

Касательная к графику функции. Уравнение касательной

Учитель математики
Скиданова Галина Алексеевна
МБОУ «Нестеровский лицей»

Геометрический смысл производной

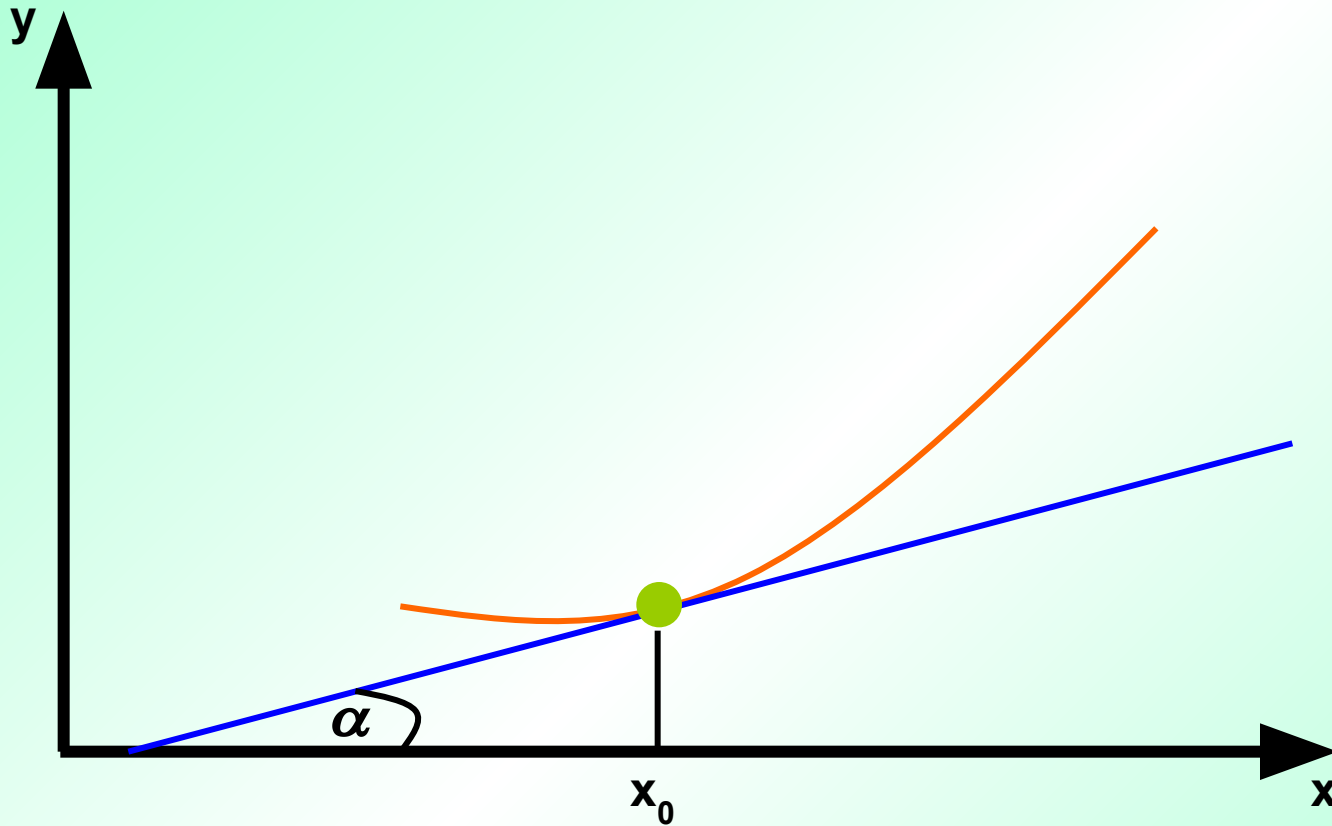
Производная в точке x_0 равна угловому коэффициенту касательной к графику функции $y = f(x)$ в этой точке

$$k = \operatorname{tg} \alpha = f'(x_0)$$

$$\alpha = \begin{cases} \pi + \operatorname{arctg} f'(x_0), & \text{если } f'(x_0) < 0 \\ \operatorname{arctg} f'(x_0), & \text{если } f'(x_0) \geq 0 \end{cases}$$

