

**Тренировочные упражнения
экзаменационной работы
ПО АЛГЕБРЕ
для 9 класса
в форме ГИА.**



Задача 1



1.1. Расположите в порядке

возрастания числа $0,0157$; $0,105$; $0,07$.

- 1) $0,07$; $0,105$; $0,0157$ 2) $0,0157$; $0,105$; $0,07$**
3) $0,105$; $0,07$; $0,0157$ 4) $0,0157$; $0,07$; $0,105$

1.2. Расположите в порядке убывания

числа $0,0216$; $0,12$; $0,016$.

- 1) $0,0216$; $0,016$; $0,12$ 3) $0,12$; $0,0216$; $0,016$**
2) $0,016$; $0,0216$; $0,12$ 4) $0,12$; $0,016$; $0,0216$

1.3 а. Какому

из

данных

$$\frac{2}{9}$$

промежутко

в

1 принадлежит

т

2 $[0,2; 0,3]$ $\frac{2}{9} \approx 0.22$
число

3 $[0,3; 0,4]$

4 $[0,4; 0,5]$

1.3 б. Какому

из

данных

$$\frac{7}{9}$$

промежутко

в

1 $[0,6; 0,7]$ принадлежит

т

2 $[0,5; 0,6]$
число

3 $[0,7; 0,8]$ $\frac{7}{9} \approx 0.78$

4 $[0,8; 0,9]$



Задача 2



2.1 Какое из данных чисел является иррациональным?

$\sqrt{121}$ $\sqrt{0,4}$

$\sqrt{2\frac{7}{9}}$

1

2

3

4

$\sqrt{121}$

$\sqrt{0,4}$

$\sqrt{2\frac{7}{9}}$

Все эти числа

Подума
й

Верно

Подумай

Подумай



2.2 Какое из данных чисел является иррациональным?

2

1

$$\sqrt{0,81}$$

Подума
й

2

$$\sqrt{6,4}$$

Верно

3

$$\sqrt{2\frac{1}{4}}$$

Подумай

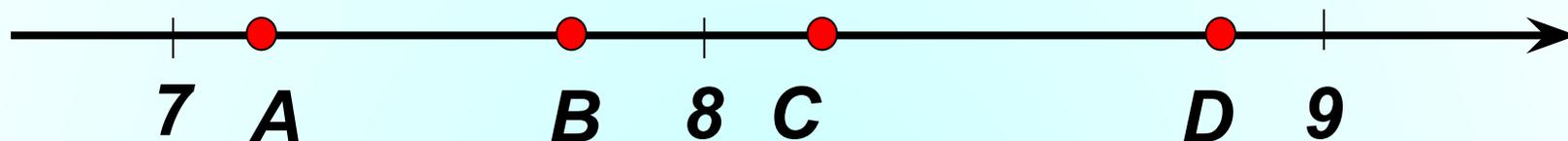
4

Все эти
числа

Подумай



2.3 Одна из точек, отмеченных на координатной прямой соответствует числу $\sqrt{68}$. Какая это точка?



1

2

3

4

Точка A

Точка B

Точка C

Точка D

Подума
й

Подумай

Верно

Подумай



• **2.4.** В деревне Дубровка живет 72 человека, а ее площадь 9 км². Каково среднее количество жителей этой деревни на 1 км²?

• Ответ:

• **2.5.** В деревне Дубровка живет 72 человека, а ее площадь 9 км². Какая площадь приходится в среднем на одного жителя этой деревни? Ответ дайте в квадратных километрах и округлите до десятых долей.

• Ответ:

• **2.6.** Чему равно $10^{12} : 10^8$?

• Ответ: **10000**

• **2.7.** Чему равно $10^6 : 10^9$?

• Ответ:

• **2.8.** Какое из перечисленных чисел ближе к $2,7 : 0,14$?

1) 1,92 2) 19,2 3) 0,05 4) 0,5

- **2.9.** *Население Австрии составляет*
- **$8,26 \cdot 10^6$ человек. Чему равно население Австрии в миллионах человек?**

Ответ:

- **$8,26 \cdot 10^6 = 8,26 \cdot 10^6 \cdot 10^{-6} = 8,26$**
- **2.10.** *Какое из перечисленных чисел ближе к $1,6 \cdot 10^9 : (8,3 \cdot 10^7)$?*
- 1) 1,92 2) 51,8 3) 19,2 4) 5,18
- **$1,6 \cdot 10^9 : (8,3 \cdot 10^7) = (1,6 : 8,3) \cdot (10^9 : 10^7)$**
- **$\approx 0,192 \cdot 10^2 = 19,2$**

- **2.11. Найдите частное.**

Ответ запишите в десятичной дроби. $2,4 \cdot 10^{-5}$

$$1,2 \cdot 10^{-5} \cdot 10^3 = 1,2 \cdot 10^{-2} = 0,012$$

$$2 \cdot 10^{-3}$$

$$\frac{6,3 \cdot 10^6}{9 \cdot 10^3}$$

$$0,7 \cdot 10^6 \cdot 10^{-3} = 0,7 \cdot 10^3 = 700$$

$$\frac{9,5 \cdot 10^{13}}{0,5 \cdot 10^{15}}$$

$$19 \cdot 10^{13} \cdot 10^{-15} = 19 \cdot 10^{-2} = 0,19$$

$$\frac{1,5 \cdot 10^8}{7,5 \cdot 10^7}$$

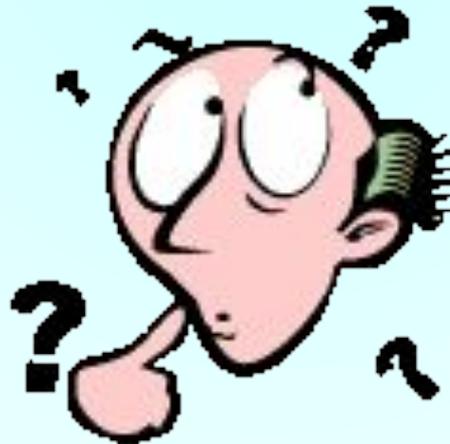
$$0,2 \cdot 10^8 \cdot 10^{-7} = 0,2 \cdot 10^1 = 2$$

$$\frac{12,1 \cdot 10^{-5}}{0,11 \cdot 10^{-3}}$$

$$110 \cdot 10^{-5} \cdot 10^3 = 110 \cdot 10^{-2} = 1,1$$

Задача 2

Зачетные задания



- 1. Завод за год выпустил $2,6 \cdot 10^9$

$$\begin{aligned} & 1,3 \cdot 10^9 : (2,6 \cdot 10^9) = \\ & (1,3 : 2,6) \cdot \\ & (10^9 : 10^9) = \\ & = 0,5 \end{aligned}$$

- 1. Завод за год выпустил $4,7 \cdot 10^8$ одинаковых бутылок с водой, при этом воды в них было $2,35 \cdot 10^9$ л. Каков объем каждой бутылки в литрах?

1 5 л

Подумай

2 0,2 л

Подумай

3 2 л

Подумай

4 0,5 л

Верно

1 $2,35 \cdot 10^9 : (4,7 \cdot 10^8) =$

$(1,3 : 2,6) \cdot$

$(10^9 : 10^8) =$

$= 0,5$

4 0,5 л

Верно



- 2. Население Дании составляет $5,4 \cdot 10^6$ человек, а ее территория равна $4,3 \cdot 10^4$ км². Какой из ответов характеризует среднее число жителей

$$5,4 \cdot 10^6 : (4,3 \cdot 10^4) =$$

1 $(5,4 : 4,3) \cdot$
 $(10^6 : 10^4) =$

2 $= 1,3 \cdot 10^2$

3 $1,3 \cdot 10^2$ Верно

4 $13 \cdot 10^2$ Подумай

- 2. Население Великобритании составляет $6 \cdot 10^7$ человек, а ее территория равна $2,4 \cdot 10^5$ км². Какой из ответов характеризует среднее число

1 $2,5 \cdot 10^2$ Верно

2 $6 \cdot 10^7 : (2,4 \cdot 10^5) =$
 $(6 : 2,4) \cdot$

3 $(10^7 : 10^5) =$
 $= 2,5 \cdot 10^2$

4 $0,4 \cdot 10^2$ Подумай



Задача 3



• **3.1.** Укажите число, соответствующее **10%**.

- 1) 0,1 2) 0,01 3) 1 4) 10

3.2. Укажите число процентов, соответствующее числу 0,02.

- 1) 0,2% 2) 2% 3) 20% 4) 5%

3.3. Найдите **3** 20% от числа 15.

Ответ:

3.4. От какого **50** числа 17% состав

Ответ:

• **3.5.** Увеличьте число 120 на 20%
число уменьшите на 20%. Какое
получится?

115,2

• Ответ:

$$10 \cdot 100 \%$$

$$0,02 \cdot 100 \%$$

$$20\% = 1/5$$

1/5 от

$$17\% = 0,17$$

$$0,5 \cdot 0,17 =$$

$$20\% = 0,2$$

$$120 \cdot 0,2 = 24$$

$$120 + 24 = 144$$

$$144 \cdot 0,2 = 28,8$$

$$144 - 28,8 =$$

$$= 115,2$$

3,6. Из объявления фирмы, проводящей обучающие семинары:

«Стоимость участия в семинаре – 3000 р. с человека. Группам от организаций предоставляются скидки: от 4 до 10 человек – 5%; более 10 человек – 8%».

Сколько должна заплатить организация, направившая на семинар группу из 4 человек?

1

11400

р.

Верно

2

2850

3

600

р.

Подумай

4

12000

р.

Подумай

$$3000 \cdot 4 = 12000$$

$$5\% = 0,05$$

$$12000 \cdot 0,05 =$$

$$= 600 \text{ (р.)} \text{ - скидка}$$

$$12000 - 600 = 11400 \text{ р.}$$

3,7. Из объявления фирмы, проводящей обучающие семинары: «Стоимость участия в семинаре — 2000 р. с человека. Группам от организаций предоставляются скидки: от 3 до 5 человек — 3%; более 5 человек — 5%».

Сколько должна заплатить организация, направившая на семинар группу из 6 человек?

1 11400 р.

Верно

2 1900 р.

3 600 р.

Подумай

4 12000 р.

Подумай

$$2000 \cdot 6 = 12000$$

$$5\% = 0,05$$

$$12000 \cdot 0,05 =$$

$$= 600 \text{ (р.)} \text{ — скидка}$$

$$12000 - 600 = 11400 \text{ р.}$$

- **3.8.** Цена товара 200 р. В понедельник цену уменьшили на 10%. По какой цене продавался товар во вторник?

$$\begin{aligned}10\% &= 0,1 \\ 200 \cdot 0,1 &= \\ &= 20 \\ 200 - 20 &= \\ &= 180\end{aligned}$$

- 1) 200 р. 2) 190 р. 3) 180 р. 4) 20 р.

- **3.9.** Цена товара 300 р. В понедельник эту цену уменьшили на 10%. Во вторник цену опять уменьшили на 10%. По какой цене продавался товар в среду?

- 1) 200 р. 2) 270 р. 3) 243 р. 4) 300 р.

$$\begin{aligned}10\% &= 0,1 \\ 300 \cdot 0,1 &= 30 \\ 300 - 30 &= 270 \\ 270 \cdot 0,1 &= 27 \\ 270 - 27 &= \\ &= 243\end{aligned}$$

Задача 3

Зачетные задания



1. Некоторый товар поступил в продажу по цене 400 руб. В соответствии с условиями магазина в течение месяца неизменно каждую неделю снижалась цена. Продажи в третьем

$10\%=0,1$
 $400 \cdot 0,1=40$
 $400-40=360$
 $360 \cdot 0,1=36$
 $360-36=$
 $=324$

- 1 390 р. Подумай
- 2 360 р. Подумай
- 3 380 р. Подумай
- 4 324 р. Верно

1. Некоторый товар по цене 600 руб. пр... пр... те... не... ка... сн... те... бу... те...

$10\%=0,1$
 $600 \cdot 0,1=60$
 $600-60=540$
 $540 \cdot 0,1=54$
 $540-54=$
 $=486$

- 1 120
- 2 486 руб. Верно
- 3 580 руб. Подумай
- 4 590 руб. Подумай
- руб.



2. Некоп
прода
соот
магаз
това
оста
перв
недел
теку
будет
тече

$$10\%=0,1$$

$$300 \cdot 0,1 = 30$$

$$300 - 30 = 270$$

$$270 \cdot 0,1 = 27$$

$$270 - 27 =$$

$$= 243$$

1 243 р.

Верно

2 240 р.

Подумай

3 280 р.

Подумай

4 30 р.

Подумай

2. Нек
поступ
700 р. В
принят
правила
течение
неизмен
каждой
снижает
текуще
будет п
течение

$$10\%=0,1$$

$$700 \cdot 0,1 = 70$$

$$700 - 70 = 630$$

$$630 \cdot 0,1 = 63$$

$$630 - 63 =$$

$$= 567$$

1 567

Верно

2 140

Подумай

3 630

Подумай

4 680

Подумай

руб.
руб.
руб.
руб.

3. Некоторый товар поступил в продажу по цене 800 р. В соответствии с некоторыми условиями в магазине этот товар оставался в продаже в течение первой недели, после чего его цена снижалась на 20% от текущей. Сколько денег он будет стоить в течение второй недели?

$$20\% = 0,2$$

$$800 \cdot 0,2 = 160$$

$$800 - 160 = 640$$

$$640 \cdot 0,2 = 128$$

$$640 - 128 = 512$$

1 760 р.

Подумай

2 720 р.

Подумай

3 512 р.

Верно

4 160 р.

Подумай

3. Некоторый товар поступил в продажу по цене 1400 р. В соответствии с некоторыми условиями в магазине этот товар оставался в продаже в течение первой недели, после чего его цена снижалась на 20% от текущей. Сколько денег он будет стоить в течение второй недели?

$$20\% = 0,2$$

$$1400 \cdot 0,2 = 280$$

$$1400 - 280 = 1120$$

$$1120 \cdot 0,2 = 224$$

$$1120 - 224 = 896$$

1 896

Верно

2 1380 руб.

