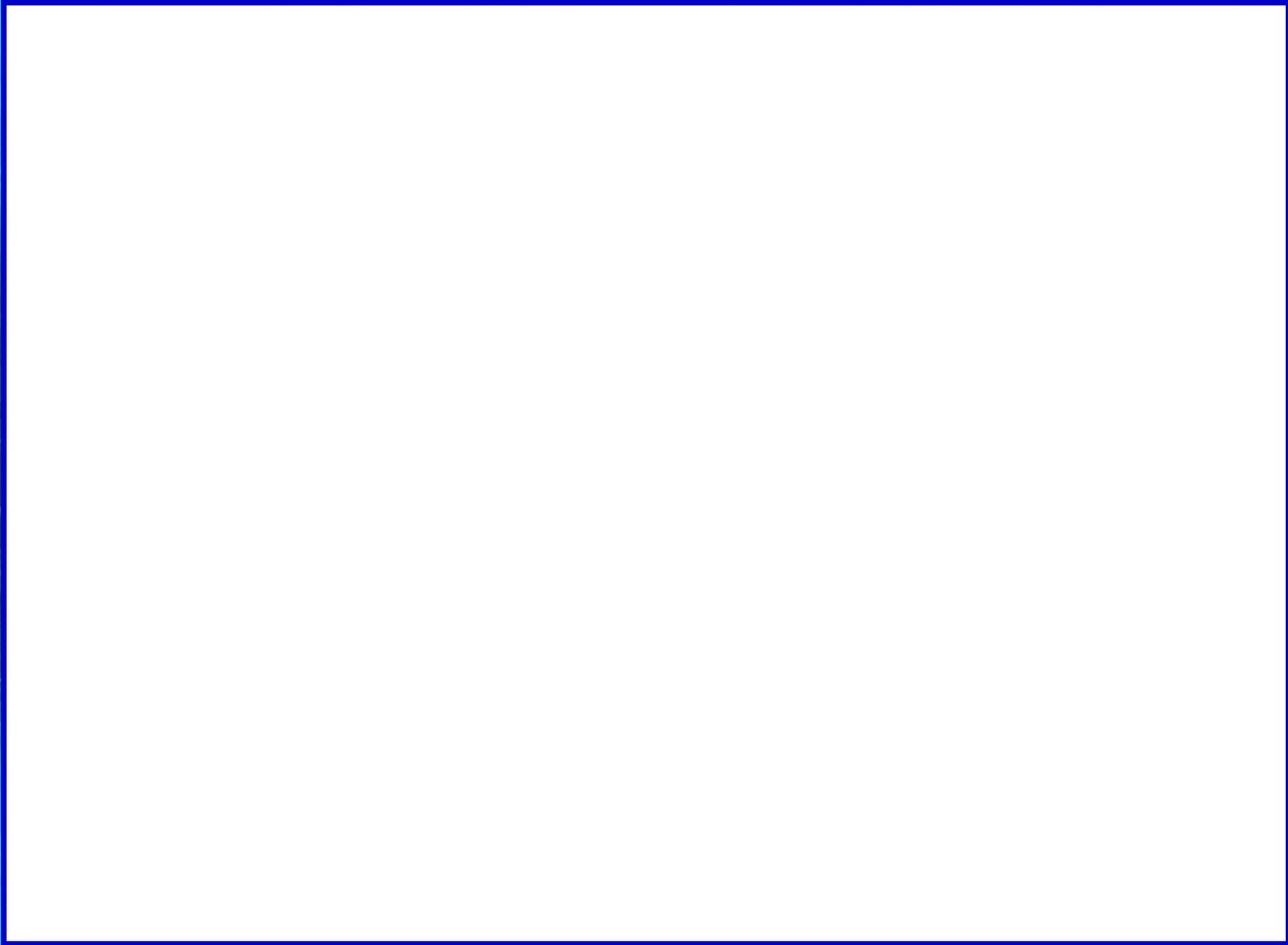
$$x \in (\arcsin a + 2\pi n; \pi - \arcsin a + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$$

