

Wolfram *Mathematica*[®]6

Original concept: Stephen Wolfram
Front end concept: Theodore W. Gray

Copying this software in violation of
Federal Copyright Law is a criminal
offense. *Mathematica* is a registered
trademark of Wolfram Research, Inc.

© 1988-2007 Wolfram Research, Inc.



Описание объектов системы

- В основе системы Mathematica лежит идея, что все можно представить как символьное выражение.
- Все символьные выражения записываются в единой форме:

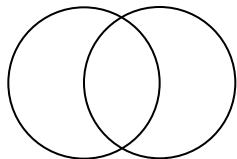
`head[arg1, arg2, ...]`

Описание объектов системы

- Список элементов $\{a, b, c\}$
`List[a, b, c]`
- Алгебраическое выражение $x^2 + \sqrt{x}$
`Plus[Power[x, 2], Sqrt[x]]`
- Уравнение $x == \text{Sin}[x]$
`Equal[x, Sin[x]]`
- Логическое выражение $p \ \&\& \ ! \ q$
`And[p, Not[q]]`

Описание объектов системы

□ График



```
Graphics[{Circle[1,0],2}, {Circle[-1,0],2}]
```

□ Абстрактная математическая запись

$$a \oplus b \sim c_{\infty}$$

```
Tilde[Circleplus[a,b], Subscript[c,infinity]]
```

□ Кнопка

Press here

```
ButtonBox["Press here"]
```

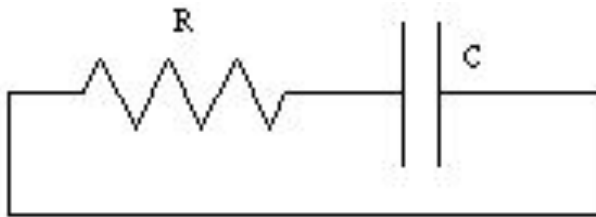
Описание объектов системы

- Химическая формула



```
Chemical[{Hydrogen,1}, {Nitrogen,1}, {Oxygen,3}]
```

- Электрическая цепь



```
Circuit[{Resistor["R"]}, {Capacitor["C"]}]
```

Mathematica как калькулятор

- Нажатие клавиш Ctrl+Enter является командой "вычислить".
- *Mathematica* автоматически обрабатывает числа любого размера.

6 ^ 200

6²⁰⁰

```
426825223812027400796974891518773732342988745354489429495479078935112929549\  
61973901907213934075709729681281546667612983095446524051759524238401559191\  
9845376
```

Mathematica как калькулятор

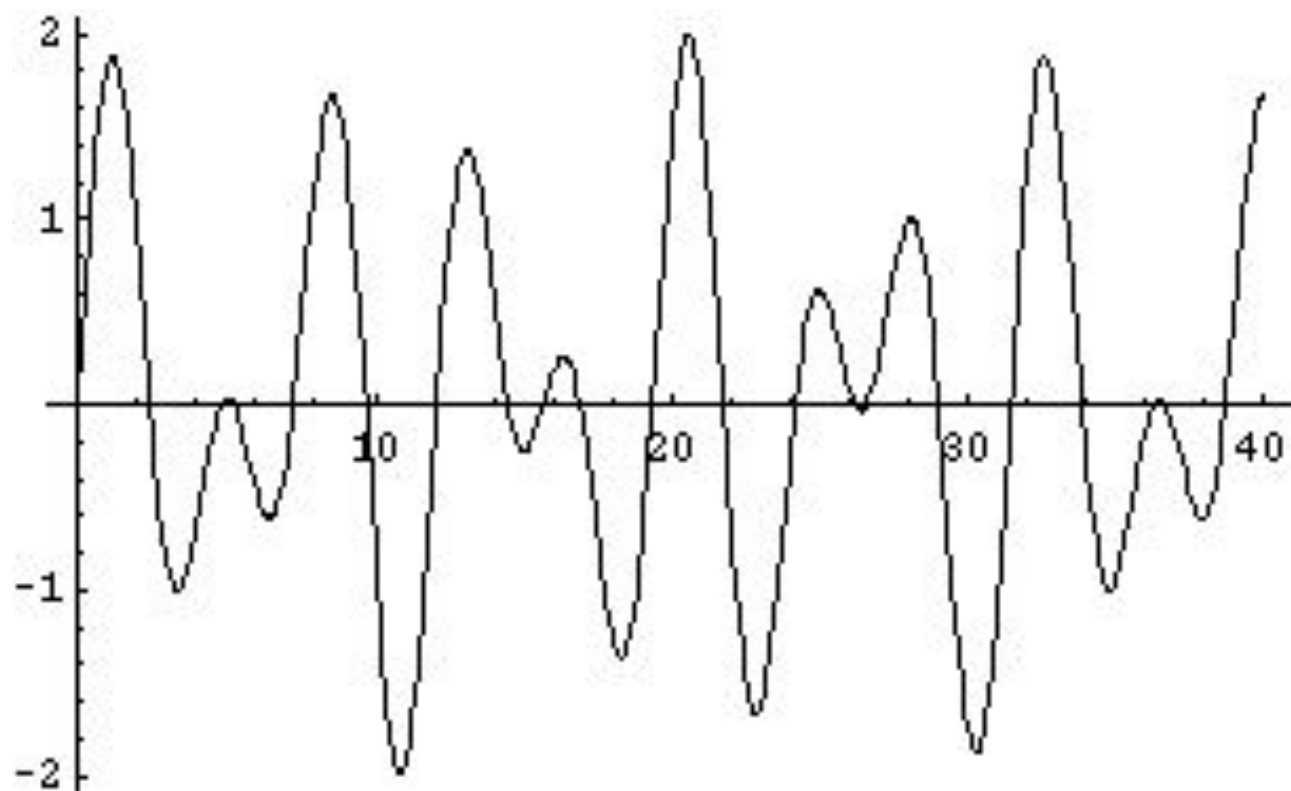
- Важной особенностью системы Mathematica является ее способность оперировать с символьными выражениями так же легко, как и с числами.

