Об одном удивительном математическом парадоксе связанном с обратимыми клеточными автоматами

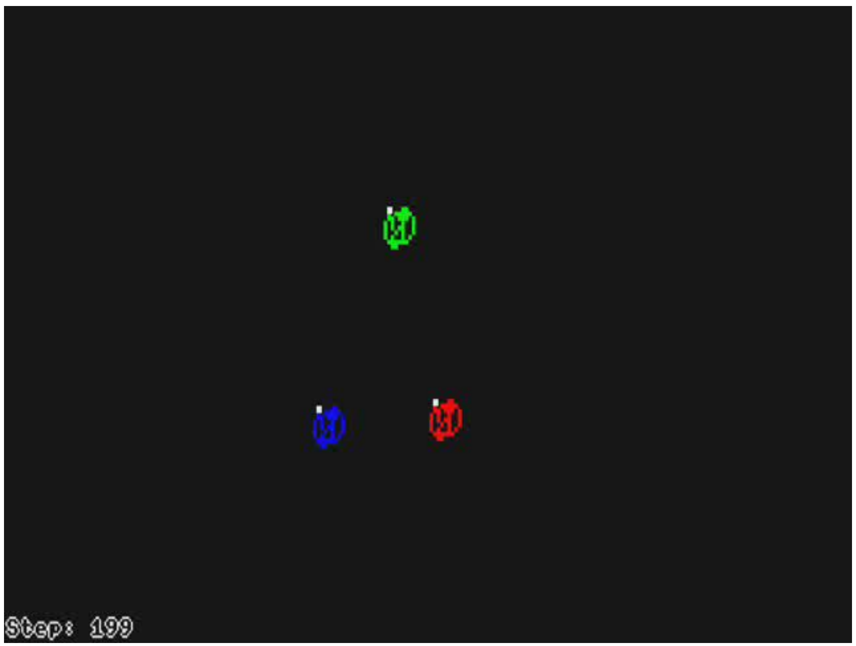
(Наша презентация состоит из двух частей.

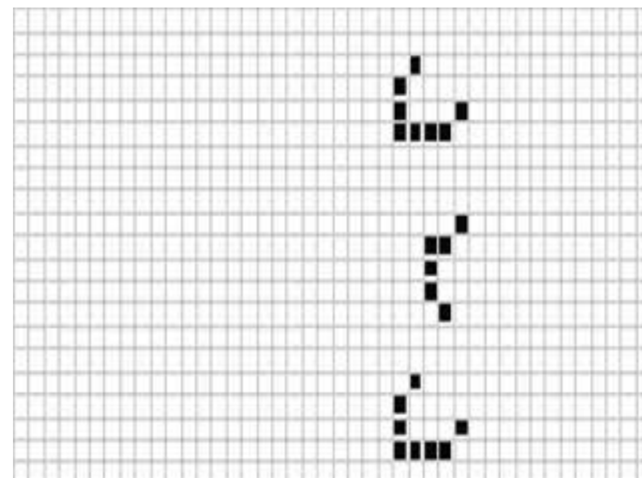
1) Беглый обзор наших «интересных» ОКА, знакомство с ними;

и 2) Рассказ о ПАРАДОКСАЛЬНОМ «ОКА с периодом 6».

1. Введение

Муравей Лэнгтона и игра Жизнь

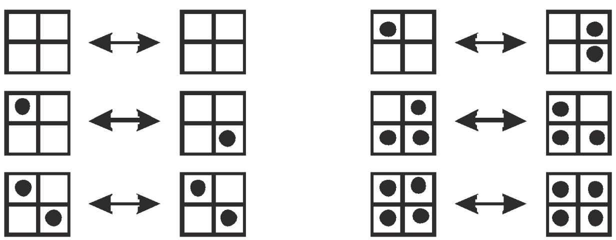


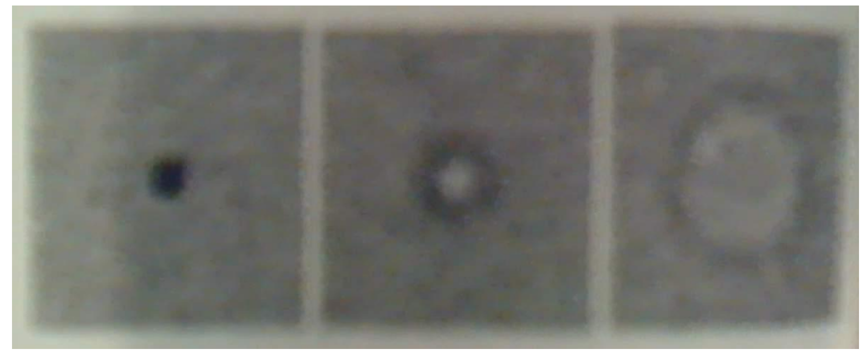


Обратимые автоматы в книге Тоффоли-Маргополуса

«Машины клеточных автоматов»

