

Структура экзамена по математике

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий.

Часть «В» содержит задания с кратким ответом. Ответом на задания части В является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть «С» содержит 6 заданий с развернутым ответом: из них 4 задания повышенного и 2 задания высокого уровня сложности. В заданиях с развернутым ответом должно быть записано полное решение задачи с обоснованием.

Вопросы и задания

Всего заданий: 18

Из них по типу заданий:

Часть В — 12

Часть С — 6

Максимальный первичный балл
за работу: 30

Общее время выполнения работы:
240 мин.

Минимальное количество баллов по ЕГЭ в
2010 году – 21.

Распределение знаний и требований по типам заданий ЕГЭ:

| Задание | Элементы содержания | Требования к уровню подготовки |
|----------------------------|--------------------------------|--|
| B3, B7, B12, C1, C3, C6 | Алгебра | -Уметь выполнять вычисления и преобразования -Уметь решать уравнения и неравенства |
| B8, B11, C5 | Функции и начала анализа | -Уметь выполнять действия с функциями -Уметь строить и исследовать простейшие математические модели |
| B4, B6, B9, C2, C4 | Геометрия | Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами. |
| B1, B2, B5, B10 | Практикоориентированные задачи | Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни |

Полезные сайты

<http://fipi.ru>

<http://mathege.ru> – открытый банк задач

- Главная задача открытого банка заданий ЕГЭ по математике — дать представление о том, какие задания будут в вариантах экзамена по математике в 2011 году, и помочь выпускникам сориентироваться при подготовке к экзамену.
- Задачи открытого банка помогут будущим выпускникам повторить (освоить) школьный курс математики, найти в своих знаниях слабые места и ликвидировать их до экзамена. Задачи В1–В12 представлены заданиями, аналогичными экзаменационным (отличия — только в числовых параметрах), кроме того, на каждой позиции представлены задания и попроще, и посложнее реальных.

<http://alexlarin.narod.ru>

<http://alleng.ru>

<http://statgrad.mioo.ru>

<http://www.ctege.org>

<http://ege.edu.ru>

Открытый банк задач

[http://mathege.r](http://mathege.ru)

[u](http://mathege.ru)

Задания В1.

Решение текстовых задач.

Всего предлагается 55 различных
видов задач.

№1. Сырок стоит 7 руб. 20 коп. Какое наибольшее число сырков можно купить на 60 рублей?

Решение:

1 способ:

60 руб. = 6000 коп.

7 руб. 20 коп. = 720 коп.

$6000:720 \approx 8,(3)$

2 способ:

60 руб.

7 руб. 20 коп. = 7,2 руб.

$60:7,2 \approx 8,(3)$

Ответ: 8

Помнить!

Округляем в меньшую сторону до целых, т.к. в магазине бесплатно товар не дают и часть сырка купить нельзя.

№2. Теплоход рассчитан на 750 пассажиров и 25 членов экипажа. Каждая спасательная шлюпка может вместить 70 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды.

Решение:

1) $750 + 25 = 775$ (человек)

2) $775 : 70 = 11$ (5 остаток)

Ответ: 12

Помнить!

- 1) Округляем в большую сторону до целых, т. к. людей в беде бросать нельзя.
- 2) В вопросе есть выражение «наименьшее число шлюпок». Оно может привести к затруднениям в рассуждениях. Это выражение говорит всего лишь о том, что необходимо брать столько шлюпок, сколько требуется и не больше. Например, взяв 1000 шлюпок, всех можно разместить, но где здравый смысл?

№3. Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 120 рублей за штуку и продает с наценкой 20%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1000 рублей?

Повторить тему «Проценты»!

Помнить! Первоначальная величина - 100%

Решение:

100 +20=120% цена горшка с наценкой.

120 руб. – 100 %

x руб. – 120%

«Перекрестное» правило: (свойство членов пропорции)

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = cb$$

$$100x = 120 \cdot 120$$

$$100x = 14400$$

x = 144 (руб.) – цена горшка с наценкой.