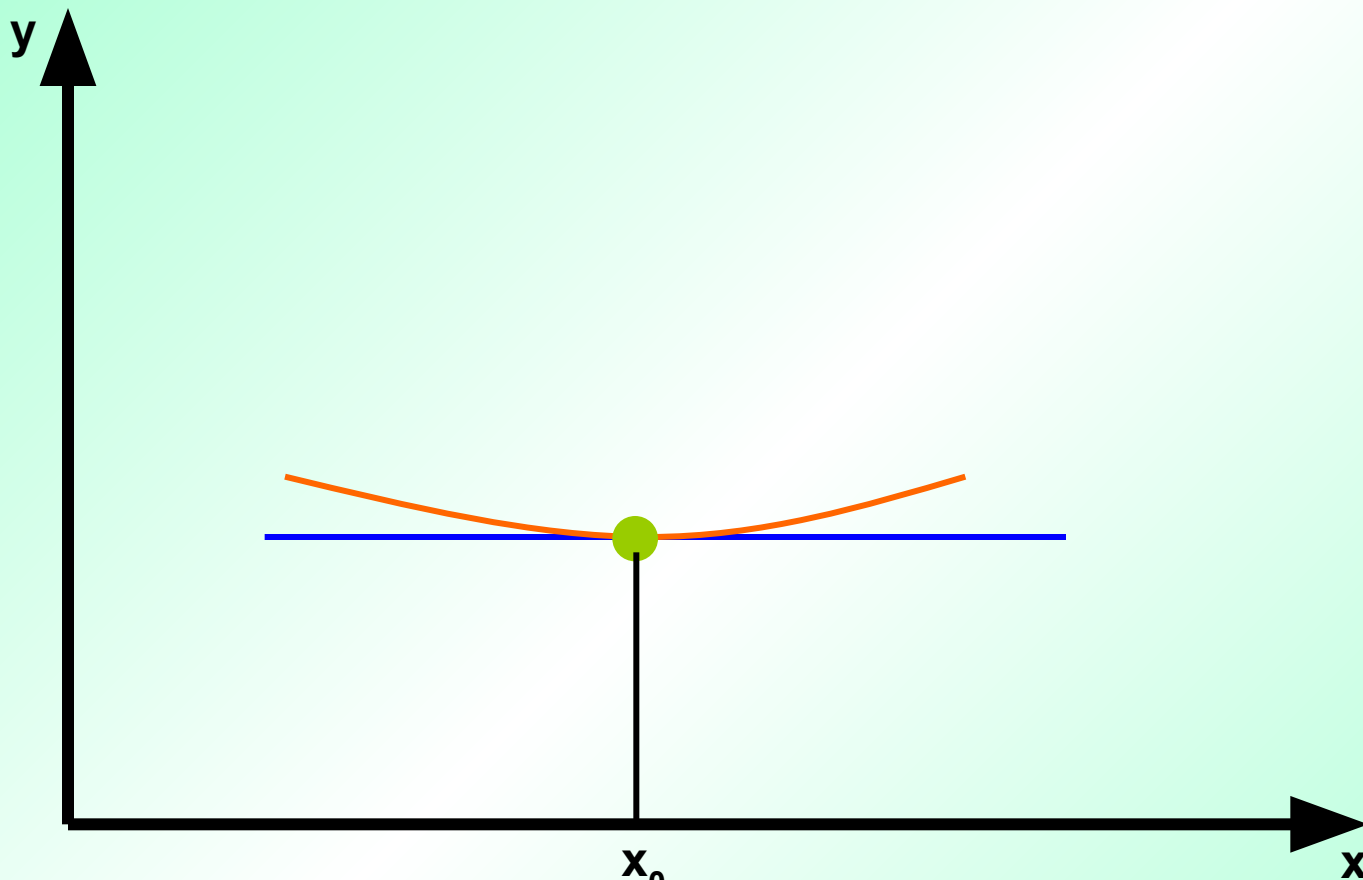
Рассмотрим 3 случая:

1.



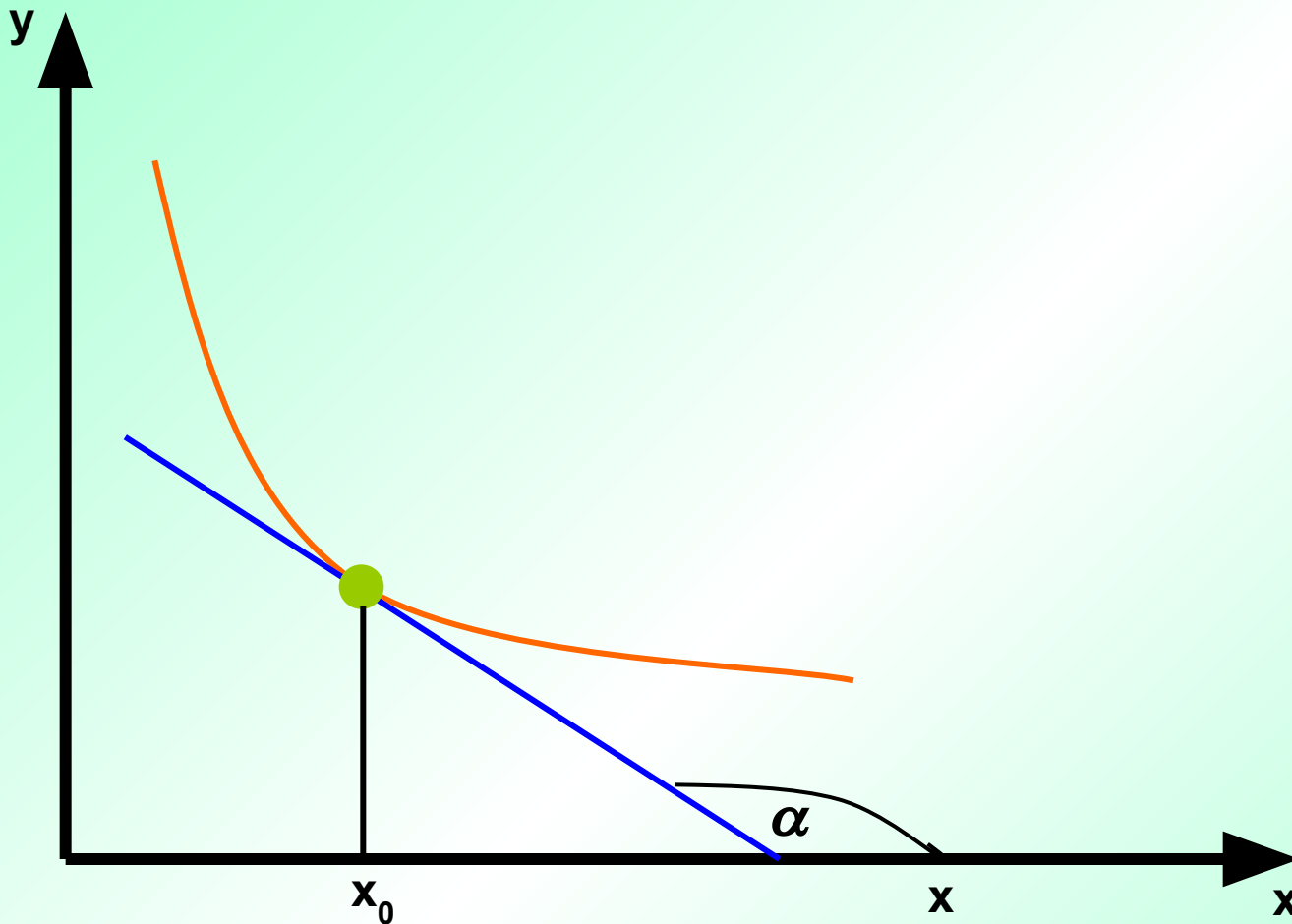
$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha \quad \boxtimes \quad 0$$