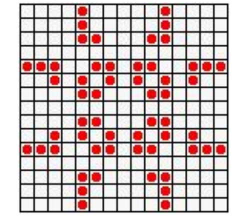
Правило Маргополуса



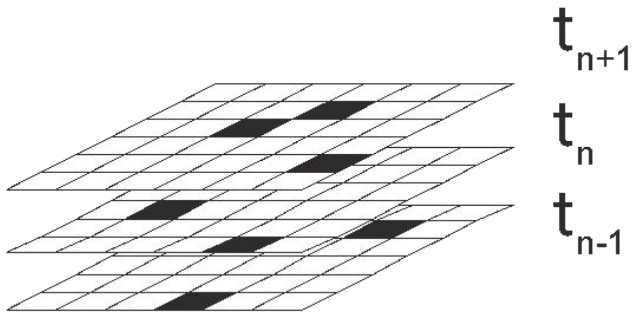


2. Обратимые клеточные автоматы

Утверждения: 1) Если ОКА начал двигаться, то он никогда не остановится; 2) При своём движении он обязательно пройдёт через свою начальную точку!



с 2- мя состояниями



$$t_{n+1} = f(t_n) \wedge t_{n-1}$$

$$f(t_n) \wedge t_{n+1} = f(t_n) \wedge f(t_n) \wedge t_{n-1}$$

$$\Downarrow$$

$$t_{n-1} = f(t_n) \wedge t_{n+1}$$

с 3- мя состояниями

C=>B

(I) A=>A B=>C

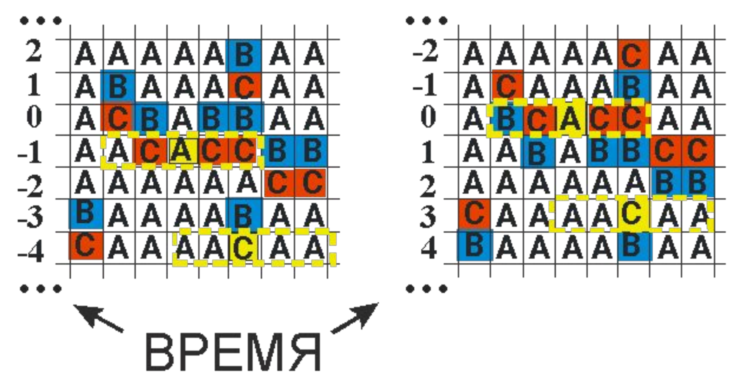
(II) A=>C B=>A

A - “готово”

B - “рефракция”

C - “возбуждение”

$$t_{n+1} = f(t_n^C)$$



Обращение времени (транслитерация) замена **C<=>B**

Книга Тоффоли-Маргополуса «Машины клеточных автоматов»

Глава 1. Клеточные автоматы.

…

…

Глава 6. Динамика второго порядка.

6.1 Возбуждение нейронов: правило с тремя состояниями

6.2 Непроницаемый барьер

6.3 Другие прмеры

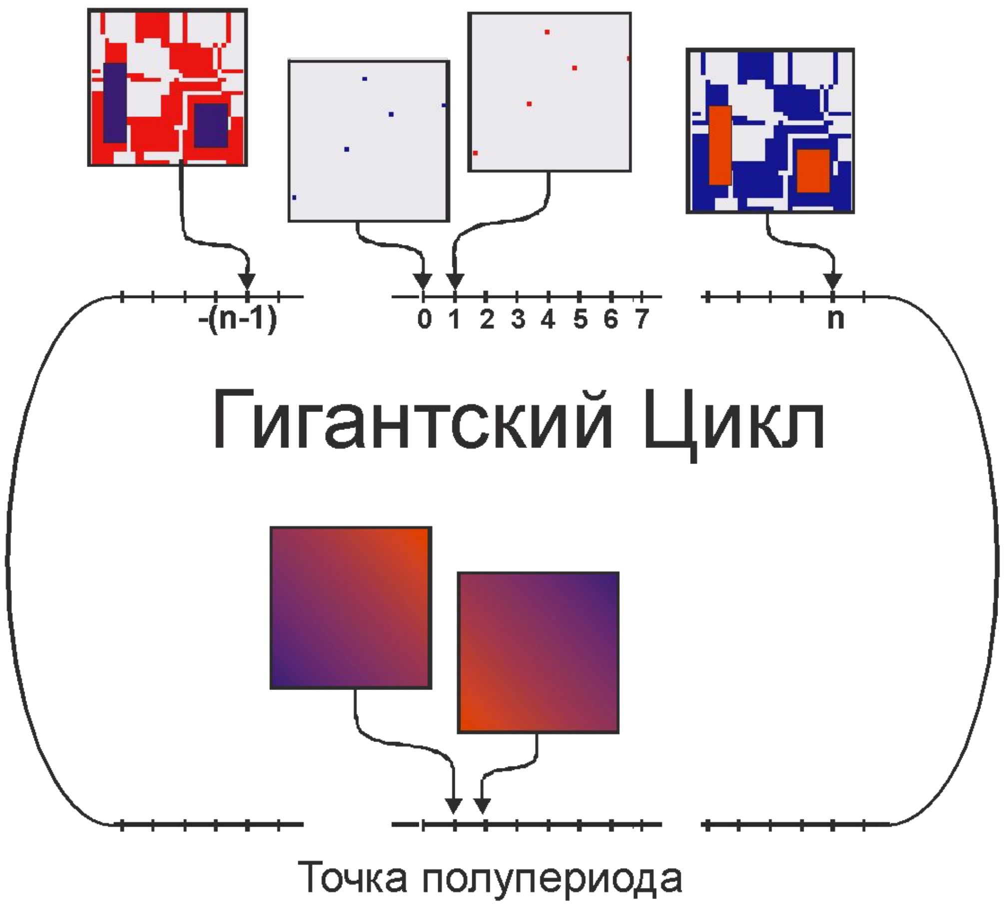
...