$$\int \sqrt{x} \sqrt{a+x} dx$$

$$\sqrt{a+x} \left(\frac{a\sqrt{x}}{4} + \frac{x^{3/2}}{2} \right) - \frac{1}{4} a^2 \text{Log}[\sqrt{x} + \sqrt{a+x}]$$

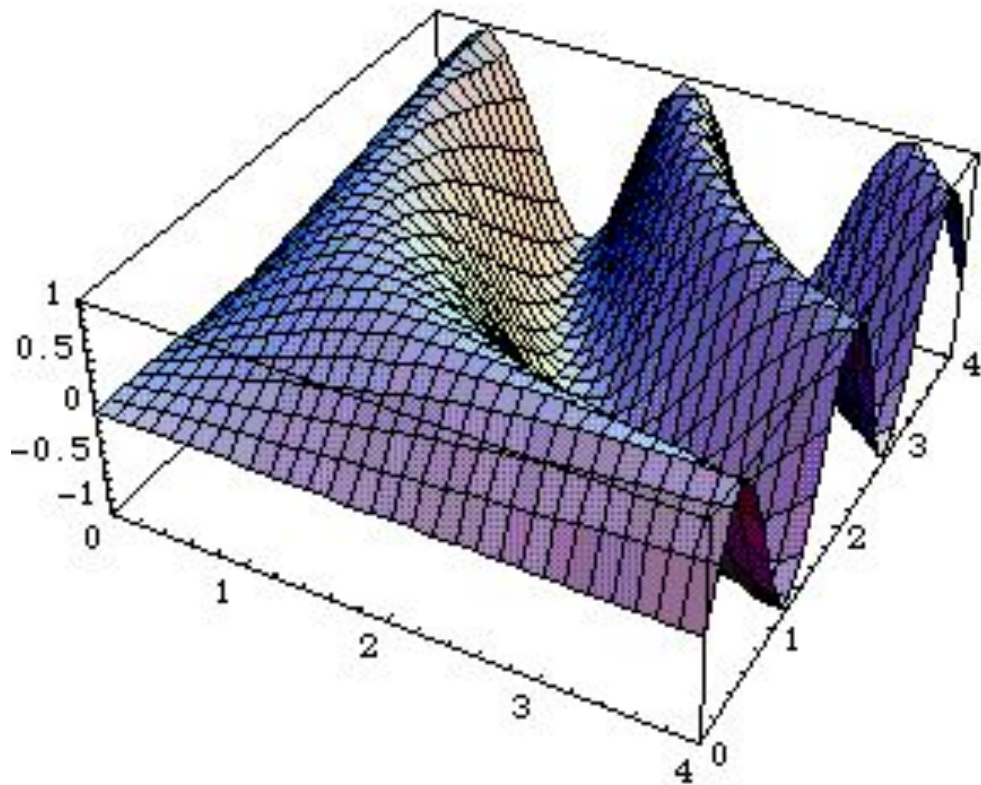
Двумерный график функции

```
Plot[Sin[x] + Sin[1.6 x], {x, 0, 40}]
```



Трехмерный график функции

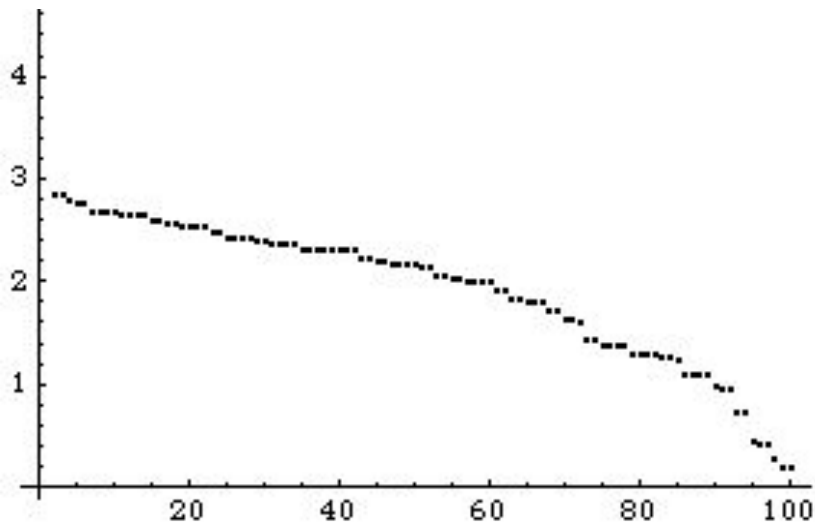
```
Plot3D[Sin[x y], {x, 0, 4}, {y, 0, 4}, PlotPoints -> 30]
```



Вычислительная мощь

- Эта команда создает матрицу случайных чисел размера 100x100
`m = Table[Random[], {100}, {100}];`
- На большинстве компьютеров система *Mathematica* затрачивает меньше секунды на вычисление всех собственных значений этой матрицы и представление их модулей в виде графика.