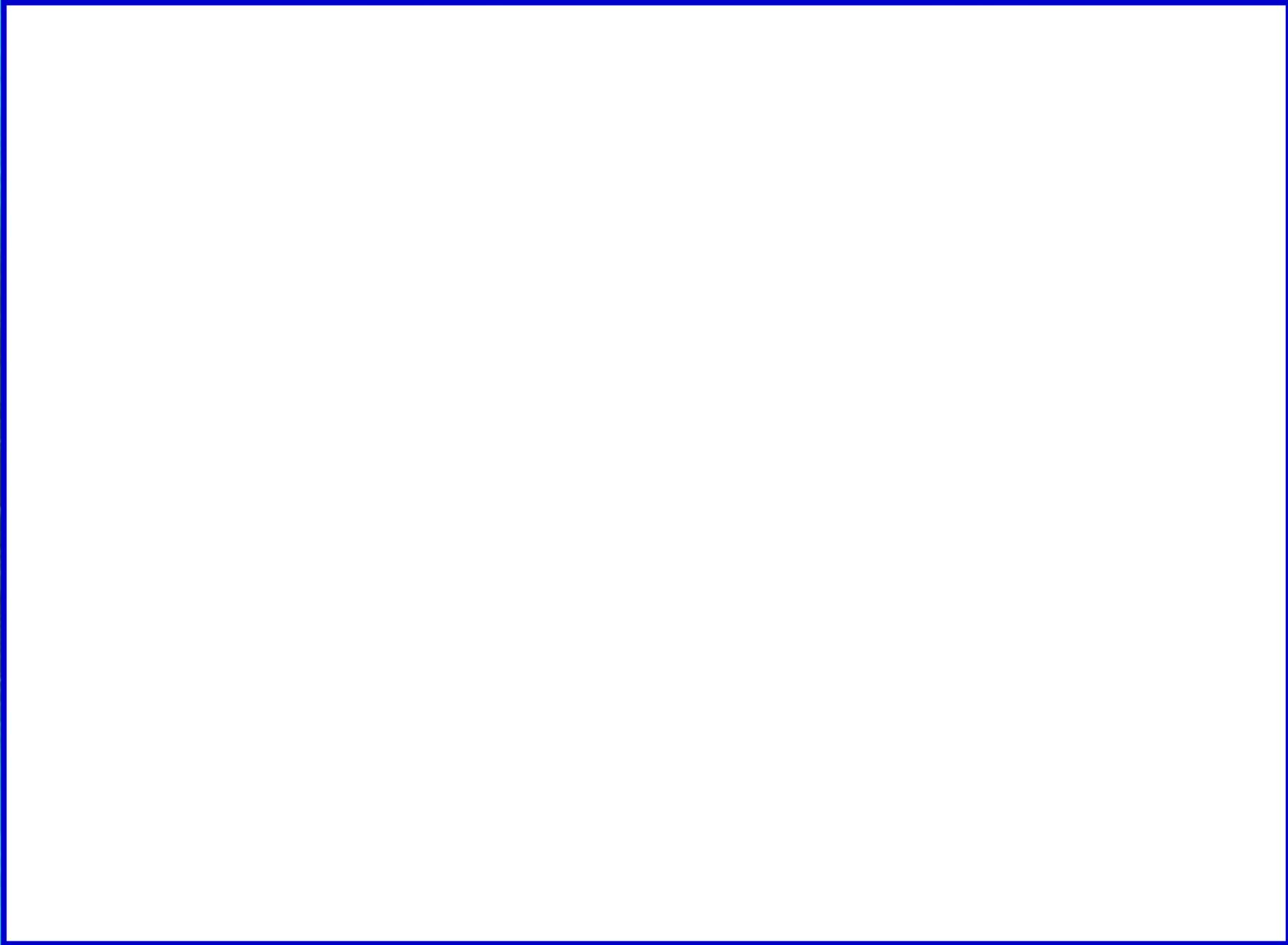












Тригонометрический круг шпаргалки

1 Тригонометрический круг — круг единичного радиуса на плоскости с фиксированной системой координат, начало которых совпадает с центром круга.