...

Недостатки главы:

не подчёркнуто, что ОКА при движении пройдёт чере:
свою транслитерацию (?)
“не замечено” явление струн (?)
не замечено ГЛАВНОЕ (возвращение назад)(???)

Первое наше требование, что если клеток **С** нет вообще – закон преобразования (I). Это значит, что если мы начинаем движение с нескольких клеток **В**, то они на следующем шаге перейдут в клетки **С**, и, значит, сразу же «пойдут обратно по времени». Это означает, что всегда состояние ОКА в момент времени n, будет транслитерацией состояния ОКА в момент времени –(n-1). Когда-то, через много-много- много шагов они «идущие вперёд и назад площадки встретятся. Назовём в таком случае, что ОКА попала в Гигантский Цикл, а состояние встречи назовём Точкой Полупериода. Обычно оно **принципиально неизвестно**.



3. Наши «стандартные» ОКА, описание и программа.

(Цель программы (была) чисто развлекательная. Придумать такую программу, которая по щелчку мыши генерила бы случайные ОКА, (отсекая внутри себя откровенно неинтересные), и выводила на экран результаты их работы. «Жмёшь, жмёшь… интересные записываешь»).

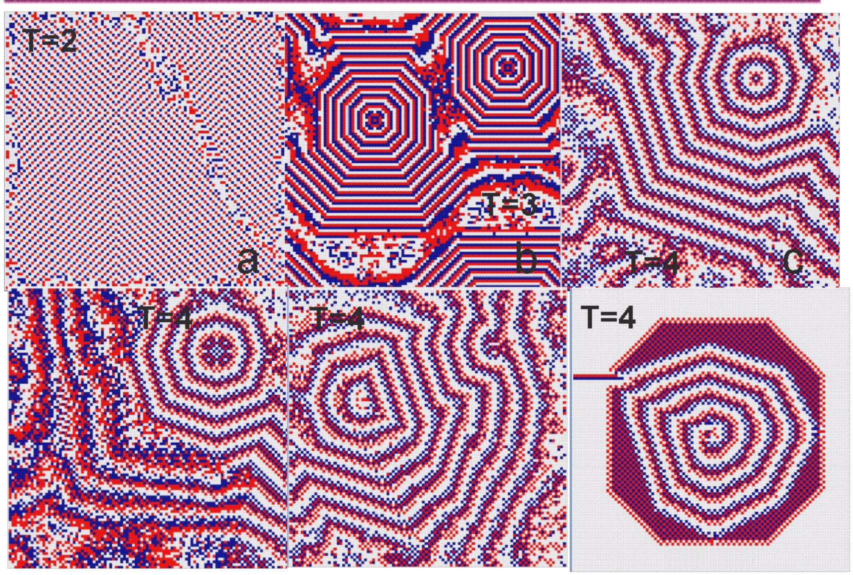
Что нужно для работы...