Подумай

3 1120 руб.

Подумай

4 712,8 руб.

Подумай



Задача 4



4. Зная длину своего шага, человек может подсчитать пройденное им расстояние s по формуле: $s = nl$, где n — число шагов, l — длина шага. Какое расстояние прошел человек, сделавший 3500 шагов, если длина его шага составляет примерно 80 см?

Ответ выразите в километрах.

Ответ: $3500 \cdot 80 = 280000 \text{ см} = 0,028 \text{ км}$

4. Зная скорость и время движения, человек может подсчитать пройденное им расстояние s по формуле: $s = ut$, где u — скорость движения, t — время движения. Какое расстояние прошел человек, двигавшийся 2500 секунд, если его скорость составляет примерно 80 см в секунду? Ответ выразите в километрах в час.

$80 \cdot 2500 = 200000 \text{ см} = 2 \text{ км}$

Ответ:

4.1. Выразите в километрах

- а) $600000 \text{ см} =$ км; з) $3510000 \text{ см} =$ км;
б) $36000 \text{ м} =$ км; д) $7500 \text{ м} =$ км;
в) $450000 \text{ см} =$ км; е) $36000 \text{ см} =$ км.

4.2. Пешеход идет со скоростью 4,8 км в час.

Какой путь он пройдет за 1,5 часа?

4.3. Велосипедист едет в гору со скоростью 12 км в час, а с горы со скоростью 18 км в час. Какой путь проедет велосипедист, если дорога в гору заняла 0,6 часа, а с горы 0,15 часа?

4.4. Велосипедист едет в гору со скоростью 12 км в час, а с горы со скоростью 18 км в час. Какой путь проедет велосипедист, если дорога с горы заняла 0,5 часа, а в гору 0,75 часа?

4.5. Собственная скорость моторной лодки 8 км/ч, а скорость течения реки 1,5 км/ч. Какое расстояние проплывет лодка против течения за 3 часа?

Задача 4

Зачетные задания



4.8. Выразите из формулы

$$l = mgh + 0.5mv^2$$

переменную h

4.9. Зная скорость и время движения, человек может подсчитать пройденное им расстояние s по формуле: $s = vt$, где v — скорость движения, t — время движения. Какое расстояние прошел человек, двигавшийся 2900 секунд, если его скорость составляет

примерно 90 см в

4.8. Выразите из формулы

$$l = mgh + 0.5mv^2$$

переменную m

4.9. Зная скорость и время движения, человек может подсчитать пройденное им расстояние s по формуле: $s = vt$, где v — скорость движения, t — время движения. Какое расстояние прошел человек, двигавшийся 2900 секунд, если его скорость составляет

примерно 110 см в



•4.10. Зная скорость и время движения, человек может подсчитать пройденное им расстояние s по формуле: $s = vt$, где v — скорость движения, t — время движения.

Какое расстояние прошел человек, двигавшийся 45 минут, если его скорость составляет примерно

•76 м в минуту?

•Ответ выразите в километрах.

•4.10. Зная скорость и время движения, человек может подсчитать пройденное им расстояние s по формуле: $s = vt$, где v — скорость движения, t — время движения.

Какое расстояние прошел человек, двигавшийся 125 минут, если его скорость составляет примерно

•78 м в минуту?

•Ответ выразите в километрах.



4.8. Выразите из формулы $I=mgh+0.5mv^2$ переменную h .

$$mgh = I - 0.5mv^2$$

$$h = \frac{I - 0.5mv^2}{mg}$$

4.8. Выразите из формулы $I=mgh+0.5mv^2$ переменную m .

$$I = m (gh + 0.5v^2)$$

$$m = \frac{gh + 0.5v^2}{I}$$

4.10.
 $45 \cdot 76 =$

4.9.

$2900 \cdot 90 =$

$=261000$ (cm)

$=2,61$ km

4.9.

$2900 \cdot 110 =$

$=319000$ (cm)

$=3,19$ km

4.10.

$45 \cdot 76 =$

$=3420$ (m)

$=3,42$ km

4.10.

$125 \cdot 78 =$

$=9750$ (m)

$=9,75$ km

Задача 5



5. Даны выражения:

A

$$\frac{a-3}{a+5}$$

Б

$$\frac{a+5}{a-3}$$

В

$$a + \frac{3}{a-2}$$

Какие из этих выражений не имеют смысла при $a = 3$?

1

Только А

Подумай

2

Только Б

Верно

$$a-3=0$$

3

А, Б и В

Подумай

4

Б и В

Подумай



- **5.1.** Вычислите значение выражения при $x = 3$

$$\frac{7-x}{x+5} = \frac{7-3}{3+5} = \frac{1}{2}$$

- **5.2.** Укажите выражение, тождественно равное дроби $\frac{1}{4x+6}$

1

2

3

4

$$\frac{1}{2x+6}$$

$$\frac{1}{2x+3}$$

$$2x+3$$

$$\frac{1}{x+3}$$

Подумай

Верно

Подумай

Подумай

- **5.3** Укажите выражение, тождественно равное дроби

$$\frac{-3}{12-9\tilde{o}}$$

1

2

3

4

$$\frac{1}{3\tilde{o}+4}$$

$$\frac{1}{4-3\tilde{o}}$$

$$\frac{1}{3\tilde{o}-4}$$

$$\frac{1}{3\tilde{o}-12}$$

Подумай

Подумай

Верно

Подумай

$$\frac{-3}{3(4-3\tilde{o})} = \frac{1}{-(4-3\tilde{o})}$$



5.4 Даны выражения:

А

$$\frac{a+7}{a}$$

Какие из этих выражений не имеют смысла при $a = -7$?

Б

$$\frac{a-4}{a+7}$$

В

$$a + \frac{7}{a+3}$$

1

Только А

2

Только

3

А, Б и В

4

Б и В

Подумай $a+7=0$

Верно

Подумай

Подумай

5.4 Даны выражения:

А

$$\frac{a}{a+4}$$

Какие из этих выражений не имеют смысла при $a = -4$?

Б

$$\frac{a-4}{a+5}$$

В

$$a + \frac{4}{a+5}$$

$$a+4=0$$

Верно

1

Только А

2

Только

3

А,

4

Б и В

Подумай

Подумай

Подумай



5.5 Даны выражения:

А

$$\frac{a+2}{a-5}$$

Какие из этих выражений не имеют смысла при $a = -2$?

Б

$$\frac{a+2}{a+1}$$

В

$$a - \frac{5}{a+2}$$

$$a+2=0$$

Верно

1

Только

2

В. Только

3

А, Б и В

4

А и Б

Подумай

Подумай

Подумай

5.5. Даны выражения:

А

$$\frac{a+7}{a-5}$$

Какие из этих выражений не имеют смысла при $a = -5$?

Б

$$\frac{a+6}{a+5}$$

В

$$a - \frac{7}{a+6}$$

$$a+5=0$$

1

Только А

Верно

2

Только

Подумай

3

Б,

Подумай

4

В
А и Б



5.6 Даны выражения:

А

$$\frac{4-a}{a+1}$$

Какие из этих выражений не имеют смысла при $a = -1$?

Б

$$\frac{a+3}{a-4}$$

В

$$a + \frac{2}{a-1}$$

$$a+1=0$$

Верно

Подумай

Подумай

Подумай

1

Только

2

Только

3

А, Б и В

4

А и В

5.6 Даны выражения:

А

$$\frac{a+8}{a-1}$$

Какие из этих выражений не имеют смысла при $a = 1$?

Б

$$\frac{a-3}{a+8}$$

В

$$a - \frac{3}{a+8}$$

$$a-1=0$$

Верно

Подумай

Подумай

Подумай

1

Только А

2

Только

3

А,

4

В
А и Б

5.7 При каком значении a выражение не имеет смысла?

$$\frac{a+3}{a}$$

- 1 -3 **Подумай**
- 2 7 **Подумай**
- 3 3 **$a=0$** **ай**
- 4 0 **Верно**

5.7 При каком значении a выражение не имеет смысла?

$$\frac{a}{a+5}$$

- 1 -5 **Верно**
- 2 3 **$a+5=0$** **й**
- 3 0 **Подумай**
- 4 5 **Подумай**



5.8. При каком значении a выражение не имеет смысла?

$$\frac{a+2}{a-4}$$

1

-2

Подумай

2

-4

Подумай

3

2

$a-4=0$

4

4

Верно

5.8. При каком значении a выражение не имеет смысла?

$$a + \frac{a-1}{a+6}$$

1

-6

Верно

2

0

$a+6=0$

3

6

Подумай

4

1

Подумай



Задача 6



6.1 Соотнесите каждое выражение с множеством значений переменной, при которых оно имеет смысл

A $\frac{(a-1)(2-a)}{3}$

Б $\frac{3}{(a-1)(2-a)}$

В $\frac{(a-1)}{(2-a)}$

1)
)
a
≠
1

2) a ≠ 1
и a ≠ 2

| A | Б | В |
|---|---|---|
| 4 | 2 | 3 |

3)
)
a
≠
2

4) a-
любое
число

6.2 В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

- 1) $(a + b)^2 = a^2 + b^2$

- 2) $(a + b)(b - a) = b^2 - a^2$

- 3) $(x - y)^2 = y^2 - x^2$

- 4) $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

- 5) $3(x - y) = 3x - y^2$

- 6) $(x - 3)(3 + x) = 9 - x^2$

• 6.3. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

1 $2(x-y)=2x-y$

Подумай

2 $(x-y)^2=x^2-y^2$

Подумай

3 $(2+x)(x-2)=x^2-4$

4 $(x+2)^2=x^2+2x$

Верно

Подумай



• **6.4. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?**

1 $(x-2)y = x-2y$

Подумай

2 $(2-x)^2 = 4 - 4x + x^2$

Верно

3 $(x+y)(y-x) = x^2 - y^2$

4 $(x+y)^2 = x^2 + y^2$

Подумай

Подумай



• 6.5. В каком случае выражение преобразовано в тождественно равное?

Верно

1 $(x-2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$

2 $(2-x)(x-2) = x^2 - 4$

Подумай

3 $-5(y-x) = -5y - 5x$

4 $-7(x+3) = 21 + 7x$

Подумай

Подумай



Задача 7



7.1. Упростите выражение

$$\frac{3}{4x} + \frac{1}{x}$$

1

$$\frac{7}{4x}$$

Верно

2

$$\frac{4}{5x}$$

Подумай

3

$$\frac{4}{7}$$

Подумай

4

$$\frac{3}{4x^2}$$

Подумай



7.1. Упростите выражение

$$\frac{2}{3x} - \frac{3}{11x}$$

1

$$\frac{13}{33x}$$

Верно

2

$$\frac{1}{8x}$$

Подумай

3

$$8x$$

Подумай

4

$$\frac{19}{33x}$$

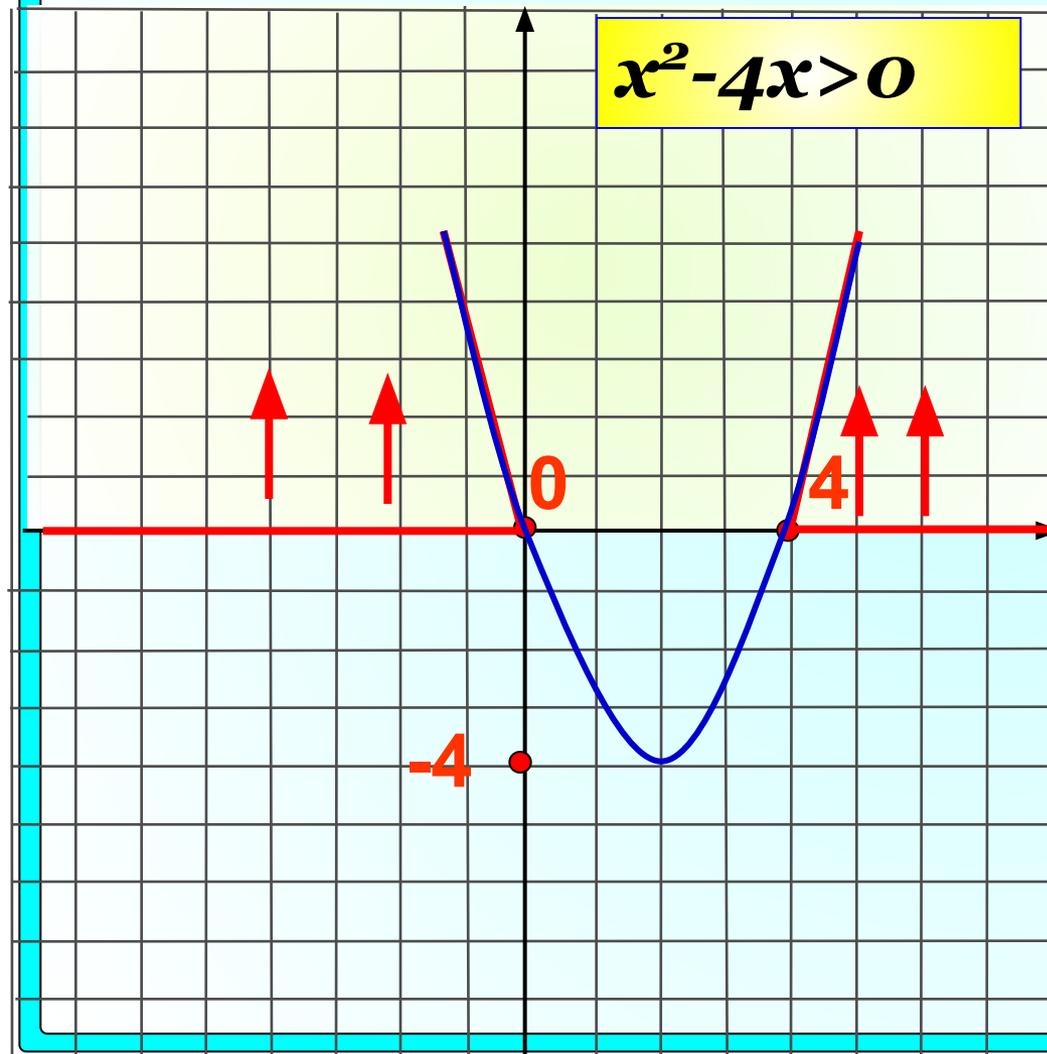
Подумай



Задача 8



8.1 .На рисунке изображен график функции $y=x^2-4x$. Используя график, решите неравенство $x^2 > 4x$.