`ListPlot[Abs[Eigenvalues[m]]]`



Вычислительная мощь

- *Mathematica* способна проводить вычисления с любой заданной точностью. Здесь приведено значение числа пи, вычисленное с 500 знаками.

`N[π , 500]`

```
3.1415926535897932384626433832795028841971693993751058209749445923078164062862\
08998628034825342117067982148086513282306647093844609550582231725359408128481\
11745028410270193852110555964462294895493038196442881097566593344612847564823\
37867831652712019091456485669234603486104543266482133936072602491412737245870\
06606315588174881520920962829254091715364367892590360011330530548820466521384\
14695194151160943305727036575959195309218611738193261179310511854807446237996\
27495673518857527248912279381830119491
```

Вычислительная мощь

- *Mathematica* легко справляется с алгебраическими преобразованиями, которые заняли бы годы ручной работы. Разложение полинома на множители.

Factor[$x^{99} + y^{99}$]

$$\begin{aligned} & (x + y) (x^2 - x y + y^2) (x^6 - x^3 y^3 + y^6) \\ & (x^{10} - x^9 y + x^8 y^2 - x^7 y^3 + x^6 y^4 - x^5 y^5 + x^4 y^6 - x^3 y^7 + x^2 y^8 - x y^9 + y^{10}) \\ & (x^{20} + x^{19} y - x^{17} y^3 - x^{16} y^4 + x^{14} y^6 + x^{13} y^7 - x^{11} y^9 - \\ & \quad x^{10} y^{10} - x^9 y^{11} + x^7 y^{13} + x^6 y^{14} - x^4 y^{16} - x^3 y^{17} + x y^{19} + y^{20}) \\ & (x^{60} + x^{57} y^3 - x^{51} y^9 - x^{48} y^{12} + x^{42} y^{18} + x^{39} y^{21} - x^{33} y^{27} - x^{30} y^{30} - \\ & \quad x^{27} y^{33} + x^{21} y^{39} + x^{18} y^{42} - x^{12} y^{48} - x^9 y^{51} + x^3 y^{57} + y^{60}) \end{aligned}$$

Вычислительная мощь

- Система *Mathematica* использует изоощренные алгоритмы для упрощения выражений. Здесь % заменяет собой результат предыдущего вычисления.

```
Simplify[%]
```

$$x^{99} + y^{99}$$

Математические возможности

- Всякий раз, используя систему *Mathematica*, Вы обращаетесь к самой большой в мире коллекции вычислительных алгоритмов.
- Система *Mathematica* объединяет в себе запас мировых математических знаний и использует свои собственные революционные алгоритмы.

Математические возможности

- Система *Mathematica* может вычислять значения специальных функций с любыми параметрами и с любой точностью.

```
N[MathieuC[1 + I, 2 I, 3], 40]
```

```
3.925131137412519864349764616815837920363 +  
1.898823911543347241105274797143911577679 I
```


Математические возможности

- *Mathematica* может вычислять очень много разных типов интегралов.

$$\int \sqrt{x} \operatorname{ArcTan}[x] \, dx \quad -\frac{4\sqrt{x}}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{2} \operatorname{ArcTan}\left[\frac{-\sqrt{2}+2\sqrt{x}}{\sqrt{2}}\right] + \frac{1}{3}\sqrt{2} \operatorname{ArcTan}\left[\frac{\sqrt{2}+2\sqrt{x}}{\sqrt{2}}\right] + \frac{2}{3}x^{3/2} \operatorname{ArcTan}[x] - \frac{\operatorname{Log}[-1+\sqrt{2}\sqrt{x}-x]}{3\sqrt{2}} + \frac{\operatorname{Log}[1+\sqrt{2}\sqrt{x}+x]}{3\sqrt{2}}$$

$$\int_0^{\infty} \operatorname{Log}[x] \operatorname{Exp}[-x^3] \, dx \quad -\frac{1}{54} \operatorname{Gamma}\left[\frac{1}{3}\right] (6 \operatorname{EulerGamma} + \sqrt{3} \pi + 9 \operatorname{Log}[3])$$

$$\int_0^{\infty} \operatorname{Sin}[x^2] \operatorname{Exp}[-x] \, dx \quad -\frac{1}{2\sqrt{2}} \left(-\sqrt{\pi} \operatorname{Cos}\left[\frac{1}{4}\right] + \sqrt{2} \operatorname{HypergeometricPFQ}\left[\{1\}, \left\{\frac{3}{4}, \frac{5}{4}\right\}, -\frac{1}{64}\right] - \sqrt{\pi} \operatorname{Sin}\left[\frac{1}{4}\right] \right)$$

Математические возможности

- *Mathematica* может решать широкий класс обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных.

`DSolve[y''[x] + y'[x] + x y[x] == 0, y[x], x]`

`{ { y[x] -> E^{-x/2} (AiryBi [(-1)^{1/3} (-1/4 + x)] C[1] + AiryAi [(-1)^{1/3} (-1/4 + x)] C[2]) }`

Математические возможности

- Встроенные алгоритмы системы *Mathematica* способны справиться с широким спектром математических задач.
- Здесь вычисляется миллиардное простое число при совместном использовании алгоритмов и встроенных таблиц.