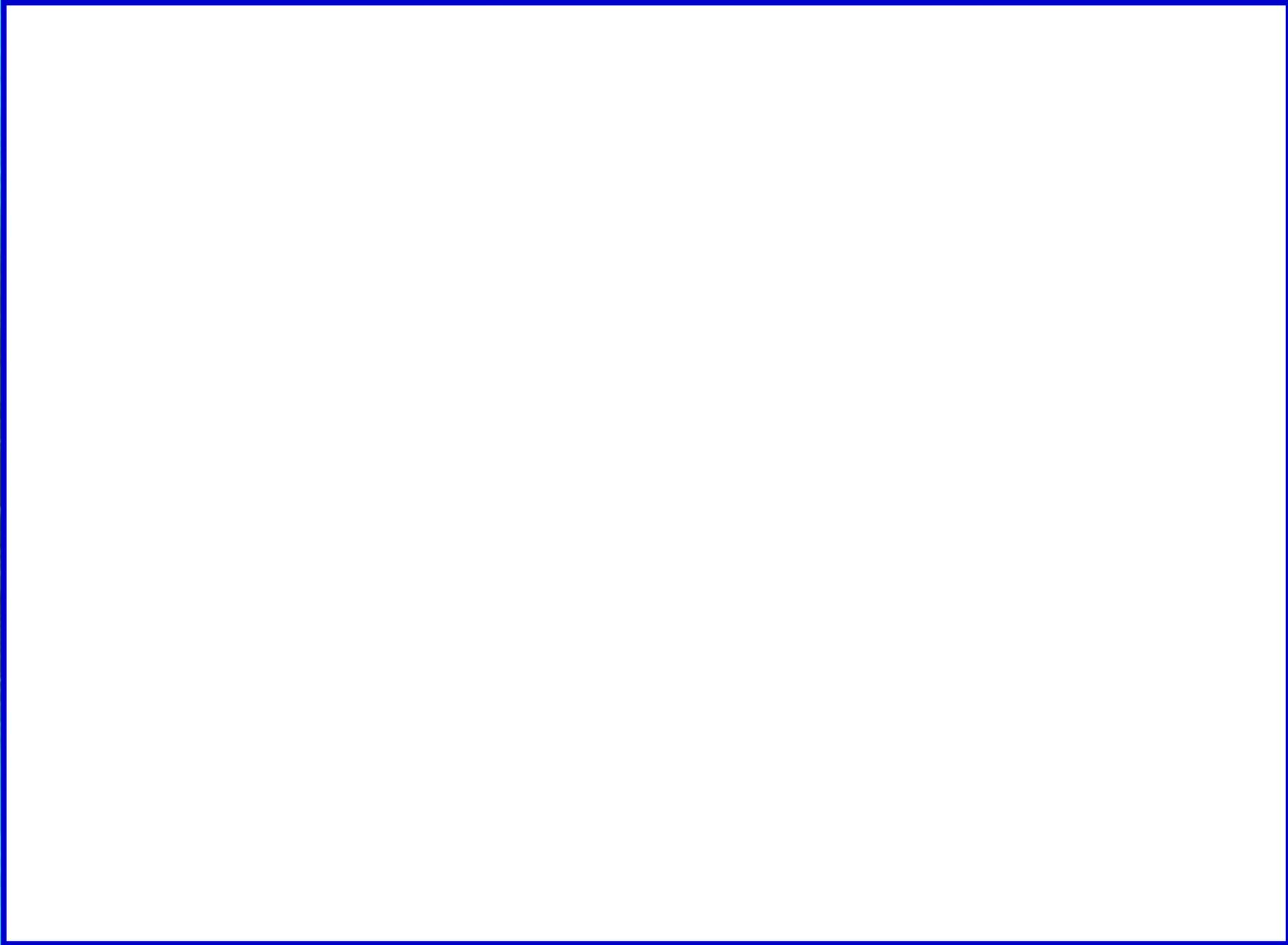


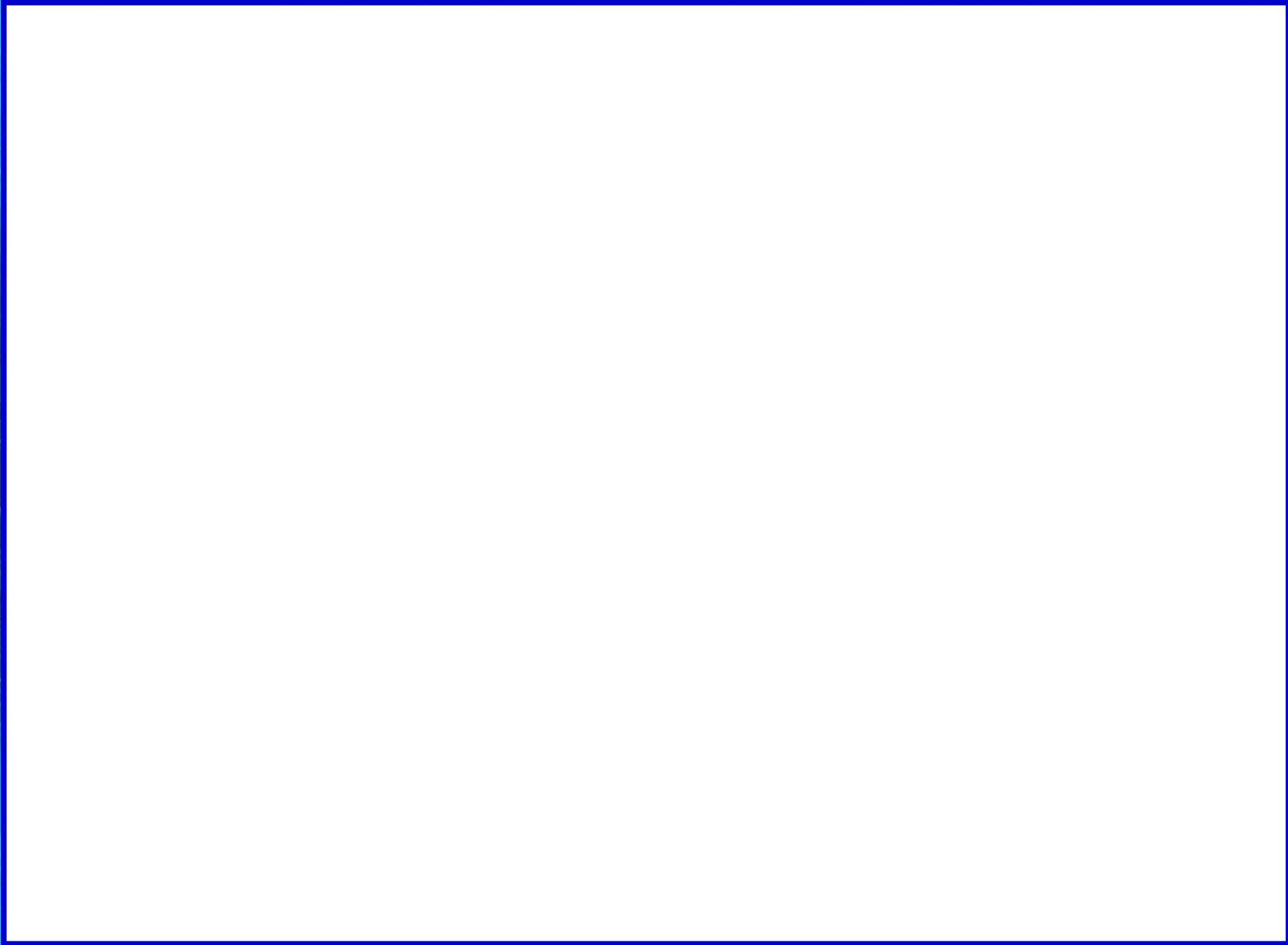
↑ sin x

2 Ось косинусов совпадает с осью абсцисс, а косинус числа x_0 можно определить как абсциссу точки, соответствующей на окружности числу x_0 (рис. 5.3).