$(-\infty; 0)$

1

Подумай

$(4; +\infty)$

2

Подумай

Верно

$(-\infty; 0) \cup$
 $(4; +\infty)$

3

$(0; 4)$

4

Подумай



8.2 . На рисунке изображен график функции $y=x^2+6x$. Используя график решите неравенство $x^2 < -6x$.

Подумай

$(-\infty; 0)$

1

$x^2 + 6x < 0$

$(-6; +\infty)$

Подумай

2

Верно

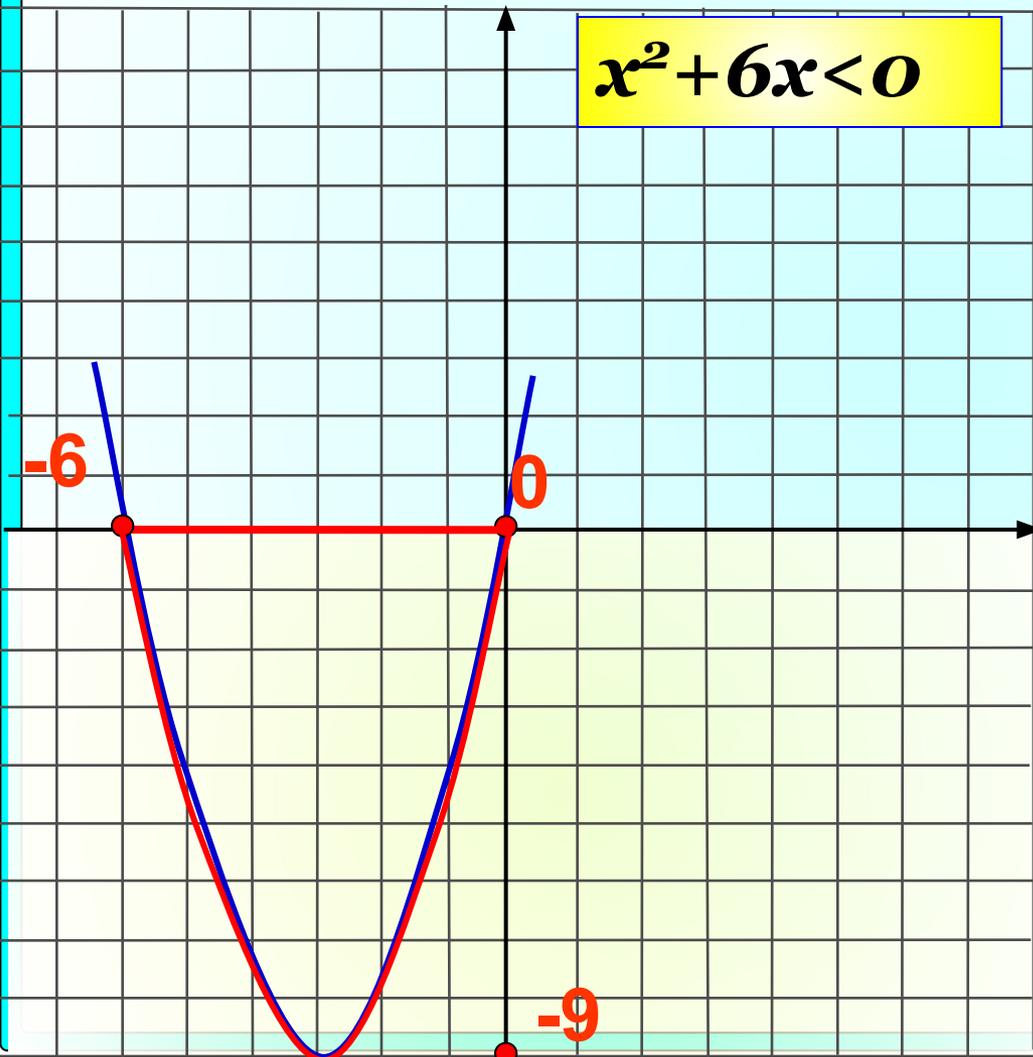
$(-6; 0)$

3

$(-\infty; -6) \cup (0; +\infty)$

4

Подумай



8.3 На рисунке изображен график функции $y=f(x)$. Используя график, решите неравенство $f(x) < 0$.

$(-\infty; -4) \cup (0; +\infty)$

1

Подумай

$(-4; 0) \cup (4; +\infty)$

Подумай

2

Верно

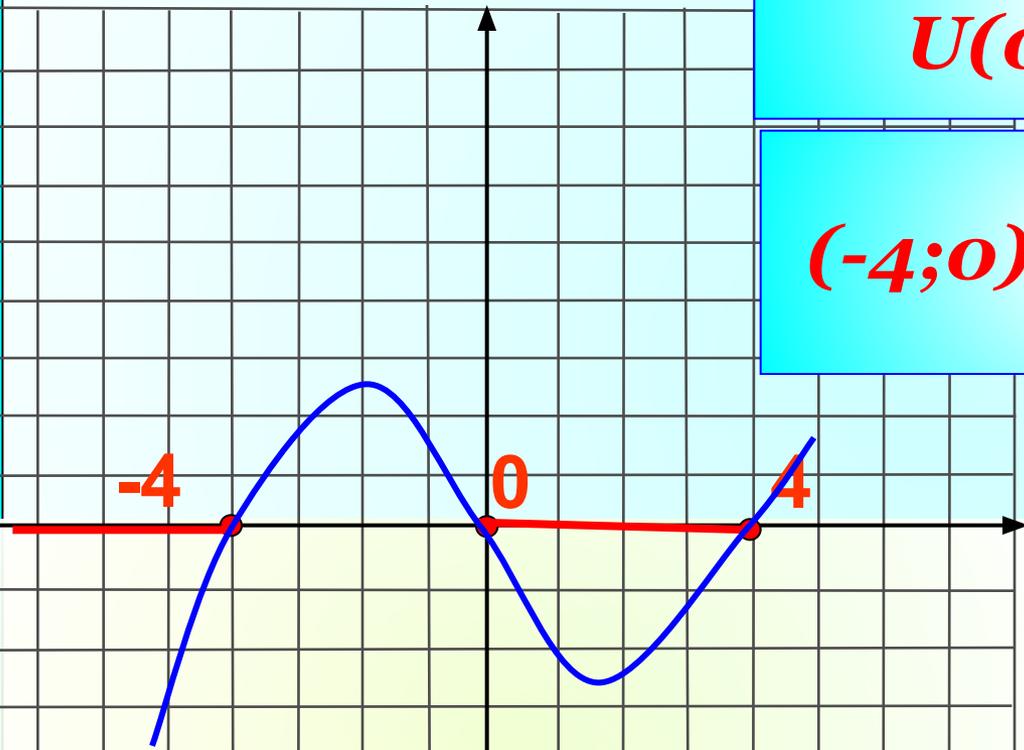
$(-\infty; -4) \cup (0; 4)$

3

$(-4; 0)$

4

Подумай



Задача 9



• Решите уравнение

• 9.1. $2x^2 - x - 6 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} \quad x_{1,2} = \frac{1 \pm 7}{4}$$

• 9.2 $4x - 2 = 7 - 6(3 - x)$.

9.3. $-3(2 - x) = 7(x + 3) - 11$

9.4. $4 - 5x = 17 - 3(x + 1)$

$$D = b^2 - ac = 1 + 48 = 49$$

$$4x_1 - 2 = 7 - 18 + 6x;$$
$$-2x_2 = -9,5$$
$$x = 4,5$$

$$-6 + 3x = 7x + 21 - 11;$$
$$-4x = 10 + 6;$$
$$x = -4$$

$$4 - 5x = 17 - 3x - 3;$$
$$-2x = 14 - 4;$$
$$x = -5$$

9.5 Решите уравнение

$$\frac{x+9}{3} - \frac{x-1}{5} = 2$$

1

-23

Подумай

2

-20

Подумай

3

-6

Подумай

4

-9

Верно

$$\frac{5(x+9)-3(x-1)}{15} = \frac{2 \cdot 15}{15}$$

$$5x+45-3x+3=30$$

$$x=-9$$



9.6 Решите уравнение

$$\frac{(x-2)(x+3)}{x-3} = 0$$

1

2

Подумай

2

3

Подумай

3

2;-3

Верно

4

2;3;-3

Подумай

$$(x-2)(x+3)=0$$

$$x-3 \neq 0$$

$$x=2$$

$$x=-3$$



9.7 Решите уравнение

$$\frac{5}{x+2} = \frac{3}{x-4}$$

1

-2;4;

Подумай

2

4;-2;13

Подумай

3

13

Верно

4

5;3

Подумай

$$5(x-4) = 3(x+2)$$

$$\begin{cases} x-4 \neq 0 \\ x+2 \neq 0 \end{cases}$$

$$x = 13$$

$$x \neq 4$$

$$x \neq -2$$

$$x = 13$$



Задача 10



• Решите неравенство

• 9.1. $5x \geq 8(x-3)-17$

$$x \leq \frac{41}{3}$$

• 9.2 $3 < 8x - 5(3x - 2) + 4.$

$$x < \frac{11}{7}$$

$$x \leq 6$$

9.3. $13 \geq 17 - 5(2-x) - 4x$

9.4. $8x + 4(2-3x) < 11$ $x > -\frac{3}{4}$

$$5x \geq 8x - 24 - 17;$$
$$-3x \geq -41$$

$$3 < 8x - 15x + 10 + 4;$$
$$7x < 14 - 3;$$
$$7x < 11$$

$$13 \geq 17 - 10 + 5x - 4x;$$
$$-x \geq 7 - 13;$$
$$-x \geq -6$$

$$8x + 4(2 - 3x) < 11;$$
$$8x + 8 - 12x < 11;$$
$$-4x < 3$$

Решите неравенство

$$6-3x < 19-(x-7)$$

1

$$x > -10$$

Верно

2

Подумай

3

$$\begin{aligned} 6-3x < 19-(x-7) \\ -3x+x < -6+19+7 \\ -2x < 20 \end{aligned}$$

4

$$x > -10$$

Подумай

$$3(1-x)-(2-x) < 5$$

1

$$x > -2$$

Подумай

2

$$x < -2$$

Подумай

3

$$x < -2$$

$$\begin{aligned} 3-3x-2+x < 5 \\ -2x < 10 \\ x > -2 \end{aligned}$$

4

$$x > -2$$

Верно



Задача 11



11.1. Один килограмм сыра стоит x рублей, составьте выражение для вычисления стоимости n г этого сыра.

1

xn

Подумай

2

$1000xn$

Подумай

3

$\frac{1000n}{x}$

Подумай

4

$\frac{xn}{1000}$

Верно



11.2. За t кг творога заплатили x рублей, составьте выражение для вычисления стоимости 1 кг этого творога.

1

$$\frac{xt}{1000}$$

Подумай

2

$$\frac{1000x}{t}$$

Верно

3

$$\frac{x}{t}$$

Подумай

4

$$\frac{1000t}{x}$$

Подумай



11.3. Цена килограмма орехов a рублей.
Сколько рублей надо заплатить за 300 граммов этих орехов?

1

2

3

4

$$\frac{a}{100}$$

$$300a$$

$$0,3a$$

$$\frac{10a}{3}$$

Подумай

Подумай

Верно

Подумай



11.4. Цена килограмма бананов a рублей.
Сколько рублей надо заплатить за
 n граммов этих бананов?

1

2

3

4

$$100 \frac{n}{a}$$

$$\frac{1000a}{n}$$

$$\frac{an}{1000}$$

$$an$$

Подумай

Подумай

Верно

Подумай



11.5. От турбазы до станции турист проехал на велосипеде за 5 часов. На мопеде это расстояние он смог проехать за 3 часа. Известно, что на мопеде он едет со скоростью на 8 км/ч большей, чем на велосипеде. Какое расстояние (в км) до станции? Выберите уравнение соответствующее условию задачи, если буквой x обозначено расстояние (в км) до станции.

1

2

3

4

$$\frac{x}{5} - \frac{x}{3} = 8$$

$$5(x-8) = 3x$$

$$\frac{x}{3} - \frac{x}{5} = 8$$

$$5x = 3(x+8)$$

Подумай

Подумай

Верно

Подумай



11.6. Расстояние между двумя причалами по реке равно 12 км. На путь между двумя причалами и обратно лодка потратила 8 часов. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки 4 км/ч.

Выберите уравнение соответствующее условию задачи, если буквой x обозначено (в км/ч) собственную скорость лодки.