Prime[10^9]

22801763489

Обработка данных

- *Mathematica* позволяет импортировать данные в любом формате и затем их обрабатывать с помощью различных функций.
- Чтение данных из файла `image.dat`

```
data = ReadList["image.dat", Number, RecordLists → True];
```

Обработка данных

- Изображение данных в виде графика ПЛОТНОСТИ.

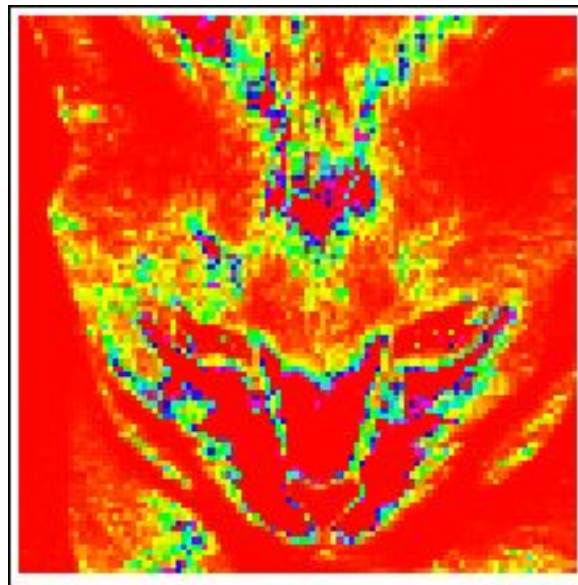
```
ListDensityPlot[data, Mesh → False, FrameTicks → None]
```



Обработка данных

- К данным можно применить любую встроенную функцию системы *Mathematica*.

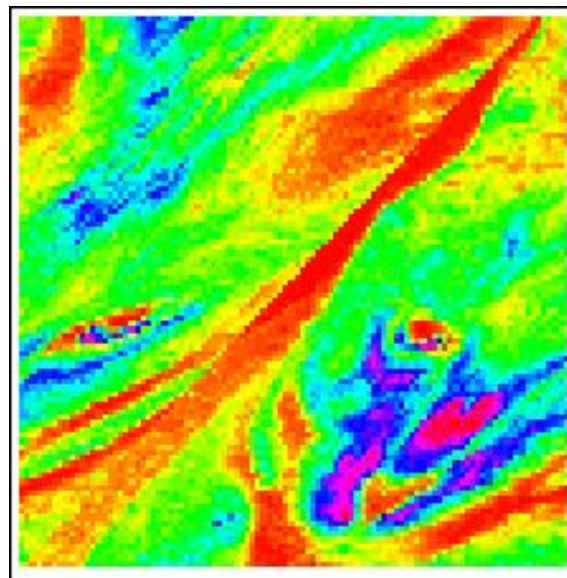
```
ListDensityPlot[Exp[Sqrt[data]], Mesh → False, FrameTicks → None,  
ColorFunction → Hue]
```



Обработка данных

- Здесь осуществлен сдвиг данных вправо.

```
ListDensityPlot [MapIndexed[RotateRight, data], Mesh → False, FrameTicks → None,  
ColorFunction → Hue]
```



Обработка данных

- А здесь показан контурный график данных.

`ListContourPlot[data, ContourShading → False, Contours → 6, FrameTicks → None]`



Обработка данных

- Тут изображены данные, в которых оставили только несколько компонент Фурье.

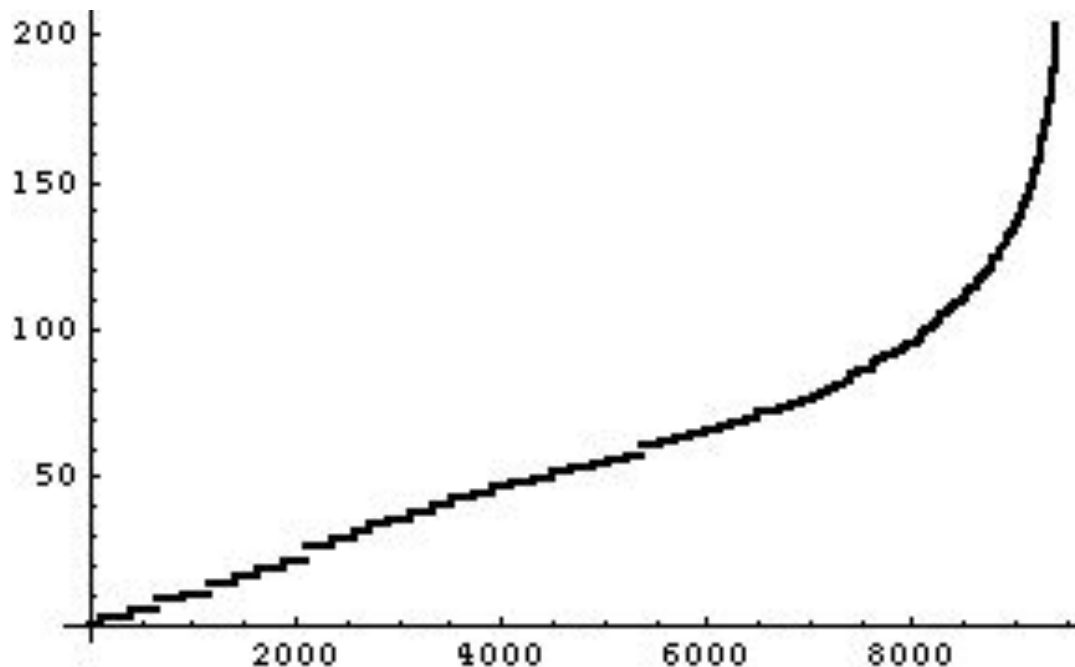
```
ListDensityPlot [Re [InverseFourier [  
MapIndexed [If [Max [#2] < 60, #, 0] &, Fourier [data], {2}]]], Mesh → False,  
FrameTicks → None]
```



Обработка данных

- Распределение уровней серого в данных.