1) Задать размер квадратной площадки (в нашем случае = 131) и определить замыкается она в тор или окружена «замороженными **А**» клетками
2) Задать ОКА («как», описано ниже)
3) Задать начальные условия (несколько случайных клеток **В**, или одну)
4) Задать «период» - стробоскоп с которым мы будем рассматривать своё иэображение и нажать кнопку GO!
(+ служба случайного поиска наших «интересных» ОКА)

Всё это есть в нашей программе)

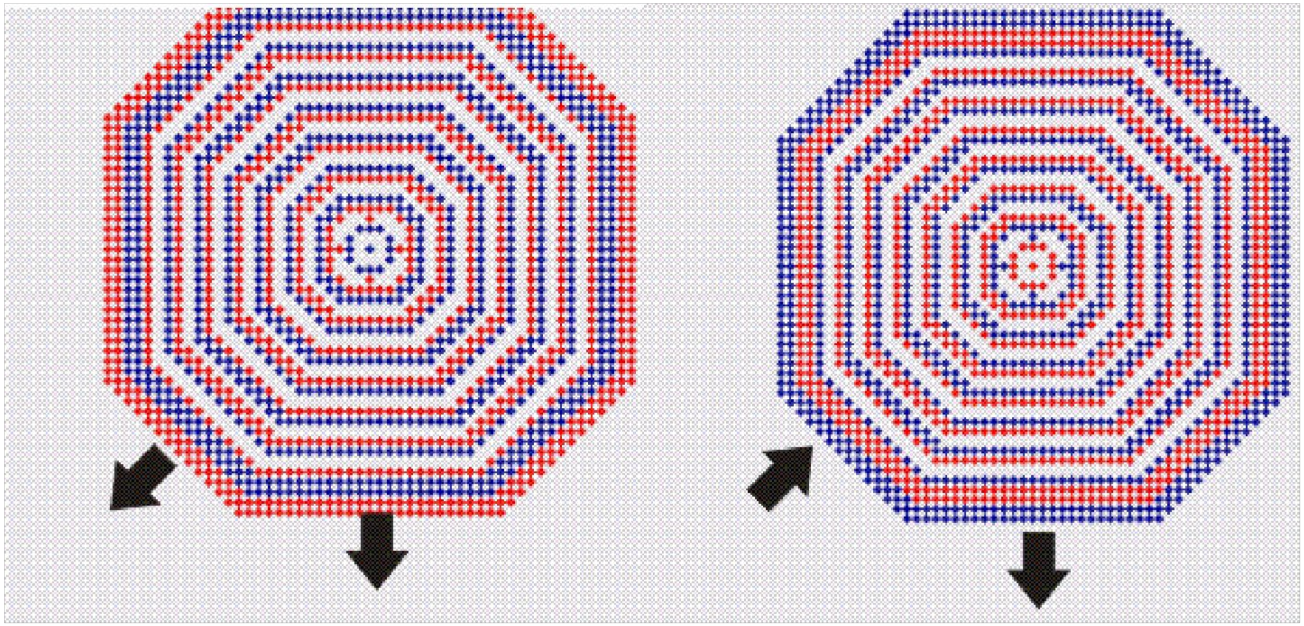
Ещё в любой момент можно «обратить время», поставить на ОКА кластер любых клеток, кластер «замороженных А» клеток и т.д.

«Стабильные» ОКА. («Улучшение» их).



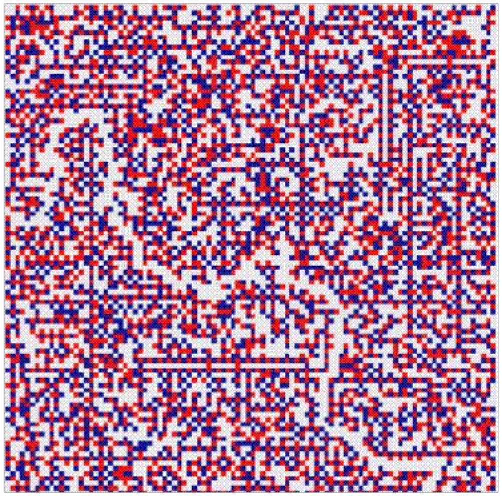
Кажется, что существование «стабильных» ОКА немножко противоречит здравому смыслу. «ОКА должно транслитерировать изображение,

а он держит его постоянным!» Но…

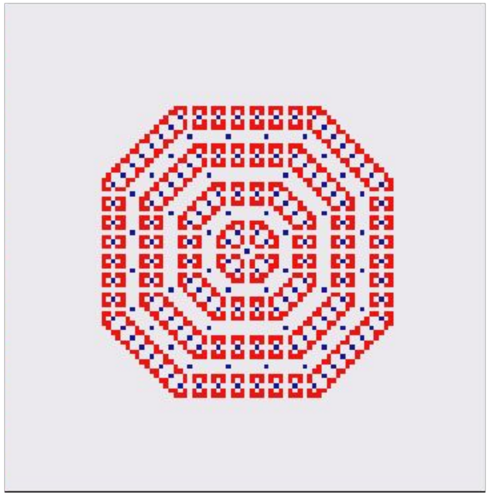


«Эксклюзивные» ОКА

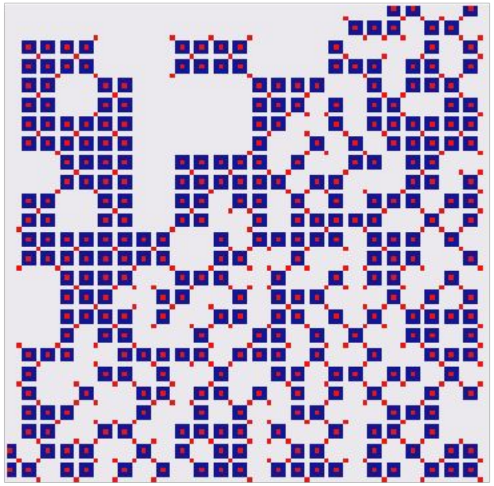
“Речка”