2.



$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = 0$$

3.



$$f'(x_0) = \text{tg } \alpha \quad \boxtimes \quad 0$$

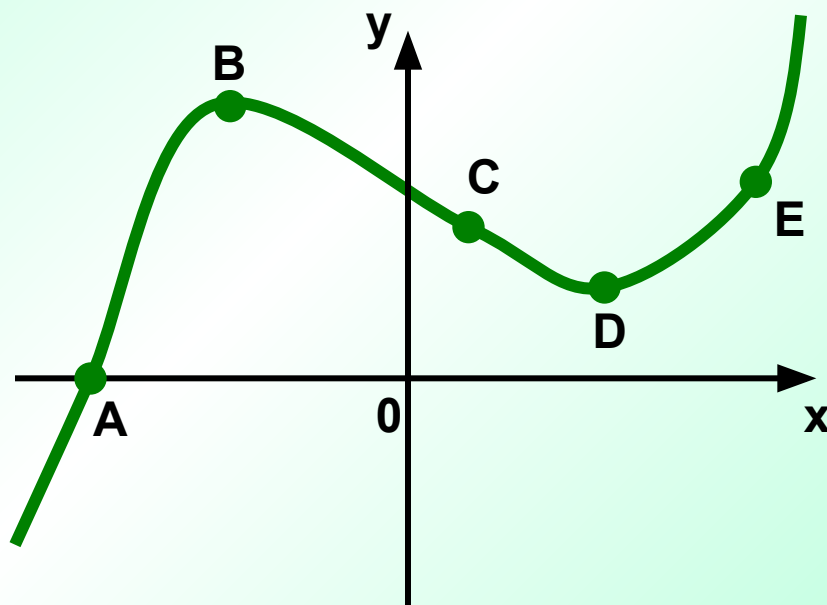
№ 251 а

В каких точках графика функции f касательная к нему:

а) горизонтальна

б) образует с осью абсцисс острый угол

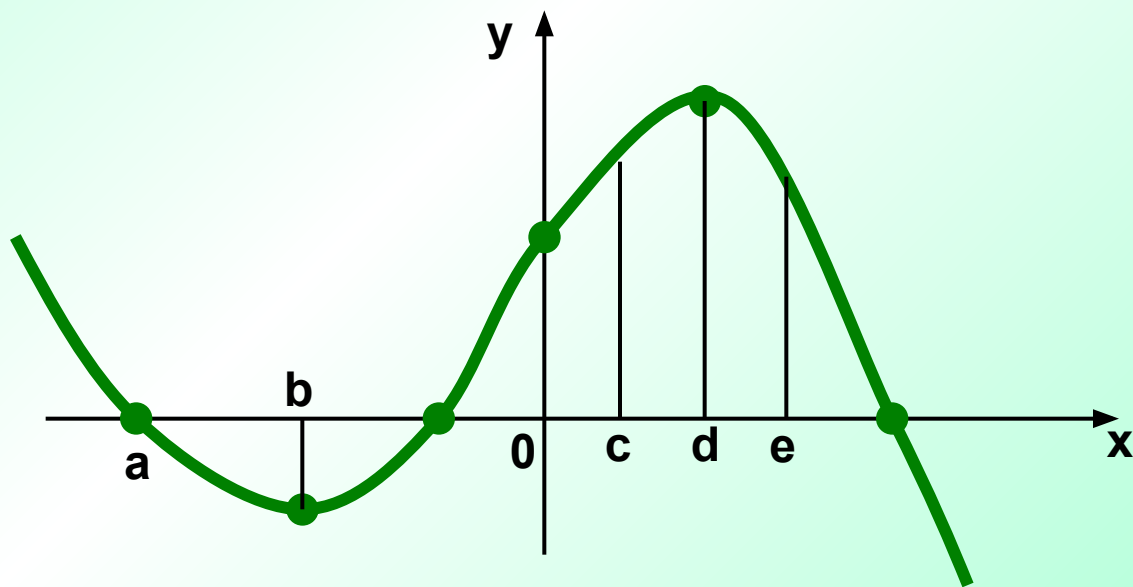
в) образует с осью абсцисс тупой угол



№ 252 а

При каких значениях аргумента (отмеченных на оси абсцисс) производная функции, заданной графиком:

- а) равна нулю
- б) больше нуля
- в) меньше нуля



№ 253 В

Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проходящей через данную точку М функции f

$$f(x) = x^3, \quad M(-1; -1)$$

$$f'(x) = (x^3)' = 3x^2$$

$$f'(x_0) = f'(-1) = 3 \cdot (-1)^2 = 3$$

$$y = kx + b$$

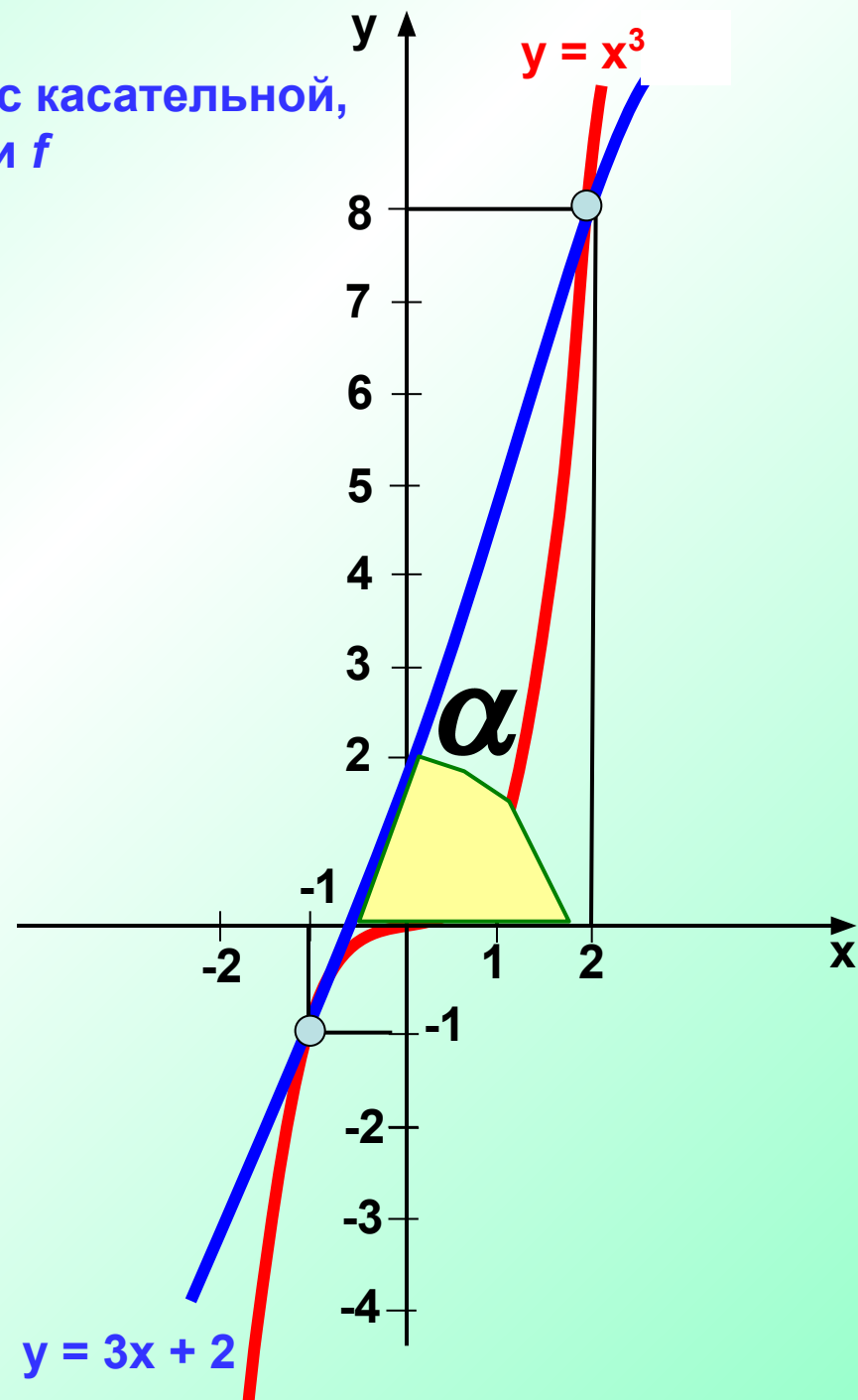
$$-1 = 3 \cdot (-1) + b$$

$$b = 2$$

$$y = 3x + 2$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 3.$$

Ответ: $\operatorname{tg} \alpha = 3.$



№ 254 г

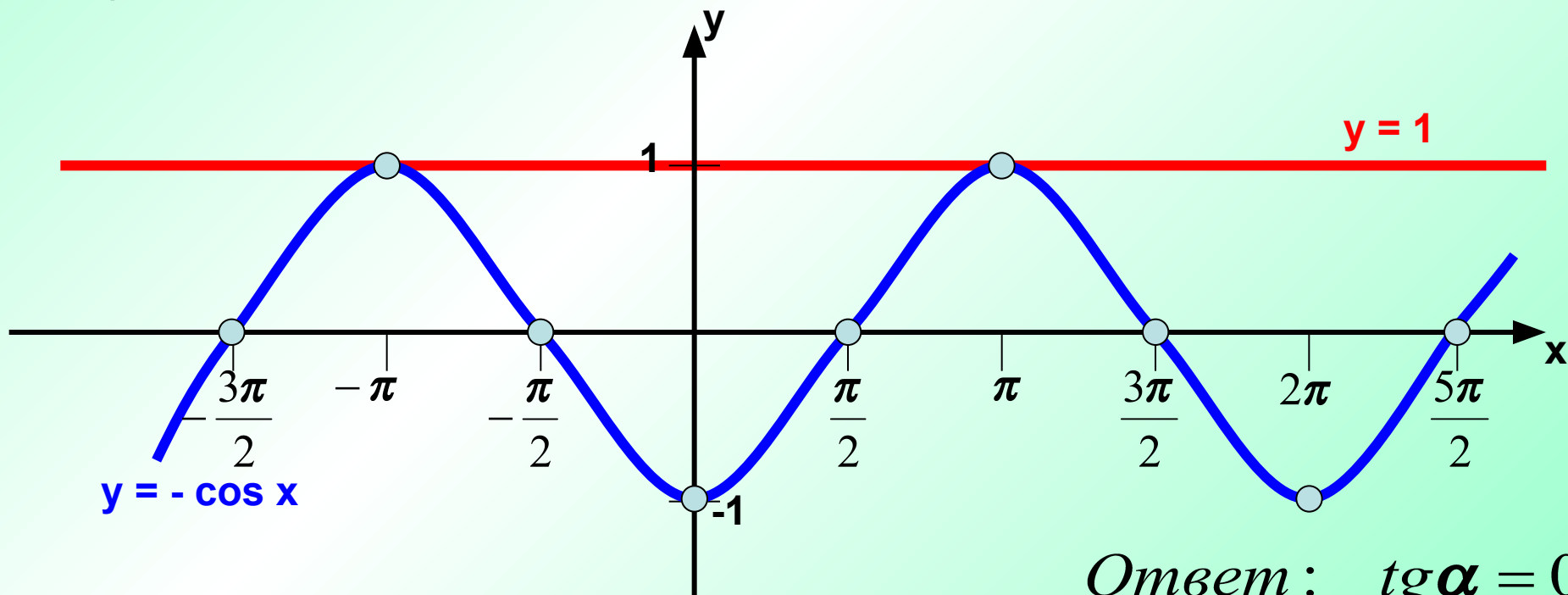
Найдите тангенс угла наклона к оси абсцисс касательной, проходящей через данную точку M графика функции f

$$f(x) = -\cos x, \quad M(-\pi; 1)$$

$$f'(x) = (-\cos x)' = -(-\sin x) = \sin x$$

$$f'(x_0) = f'(-\pi) = \sin(-\pi) = 0$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 0$$



Ответ: $\operatorname{tg} \alpha = 0$.