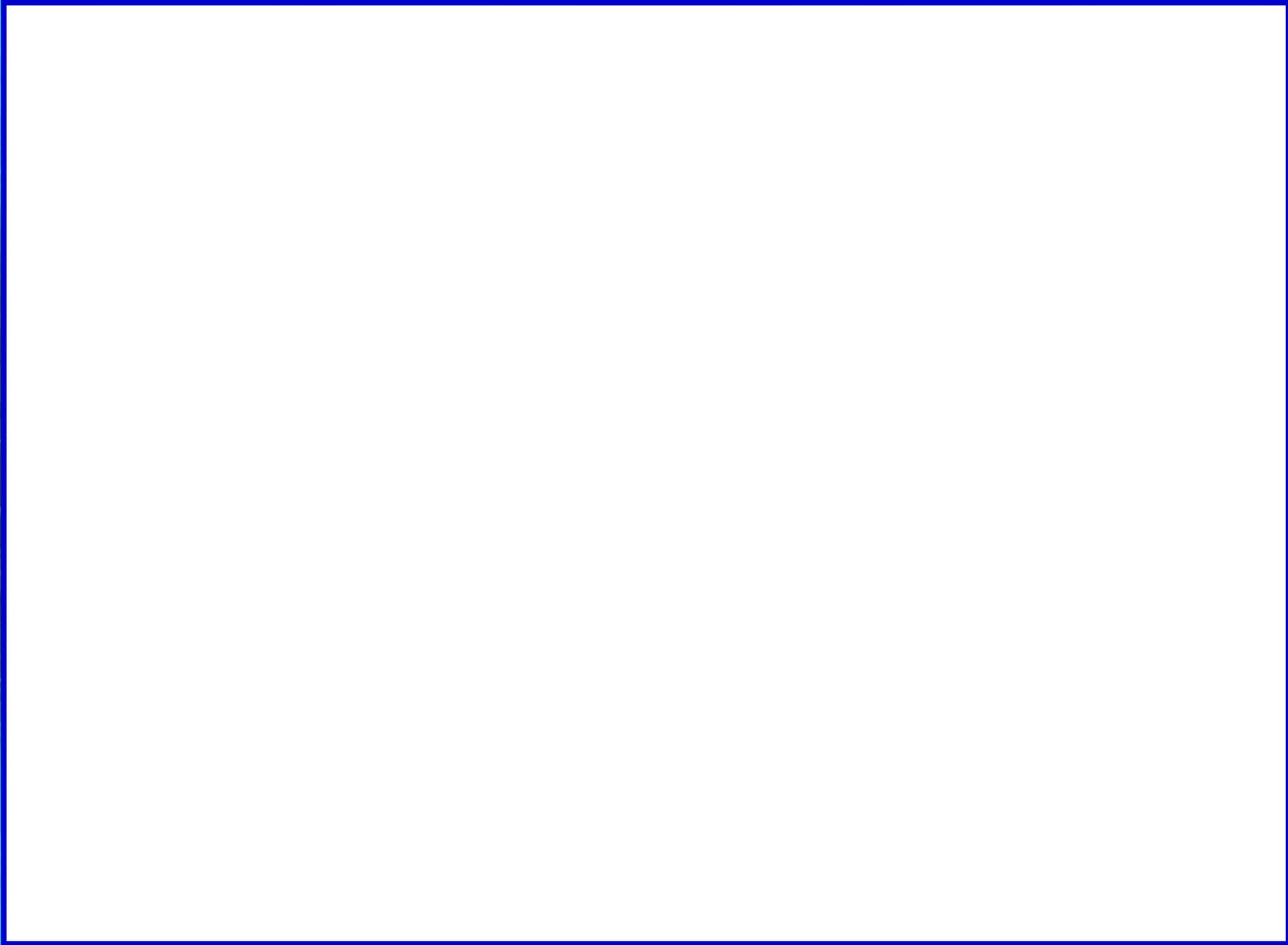


3 Ось синусов совпадает с осью ординат, а синус числа x_0 равен по определению ординате точки x_0 на числовой окружности (рис. 5.3).