1

$$12(4-x) + 12(4+x) = 8$$

2

$$18((4-x) + (4+x)) = 12 \cdot 2$$

Подумай

Подумай

3

$$\frac{12}{4-x} + \frac{12}{4+x} = 8$$

Подумай

4

$$\frac{12}{x-4} + \frac{12}{x+4} = 8$$

Верно

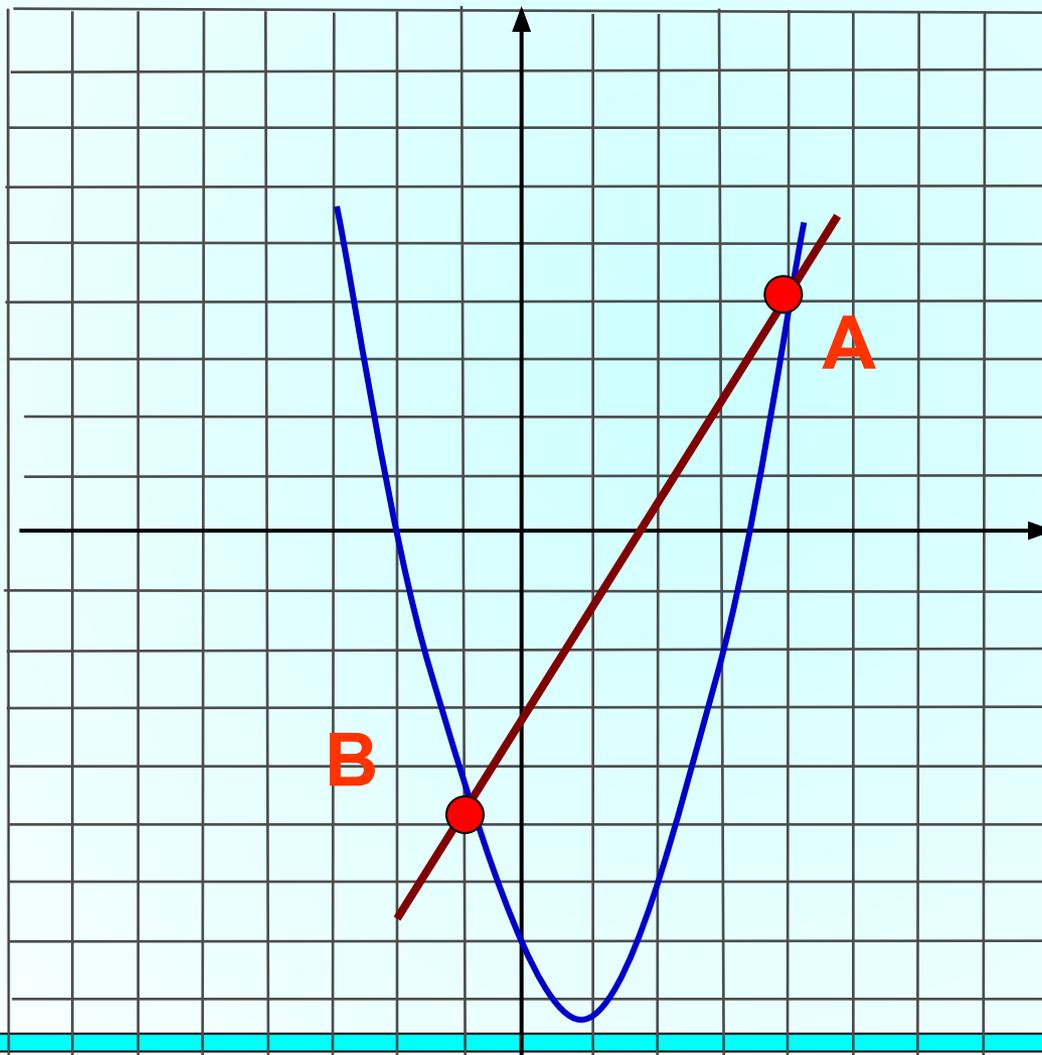


Задача 12



12.1. Прямая $y=2x-3$ пересекает параболу $y=x^2-x-7$ в двух точках.

Вычислите координаты точки В.



$$x^2 - x - 7 = 2x - 3$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 4$$

$$x = -1$$

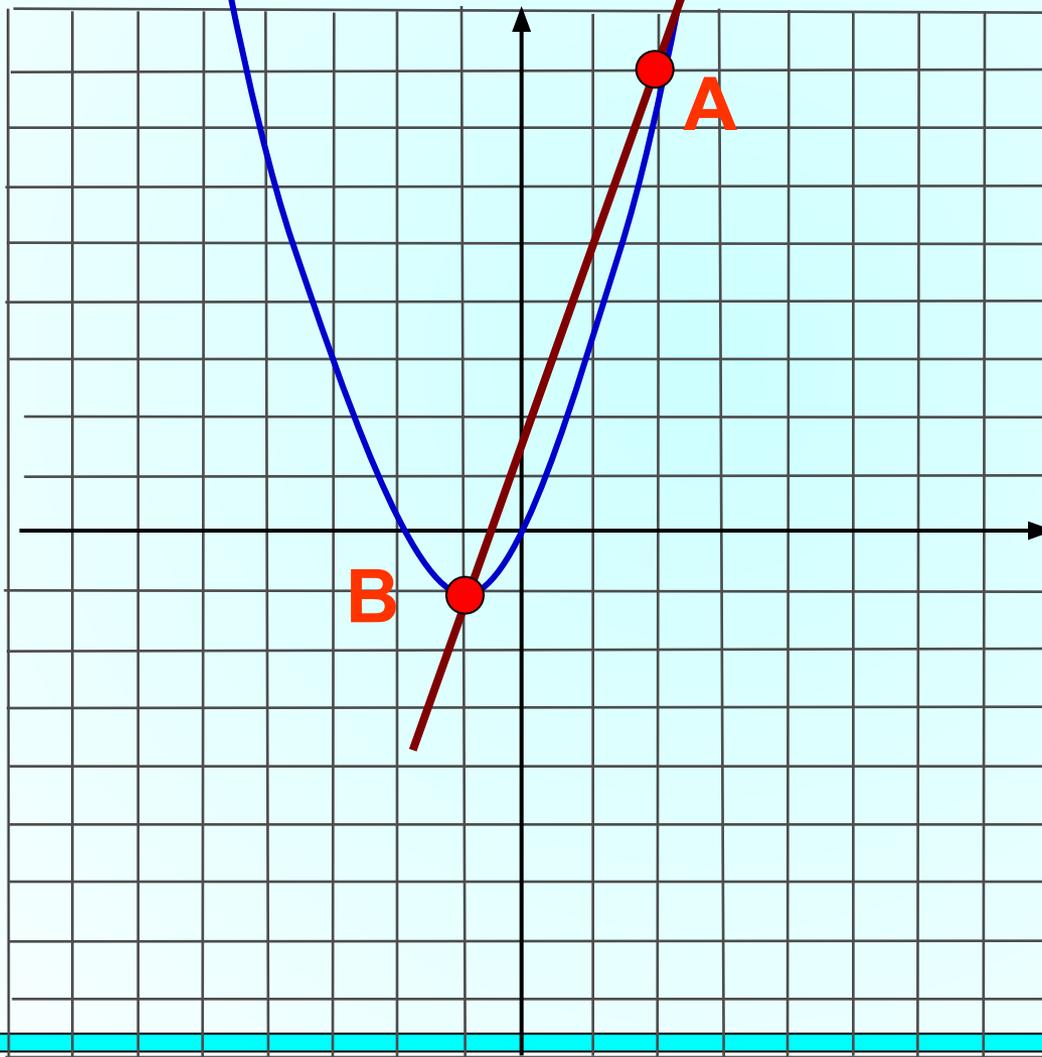
$$y = 2 \cdot (-1) - 3 = -5$$

$$(-1; -5)$$



12.2. Прямая $y=3x+2$ пересекает параболу $y=x^2+2x$ в двух точках.

Вычислите координаты точки В.



$$x^2+2x=3x+2$$
$$x^2-x-2=0$$

$$x_1=-1$$

$$x_2=2$$

$$x=-1$$

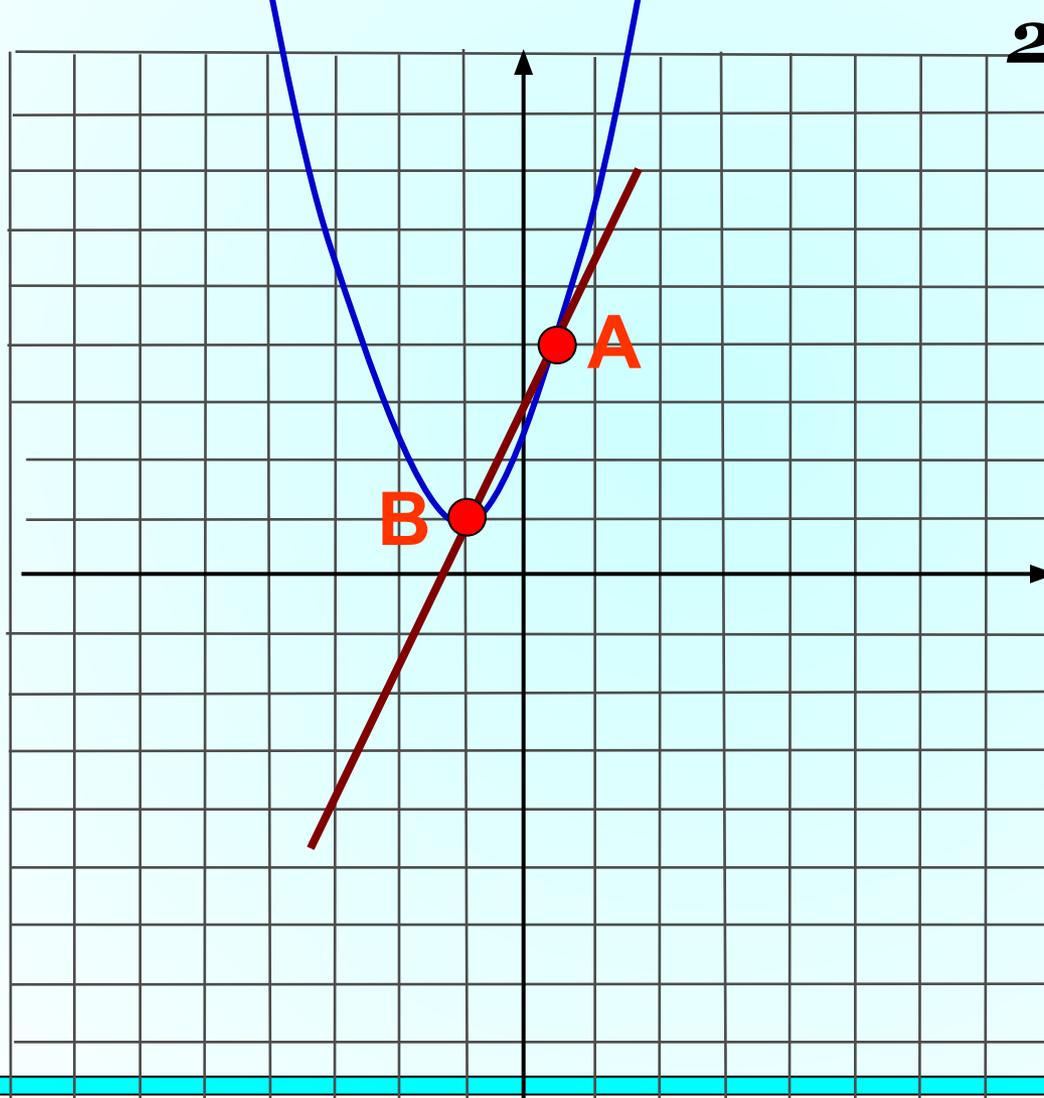
$$y=3 \cdot (-1)+2=-1$$

$$(-1;-1)$$



12.3. Прямая $y=2x+3$ пересекает параболу $y=2x^2+3x+2$ в двух точках.

Вычислите координаты точки В.



