

МОУ «СОШ № 34 с углубленным изучением
художественно-эстетических предметов»



Айвазян К.А., учитель математики

Текстовые задачи на проценты в заданиях ЕГЭ по математике

Саратов
2011



Открытый банк заданий ЕГЭ по математике

На **1** февраля **2011** года банк заданий содержал **82** прототипа заданий В**12**.

Среди них задач на проценты **16** прототипов.



№ прототипа	Кол-во аналогов в банке заданий	Текст задачи
99571	85	В сосуд, содержащий 5 литров 12 -процентного водного раствора некоторого вещества, добавили 7 литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
99572	20	Смешали некоторое количество 15 -процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством 19 -процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
99573	182	Смешали 4 литра 15 -процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25 -процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?
99574	25	Виноград содержит 90% влаги, а изюм — 5% . Сколько килограммов винограда требуется для получения 20 килограммов изюма?
99575	24	Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?



№ прототипа	Кол-во аналогов в банке заданий	Текст задачи
99576	26	Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.
99577	250	Смешав 30- процентный и 60- процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36- процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50- процентного раствора той же кислоты, то получили бы 41- процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 30- процентного раствора использовали для получения смеси?
99578	250	Имеются два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?
99565	250	В 2008 году в городском квартале проживало 40000 человек. В 2009 году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на 8% , а в 2010 году — на 9% по сравнению с 2009 годом. Сколько человек стало проживать в квартале в 2010 году?



№ прототипа	Кол-во аналогов в банке заданий	Текст задачи
99566	4	В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 4% дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?
99567	34	Четыре рубашки дешевле куртки на 8% . На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?
99568	240	Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на 67% . Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на 4% . Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?
99569	19	Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рублей.



№ прототипа	Кол-во аналогов в банке заданий	Текст задачи
99569	19	Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за 20000 рублей, через два года был продан за 15842 рублей.
99570	250	Митя, Антон, Гоша и Борис учредили компанию с уставным капиталом 200000 рублей. Митя внес 14% уставного капитала, Антон — 42000 рублей, Гоша — 0,12 уставного капитала, а оставшуюся часть капитала внес Борис. Учредители договорились делить ежегодную прибыль пропорционально внесенному в уставной капитал вкладу. Какая сумма от прибыли 1000000 рублей причитается Борису? Ответ дайте в рублях.
99586	35	Бизнесмен Бубликов получил в 2000 году прибыль в размере 5000 рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 300% по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за 2003 год?
99587	61	Компания "Альфа" начала инвестировать средства в перспективную отрасль в 2001 году, имея капитал в размере 5000 долларов. Каждый год, начиная с 2002 года, она получала прибыль, которая составляла 200% от капитала предыдущего года. А компания "Бета" начала инвестировать средства в другую отрасль в 2003 году, имея капитал в размере 10000 долларов, и, начиная с 2004 года, ежегодно получала прибыль, составляющую 400% от капитала предыдущего года. На сколько долларов капитал одной из компаний был больше капитала другой к концу 2006 года, если прибыль из оборота не изымалась?



Основные понятия в задачах на смеси, сплавы, растворы

- В промышленности часто используют не чистые металлы, а их смеси – сплавы. В сплаве свойства разных компонентов удачно взаимно дополняются.
- В ситуациях образования одних сплавов из других обычно (если другое не оговорено в условии задачи) принимается закон сохранения массы: общая масса сплава равна сумме масс составляющих его частей (сплавов) и общая масса каждого вещества в сплаве равна сумме масс этого вещества во всех составляющих частях.
- Раствор – это гомогенная система, состоящая из 2х или более веществ, содержание которых можно изменить в определенных пределах без нарушения однородности.
- Состав растворов обычно передается содержанием в них растворенного вещества в виде массовой доли или концентрации.



Полезные формулы

- A – вещество в сплаве
- M – масса сплава
- M_A – масса вещества A в сплаве
- C_A – концентрация вещества A в сплаве (в %)

$$C_A = \frac{M_A}{M} \cdot 100$$

$$M_A = \frac{M}{100} \cdot C_A; \quad M = \frac{M_A}{C_A} \cdot 100.$$



№ **99571** В сосуд, содержащий **5** литров **12**-процентного водного раствора некоторого вещества, добавили **7** литров воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