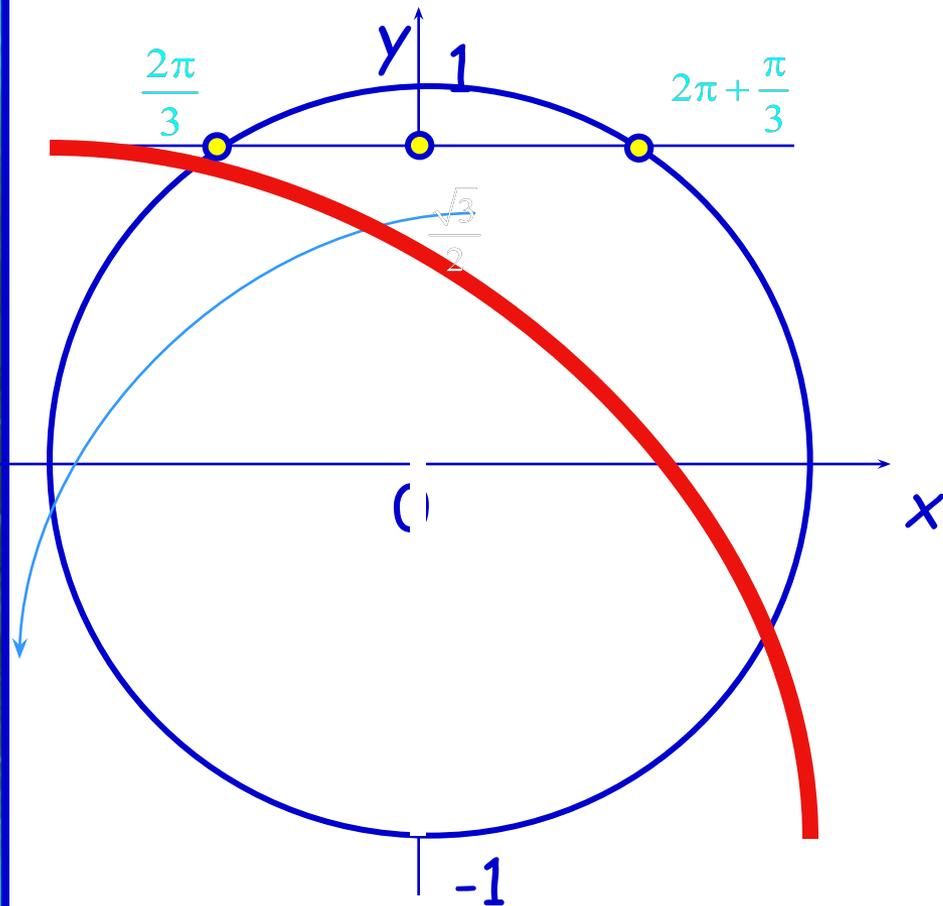


Примеры решения неравенств
 $\cos x \leq a$ и $\cos x > a$

Примеры решения неравенств
 $\cos x \leq a$ и $\cos x > a$

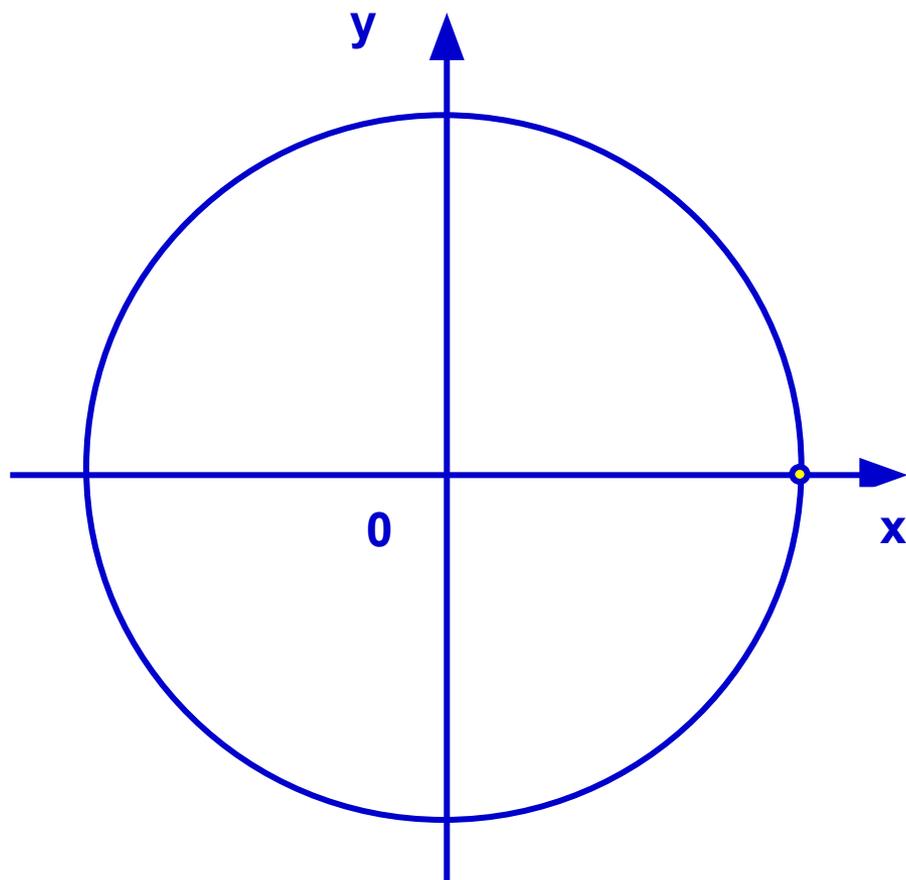
Решаем вместе

$$\sin t \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$$



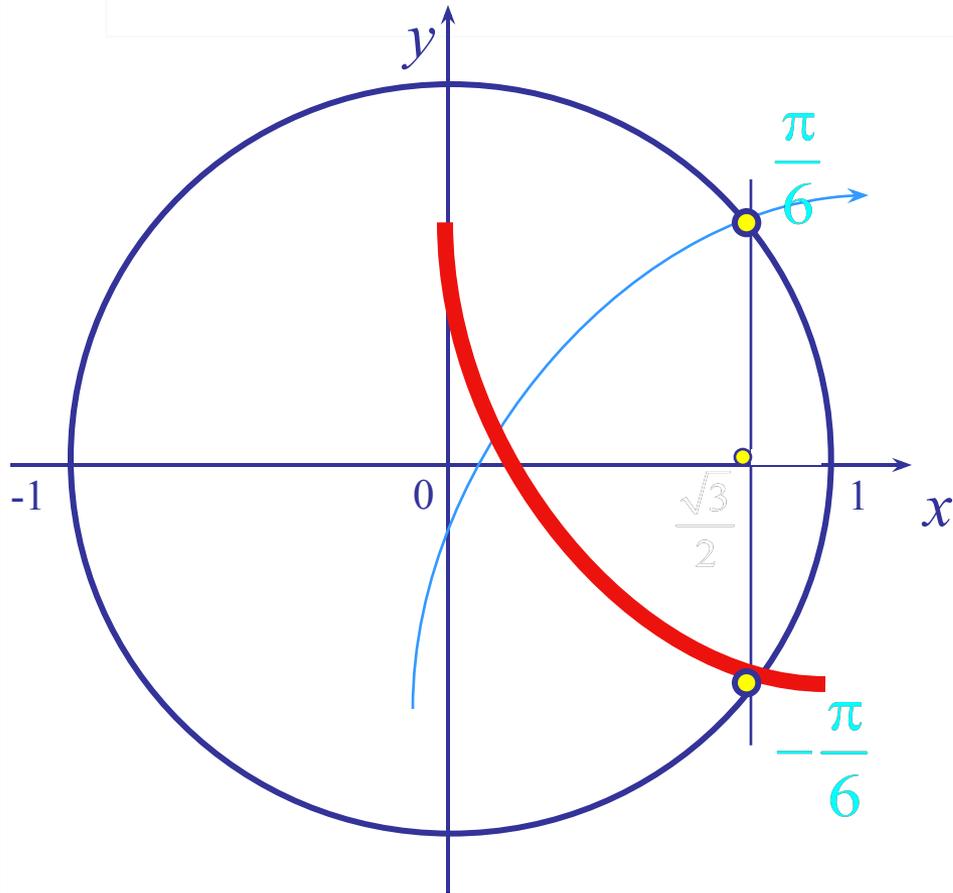
$$t \in \left[\frac{2\pi}{3} + 2\pi n; \frac{7\pi}{3} + 2\pi n \right], \quad n \in \mathbb{Z}$$