$$2x^2+3x+2=2x+3$$

$$2x^2+x-1=0$$

$$x_1=-1$$

$$x_2=0,5$$

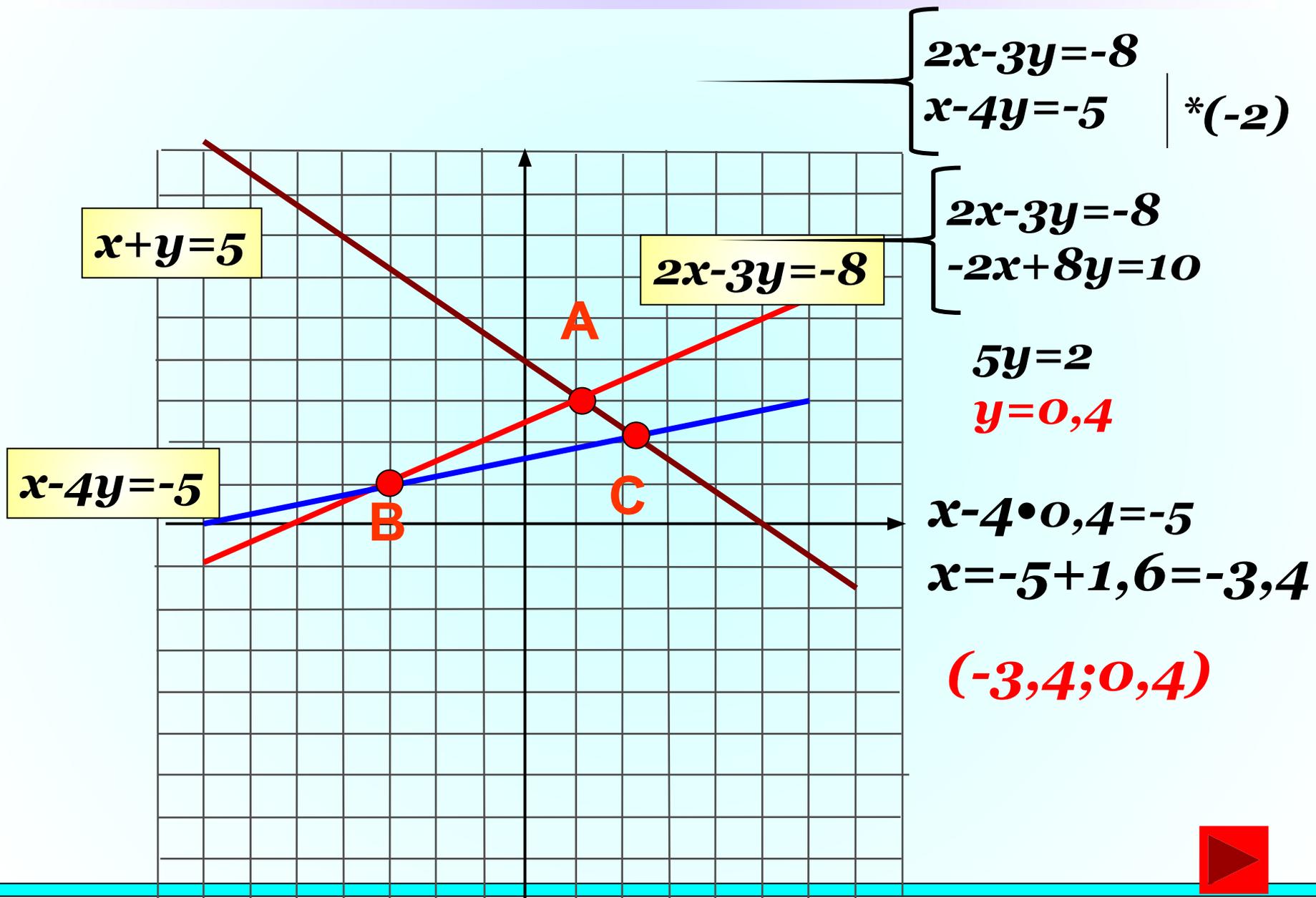
$$x=-1$$

$$y=2 \cdot (-1)+3=1$$

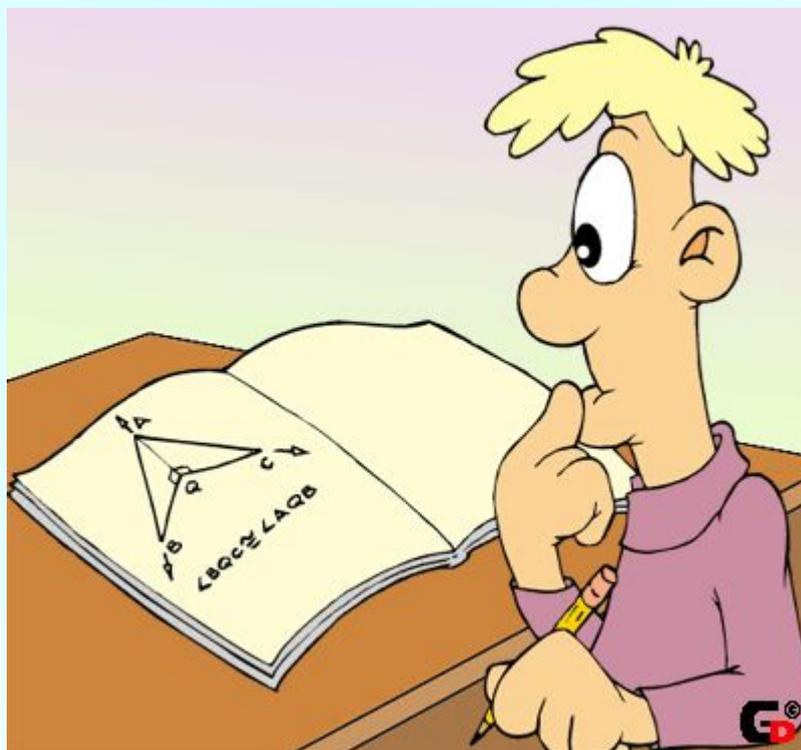
$$(-1;1)$$



12.4. Вычислите координаты точки В.



Задача 13



13.1. График какой квадратичной функции изображен на рисунке.

Подумай

Корни:

$x = -1; x = 3$

1

$$y = -x^2 + 4x + 3$$

2

$$y = x^2 - 2x - 3$$

Верно

3

$$y = -x^2 + 2x - 3$$

Подумай

4

$$y = x^2 + 2x + 3$$

Подумай



13.2. График какой квадратичной функции изображен на рисунке.

Подумай

Корни:

$x = -1; x = 4$

1

$$y = -x^2 - 3x + 4$$

2

$$y = x^2 - 3x - 4$$

3

$$y = -x^2 + 3x + 4$$

Подумай

4

$$y = x^2 - 3x - 4$$

Подумай

Верно



13.3. График какой квадратичной функции изображен на рисунке.

Подумай

Корни:

$x = -1; x = -5$

1

$$y = -x^2 + 4x + 5$$

2

$$y = x^2 - 4x - 5$$

3

$$y = -x^2 + 6x - 5$$

Подумай

Верно

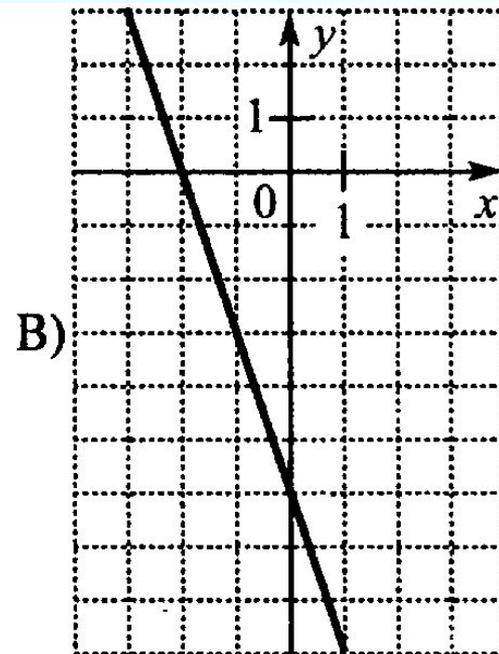
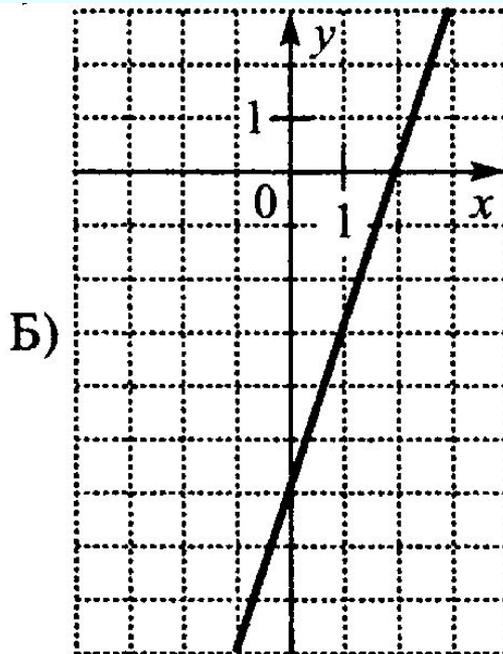
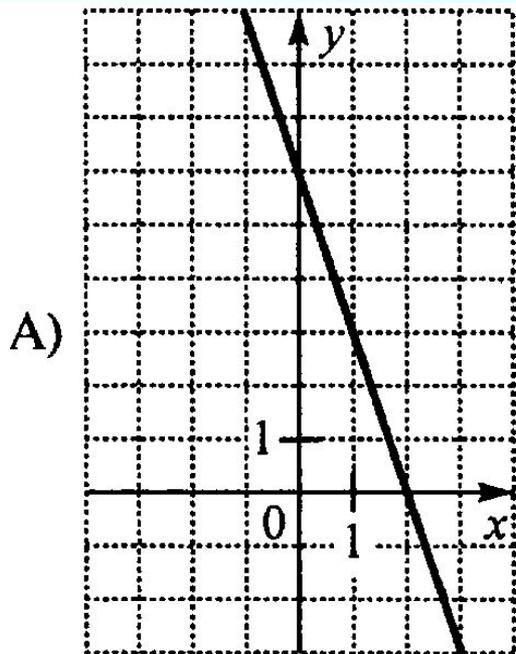
4

$$y = x^2 + 6x + 5$$

Подумай



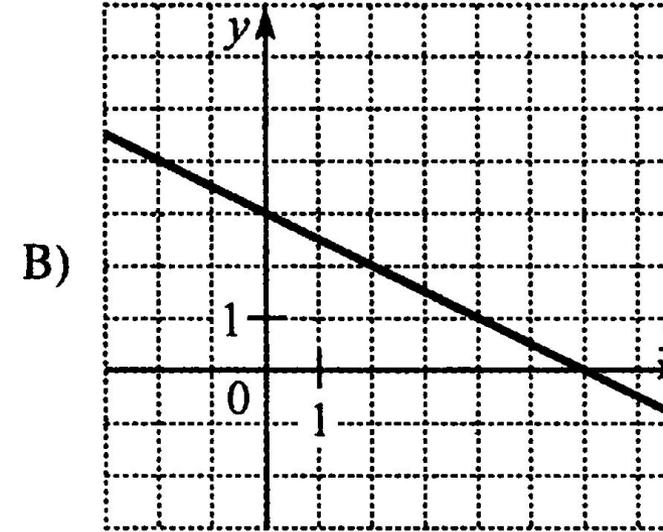
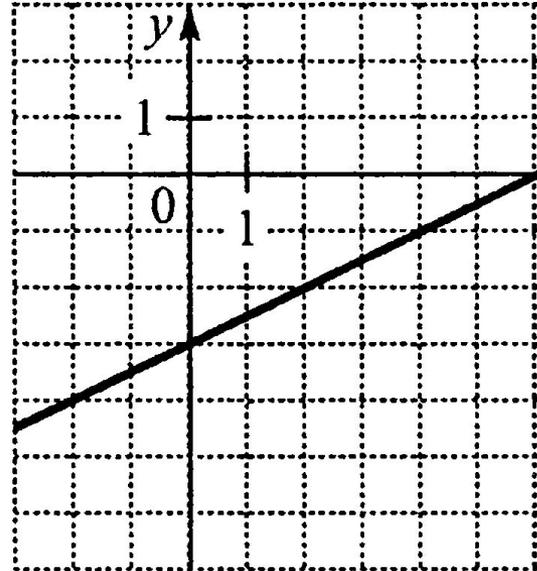
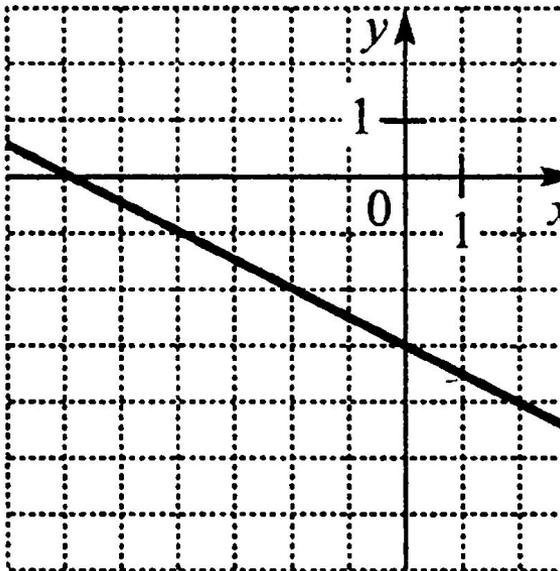
13.4. Для каждого графика укажите соответствующую формулу.



- 1) $y = -3x - 6$
- 2) $y = -3x + 6$
- 3) $y = 3x - 6$
- 4) $y = 3x + 6$

| A | Б | В |
|---|---|---|
| 2 | 3 | 1 |

13.5. Для каждого графика укажите
соответ
ли.

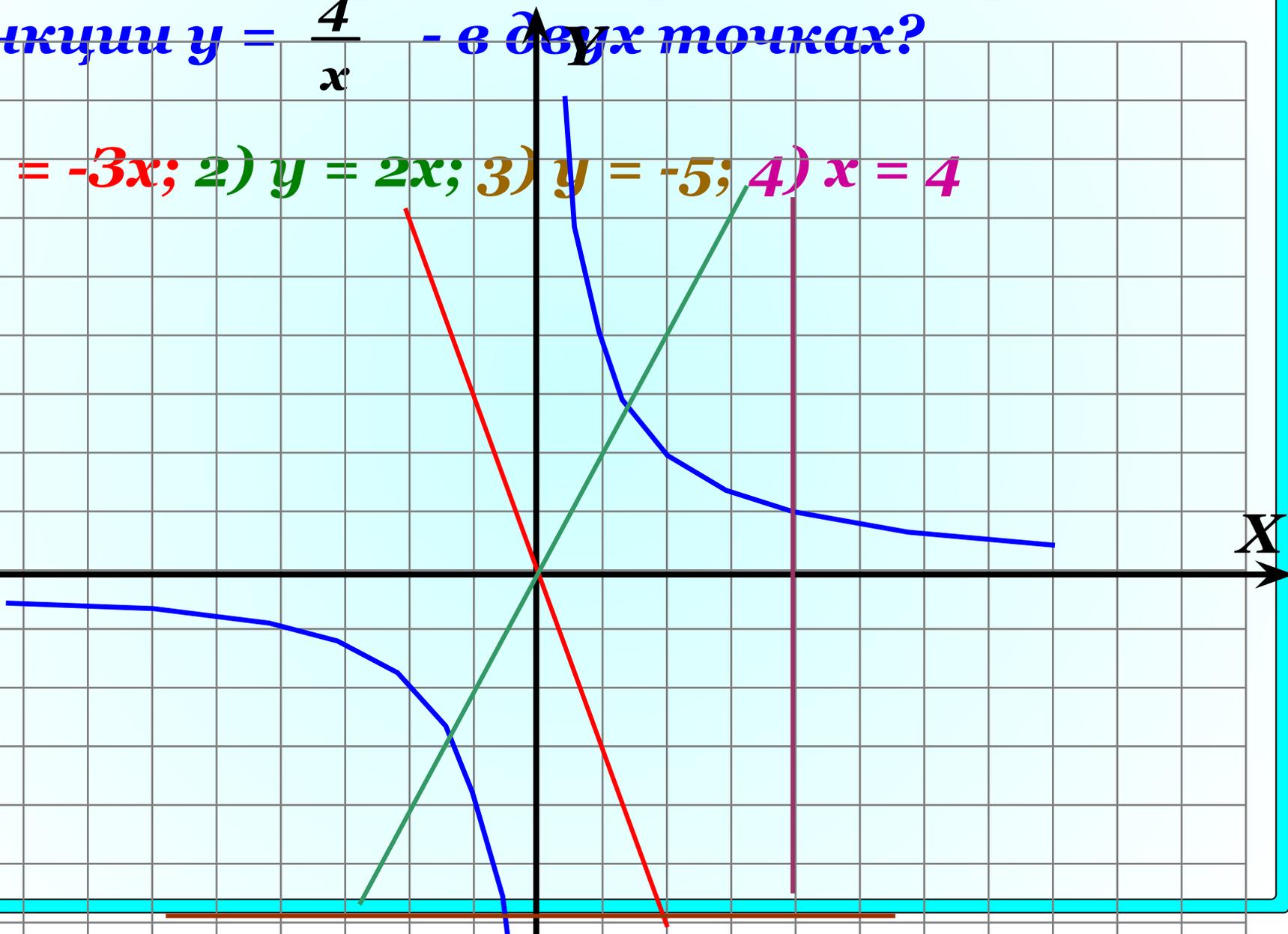


- 1) $y = 0,5x - 3$
- 2) $y = -0,5x - 3$
- 3) $y = -0,5x + 3$
- 4) $y = 0,5x + 3$

| A | Б | B |
|----------|----------|----------|
| 2 | 1 | 3 |

13.6. *Какая из прямых пересекает график функции $y = \frac{4}{x}$ - в двух точках?*

1) $y = -3x$; 2) $y = 2x$; 3) $y = -5$; 4) $x = 4$



Задача 14



14.1 Какое из приведенных ниже неравенств является верным при любых значениях a и b , удовлетворяющих условию $a > b$?