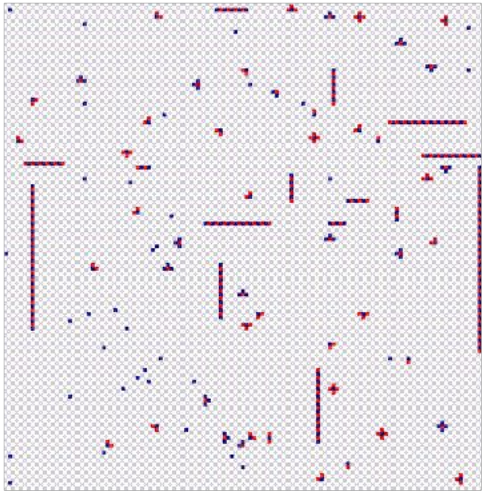
“Расборка и сборка”



“Ренормгруппа”

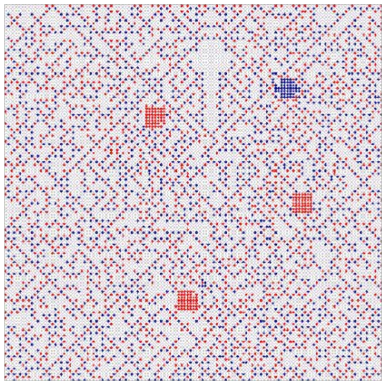


“Червяки”

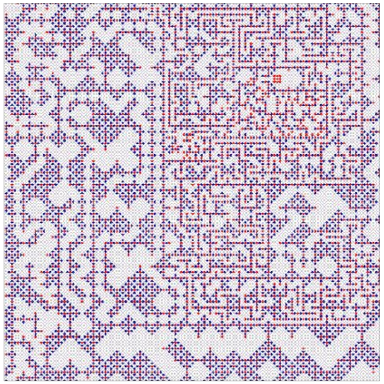


Забавная реакция на возмущение.

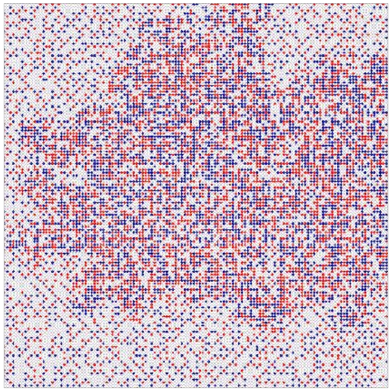
Самая необычная реакция - с переходом в автомат с периодом 3 - у автомата с T=4. Так же очень интересно реагирует речка после обращения времени. «Испуганно» отскакивает и начинает бешено метаться, но при этом не рвётся!