Решаем сами



Решаем вместе

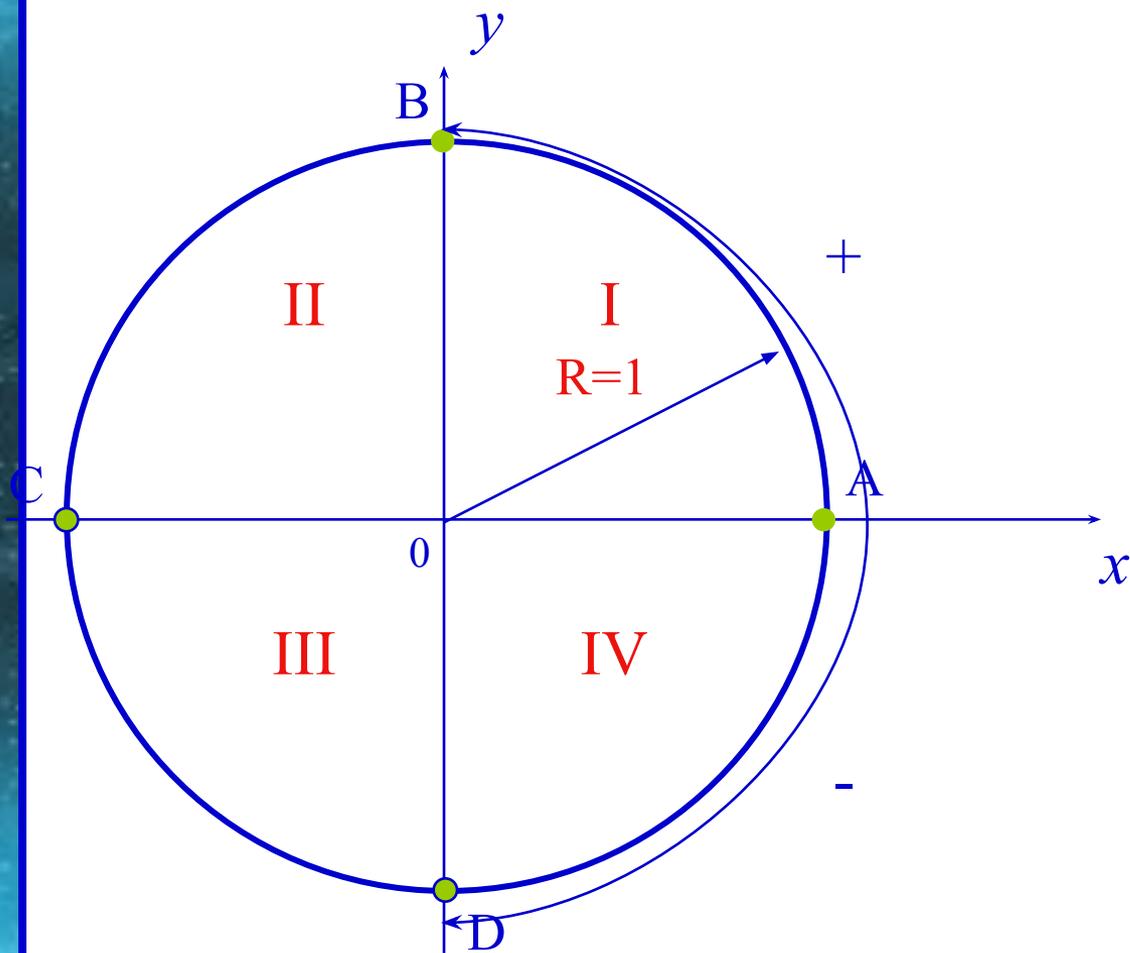
$$\cos t > \frac{\sqrt{3}}{2}$$



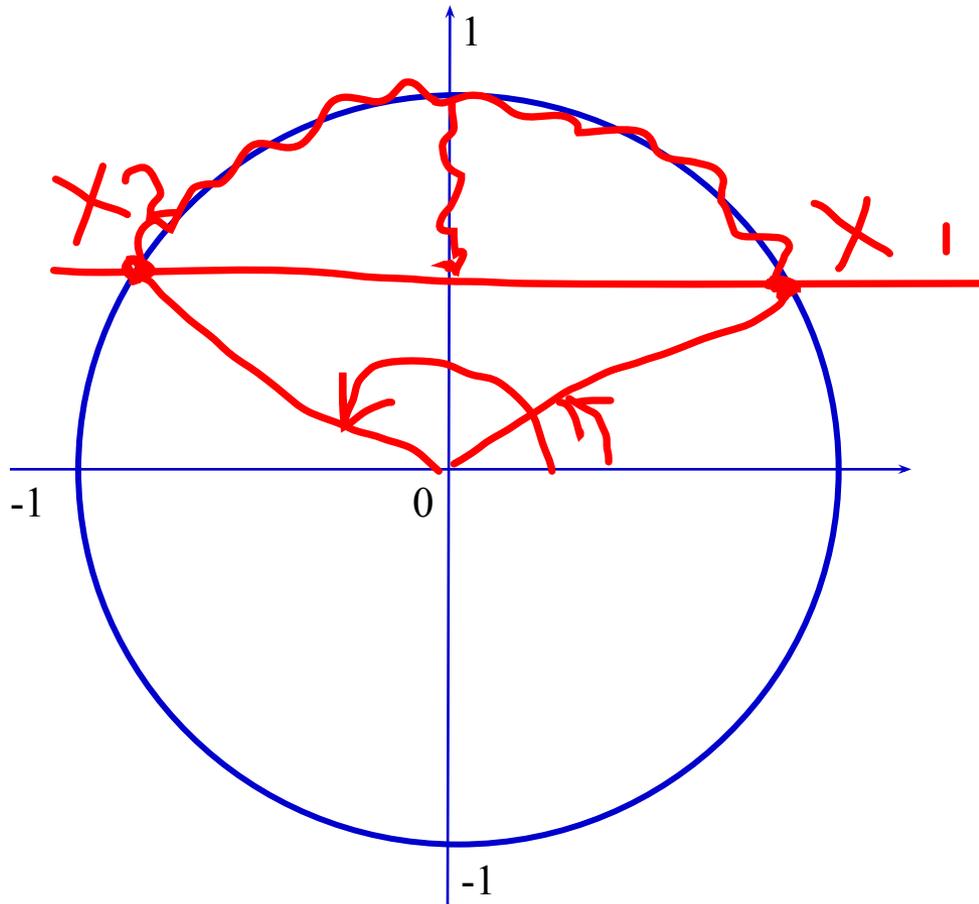
$$t \in \left(-\frac{\pi}{6} + 2\pi n; \frac{\pi}{6} + 2\pi n \right), \quad n \in \mathbb{Z}$$

Выполним тест

Тригонометрическая окружность



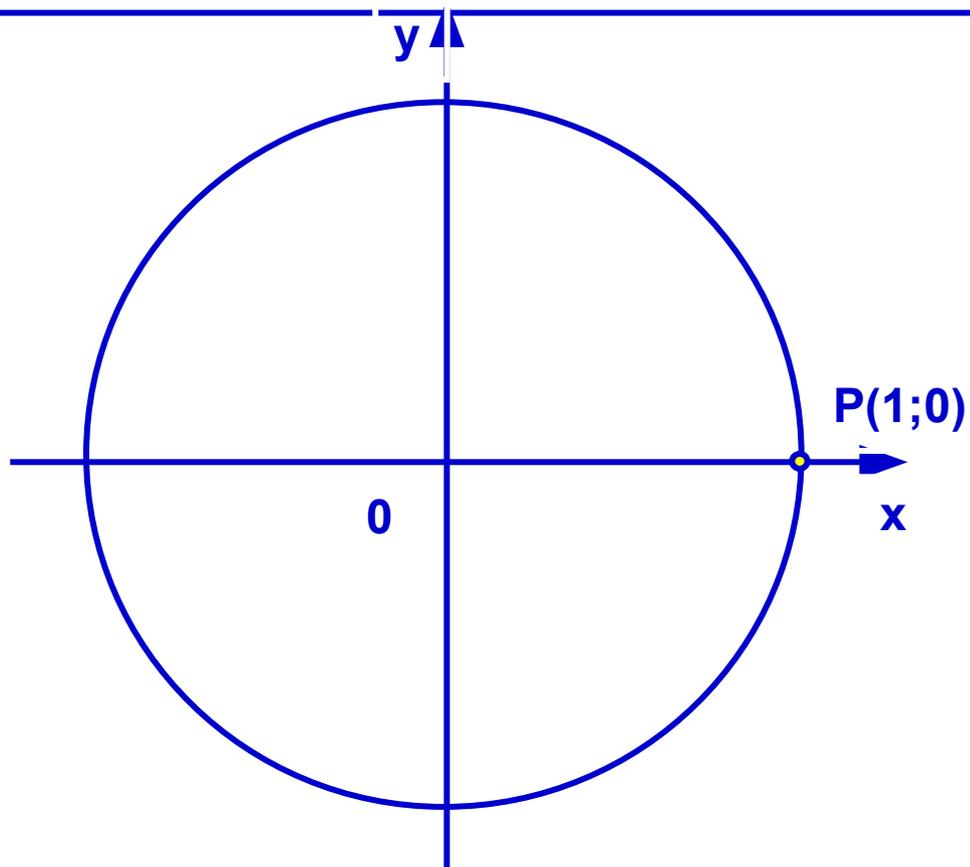
Попробуем сами!