Далее как в задаче №1. $1000:144 = 6,9 (4)$

Ответ: 6

№4. Футболка стоила 800 рублей. После снижения цены она стала стоить 680 рублей. На сколько процентов была снижена цена на футболку?

Решение: Исходная величина 800 рублей – это 100%.

800 руб. – 100%

680 руб. – x

Помним о «перекрестном» правиле.

$$800x = 680 \cdot 100$$

$$x = 680 \cdot 100 / 800 = 85 (\%) \text{ – новая цена}$$

Читаем вопрос!

На сколько процентов была снижена цена на футболку?

$$100 - 85 = 15 (\%) \text{ – снижена цена.}$$

Ответ: 15

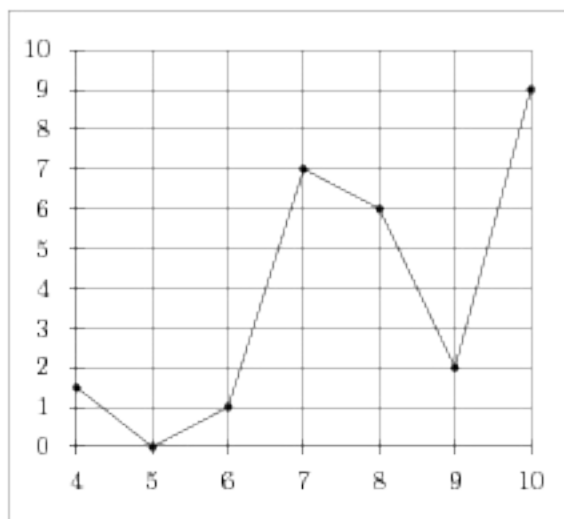
Открытый банк задач.

<http://mathege.ru>

- Задания В2. Чтение графиков.

Всего предлагается 31 вид задач.

На рисунке изображен график осадков в г. Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало от 3 мм до 8 мм осадков



Ось абсцисс-горизонтальная, ординат – вертикальная прямая. Смотрим на вертикальной оси осадки. На горизонтальной оси – соответствующие дни. 7мм-7 февраля, 6мм-8 февраля, 9мм-10 февраля. В остальные дни меньше.

Ответ:3.

Открытый банк задач

[http://mathege.r](http://mathege.ru)

Задания В3. Решение уравнений.

Всего предлагается 47 различных видов задач.

1) Найти корень уравнения $\log_2(4-x)=7$

Решение:

$$\log_2(4-x)=7$$

$$4-x=2^7$$

$$4-x=128$$

$$x=-124$$

$$\log_a c=b$$

$$a^b=c$$

**В логарифмических уравнениях
помним про ОДЗ!**

$$4-x > 0$$

$$x < 4$$

В данном уравнении нет
посторонних корней.

Ответ: – 124

2) **Найти корень уравнения:** $2^{4-2x} = 64$

Решение: $2^{4-2x} = 64$

$$2^{4-2x} = 2^6$$

$$4 - 2x = 6$$

$$-2x = 2$$

$$x = -1$$

Ответ: -1

3) **Найти корень уравнения:** $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4$

Решение: $\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 4$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = 2^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{6-2x} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$$

$$6 - 2x = -2$$

$$-2x = -8$$

$$x = 4$$

Ответ: 4

4) Найти корень уравнения $\frac{1}{4x-1} = 5$

Решение: **Вспомнить «перекрестное» правило!**

$$\frac{1}{4x-1} = \frac{5}{1}$$

Помним про ОДЗ!

$$(4x-1) \cdot 5 = 1 \cdot 1$$

$$4x - 1 \neq 0$$

$$4x - 1 = \frac{1}{5}$$

$$x \neq 0,25$$

$$4x - 1 = 0,2$$

$$4x = 1,2$$

$$x = 0,3$$

Ответ: 0,3

Для решения заданий В3 повторить:

- 1) Все основные формулы, связанные с логарифмами**
- 2) Методы решения простейших логарифмических и показательных уравнений**
- 3) Решение дробно-рациональных уравнений.**

Открытый банк задач

[http://mathege.r](http://mathege.ru)

[u](http://mathege.ru)

Задания В4.