1 $2a + 12 < 2b + 12$

Подумай

Верно

2 $-3a - 7 < -3b - 7$

$$a > b$$

$$-3a < -3b$$

$$-3a - 7 < -3b - 7$$

3 $-2b + 1 < -2a + 1$

Подумай

4 $2a - 1 < 3b + 1$

Подумай



14.2 Какое из приведенных ниже неравенств является верным при любых значениях a и b , удовлетворяющих условию $a > b$?

1 $3a + 112 < 3b + 112$

Подумай

2 $5a - 1 < 5b - 1$

Подумай

3 $12b - 1 < 12a - 1$

Верно

4 $13a - 102 < 13b + 104$

Подумай

$a > b$

$b < a$

$12b < 12a$

$12b - 1 < 12a - 1$



14.3 Какое из приведенных ниже неравенств является верным при любых значениях a и b , удовлетворяющих условию $a > b$?

1 $5b - a > 4b$

Подумай

$$5b - 4b > a$$
$$b > a$$

2 $5b - 2a < 0$

Подумай

3 $a - b < -2 - b$

Подумай

4 $2a - 2b > -1$

Верно

$$a > b$$
$$2a > 2b$$
$$2a - 2b > 0$$
$$2a - 2b > -1$$



14.4 Какое из приведенных ниже неравенств является верным при любых значениях a и b , удовлетворяющих условию $a > b$?

1 $b - 3a < -3a$

Подумай

$b < 0$

2 $3b - 3a > 0$

Подумай

$3b > 3a$
 $b > a$

3 $a - b + 2 > 1$

Верно

$a > b$
 $a - b > 0$
 $a - b > -1$

4 $2a - 5b > 0$

Подумай



14.4 Какое из приведенных ниже неравенств является верным при любых значениях a и b , удовлетворяющих условию $a > b$?

1 $b - a < -a + b$

$b - b < a - a$
 $0 < 0$

2 $3a - b + 1 < 2 + 2a$

$3b - 2a - b < -1$
 $a - b < -1$

3 $-2b + 2a > -1$

Верно

$a > b$

$2a - 2b > 0$

$2a - 2b > -1$

4 $5a - 3b > 0$

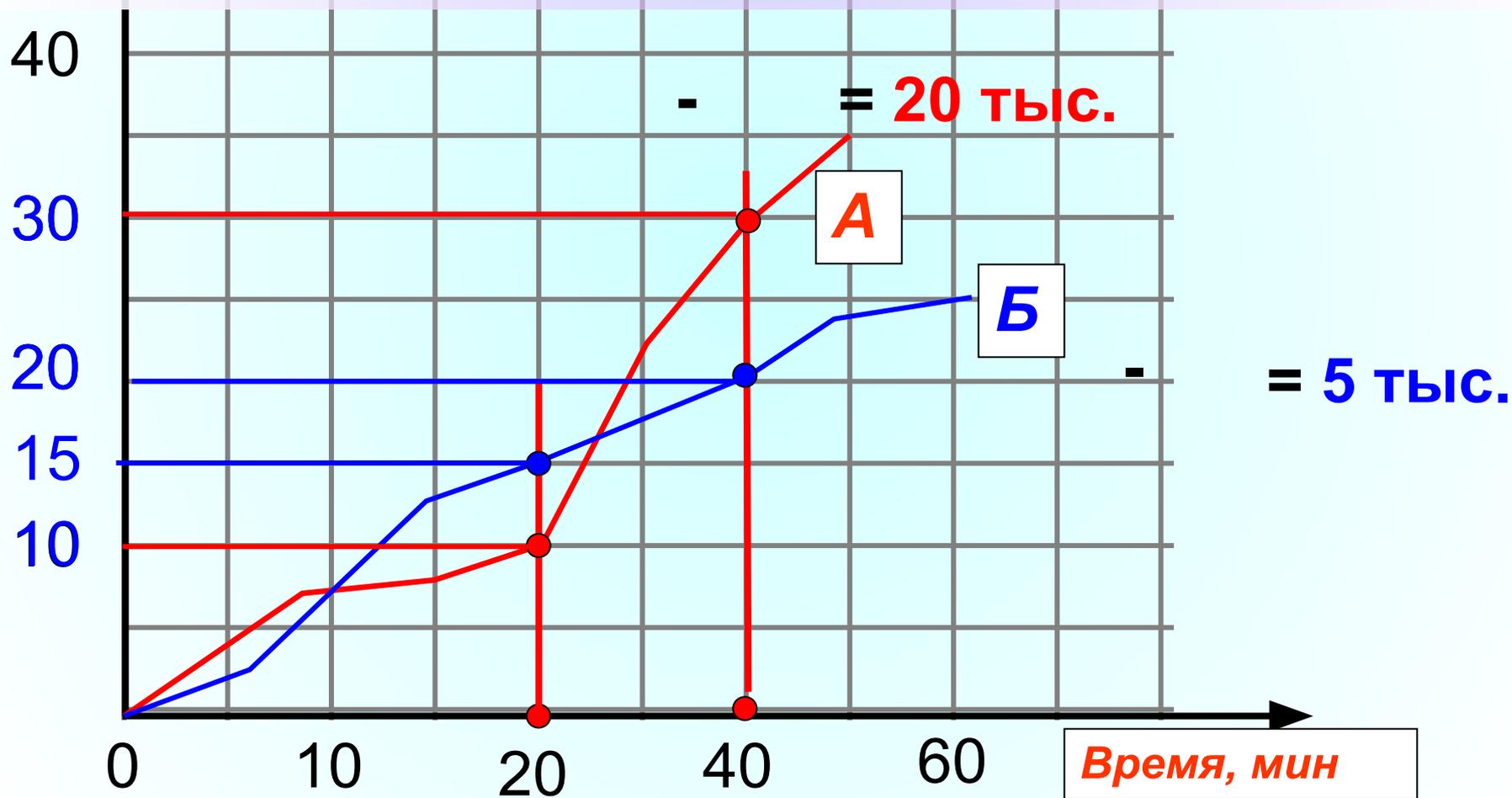
Подумай



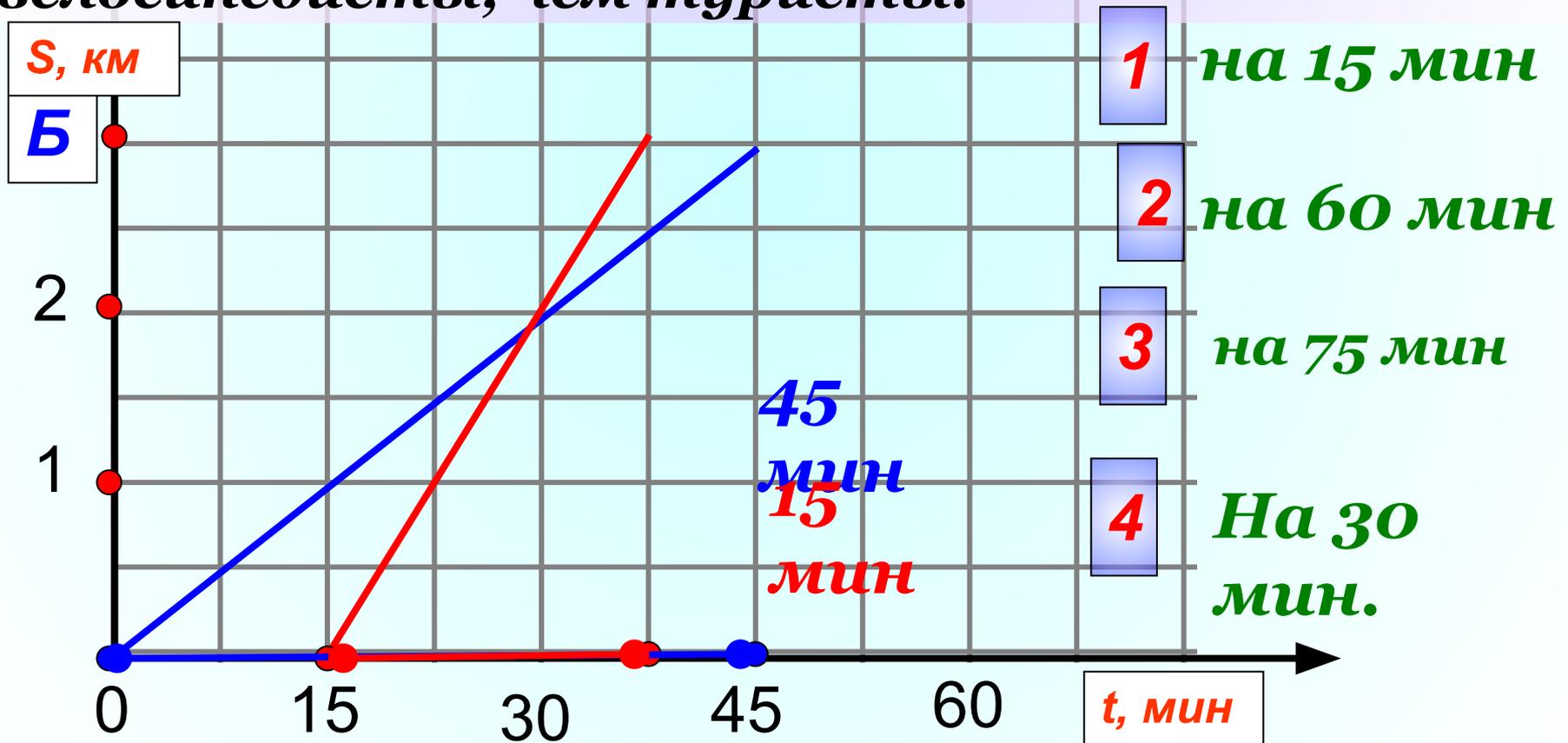
Задача 15



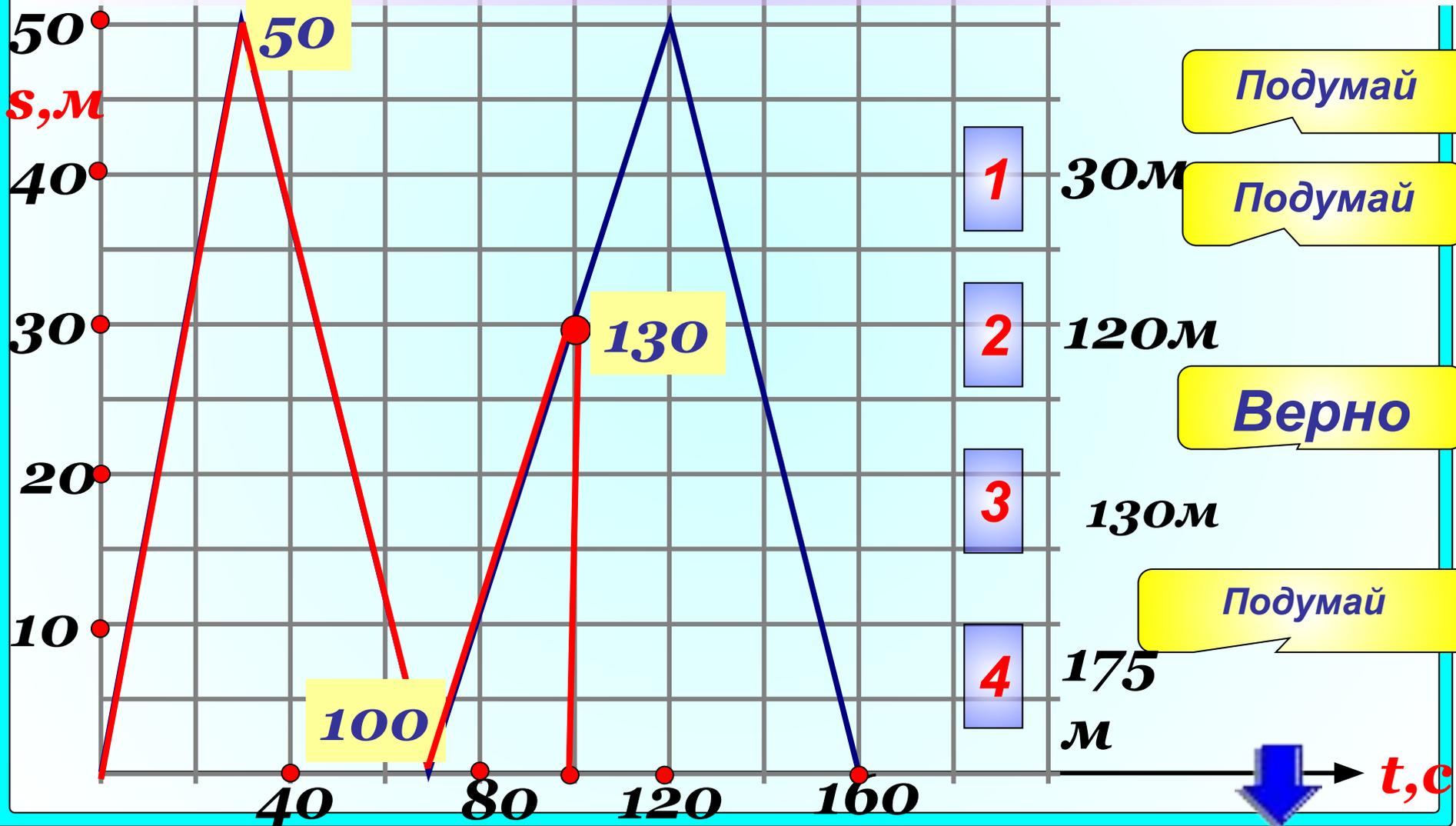
На графиках показано, как во время телевизионных дебатов между кандидатами А и Б телезрители голосовали за каждого из них. Кто из кандидатов получил больше голосов в период с 20-ой по 40-ой минуты, и на сколько?