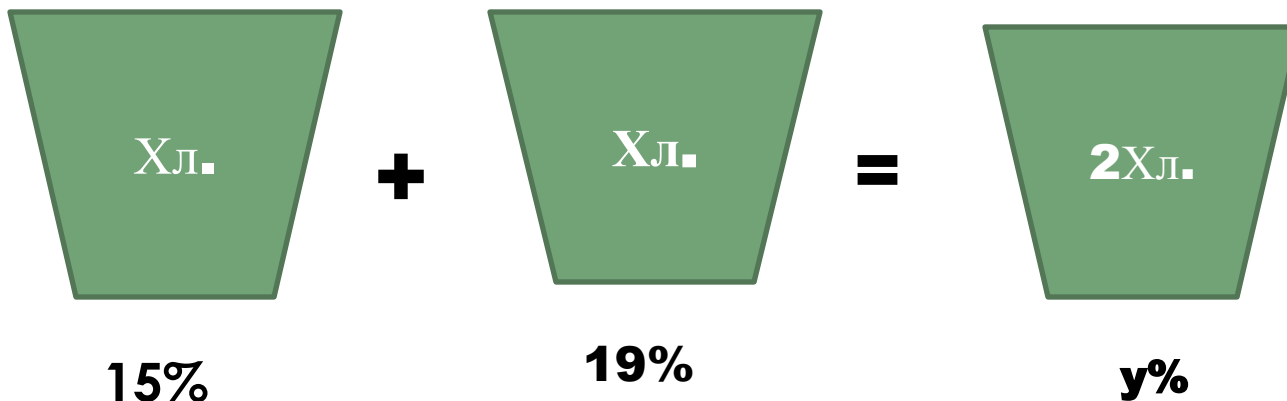
Способ 1

- 1. $5 \cdot 0,12 = 0,6$ (л.)** - вещества содержится в **5** литрах **12%** раствора
- 2. $5 + 7 = 12$ (л.)** – объем получившегося раствора
- 3. 12 л. --- 100%**
0,6 л. --- X%
X = 5%

Ответ: **5%** - концентрация получившегося раствора.



№ **99572** Смешали некоторое количество **15**-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством **19**-процентного раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?



$$15X + 19X = 2XY$$
$$Y = 17$$

Ответ: **17%** - концентрация получившегося раствора.



№ **99572** Смешали некоторое количество **15**-процентного раствора некоторого вещества с таким же количеством **19**-процентного раствора этого вещества.
Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

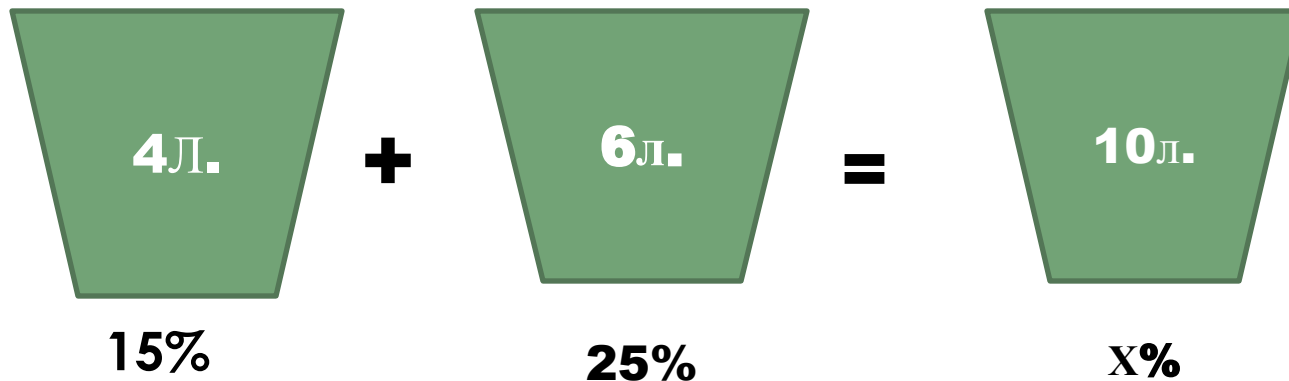
Если массы исходных растворов равны, то концентрация их смеси равна среднему арифметическому концентраций смешиваемых жидкостей.