Геометрические задачи.

Всего предлагается 455 различных
видов задач.

Для решения заданий В4 повторить:

1) Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса острого угла прямоугольного треугольника.

2) Основное тригонометрическое тождество.

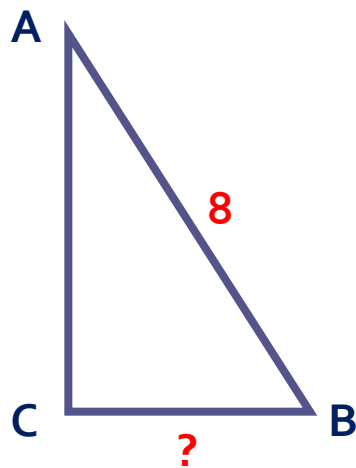
$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$$

3) Теорему Пифагора: квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

№1. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AB = 8$, $\sin A = 0,5$. Найдите BC.

Решение:



$$\sin A = \frac{CB}{AB}$$

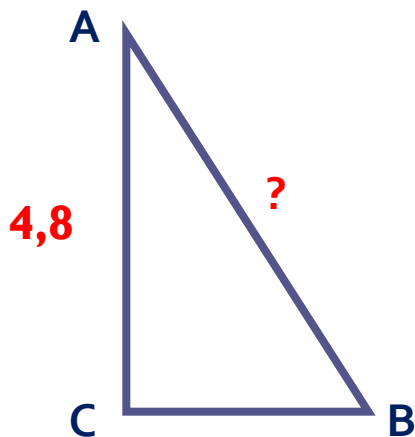
$$\frac{CB}{8} = 0,5$$

$$CB = 4$$

Ответ: 4

№2. В треугольнике ABC угол C равен 90° , $AC = 4,8$ $\sin A = 7/25$. Найти AB.

Решение:



$$\sin A = \frac{CB}{AB} \quad CB = ? \quad AB = ?$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \cos A = \pm \sqrt{1 - \left(\frac{7}{25}\right)^2} = \sqrt{\frac{576}{625}} = \frac{24}{25}$$

$$\frac{24}{25} = \frac{4,8}{AB} \Rightarrow 24 \cdot AB = 25 \cdot 4,8$$

$$AB = \frac{25 \cdot 4,8}{24} = 5$$

Ответ: 5

Открытый банк задач

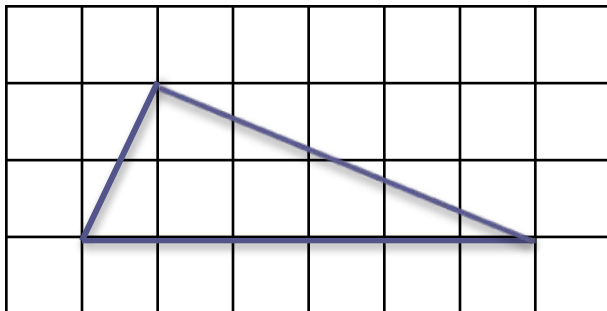
<http://mathege.ru>

Задания В6.

Геометрические задачи на нахождение площади многоугольников.

Предлагается 223 вида задач.

№1. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен треугольник. Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.



2. Вспомним: площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов

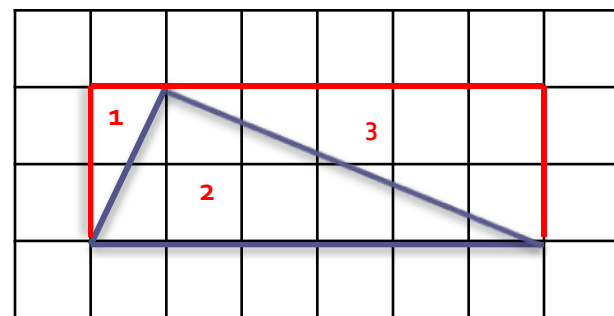
$$S_2 = S_{1+2+3} - S_1 - S_3$$

$$S_{1+2+3} = 2 \cdot 6 = 12, \quad S_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 1, \quad S_3 = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 2 = 5$$

$$S_2 = 12 - 1 - 5 = 6$$

Решение:

1. Достроим треугольник до прямоугольника.