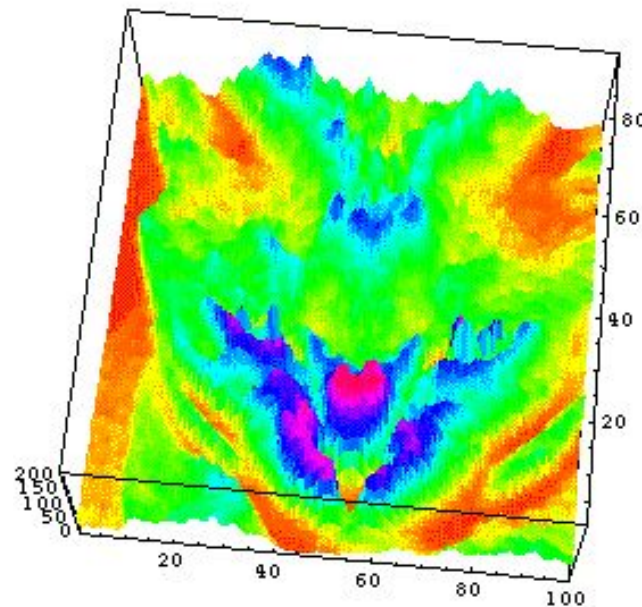
```
ListPlot[Sort[Flatten[data]]]
```



Обработка данных

- А это трехмерный график, основанный на данных.

```
ListPlot3D[data, ColorFunction → Hue,  
Mesh → False, ViewPoint → {0.2, -2, 5}]
```



Обработка данных

□ *Mathematica* может работать не только с числами, но и с данными любого типа.

□ Чтение слов из файла `dictionary.dat`

```
data = ReadList["dictionary.dat", String];
```

□ Первые 40 слов словаря.

```
Take[data, 40]
```

```
{a, AAA, AAAS, Aarhus, Aaron, ABA, Ababa, aback, abacus, abalone, abandon, abase, abash, abate, abbas, abbe, abbey, abbot, Abbott, abbreviate, abc, abdicate, abdomen, abdominal, abduct, Abe, abed, Abel, Abelian, Abelson, Aberdeen, Abernathy, aberrant, aberrate, abet, abetted, abetting, abeyance, abeyant, abhorred}
```

Обработка данных

- Здесь выбираются слова, являющиеся палиндромами (одинаково читающимися от начала к концу и от конца к началу) и состоящими более чем из 2 букв.

```
Select [data, (# == StringReverse [#] && StringLength [#] > 2) &]
```

```
{AAA, ABA, ala, AMA, ana, bib, bob, bub, CDC, civic, dad, deed, did,  
DOD, dud, eke, ere, eve, ewe, eye, gag, gig, gog, huh, iii, level, madam,  
minim, mum, non, noon, nun, pap, PDP, peep, pep, pip, poop, pop, pup, radar,  
refer, rever, rotor, sis, s's, tat, teet, tenet, tit, TNT, toot, tot, wow}
```

- Здесь вычисляются длины всех слов.

```
wordLengths = Map[StringLength, data];
```

Обработка данных

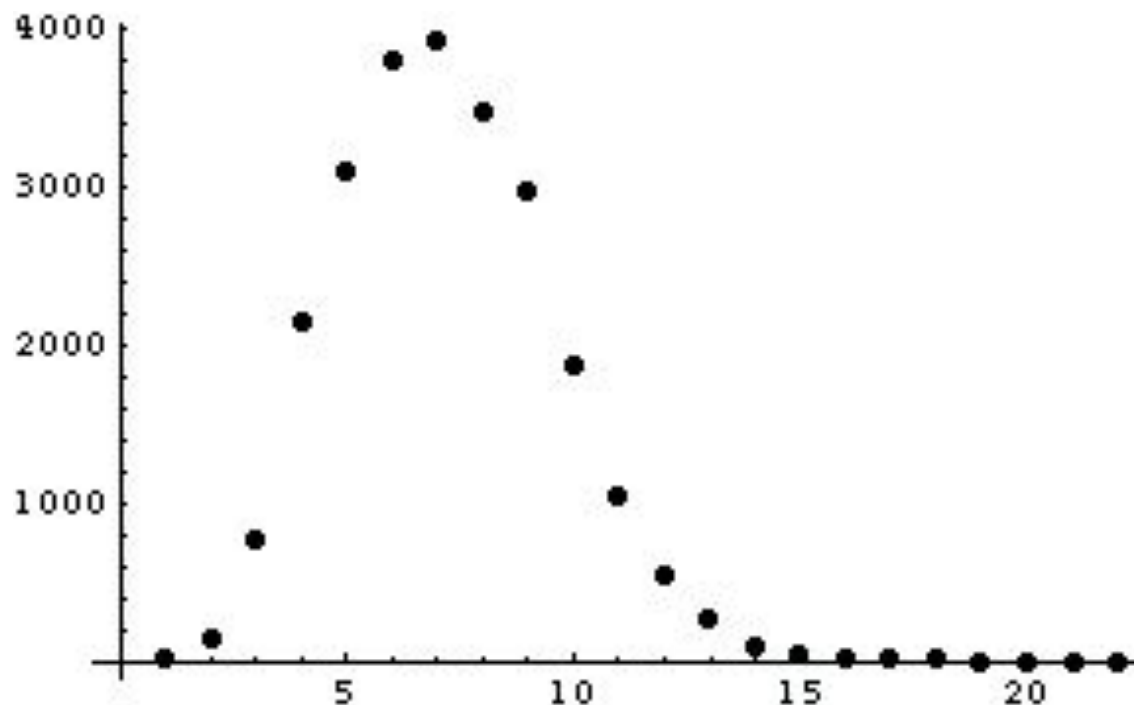
- А здесь подсчитывается общее число слов одинаковой длины.

```
Table[Count[wordLengths, i], {i, Max[wordLengths]}]  
{26, 131, 775, 2152, 3093, 3793, 3929, 3484,  
 2969, 1883, 1052, 542, 260, 102, 39, 15, 6, 4, 0, 1, 2, 1}
```