№ 257 В

$$f(x) = 3x^4 - 6x^2 + 2$$

$$\operatorname{tg} \alpha = f'(x_0) = 0$$

$$f'(x) = (3x^4 - 6x^2 + 2)' = 12x^3 - 12x$$

$$f'(x) = 0, \quad 12x^3 - 12x = 0$$

$$12x(x^2 - 1) = 0$$

$$x = 0 \text{ или } x^2 - 1 = 0$$

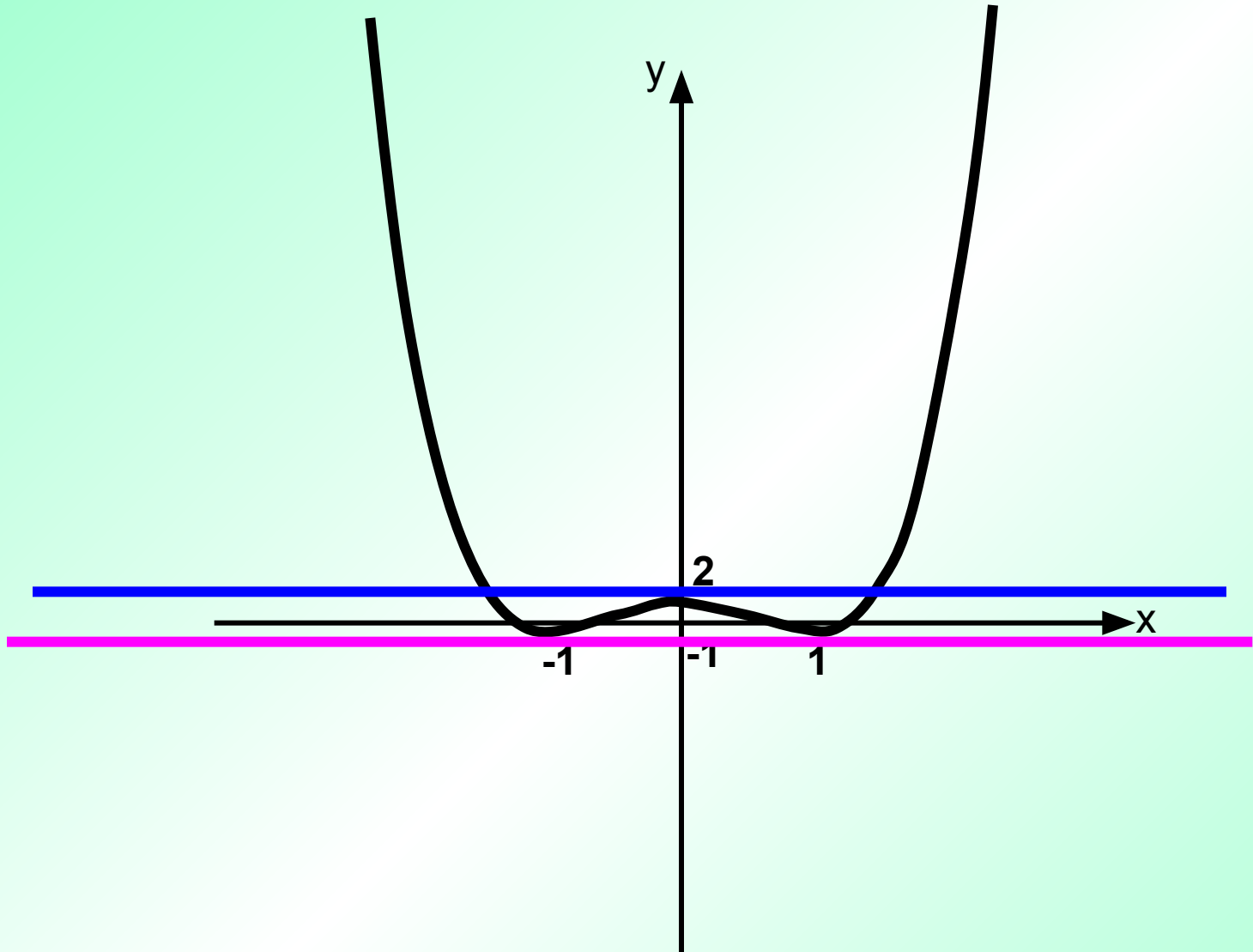
$$x = \pm 1$$

$$\text{Если } x = 0, \quad y = f(0) = 3 \cdot 0^4 - 6 \cdot 0 + 2 = 2 \quad (0; 2)$$