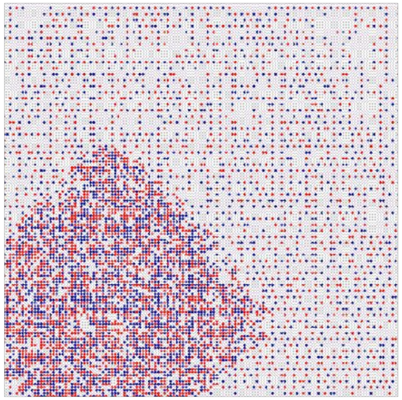
(7) Нет реакции



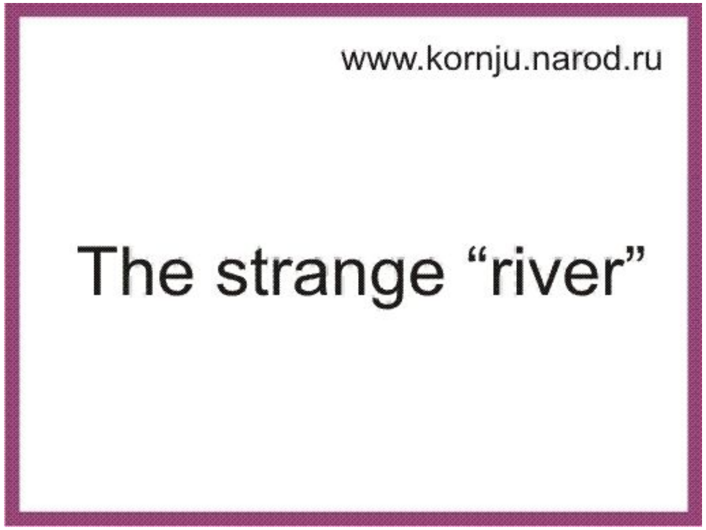
(8) Распутывание по лабиринту



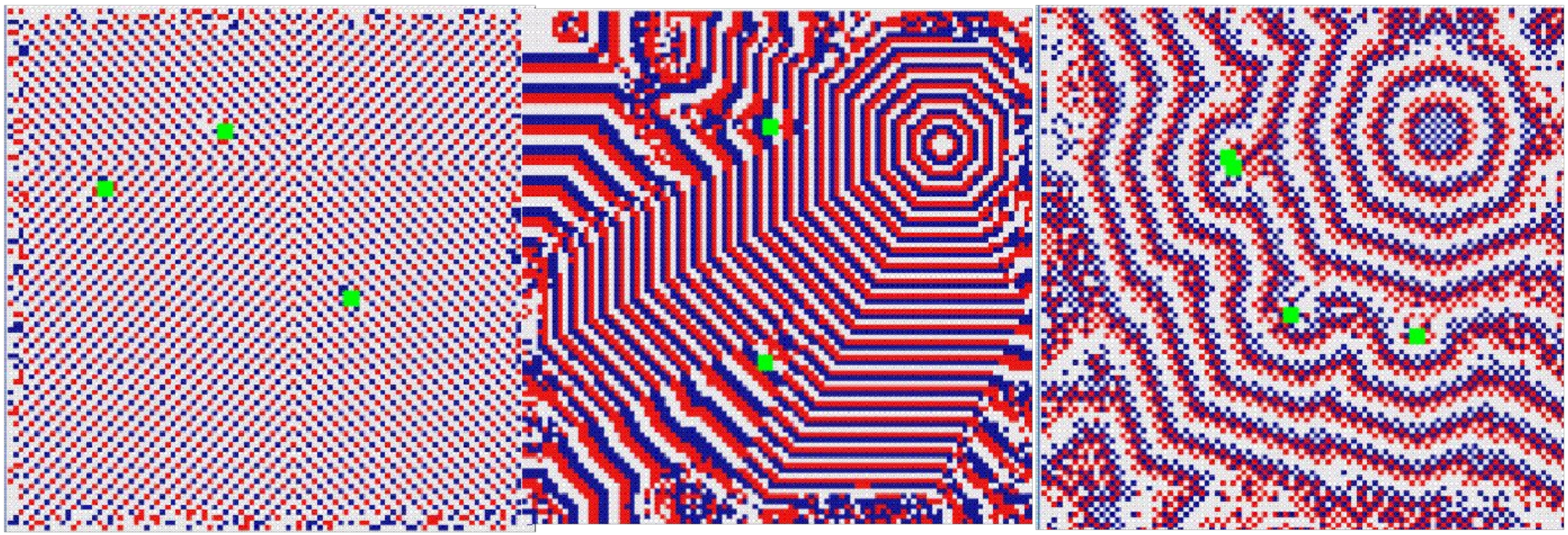
(11) Медленный самороспуск



(9) Мгновенный самороспуск



Интересная реакция на «замороженные А»

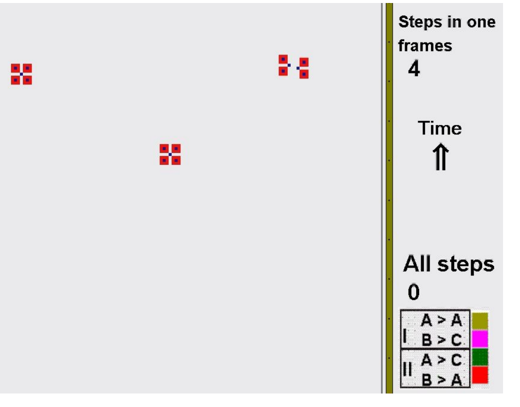


ОКА с T=2 квадрат 3x3 замороженных клеток А “не замечает”
с T=3 встречает как “порог” (турбулентно)
а с T=4 “красиво обтекает”

Резюме.

У обратимых автоматов есть своя «фишка». Они всегда возвращаются в своё начальное состояние!

Но, вместе с тем, обратимые автоматы обладают и врождённым дефектом! (Эта «фищка», так сказать, недостижима!) Все они при своей работе обязаны «умереть» в Гигантском Цикле. И НИКОГДА, за исключением тривиальных симметричных случаев не смогут быстро вернуться в него.



И, значит «сути» у них – нет! (Отмечено у Тоффоли- Маргополуса!)

…

Итак… все ОКА делают одно и тоже! Уходят в Гигантский Цикл, превращая «порядок» в «беспорядок». Увеличивают энтропию.