$$(15+19) : 2 = 17$$

Ответ : **17%** концентрация получившегося раствора



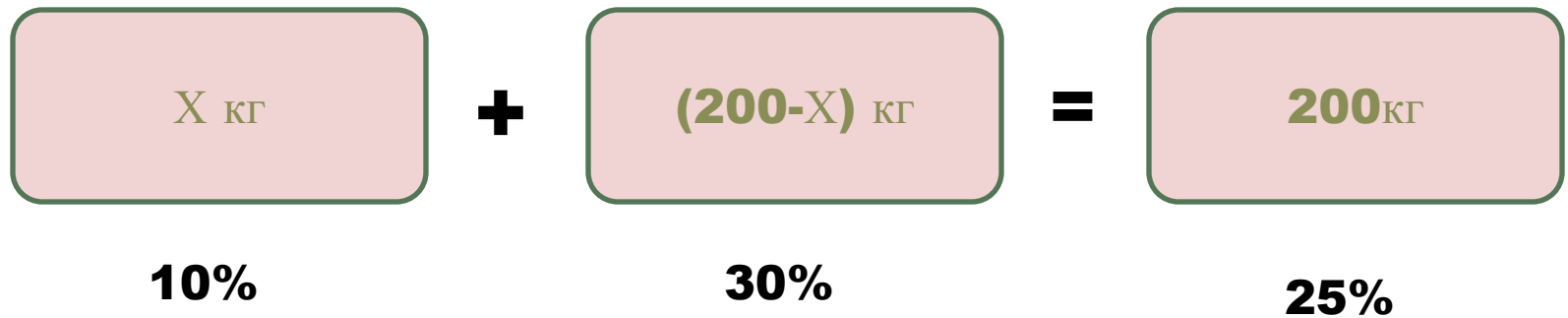
№ **99573** Смешали **4** литра **15**-процентного водного раствора некоторого вещества с **6** литрами **25**-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?



$$\begin{aligned}15 \cdot 4 + 6 \cdot 25 &= 10X \\60 + 150 &= 10X \\X &= 21\end{aligned}$$

Ответ: **21%** - концентрация получившегося раствора.

№ **99575** Имеется два сплава. Первый сплав содержит **10%** никеля, второй — **30%** никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой **200** кг, содержащий **25%** никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?



1. $10X + 30(200-X) = 200 \cdot 25$

$10X + 6000 - 30X = 5000$

$X = 50$ (кг) — масса первого сплава.

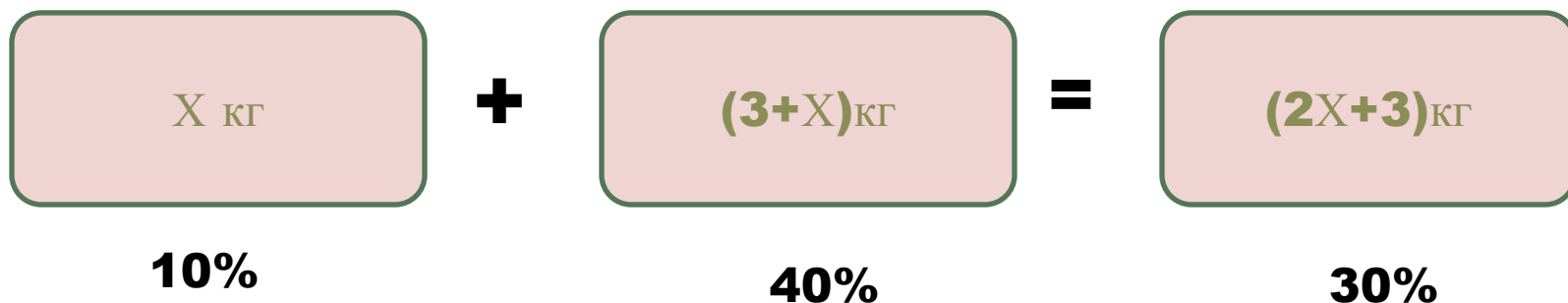
2. $200 - 50 = 150$ (кг) — масса второго сплава

3. $150 - 50 = 100$ (кг)

Ответ: на **100** кг масса первого сплава меньше массы второго сплава.



№ **99576** Первый сплав содержит **10%** меди, второй — **40%** меди. Масса второго сплава больше массы первого на **3** кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий **30%** меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