$$\text{Если } x = 1, \quad y = f(1) = 3 \cdot 1^4 - 6 \cdot 1 + 2 = -1 \quad (1; -1)$$

$$\text{Если } x = -1, \quad y = f(-1) = 3 \cdot (-1)^4 - 6 \cdot (-1) + 2 = -1 \quad (-1; -1)$$

Ответ: $(0; 2), (1; -1), (-1; -1).$



№ 259 г

Под каким углом пересекается с осью Ox график функции $f(x) = -\cos x$

$$Ox: -\cos x = 0$$

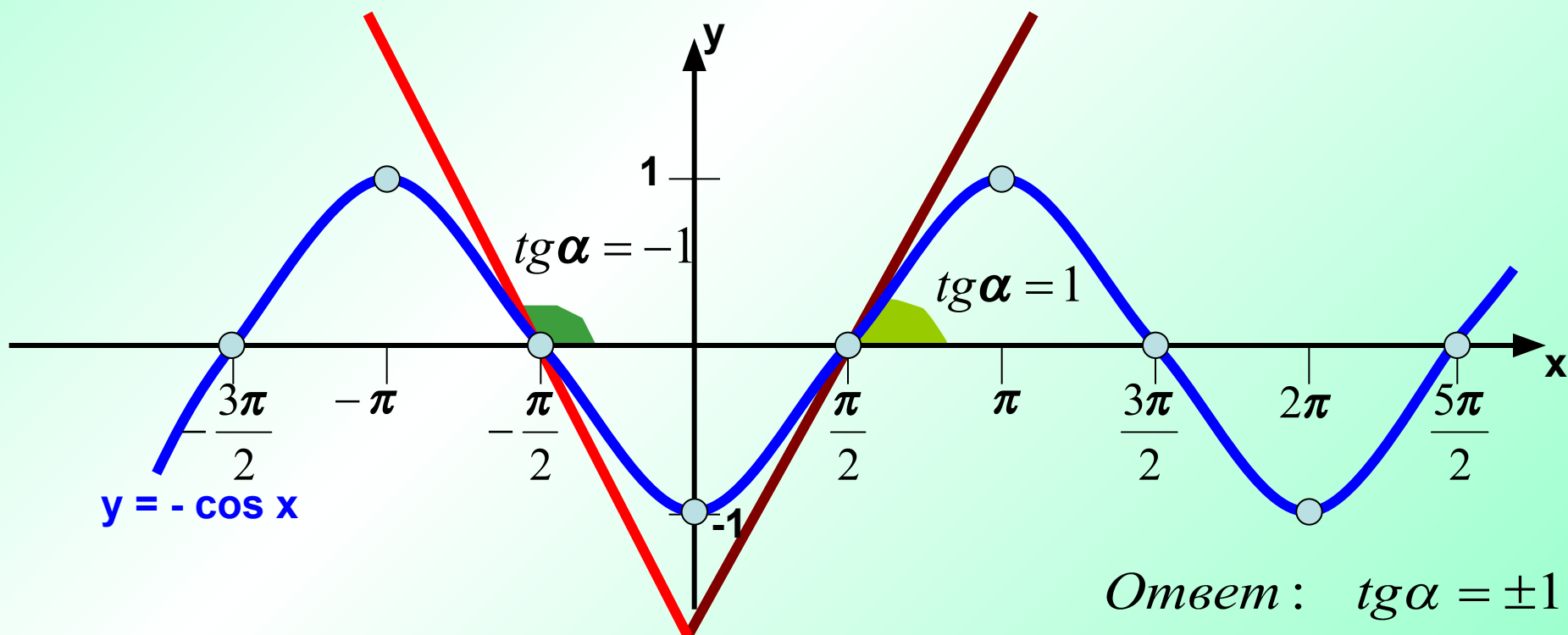
$$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$$