Алгоритм решения простейших тригонометрических неравенств

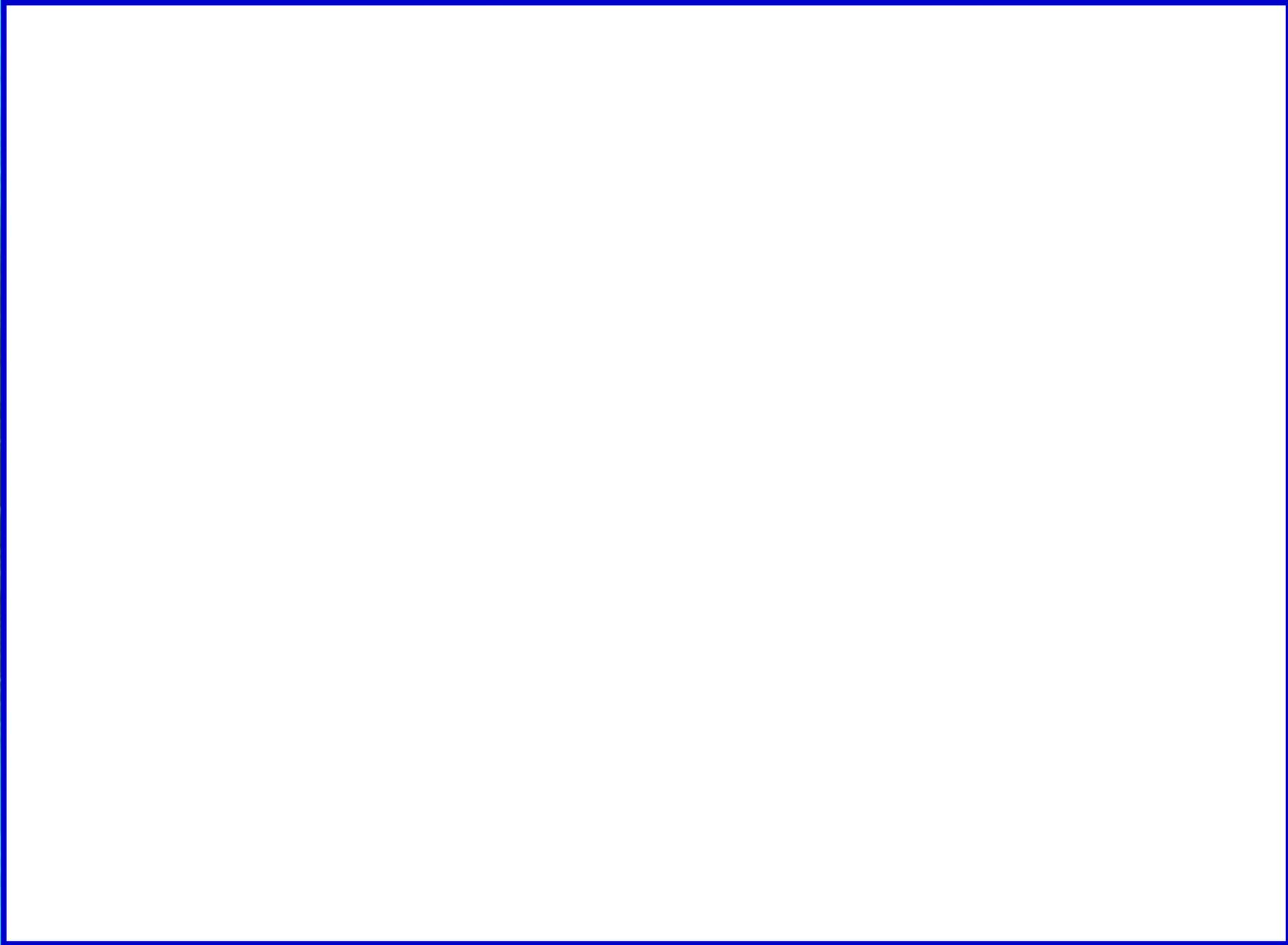
1. Построить единичную окружность.
2. Отметить число a на соответствующей оси.
3. - Провести прямую, проходящую через данную точку и перпендикулярную оси, на которой она расположена ($\sin t$, $\cos t$).
4. Отметить точки пересечения прямой с окружностью.
5. Определить дугу, точки которой удовлетворяют заданному неравенству.
6. Найти значение углов поворота, соответствующих полученным точкам.
7. Записать ответ, учитывая область значений, область определения и периодичность функции.