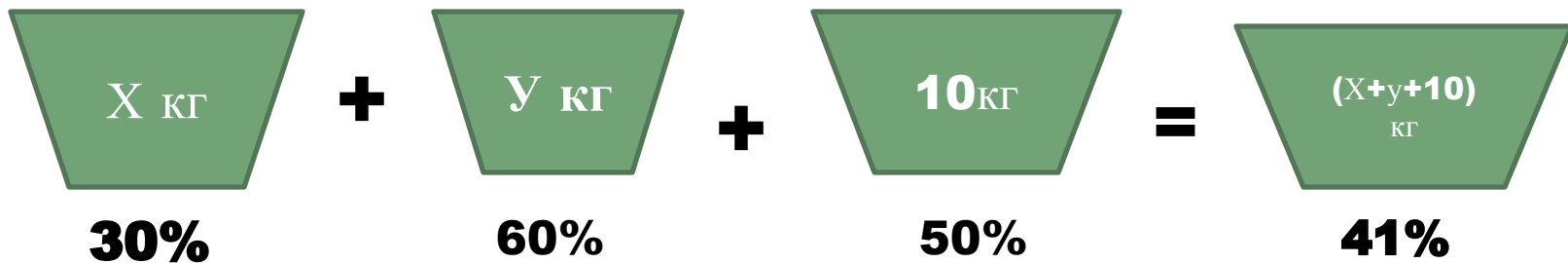
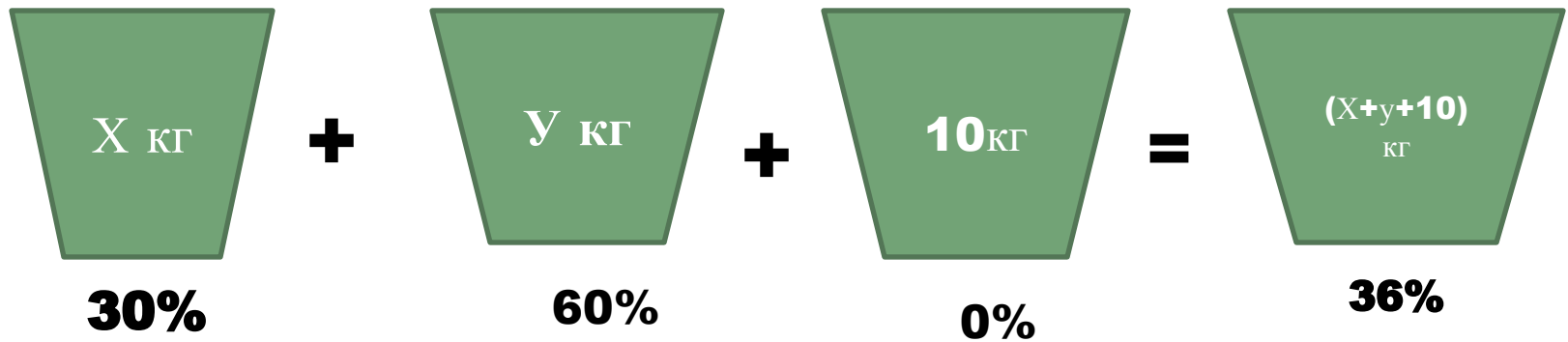


- 1. $10X + 40(3 + X) = 30(2X+3)$
 $10X + 120 + 40X = 60X + 90$
 $X=3(\text{кг})$ –масса первого сплава.**
- 2. $2 \cdot 3 + 3 = 9(\text{кг})$**

Ответ: **9** кг масса третьего сплава.



№ **99577** Смешав **30**-процентный и **60**-процентный растворы кислоты и добавив **10** кг чистой воды, получили **36**-процентный раствор кислоты. Если бы вместо **10** кг воды добавили **10** кг **50**-процентного раствора той же кислоты, то получили бы **41**-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов **30**-процентного раствора использовали для получения смеси?



$$\begin{cases} 30X + 60Y = 36(X+Y+10) \\ 30X + 60Y + 500 = 41(X+Y+10) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -6X + 24Y = 360 \\ -11X + 19Y = -90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X - 4Y = -60 \\ -11X + 19Y = -90 \end{cases}$$