$$tg \alpha = f'(x_0)$$

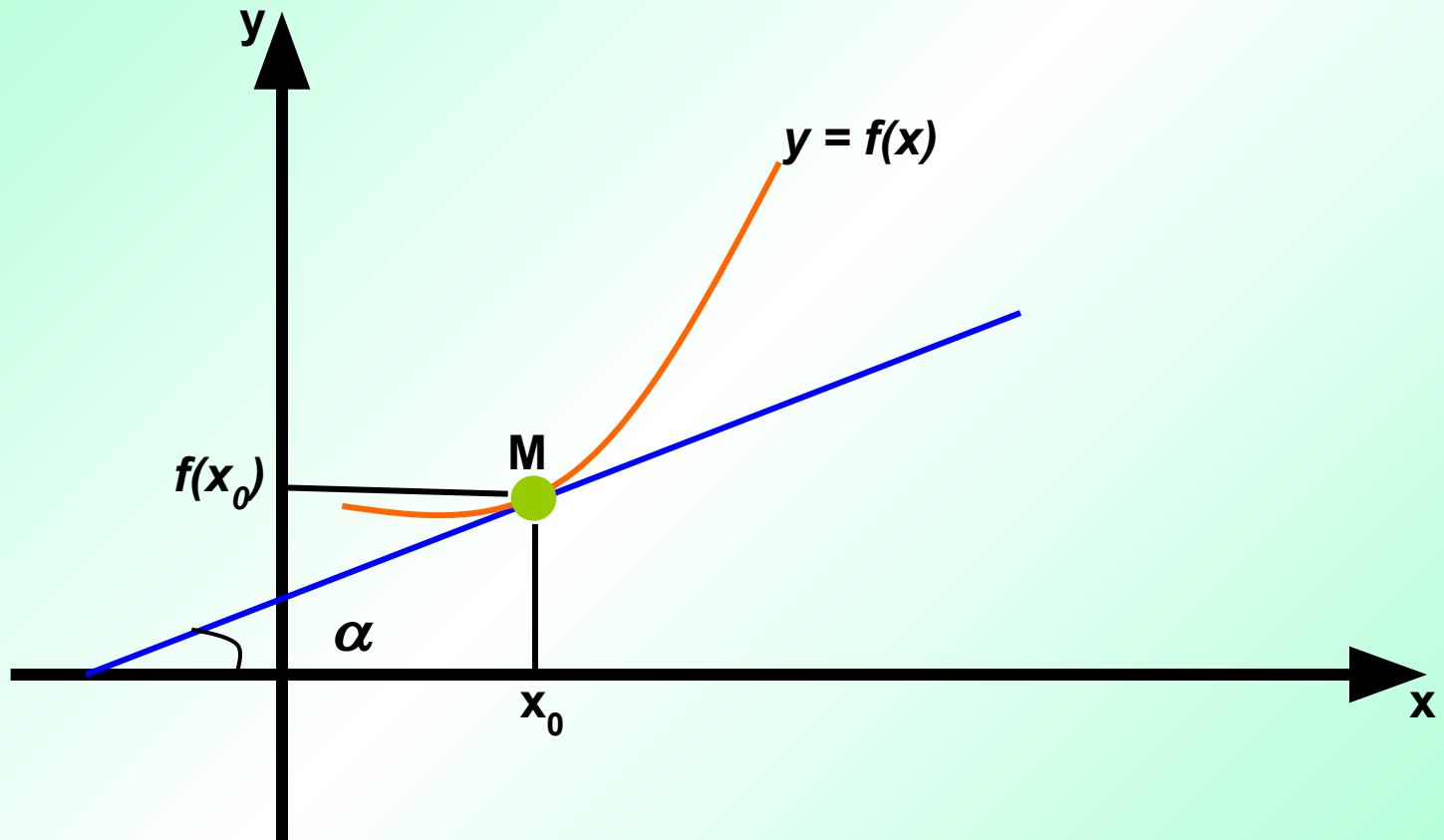
$$f'(x) = (-\cos x)' = -(-\sin x) = \sin x$$

$$tg \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right) = 1, n - \text{четное}, \frac{\pi}{4}$$

$$tg \alpha = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right) = -1, n - \text{нечетное}, \frac{3\pi}{4}$$



УРАВНЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ



$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

№ 255 B

I. $f(x) = x^2 + 1, x_0 = 0$

$$f'(x) = 2x$$

$$f'(x_0) = f'(0) = 2 \cdot 0 = 0$$

$$f(0) = 0^2 + 1 = 1$$

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$$y = 0 \cdot (x - 0) + 1; \quad y = 1$$

II. $f(x) = x^2 + 1, x_0 = 1,$

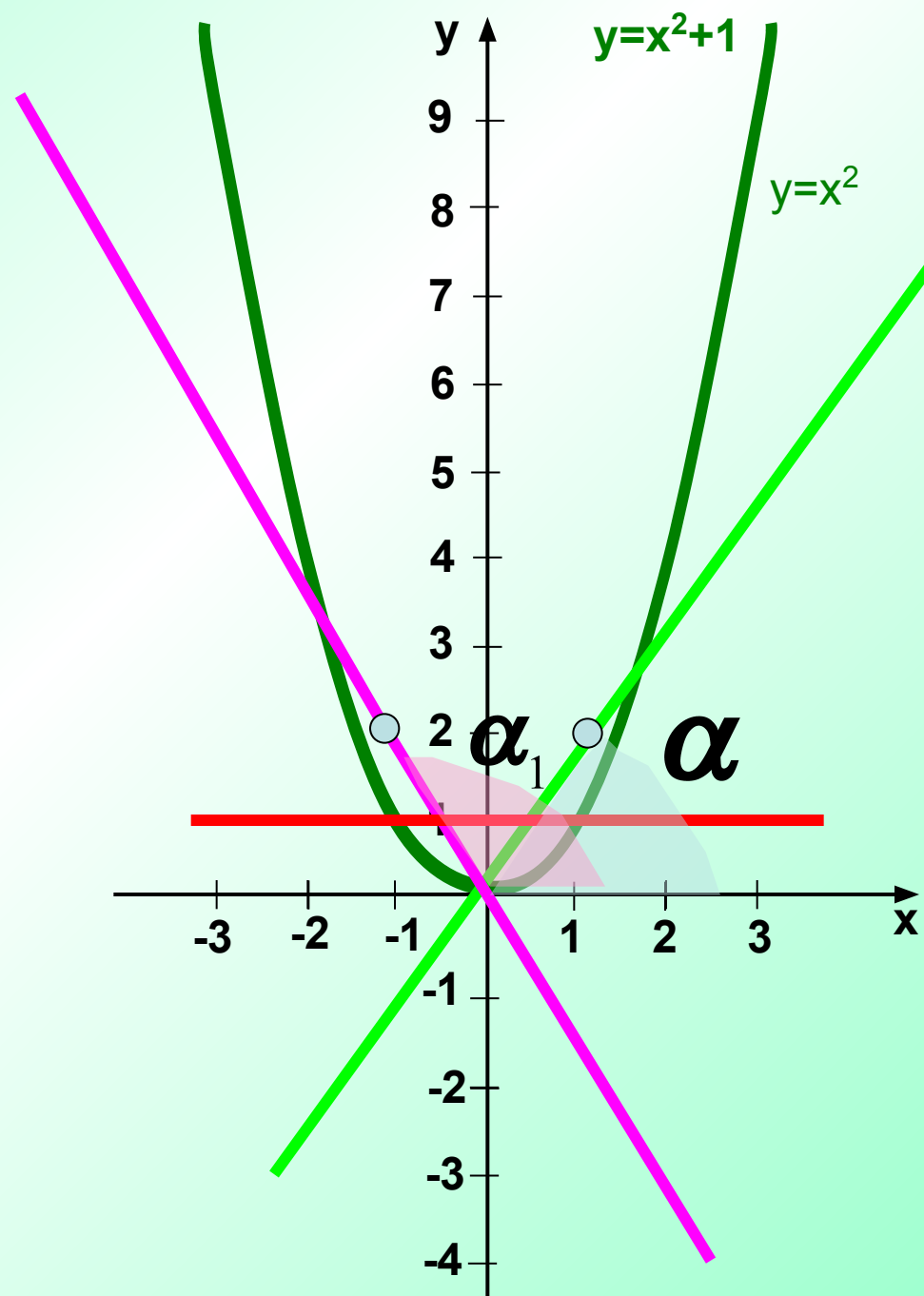
$$f'(x) = 2x$$

$$f'(x_0) = f'(1) = 2 \cdot 1 = 2$$

$$f(1) = 1^2 + 1 = 2$$

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$$y = 2 \cdot (x - 1) + 2; \quad y = 2x$$



$$\text{III. } f(x) = x^2 + 1, x_0 = -1$$

$$f'(x) = 2x$$

$$f'(x_0) = f'(-1) = 2 \cdot (-1) = -2$$

$$f(-1) = (-1)^2 + 1 = 2$$

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$$y = -2 \cdot (x - (-1)) + 2; \quad y = -2x$$