Для тех, кто помнит формулы:

$$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 = 6$$

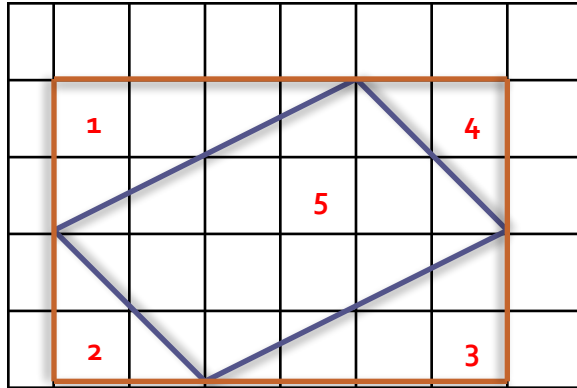
Ответ: 6

№2. На клетчатой бумаге с клетками размером 1 см × 1 см изображен четырехугольник.

Найдите его площадь в квадратных сантиметрах.

Решение:

$$S_5 = S_{1+2+3+4+5} - S_1 - S_2 - S_3 - S_4$$



$$S_{1+2+3+4+5} = 6 \cdot 4 = 24$$

$$12 \left\{ \begin{array}{l} S_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4 \\ S_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2 \\ S_3 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4 \\ S_4 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2 \end{array} \right.$$
$$S_5 = 24 - 12 = 12$$

Ответ: 8

Открытый банк задач

<http://mathege.ru>

Задания В5. «Работа с таблицами»

Всего предлагается 18 видов задач.

- Для транспортировки 45 тонн груза на 1300 км можно воспользоваться услугами одной из трех фирм-перевозчиков. Стоимость перевозки и грузоподъемность автомобилей для каждого перевозчика указана в таблице. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую перевозку?

| Перевозчик | Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км) | Грузоподъемность автомобилей (тонн) |
|------------|--|-------------------------------------|
| А | 3200 | 3,5 |
| Б | 4100 | 5 |
| В | 9500 | 12 |

Решение:

| Перевозчик | Стоимость перевозки одним автомобилем (руб. на 100 км) $1300:100=13$ раз по сто. | Грузоподъемность автомобилей (тонн) Считаем количество необходимых автомобилей. |
|------------|---|--|
| А | $3200*13=41600$ | $45:3,5=12,8... (13)$ |
| Б | $4100 *13=53300$ | $45:5=9$ |
| В | $9500 *13=123500$ | $45:12=3,75 (4)$ |

$$41600*13=540\ 800$$

$$53300*9=479\ 700$$

$$123500*4=494\ 000$$

Ответ: 479 700

Открытый банк задач

<http://mathege.r>

[и](#)

Задания В7. «Преобразования выражений»

Всего предлагается 171 вид задач.

1) **Найти значение выражения:** $\sqrt{65^2 - 56^2}$

$$\sqrt{65^2 - 56^2} = \sqrt{(65 - 56) \cdot (65 + 56)} = \sqrt{9 \cdot 121} = 3 \cdot 11 = 33$$

2) **Найти значение выражения:** $\frac{(2\sqrt{7})^2}{14}$

$$\frac{(2\sqrt{7})^2}{14} = \frac{2^2 \cdot \sqrt{7}^2}{14} = \frac{4 \cdot 7}{14} = 2$$

3) **Найти значение выражения:** $\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}}$

$$\frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{6^{4,5}} = \frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{(2 \cdot 3)^{4,5}} = \frac{2^{3,5} \cdot 3^{5,5}}{2^{4,5} \cdot 3^{4,5}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

4) **Найти значение выражения:** $12 \cdot \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ$

$$12 \cdot \sin 150^\circ \cdot \cos 120^\circ = 12 \sin (180^\circ - 30^\circ) \cos (180^\circ - 60^\circ) =$$

$$= 12 \sin 30^\circ \cdot (-\cos 60^\circ) = -12 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = -3$$

