Примеры комбинаторных задач

- Перестановки
- Размещения
- Сочетания

Перебор возможных вариантов

Пример 1. ***Из группы теннисистов, в которую входят четыре человека — Антонов, Григорьев, Сергеев и Федоров, тренер выделяет пару для участия в соревнованиях. Сколько существует вариантов выбора такой пары?***

Составим сначала все пары, в которые входит **Антонов** (для краткости будем писать первые буквы фамилий). Получим три пары:

АГ, АС, АФ.

Пары, в которые входит Григорьев, но не входит Антонов:

ГС, ГФ.

Пары, в которые входит Сергеев, но не входят Антонов и Григорьев: **СФ.**

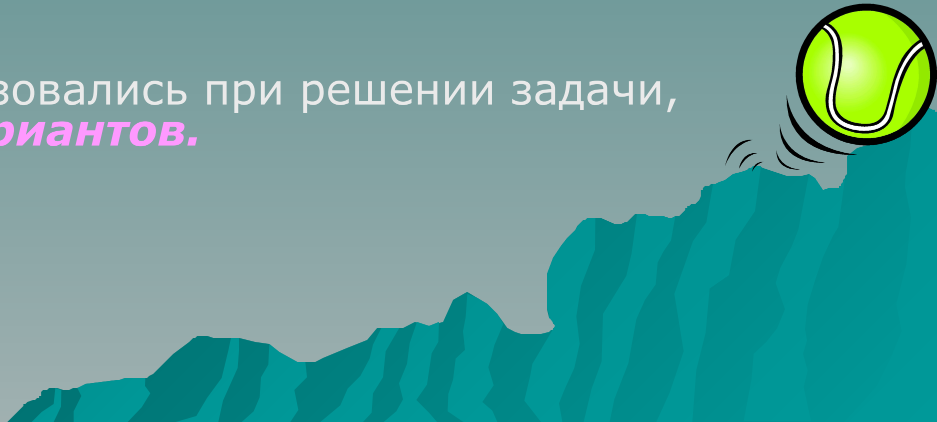
Других вариантов составления пар нет, так как все пары, в которые входит Федоров, уже составлены.

Итак, мы получили шесть пар:

АГ, АС, АФ, ГС, ГФ, СФ.

Значит, всего существует шесть вариантов выбора тренером пары теннисистов из данной группы.

Способ рассуждений, которым мы воспользовались при решении задачи, называют ***перебором возможных вариантов.***



Перестановки

Простейшими комбинациями, которые можно составить из элементов конечного множества, являются *перестановки.*

Пример. Пусть имеются три книги. Обозначим их буквами ***а, Ъ и с***. Эти книги можно расставить на полке по-разному.

Если первой поставить книгу ***а***, то возможны такие расположения книг: ***abc, acb.***

Если первой поставить книгу ***Ь***, то возможными являются такие расположения:***bac, bca***.

И наконец, если первой поставить книгу ***с***, то получим такие расположения:***cab, cba***.

Каждое из этих расположений называют *перестановкой* из трех элементов.

Перестановки

Перестановкой **из *n* элементов называется каждое расположение этих элементов в определенном порядке.**

$$P_n = 1 * 2 * 3 * (n-2)(n-1)\,n$$

Задача . **Сколькими способами 4 человека могут разместиться на четырехместной скамейке ?**

Размещения

Пусть имеется 4 шара(обозначим a,b,c,d) и 3 пустые ячейки. Одна из возможных троек:

a	b	c

Выбирая по-разному 1-й, 2-й и 3-й шары, получаем различные упорядоченные тройки шаров, например:

a	c	b

b	a	c

d	c	b

Каждую упорядоченную тройку, которую можно составить из 4- х элементов, называют *размещением из 4-х элементов по 3.*

Размещения

Размещением из n элементов по k (k<= n) называется любое множество, состоящее из любых k элементов, взятых в определенном порядке из данных n элементов.

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-(k-1))$$

Задача. **Учащиеся 2-го класса изучают 8 предметов. Сколькими способами можно составить расписание на один день, чтобы в нем было 4 различных предмета ?**

Сочетания

Пусть имеются 5 гвоздик разного цвета.

Обозначим их a,b,c,d,e. Требуется составить букет из 3-х цветов.

Если в букет входит цветок a, то можно составить такие букеты:

abc,abd,abe,acd,ace,ade.

Если в букет не входит a, но входит гвоздика b, то такие :

bcd,bce,bde.

Наконец, если в букет входят ни a, ни b,то возможен только 1 вариант составления букета:

cde.

Мы указали все возможные способы составления букетов, в котором по-разному сочетаются 3 гвоздики из данных 5.

Это ***сочетания*** из 5 элементов по 3.

Сочетания

Сочетанием **из *n* элементов по *k* называется любое множество, составленное из *k* элементов, *выбранных из данных* *n* элементов .**

$$C_n^k = \frac{n(n-1)(n-2)\cdot\ldots\cdot(n-(k-1))}{1\cdot 2\cdot 3\cdot\ldots\cdot k}$$

Задача . Из 15 членов туристической группы надо выбрать трех дежурных. Сколькими способами можно сделать этот выбор?

Контрольные вопросы

1. Объясните, в чем состоит комбинаторное правило умножения, используемое для подсчета числа возможных вариантов.
2. Что называется перестановкой из n элементов? Запишите правило для вычисления числа перестановок из n элементов. Какой смысл имеет запись n !?
3. Что называется размещением из n элементов по k ? Запишите формулу.
4. Что называется сочетанием из n элементов по k ? Запишите формулу.