Обработка данных

- График распределения длин слов.

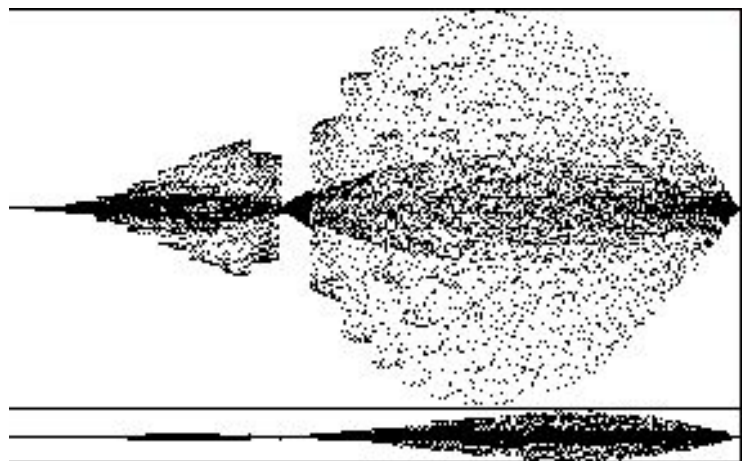
```
ListPlot[%, PlotStyle → PointSize[0.02]]
```



Звуки

- **Mathematica** позволяет генерировать звуки.
- Эта команда проигрывает звук с заданным сигналом. Услышать звук можно при двойном клике мышью по графику.

```
Play[  
  Sin[ $\frac{\pi t}{2}$ ]  
   $\sum_{\nu=0}^{24} \text{If}[\frac{\nu}{12} < t < \frac{\nu}{12} + \frac{1}{4}, \frac{1}{24} e^{-\frac{1}{36} (3+2\nu-24t)^2} \nu \text{Sin}[1625 \nu t - 13000 t], 0],$   
  {t, 0, 2}, PlayRange -> All]
```



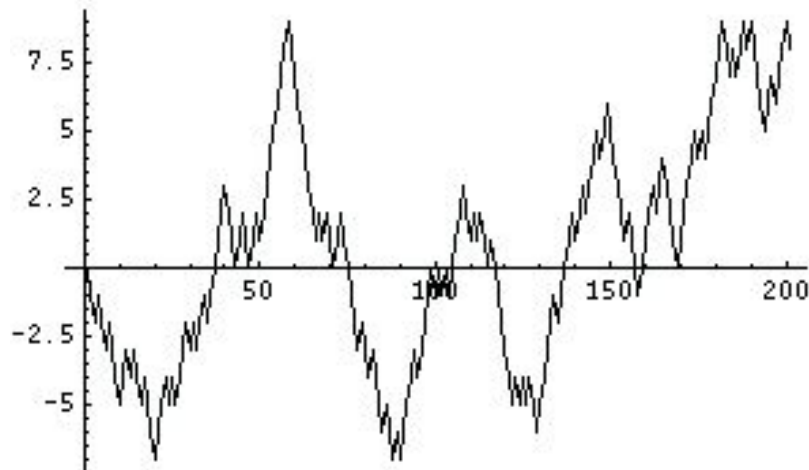
Создание программ

- Однострочные программы могут производить весьма сложные вычисления. Эта программа реализует одномерное случайное блуждание.

```
RandomWalk[n_] := NestList[(# + (-1)^Random[Integer]) &, 0, n]
```

- График первых 200 шагов случайного блуждания.

```
ListPlot[RandomWalk[200], PlotJoined → True]
```



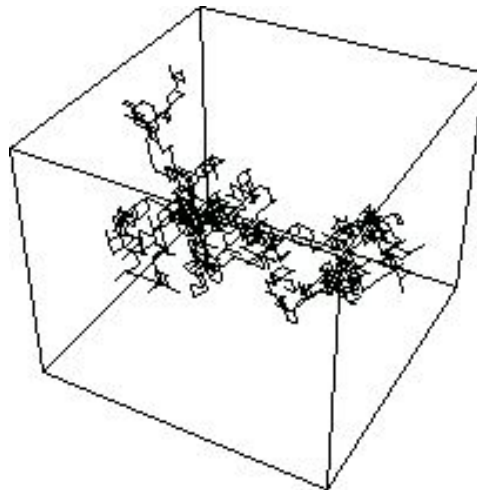
Создание программ

- Эта программа реализует d-мерное случайное блуждание.

```
RandomWalk[n_, d_] := NestList[(# + (-1) ^ Table[Random[Integer], {d}]) &,
  Table[0, {d}], n]
```