5) **Найти значение выражения:**

$$\log_a(a \cdot b^3), \text{ если } \log_b a = \frac{1}{7}$$

$$\log_a(a \cdot b^3) = \log_a a + \log_a b^3 = 1 + 3 \cdot \log_a b =$$

$$= 1 + 3 \cdot \frac{1}{\log_b a} = 1 + 3 \cdot \frac{1}{\frac{1}{7}} = 1 + 21 = 22$$

Открытый банк задач

[http://mathege.r
u](http://mathege.ru)

Задания В8. Производная.

Всего предлагается 33 вида задач.

При решении данных задач помним:

1) $f'(x)$ используем, когда в задаче задана функция $y = f(x)$.

Мы можем найти ее производную.

Или изображен график производной данной функции.

Можно найти ее значение в какой-то точке.

2) $\operatorname{tg} \alpha$ используем, когда изображена касательная.

3) коэффициент k , когда задано уравнение касательной прямой

$$y = kx + b$$

4) $y = f(x)$ – убывает $\Rightarrow f'(x) \leq 0$, график функции $y = f'(x)$
лежит ниже оси Ox .

5) $y = f(x)$ – возрастает $\Leftarrow f'(x) \geq 0$, график функции $y = f'(x)$
лежит выше оси Ox .

6) Точки экстремума – это те точки, в которых производная
равна нулю. То есть те точки, в которых график функции $y = f'(x)$
пересекает ось Ox

При решении данных задач помним:

Помним, что $\operatorname{tg} \alpha$ – это тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси Ox

Находим (строим) на рисунке прямоугольный треугольник с углом α .
Находим тангенс угла α (рис 1) или тангенс угла β (рис.2). Но помним, что найти необходимо $\operatorname{tg} \alpha = -\operatorname{tg} \beta$.

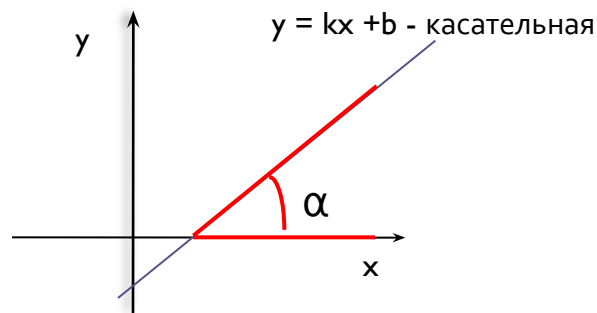


Рис. 1

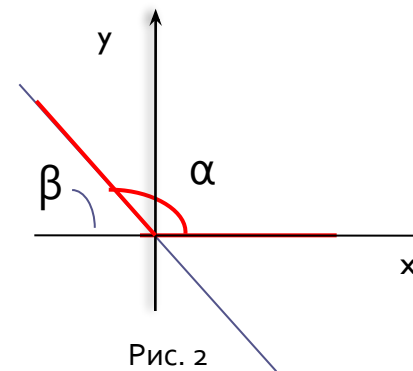


Рис. 2

Прямая $y=7x-5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$ Найдите абсциссу точки касания.

Основная формула $f'(x) = \operatorname{tga} = k$

Т.к. задана функция $y = f(x)$, можно найти ее производную. $f'(x) = 2x + 6$

Т.к. касательная параллельна прямой $y = 7x - 5$, то $k = 7$.