Решить неравенство $\cos \varphi \geq \frac{1}{2}$

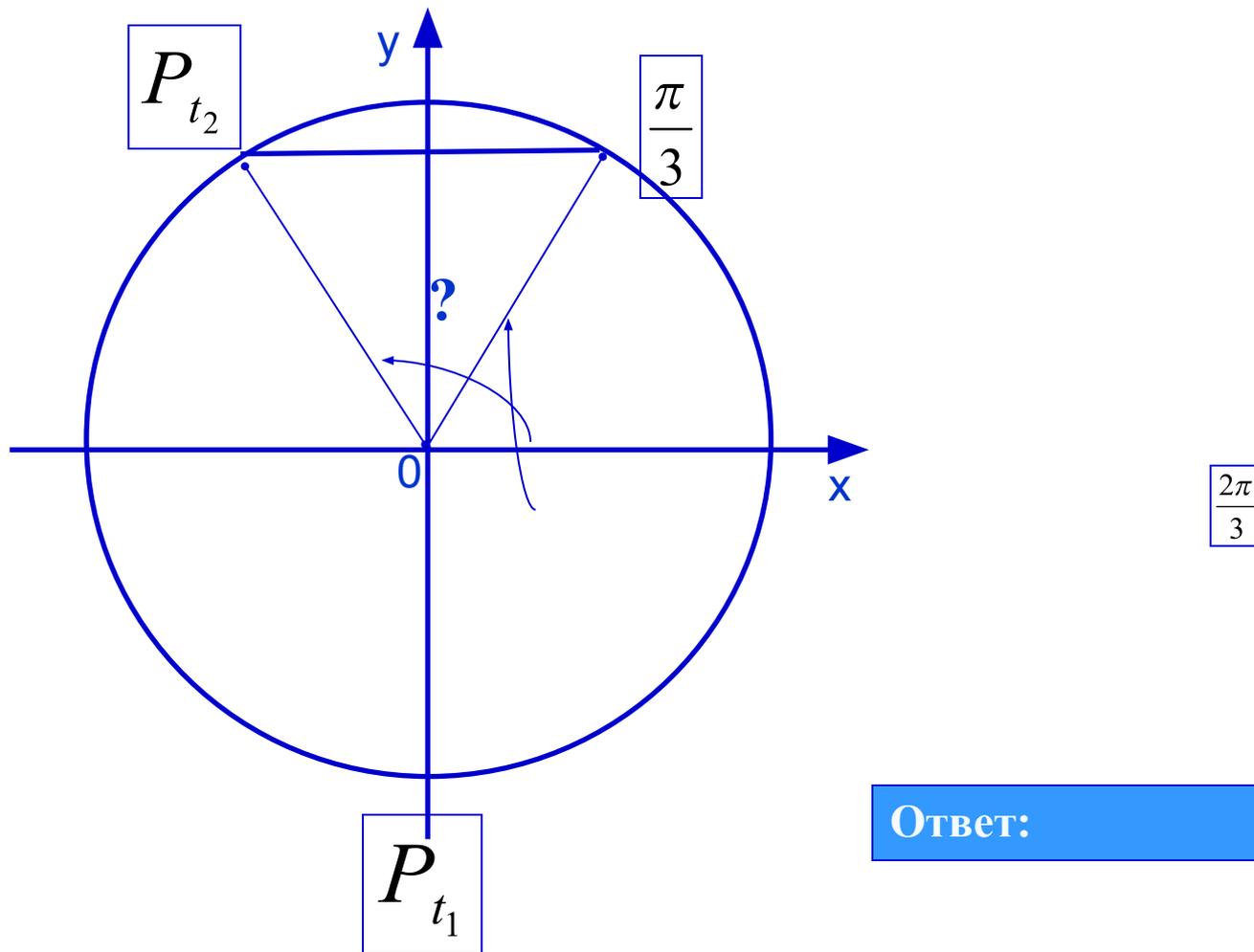


Шаг 1

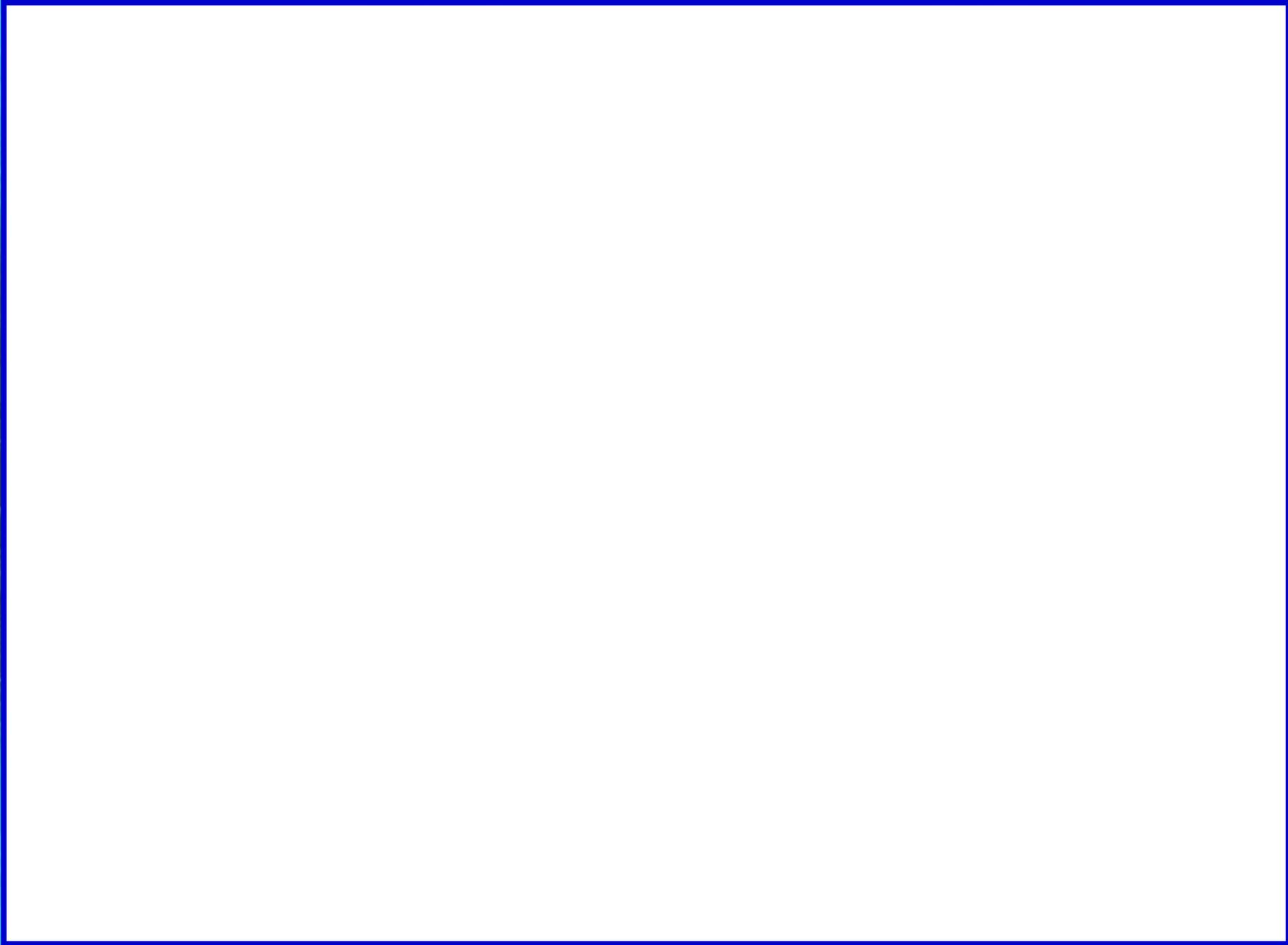




Определите величину угла.

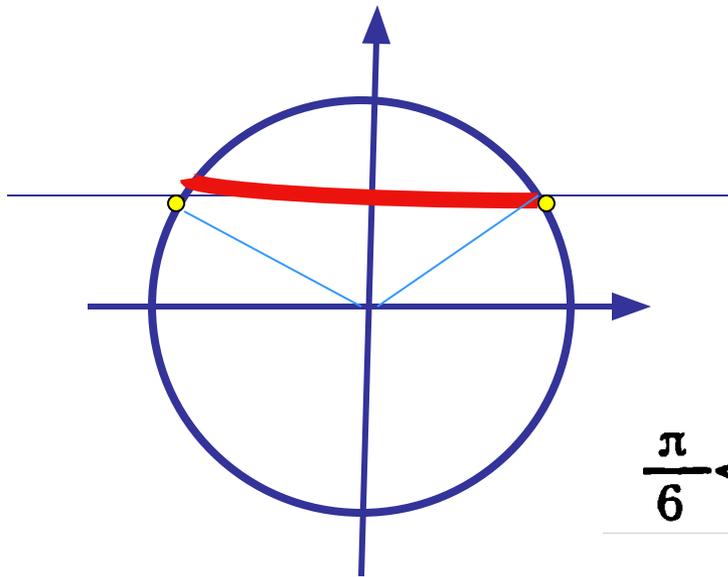


Ответ:

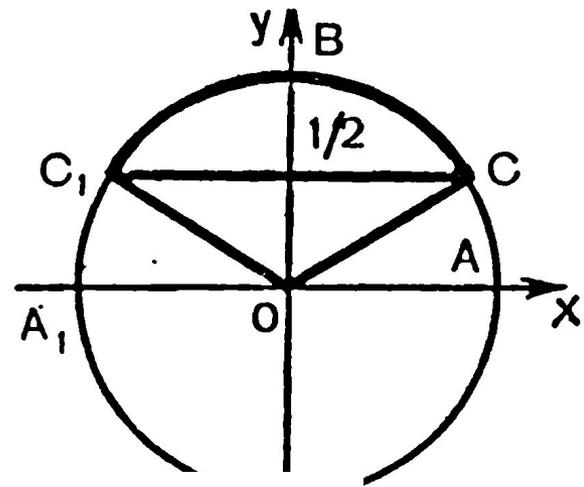


Решаем вместе

$$\sin x > \frac{1}{2}.$$



$$\frac{\pi}{6} < x < \frac{5\pi}{6}$$



Окончательно имеем:

$$\frac{\pi}{6} + 2\pi k < x < \frac{5\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