- График трехмерного случайного блуждания.

```
Show[Graphics3D[Line[RandomWalk[1000, 3]]]]
```

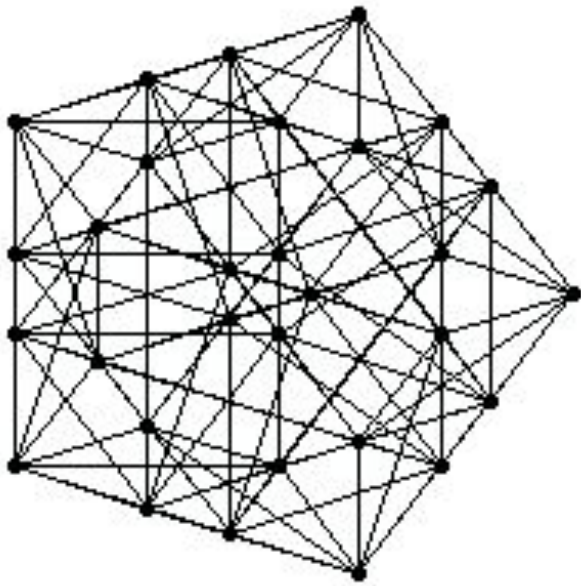


Пакеты приложений

- Пакет **Combinatorica** поставляется вместе с системой Mathematica и предназначен для решения задач дискретной математики.

```
<< DiscreteMath`Combinatorica`
```

```
ShowGraph[LineGraph[LineGraph[CirculantGraph[5, Range[1, 3]]]]]
```

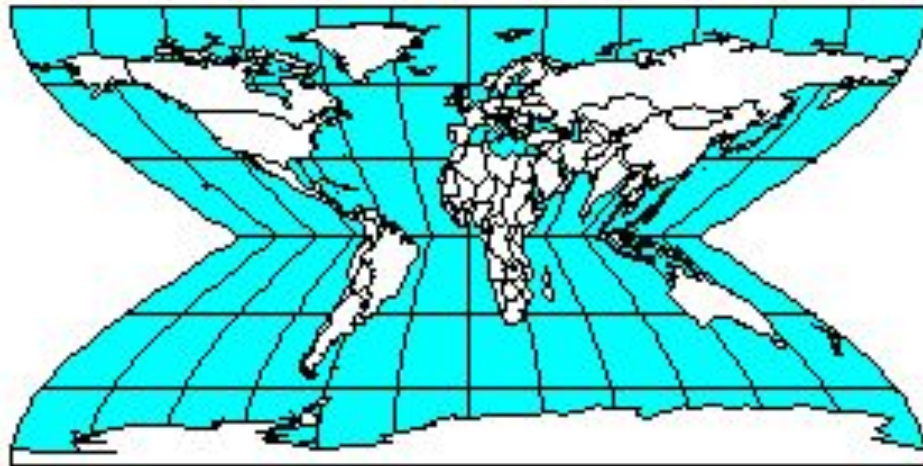


Пакеты приложений

- Пакет **WorldPlot** еще одно стандартное расширение системы – *Mathematica*.

```
<< Miscellaneous`WorldPlot`
```

```
WorldPlot[World, WorldProjection → N[ $\left\{ \#2 \frac{(\text{Abs}[\text{Sin}[\# \frac{\text{Degree}}{60} ] ] + 1)}{2}, \# \right\} \&$ ],  
WorldBackground → Hue[.5]]
```

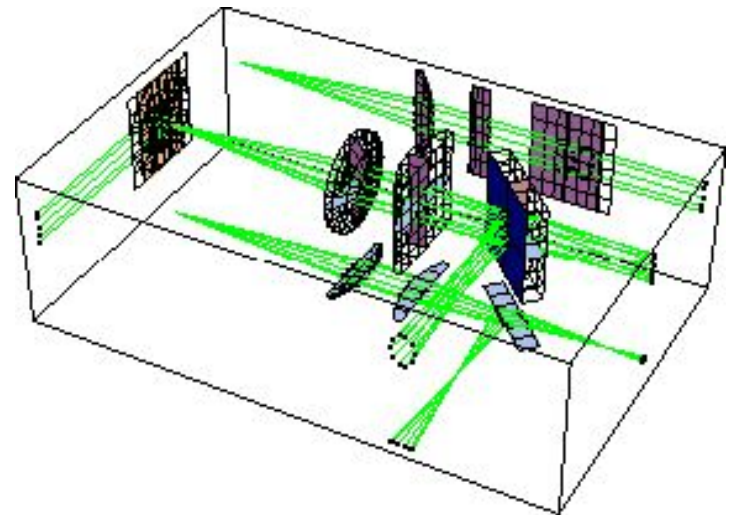


Пакеты приложений

- **Optica** – это большой пакет системы Mathematica для разработки ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ.

```
<< Optica`
```