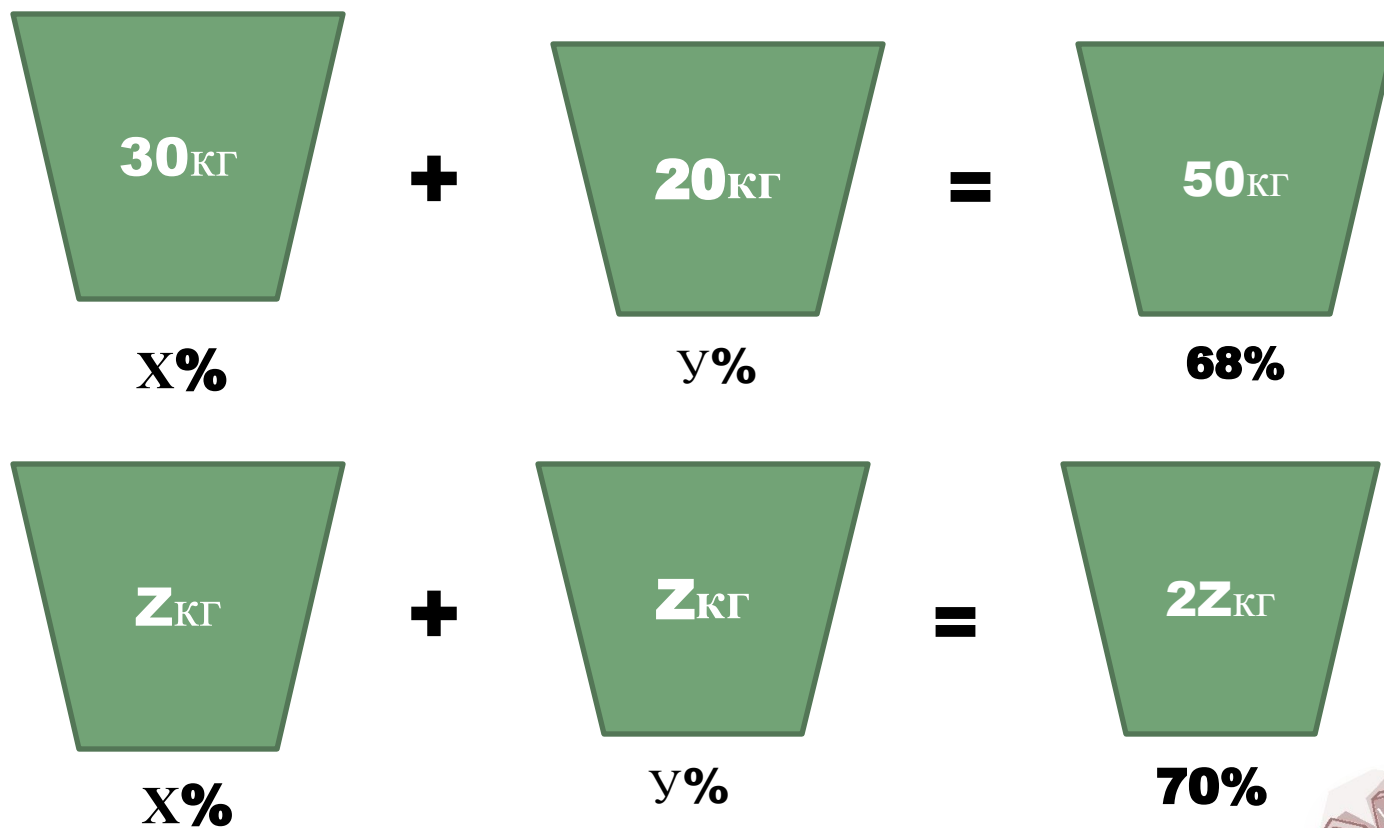
$$\begin{cases} 11X - 44Y = -660 \\ -11X + 19Y = -90 \end{cases}$$

$$X = 60$$



Ответ: для получения смеси использовали **60** кг
30 – процентного раствора

№ **99578** Имеются два сосуда. Первый содержит **30 кг**, а второй — **20 кг** раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий **68%** кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий **70%** кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?



$$\begin{cases} 30X + 20 Y = 50 \cdot 68 \\ ZX + ZY = 140Z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3X + 2 Y = 340 \\ X + Y = 140 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3X + 2 Y = 340 \\ -2X - 2Y = -280 \end{cases}$$

X=60% - процентная концентрация первого раствора

$$30 \cdot 60 / 100 = 18 \text{ (кг)}$$

Ответ : в первом растворе содержится **18** кг кислоты



Закон сохранения массы сухого вещества

В задачах о просушивании зерна, травы в процессе ее превращения в сено, винограда в процессе его превращения в изюм и др. **просушиваемый продукт** представляется состоящим из **воды и сухого вещества**.

Концентрацию воды в этом продукте называют **влажностью**.

Ключевым моментом решения подобной задачи является использование закона сохранения массы сухого вещества в процессе просушивания рассматриваемого продукта.

В процессе просушивания продукта влажность изменяется, а сухое вещество остается прежним.



№**99574** Виноград содержит **90%** влаги, а изюм — **5%**. Сколько килограммов винограда требуется для получения **20** килограммов изюма?

