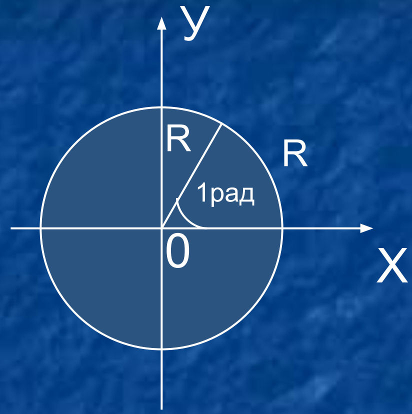
Спровочник
по тригонометрии

1. Радианное измерение углов
2. Синус, косинус, тангенс и котангенс произвольного угла
3. Основные формулы тригонометрии:
   а) основные тригонометрические тождества;
   б) формулы двойного и половинного аргумента;
   в) формулы суммы и разности;
   г) формулы сложения;
   д) формулы приведения

Радианное измерение углов



$$\alpha^0 = \frac{\pi}{180}\alpha \text{рад}$$

$$\alpha \text{ рад} = \frac{180}{\pi}\cdot\alpha^0$$

№1 Выразите в радианной мере

$а)30^0, 45^0, 60^0$

$б)90^0, 120^0, 135^0$

№2 Выразите в градусной мере

$а)\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}$

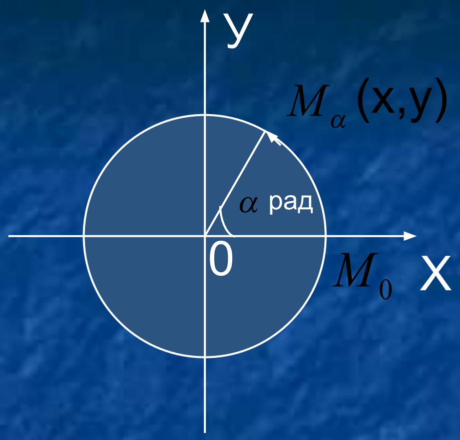
$б) -\frac{2\pi}{3}, \frac{3\pi}{4}, -3\pi$

№3 Радианная мера 2-х углов треугольника равна

$\frac{\pi}{3} и \frac{\pi}{6}$

Найдите градусную меру каждого из углов

Синус,косинус,тангенс произвольного угла

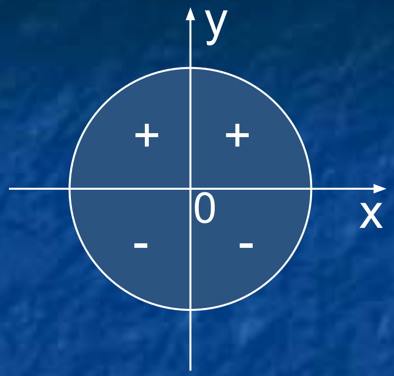


Ордината точки M_α называется синусом числа α

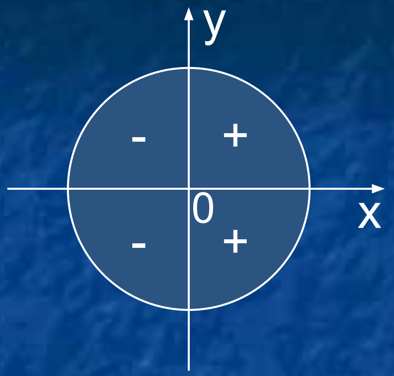
Косинусом числа α называется абсцисса точки M_α

Отношение ординаты к абсциссе называется тангенсом числа α

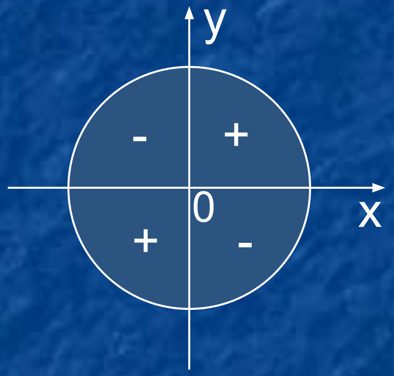
Котангенсом числа α называется отношение абсциссы к ординате



Знаки синуса



Знаки косинуса



Знаки тангенса и котангенса

Основные тригонометрические тождества

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

$$tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$$

$$tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

$$ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

$$tg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$$

$$ctg^2\alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2\alpha}$$

Упростите выражения

$a)\ 1 - \sin^2\alpha - \cos^2\alpha$

$b)\ \frac{1}{tg\alpha} + ctg\alpha$

$c)\ \cos^2\alpha tg^2\alpha + \sin^2\alpha ctg^2\alpha$

$d)\ \frac{1}{\cos^2\alpha} - 1$

$f)\ \left(ctg^2\alpha + 1\right)\sin^2\alpha$

Формулы двойного и половинного аргумента

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$$

$$tg\,2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}$$

$$\cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{2}$$

$$tg^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}$$

Упростите выражения:

$a)\ 2\sin 20^0\cos 20^0$

$b)\ \sin^2 10^0 - \cos^2 10^0$

$c)\ \dfrac{2tg35^0}{1 - tg^2 35^0}$

Преобразуйте выражения:

$a)\ \dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$

$b)\ \dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}$

$c)\ \dfrac{1-\cos\frac{\alpha}{2}}{1+\cos\frac{\alpha}{2}}$

Формулы суммы и разности

$$2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}=\sin\alpha+\sin\beta$$

$$2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}=\sin\alpha-\sin\beta$$

$$2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}=\cos\alpha+\cos\beta$$

$$-2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}=\cos\alpha-\cos\beta$$

Преобразуйте сумму и разность в произведение

$$a)\sin 40^0-\sin 30^0$$

$$b)\cos 28^0-\cos 10^0$$

$$c)\cos\frac{\pi}{8}+\cos\frac{3\pi}{8}$$

$$d)\sin\frac{\pi}{12}+\sin\frac{5\pi}{12}$$

Формулы сложения

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \sin\beta\cos\alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \sin\beta\cos\alpha$$

$$tg(\alpha - \beta) = \frac{tg\alpha - tg\beta}{1 + tg\alpha \cdot tg\beta} \qquad tg(\alpha + \beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha \cdot tg\beta}$$

Упростите выражения:

$a)\ \cos\alpha\cos3\alpha - \sin\alpha\sin3\alpha$

$b)\ \sin2\alpha\cos\alpha + \cos2\alpha\sin\alpha$

$c)\ \dfrac{tg\gamma + tg3\gamma}{1 - tg\gamma tg3\gamma}$

Нынче ночью,как,ни странно
Чей-то голос из чулана
Сообщил про задачи,
Подсказав,что при удаче
Ключ к их верному решенью
Мы найдем из формул приведенья

Формулы приведения

	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$
$\pi+\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$
$\pi-\alpha$	$\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-tg\alpha$	$-ctg\alpha$
$2\pi+\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$tg\alpha$	$ctg\alpha$
$2\pi-\alpha$	$-\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$-tg\alpha$	$-ctg\alpha$
$\pi/2+\alpha$	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$-ctg\alpha$	$-tg\alpha$
$\pi/2-\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$ctg\alpha$	$tg\alpha$
$3\pi/2+\alpha$	$-\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-ctg\alpha$	$-tg\alpha$
$3\pi/2-\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$ctg\alpha$	$tg\alpha$

Вариант № 1

	1	2	3	4	5	6
а						
б					$-1\frac{4}{5}$	30^0
в						

Вариант № 2

	1	2	3	4	5	6
а						
б					-5	30^0
в						

1. Докажите тождество : $(\sin\alpha+\sin\beta)^2+(\cos\alpha+\cos\beta)^2=4\cos^2\frac{\alpha-\beta}{2}$

Решение:

$$\sin^2\alpha+2\sin\alpha\sin\beta+\sin^2\beta+\cos^2\alpha+2\cos\alpha\cos\beta+\cos^2\beta=$$
$$=2+2\sin\alpha\sin\beta+2\cos\alpha\cos\beta=$$
$$=2+2(\sin\alpha\sin\beta+\cos\alpha\cos\beta)=$$
$$=2+2\cos(\alpha-\beta)=2(1+\cos(\alpha-\beta))=$$
$$=2\cdot2\frac{1+\cos(\alpha-\beta)}{2}=4\cos^2\frac{\alpha-\beta}{2}$$

---

1. Докажите тождество : $\frac{1}{tg3\alpha-tg\alpha}-\frac{1}{ctg3\alpha-ctg\alpha}=ctg2\alpha$

Решение:

$$\frac{1}{\frac{\sin3\alpha}{\cos3\alpha}-\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}}-\frac{1}{\frac{\cos3\alpha}{\sin3\alpha}-\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}}=\frac{1}{\frac{\sin3\alpha\cos\alpha-\cos3\alpha\sin\alpha}{\cos3\alpha\cos\alpha}}-$$
$$-\frac{1}{\frac{\cos3\alpha\sin\alpha-\sin3\alpha\cos\alpha}{\sin3\alpha\sin\alpha}}=\frac{\cos3\alpha\cos\alpha}{\sin(3\alpha-\alpha)}+\frac{\sin3\alpha\sin\alpha}{\sin(3\alpha-\alpha)}=$$
$$=\frac{\cos3\alpha\cos\alpha+\sin3\alpha\sin\alpha}{\sin2\alpha}=\frac{\cos(3\alpha-\alpha)}{\sin2\alpha}=\frac{\cos2\alpha}{\sin2\alpha}=ctg2\alpha$$