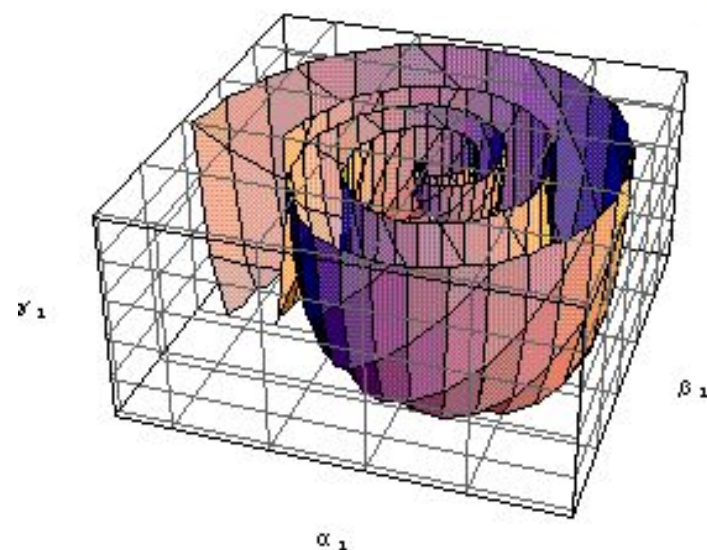
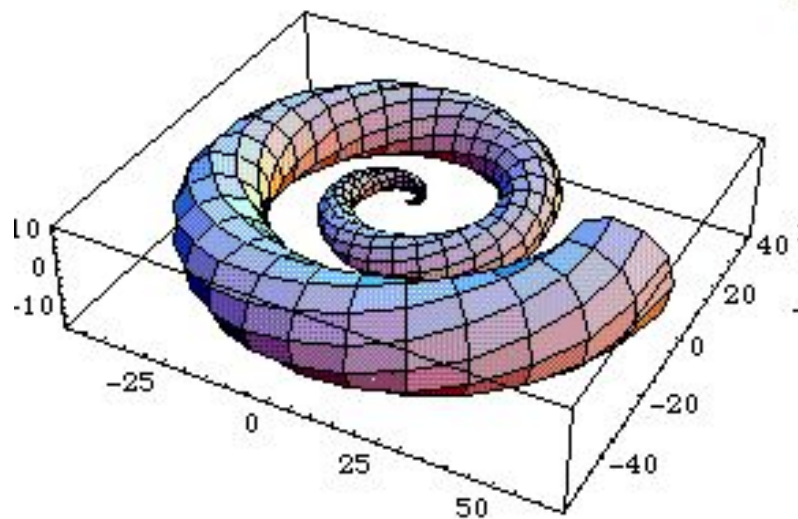
```
DrawSystem[{  
  ConeOfRays[10, NumberOfRays -> 10],  
  Move[PlanoConvexLens[100, 50, 10], {100, 0, 0}],  
  Move[PlanoConvexCylindricalLens[100, {50, 50}, 10], {130, 0, 0}],  
  Move[BeamSplitter[{50, 50}, {50, 50}, 10], {180, 0, 45}],  
  Boundary[{-100, -100, -100}, {250, 100, 200}]]];
```



Визуализация

- Эта команда рисует трехмерный параметрический график с автоматическим выбором большинства опций.

```
ParametricPlot3D[{u Cos[u] (4 + Cos[v + u]), u Sin[u] (4 + Cos[v + u]),  
u Sin[v + u]}, {u, 0, 4 π}, {v, 0, 2 π}, PlotPoints → {60, 12}]
```



```
Show[%, PlotRange → {-10, 0}, FaceGrids → All, BoxRatios → {1, 1, .5},  
FaceGrids → {{0, 0, -1}, {0, -1, 0}, {1, 0, 0}}, ViewPoint → {-1, 3, 2},  
Ticks → None, AxesLabel → { $\alpha_1$ ,  $\beta_1$ ,  $\gamma_1$ }]
```

Анимация

- Создать рисунки (раскадровка)

```
Table[Plot[Sin[x-t], {x, 0, 2Pi}], {t, 0, 2Pi, 2Pi/10}];
```

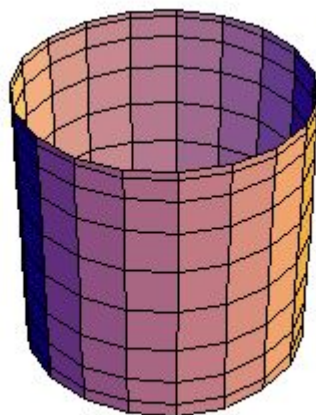
- Монтаж

- выделить все 11 ячеек

- «Ячейка»=> «Анимация Видео» (<Ctrl+Y>)

АНИМАЦИЯ

```
n[2]:= Do[ParametricPlot3D[{{Cos[i  $\frac{\pi}{50}$ ] Cos[ $\tau$ ] + Sin[i  $\frac{\pi}{50}$ ] Sin[ $\sigma$ ], Sin[ $\tau$ ], Cos[ $\sigma$ ]}, i  
{ $\sigma$ , 0, 2  $\pi$ }, { $\tau$ , 0, 2  $\pi$ }, Axes  $\rightarrow$  None, Boxed  $\rightarrow$  False, PlotPoints  $\rightarrow$  20,  
PlotRange  $\rightarrow$  {{-1.5, 1.5}, {-1.1, 1.1}, {-1.1, 1.1}}, {i, 0, 25}];
```



Всё!