Виноград	X кг
Влажность	90%
<u>Сухое вещество</u>	10%

Изюм	20 кг
Влажность	5%
<u>Сухое вещество</u>	95%

1. 20кг. – **100%**:

У кг . - **95%**

У = **19** кг – сухого вещества содержится в **20** кг. изюма

2. Xкг. – **100%**

19кг. – **10%**

X = **190** кг

Ответ : для получения **20** кг. изюма требуется **190** кг винограда



№ **99565** В **2008** году в городском квартале проживало **40000** человек. В **2009** году, в результате строительства новых домов, число жителей выросло на **8%**, а в **2010** году — на **9%** по сравнению с **2009** годом. Сколько человек стало проживать в квартале в **2010** году?

1. $400000 * 1,08 = 43200$ чел. — проживало в городском квартале в **2009** году

2. $43200 * 1,09 = 47088$ чел.

Ответ : в городском квартале в **2010** году проживало **47088** человек



№ **99566** В понедельник акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а во вторник подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на **4%** дешевле, чем при открытии торгов в понедельник. На сколько процентов подорожали акции компании в понедельник?

1. $X_p. - 100\%$

$Y_p. - (100 + t)\%$

$Y = 0,01X * (100 + t)$ – рублей стоят акции

в понедельник

2. $0,01X * (100 + t)p. - 100\%$

$Z_p. - (100 - t)\%$

$Z = 0,0001X * (10000 - t^2)p.$ – стоят акции во вторник

3. $X_p. - 100\%$

$0,0001X * (10000 - t^2)p. - 96\%$

$96 X = 0,01X * (10000 - t^2)$

$9600 = 10000 - t^2$

$t = 20$

Ответ : акции подорожали в понедельник на **20%**



№**99567** Четыре рубашки дешевле куртки на **8%**. На сколько процентов пять рубашек дороже куртки?

1. Ур. – 100%

4Хр. – 92%

4Х = 0,92У

Х = 0,23У р. – стоит одна рубашка

2. 0,23У * 5 = 1,15 Ур. – стоят **5** рубашек

3. Ур. – 100 %

1,15Ур. – t%

t = 115 % - составляет **5** курток

4. 115 – 100 = 15%

Ответ : на **15% 5** рубашек дороже куртки.



№ **99586**

Бизнесмен Бубликов получил в **2000** году прибыль в размере **5000** рублей. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на **300%** по сравнению с предыдущим годом. Сколько рублей заработал Бубликов за **2003** год?

Увеличение прибыли на **300%** означает, что Бубликов заработал **400%** от прибыли прошлого года.

Год	Прибыль
2000 год	5000 руб.
2001 год	20000 руб.
2002 год	80000 руб.
2003 год	320000 руб.

Ответ: в **2003** году прибыли составила **320000** руб.



№ 99568

Семья состоит из мужа, жены и их дочери студентки. Если бы зарплата мужа увеличилась вдвое, общий доход семьи вырос бы на **67%**. Если бы стипендия дочери уменьшилась втрое, общий доход семьи сократился бы на **4%**. Сколько процентов от общего дохода семьи составляет зарплата жены?

Пусть x - общий доход семьи

Рассмотрим уравнения (M -доход мужа, J -доход жены, D - доход дочери)

$$1. M + J + D = x$$

$$2. 2M + J + D = 1,67x$$

$$3. M + J + D/3 = 0,96x$$

Из **2**-го уравнения вычитаем **1**-е уравнение

$$M = 0,67x$$

Из **1**-го уравнения вычитаем **3**-е уравнение

$$2D/3 = 0,04x$$

$$D = 0,06x$$

Отсюда

$$J = x - M - D = x - 0,67x - 0,06x = 0,27x$$

Ответ: **27%**



№ **99569** Цена холодильника в магазине ежегодно уменьшается на одно и то же число процентов от предыдущей цены. Определите, на сколько процентов каждый год уменьшалась цена холодильника, если, выставленный на продажу за **20000** рублей, через два года был продан за **15842** рублей.

1) Пусть новая стоимость холодильника через год составляет x % от первоначальной стоимости. Тогда можно составить уравнение:

$$20000 * 0,01x * 0,01x = 15842$$

$$x = 89$$

$$2) 100 - 89 = 11\%$$

Ответ: цена холодильника ежегодно уменьшалась на **11%**



В презентации использованы материалы:

Текстовые задачи из открытого банка
заданий ЕГЭ по математике

<http://www.mathege.ru>



Спасибо за внимание