А может ли существовать «антиэнтропийный» ОКА. Который превращает «беспорядок» в «порядок»? И здравый смысл, и всё, что мы знаем о «математической природе» однозначно говорят, что это НЕВОЗМОЖНО!

Создать подобный ОКА НЕЛЬЗЯ!!

…

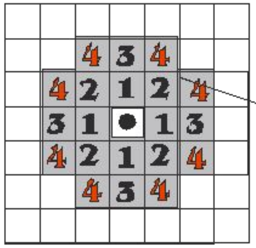
Но… если нельзя, но очень хочется?..

4. «ОКА с периодом 6».

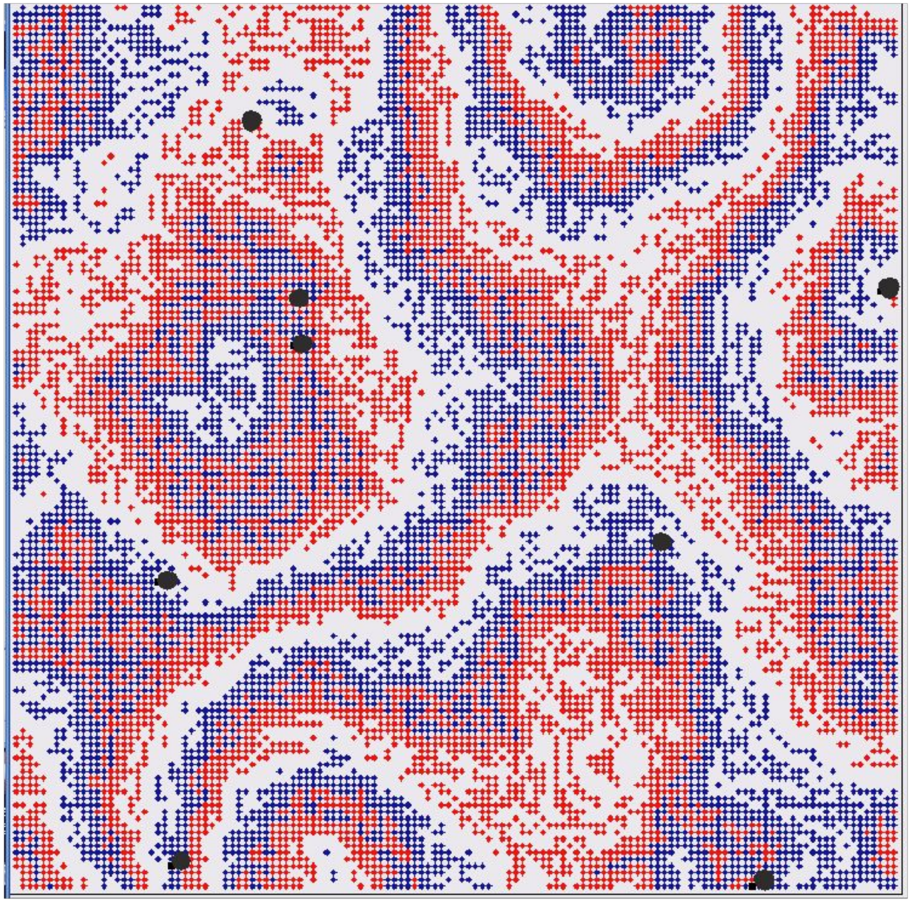
Ничто не может сравнится с «самым простым случаем». Все R=1.

Если сделать это сделать, то произойдёт… чудо!

ОКА с включеним как бы взорвётся, а, когда туман рассеится, ОКА станет работать с периодом 6 превратившись в итересную структуру, т.н. Систему Рек С Разными Берегами. Она никак не будет связана с исходными точками.