Из пункта А в пункт В вышел отряд туристов, и через некоторое время вслед за ним выехала группа велосипедистов. На рисунке изображены графики движения туристического отряда и группы велосипедистов. Определите, на сколько меньше времени затратили на путь из А в Б велосипедисты, чем туристы.



На тренировке в 50-метровом бассейне пловец проплыл 200-метровую дистанцию. На тренировке изображен график зависимости расстояния s (м) между пловцом и точкой старта от времени движения t (с) пловца. Какое расстояние преодолел пловец за 1 мин. 40 с. =100 сек



Задача 16



16.1. Последовательность задана условиями:

$$a_1 = \frac{1}{3}$$

Найдите a_8 .

$$a_{n+1} = -\frac{1}{a_n}$$

$$a_2 = a_{1+1} = -1/a_1 = -3$$

$$a_3 = a_{2+1} = -1/a_2 = -1/3$$

$$a_4 = a_{3+1} = -1/a_3 = -3$$

.....

$$a_8 = -3$$

16.2 Геометрическая прогрессия задана условиями:

$$b_1 = 2; b_{n+1} = -2b_n.$$

Какое из данных чисел является членом этой прогрессии?

1 10

Подумай

2 -6

Подумай

3 16

Подумай

4 -16

Верно

$$b_2 = -2b_1 = -4$$

$$b_3 = -2b_2 = 8$$

$$b_4 = -2b_3 = -16$$



16.3 Про арифметическую прогрессию известно:

$$a_3 = 15; a_7 = 23.$$

Какое из данных чисел является членом этой прогрессии?

1

3

$$a_7 - a_3 = 23 - 15 = 8 = 4d$$

$$d = 2$$

Число 3 не подходит.

2

18

$$a_2 = a_3 - d = 15 - 2 = 13$$

$$a_1 = a_2 - d = 13 - 2 = 11$$

Проверим число 29:

$$29 = a_1 + 2(n-1)$$

$$29 = 11 + 2n - 12$$

$$29 - 11 + 12 = 2n$$

$$\underline{n = 15}$$

3

29

Все числа нечетные, значит 18 и 32

4

32

Ответ: 29

16.4. Каждой последовательности, заданной формулой n -го члена (левый столбец), поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

- А** $x_n = n^2$ 1) Последовательность – арифметическая прогрессия
- Б** $z_n = 2n$ 2) Последовательность – геометрическая прогрессия
- В** $y_n = 2^n$ 3) Последовательность не является прогрессией

| А | Б | В |
|----------|----------|----------|
| 3 | 1 | 2 |

Задания второй части



Задача 17



17.1.a Сократите дробь.

$$\frac{1+5m-n-5mn}{5m^2+3m-2} = \frac{1-n+5m-5mn}{5m^2+3m-2} =$$

Разложим числитель способом группировки, а в знаменателе квадратный трехчлен на множители.

$$1-1n+5m-5mn = 1(1-n)+5m(1-n) = (1-n)(1+5m)$$

$$5m^2+3m-2 = 5(m-m_1)(m-m_2) = \\ = 5(m- \quad)(m- \quad) = (m+1,6)(5m+1)$$

Найдем корни квадратного трехчлена:

$$5m^2+3m-2=0 \quad m_{1,2} = \frac{-9 \pm \sqrt{49}}{10}$$
$$D=9+40=49 \quad m_1 = +1,6 \quad m_2 = +0,2$$

$$= \frac{(1-n)(1+5m)}{(m+1,6)(5m+1)} = \frac{1-n}{m+1,6}$$

17.1.b Сократите дробь.

$$\frac{3a^2-4a+1}{1-3a+b-3ab} = \frac{(a-1)(3a-1)}{(1+b)(1-3a)} =$$

$$= - \frac{(a-1)(1-3a)}{(1+b)(1-3a)} = \frac{1-a}{1+b}$$

17.2.a Упростите выражение.

$$\left(\frac{2}{c-2} + \frac{3c-21}{c^2+c-6} + \frac{2c}{c+3} \right) \cdot \frac{c}{2c-5}$$

**Разложим в знаменателе второй дроби квадратный трехчлен на множители.*

$$c^2+c-6=(c-c_1)(c-c_2)=(c+3)(c-2)$$

Найдем корни квадратного трехчлена:

$$c^2+c-6=0$$

По теореме, обратной теореме Виета: $c_1=-3; c_2=2$

**Сложим дроби в скобке: НОД знаменателей равен*

$$(c+3)(c-2)$$

Дополнительный множитель I дроби: $(c+3)$;

III дроби: $(c-2)$

$$1) \frac{2(c+3)}{(c-2)(c+3)} + \frac{3c-21}{(c+3)(c-2)} + \frac{2c(c-2)}{(c+3)(c-2)} =$$

$$\frac{2c+6+3c-21+2c^2-4c}{(c-2)(c+3)} = \frac{2c^2+c-15}{(c-2)(c+3)}$$

Разложим в числителе квадратный трехчлен на множители.

$$2c^2+c-15=2(c-c_1)(c-c_2)$$

$$2c^2+c-15=0$$

$$-1 \pm \sqrt{121}$$

$$D=1+120=121$$

$$c_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{121}}{4}$$

$$c_1=2,5; c_2=-3$$

$$2c^2+c-15=2(c+3)(c-2,5) = (c+3)(2c-5)$$

$$\frac{2c^2+c-15}{(c-2)(c+3)} = \frac{\cancel{(c+3)}(2c-5)}{(c-2)\cancel{(c+3)}} = \frac{2c-5}{c-2}$$

$$2) \frac{2c-5}{c-2} \cdot \frac{c}{2c-5} = \frac{\cancel{(2c-5)} c}{(c-2)\cancel{(2c-5)}} = \frac{c}{c-2}$$

17.2.6 Упростите выражение.

$$\frac{4x^2-1}{x^2-5x+6} \cdot \frac{x-2}{2x+1} - \frac{1+x}{x-3}$$

$$1) \frac{(2x+1)(x-2)}{(x-2)(x-3)(2x+1)} = \frac{1}{x-3}$$

$$2) \frac{1}{x-3} - \frac{1+x}{x-3} = \frac{1-1-x}{x-3} = \frac{2-x}{x-3}$$

Задача 18



18.1.a *Выясните, имеет ли корни*

уравнение:
 $x^2 + 2x\sqrt{2} + 10x = -41.$

$$x^2 + (2\sqrt{2} + 10)x + 41 = 0$$

Уравнение имеет корни, если дискриминант неотрицателен: $D \geq 0$. $a=1$ $b=2\sqrt{2} + 10$ $c=41$

$$D = a^2 - 4ac = (2\sqrt{2} + 10)^2 - 4 \cdot 41 = 4 \cdot 2 + 2 \cdot 2\sqrt{2} \cdot 10 + 100 - 164 = 8 + 40\sqrt{2} - 64 = 40\sqrt{2} - 56$$

Оценим полученное выражение:

$$40\sqrt{2} = \sqrt{40^2 \cdot 2} = \sqrt{3200}$$

$$56 = \sqrt{3136}$$

$$\sqrt{3200} > \sqrt{3136} \quad \Rightarrow \quad 40\sqrt{2} - 56 > 0 \quad \Rightarrow \quad D > 0 \quad \Rightarrow$$

\Rightarrow **Уравнение имеет 2 корня.**

18.1.b *Выясните, имеет ли корни уравнение:*

$$x^2 + 2x\sqrt{6} + 4x = 20.$$

$$D = 4\sqrt{6} - 10$$

$$D < 0 \quad \rightarrow$$

Уравнение не имеет корней.

18.2.a Найдите область определения выражения:

$$\frac{\sqrt{4+7x-2x^2}}{x^2-4}$$

Область определения выражения задается

условиями:
$$\begin{cases} 4+7x-2x^2 \geq 0 \\ x^2-4 \neq 0 \end{cases}$$

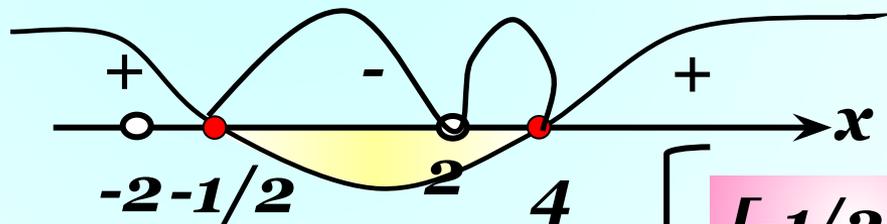
Решим неравенство: $4+7x-2x^2 \geq 0$

$$2x^2-7x-4 \leq 0$$

$$2x^2-7x-4=0$$

$$D=a^2-4ac=49-48=1$$

$$x_1=-1/2; x_2=4;$$



$$x^2-4 \neq 0$$

$$(x-2)(x+2) \neq 0$$

$$[-1/2; 4]$$

$$x \neq -2; x \neq 2$$

$$[-1/2; 2) \cup (2; 4]$$

**18.2.b Найдите область определения
выражения:**

$$\frac{\sqrt{6+x-2x^2}}{2x-3}$$

$$[-1,5;1,5) \cup (1,5;2]$$

Задача 19



19.1.a Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 120, которые не делятся на 4.

Пусть S – искомого сумма; $S = S_1 - S_2$,
где S_1 – сумма всех натуральных чисел, не
превышающих 120, $S_2 = 121 \cdot 60 - 124 \cdot 15 =$
 $S_2 = 60 \cdot 11 - 4 \cdot 15 = 660 - 60 = 600$ – сумма всех натуральных чисел, кратных 4
и не превосходящих 120.

Найдем S_1 : $S_1 = \frac{1+120}{2} \cdot 120 = 121 \cdot 60$

В последовательности (a_n) чисел, кратных 4
и не превосходящих 120, $a_1 = 4$, $a_n = 120$.

Найдем число членов этой последовательности.
Так как она задается формулой $a_n = 4n$,
то $4n = 120$, $n = 30$.

Найдем S_2 : $S_2 = \frac{4+120}{2} \cdot 30 = 124 \cdot 15$

19.2.b Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 150, которые не делятся на 5.

$$S = S_1 - S_2$$

Получим: $S = S_1 - S_2 = 151 \cdot 75 - 155 \cdot 15 = 151 \cdot 75 - 31 \cdot 5 \cdot 15 = 75(151 - 31) = \mathbf{9000}$.

Найдем S_1 : $S_1 = \frac{5+150}{2} \cdot 150 = \mathbf{151 \cdot 75}$

Найдем число членов этой последовательности. Так как она задается формулой $a_n = 5n$, то $5n = 150$, $n = \mathbf{30}$.

Найдем S_2 : $S_2 = \frac{5+150}{2} \cdot 30 = \mathbf{155 \cdot 15}$

Задача 20



20.1 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (x+1)(2y-1)=0 \\ 2y^2+x-y=5 \end{cases}$$

На основании условия равенства произведения нулю получим:

$$\begin{cases} x+1=0 \\ 2y^2+x-y=5 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} 2y-1=0 \\ 2y^2+x-y=5 \end{cases}$$

Решим первую систему. Решим вторую систему.

Из первого уравнения

имеем $x = -1$;

Из первого уравнения

имеем $y = 0,5$;

Таким образом, система имеет три решения

$(-1; 2), (-1; -1,5), (5; 0,5)$.

$$2y^2 - y - 6 = 0.$$

корни: $y_1 = 2, y_2 = -1,5$.

Получили два решения системы уравнений

$(-1; 2)$ и $(-1; -1,5)$.

$$0,5 + x - 0,5 = 5, x = 5.$$

Получили еще одно решение системы уравнений: $(5; 0,5)$.

20.2 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (2x+1)(y-2)=0 \\ x^2-4x+y=-1 \end{cases}$$

На основании условия равенства произведения нулю получим:

$$\begin{cases} 2x+1=0 \\ x^2-4x+y=-1 \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} y-2=0 \\ x^2-4x+y=-1 \end{cases}$$

Решим первую систему. Решим вторую систему.