Следовательно, $f'(x) = k$, т.е. $2x + 6 = 7$. Решаем данное уравнение.

$$2x + 6 = 7$$

$$2x = 1$$

$$x = 0,5$$

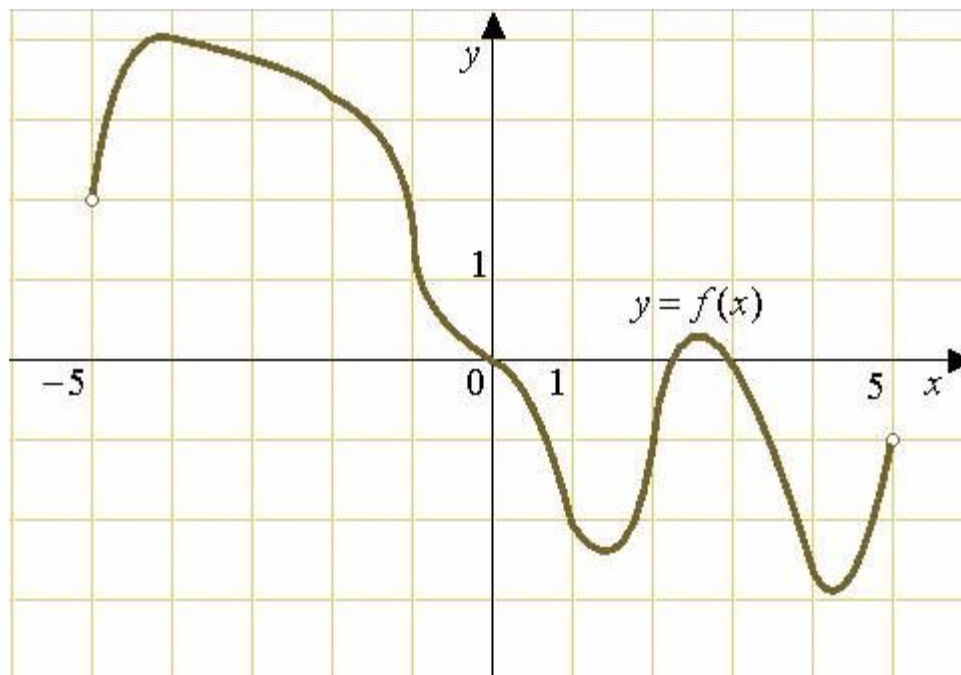
Ответ: 0,5

Решение.

- В точках максимума(минимума) производная принимает значение равное нулю. В этих точках график производной пересекает ось Ox . На рисунке таких точек две, но в заданный отрезок попадает только одна. Это точка с координатой $(7;0)$.

Ответ:1.

На рисунке изображен график производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 6$ или совпадает с ней.



Решение.

Основная формула: $f'(x) = \operatorname{tga} = k$

Нам дана прямая $y=6$, коэффициент $k=0$, т.к. отсутствует слагаемое, содержащее переменную x . Касательная параллельна данной прямой, угловой коэффициент касательной (k) будет тоже равен нулю. Из основной формулы видно, что $f'(x) = k$. Т.к. $k = 0$, то и $f'(x) = 0$. Производная равна нулю в тех точках, в которых ее график пересекает ось Ox . Таких точек на указанном промежутке три.

Ответ: 3.

Открытый банк задач

[http://mathege.r](http://mathege.ru)

[u](http://mathege.ru)

Задания В11. «Исследования функций на наибольшее (наименьшее) значение»

Всего предлагается 126 видов задач

Для решения задач необходимо повторить:

- 1) Правила нахождения производных.
- 2) Алгоритм:
 - Найти производную.
 - Приравнять к нулю. Решить получившееся уравнение.
 - Выбрать корни уравнения, которые попадают в заданный отрезок.
 - Найти значение функции на концах отрезка и в нулях производной, которые попали в отрезок.
 - Ответить на вопрос задачи.

Найти наибольшее значение функции:

$$y = 15x - 3 \sin x + 5 \text{ на отрезке } [-\pi/2, 0]$$

I. $y' = 15 - 3 \cos x$

$$15 - 3 \cos x = 0$$

$$-3 \cos x = -15$$

II. $\cos x \neq 5$

Следовательно данное уравнение не имеет корней.

III. $y(-\pi/2) = 15 \cdot (-\pi/2) - 3 \sin 0 + 5 = -15\pi/2 + 3 + 5 = 8 - 15\pi/2$

IV. $y(0) = 15 \cdot 0 - 3 \sin 0 + 5 = 0 - 0 + 5 = 5$

Ответ: 5