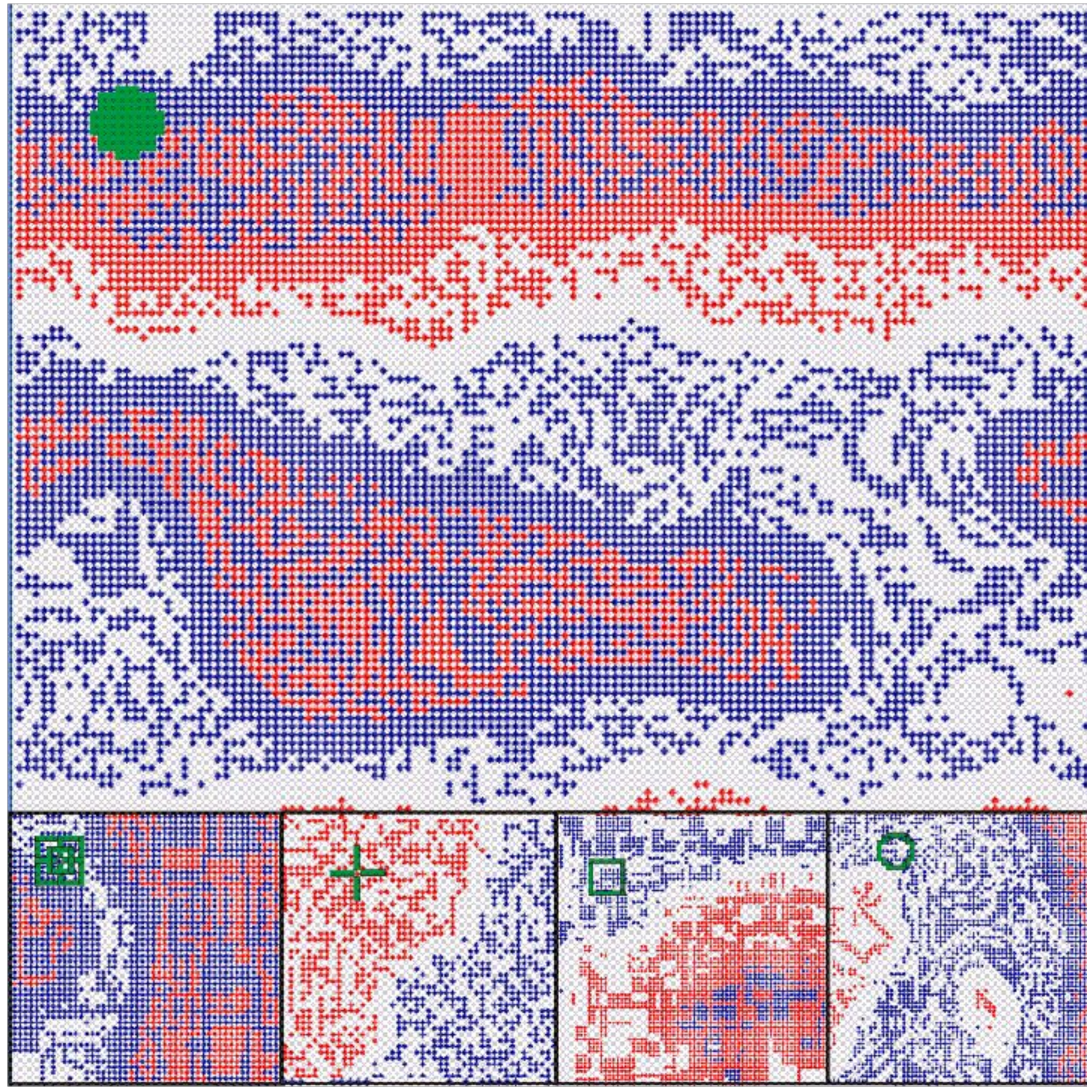


Серое - “маска”



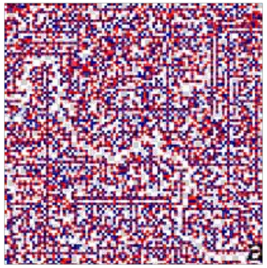
Такое поведение наблюдается для любых симметричных “масок”

14	13	12	10	9	10	12	13	14
13	11	8	7	6	7	8	11	13
12	8	5	4	3	4	5	8	12
10	7	4	2	1	2	4	7	10
9	6	3	1	●	1	3	6	9
10	7	4	2	1	2	4	7	10
12	8	5	4	3	4	5	8	12
13	11	8	7	6	7	8	11	13
14	13	12	10	9	10	12	13	14

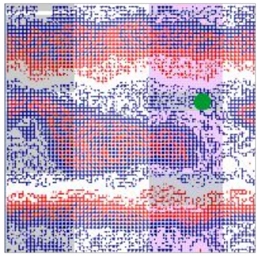


Поведение наших рек разительно отличается от всего остального, что мы видели. Давайте сравним (чисто визуально) поведение наших рек с рекой из стандартных ОКА.

Река “стандартного” ОКА



Реки “ОКА с периодом 6”



Сходство... одно:

эти реки существуют долго постоянно меняя русла;

Различия

“Стандартный” автомат весь «помигивает».

На нашей же картинке, после каждого цикла узор меняется преимущественно в тех местах, где раньше была река, а в другом месте стоит чётко!

“Стандартнаяй” река всегда (все 4 фазы периода) остаётся белой (состоящей из клеток А).

. В нашем же примере, она каждый шаг раз меняет цвет.

У данной реки оба её берега однотипны.

В нашем примере они принципиально разные. (Если сами реки синии, один берег у них бело-синий, другой – красно-синий. Если красные или белые – аналогично)

В примере река живёт долго потому что её края “привязаны” к замороженным А по краям.

Наши реки могу жить и не к чему не прикрепляясь.

В примере 7а) река меняет русло “постепенно”, мало, в общем, влияя на весь автомат.

Наши же «реки» АКТИВНО «преобразуют пространство», появляются, исчезают!..