Из первого уравнения

имеем $x = -0,5$;

Из первого уравнения

имеем $y = 2$;

Таким образом, система имеет три решения

$$(1; 2), (3; 2), (-0,5; -3,25).$$

Получим уравнение $0,25 + 2 + y = -1$.

корни: $y = -3,25$

Получили решение системы уравнений

$$(-0,5; -3,25).$$

Получим уравнение $x^2 - 4x + 3 = 0$

Получили еще два решения системы уравнений: $(1; 2)$ и $(3; 2)$.

20.3. Найдите все значения a , при которых неравенство $x^2 + (2a + 6)x + 12a + 4 < 0$ не имеет решений.

График функции $y = x^2 + (2a + 6)x + 12a + 4$ — парабола, ветви которой направлены вверх.

Значит, данное неравенство не имеет решений в том и только том случае, когда эта парабола целиком расположена в верхней полуплоскости.

Отсюда следует, что дискриминант квадратного трехчлена $x^2 + (2a + 6)x + 12a + 4$ должен быть отрицателен.

Имеем: $D : 4 = (a + 3)^2 - (12a + 4) = a^2 - 6a + 5 < 0$.

Решим квадратное неравенство:

$$a^2 - 6a +$$

$$a_1 = 5, a_2 = 1.$$



➔ Неравенство не имеет решений при $1 < a < 5$.

20.4. Найдите все значения a , при которых неравенство $x^2 - ax + a + 7 \leq 0$ имеет решения.

График функции $y = x^2 - ax + a + 7$ — парабола, ветви которой направлены вверх. Значит, данное неравенство имеет решения в том и только том случае, когда эта парабола касается или пересекает ось X .

Отсюда следует, что дискриминант квадратного трехчлена $x^2 - ax + a + 7$ должен быть неотрицательным.

Имеем: $D = (-a)^2 - 4 \cdot (a + 7) = a^2 - 4a - 28 \geq 0$.

Решим квадратное неравенство: $a^2 - 2a - 27 = 0$

$$D: 4 = 4 + 28 = 32$$

$$a_{1,2} = 2 \pm 4\sqrt{2}.$$

$$a \in (-\infty; 2 - 4\sqrt{2}) \cup (2 + 4\sqrt{2}; +\infty)$$

Задача 21



- **21.1.a. Прямая $y = -3x + b$ касается окружности $x^2 + y^2 = 10$ в точке с положительной абсциссой.**

Определите координаты точки касания.

- **21.1.b. Прямая $y = 1/2x + b$ касается окружности $x^2 + y^2 = 20$ в**
- **точке с положительной абсциссой.**

Определите координаты точки касания.

Решение.

1) Найдем значения b , при которых система имеет единственное решение.

$$\begin{cases} y = -3x + b \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$$

Выполнив подстановку, получим уравнение $x^2 + (-3x + b)^2 = 10$,

т.е. $10x^2 - 6xb + b^2 - 10 = 0$.

2) Полученное уравнение имеет единственное решение, когда его дискриминант равен нулю.

Имеем:

$$D : 4 = 9 - 10(b^2 - 10) = 100 - b^2.$$

Решив уравнение $100 - b^2 = 0$, получим

$$b = \pm 10.$$

3) Таким образом, получили уравнения двух прямых, касающихся окружности:

$$y = -3x + 10 \text{ и } y = -3x - 10.$$

Найдем абсциссы точек касания, подставив найденные значения b в уравнение $10x^2 - 6xb + b^2 - 10 = 0$.

при $b = -10$ получим

$$\underline{x^2 + 6x + 9 = 0,}$$

откуда $x = -3$; этот корень не удовлетворяет условию задачи;

при $b = 10$ получим

$$\underline{x^2 - 6x + 9 = 0,}$$

откуда $x = 3$.

Найдем соответствующее значение y :

$$y = -3x + 10 = -3 \cdot 3 + 10 = 1.$$

Координаты точки касания (3; 1).



- **1) Найдем значения b , при которых система**

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + b \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases}$$

- **имеет единственное решение.**
- **Выполнив подстановку, получим уравнение**
- **$x^2 + (1/2x + b)^2 = 20$,**
- **т.е. $5/4x^2 + bx + 4 - b^2 - 20 = 0$.**

2) Полученное уравнение имеет единственное решение, когда его дискриминант равен нулю.

Имеем: $D = b^2 - 5(b^2 - 20) = 100 - 4b^2$.

Решив уравнение $100 - 4b^2 = 0$, получим $b = \pm 5$.

3) Таким образом, получили уравнения двух прямых, касающихся окружности:

$$y = 1/2x + 5 \text{ и } y = 1/2x - 5.$$

Найдем абсциссы точек касания, подставив найденные значения b в уравнение

$$5/4x^2 + bx + 4 - b^2 - 20 = 0$$

при $b = 5$

получим $x^2 + 4x + 4 = 0$,

откуда $x = -2$; этот корень не удовлетворяет условию задачи;

при $b = -5$

получим $x^2 - 4x + 4 = 0$,

откуда $x = 2$.

Найдем соответствующее значение y :

$$y = 1/2x - 5 = 1 - 5 = -4.$$

Координаты точки касания $(2; -4)$.

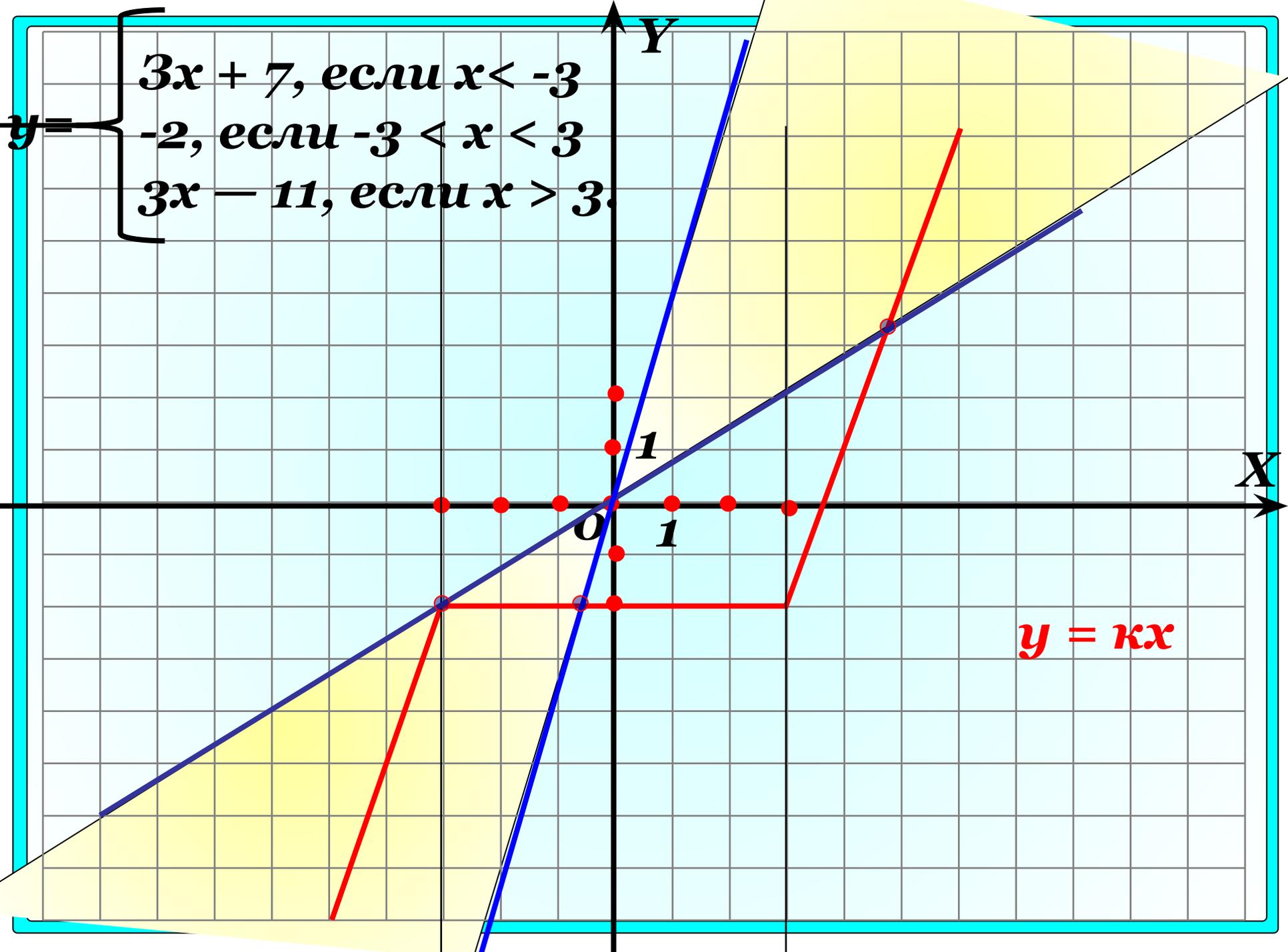
21. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках график функции

$y =$

$3x + 7$, если $x < -3$

-2 , если $-3 < x < 3$

$3x - 11$, если $x > 3$.



Прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках этот график, если ее угловой коэффициент больше углового коэффициента прямой, проходящей через точку $(-3; -2)$ и меньше углового коэффициента прямой, параллельной прямым $y = 3x + 7$ и $y = 3x - 11$

Найдем угловой коэффициент прямой, проходящей через точку $(-3; -2)$: $-2 = -3k$ $k = 2/3$.

Угловой коэффициент k прямой, параллельной прямой $y = 3x + 7$, равен 3 .

Прямая $y = kx$ имеет с графиком заданной функции три общие точки при $2/3 < k < 3$.

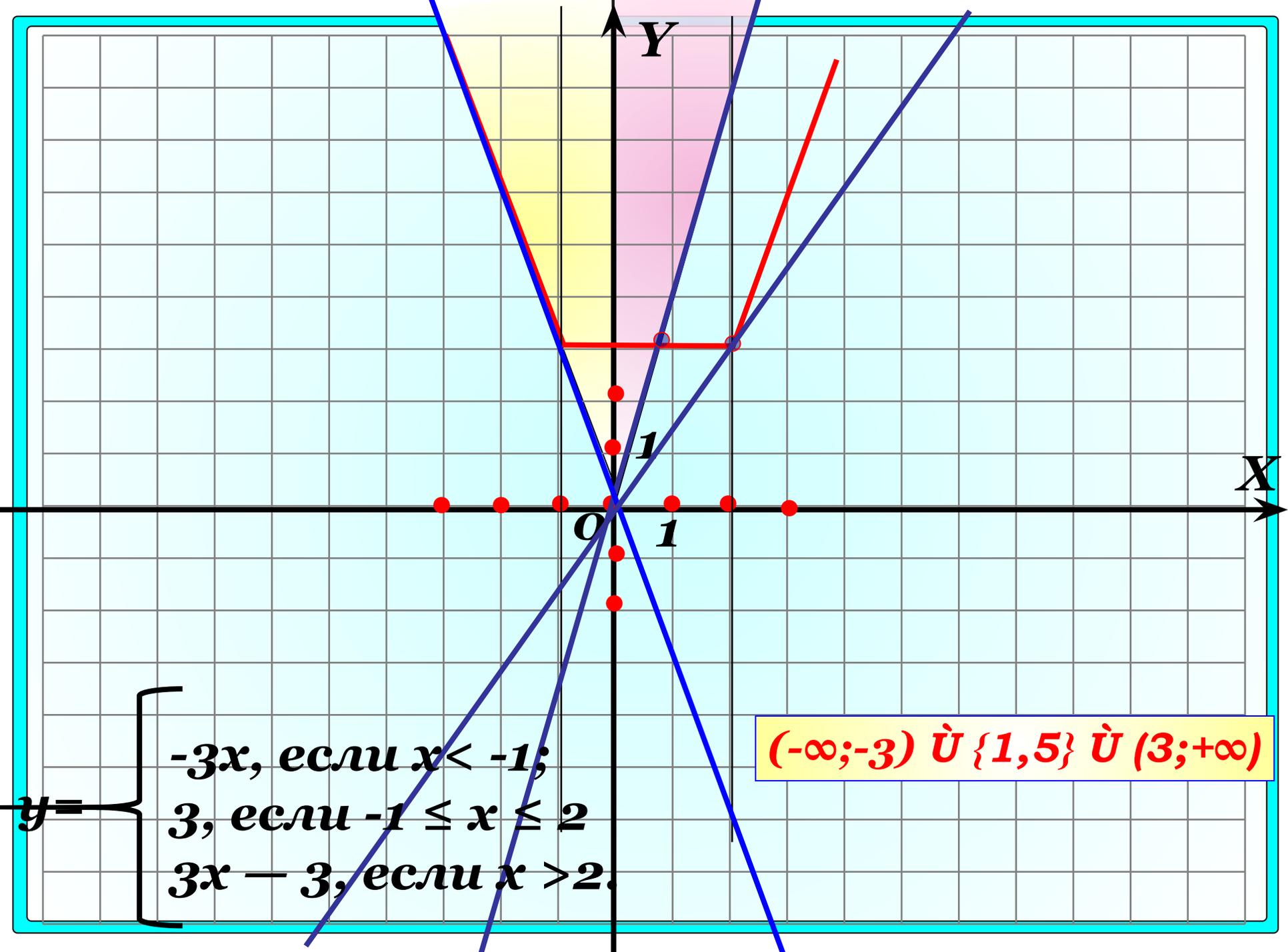
21. Найдите все значения k , при которых прямая $y = kx$ пересекает в трех различных точках график функции

$y =$

$-3x$, если $x < -1$;

3 , если $-1 \leq x \leq 2$

$3x - 3$, если $x > 2$.



$$y = \begin{cases} -3x, & \text{если } x < -1; \\ 3, & \text{если } -1 \leq x \leq 2 \\ 3x - 3, & \text{если } x > 2. \end{cases}$$