

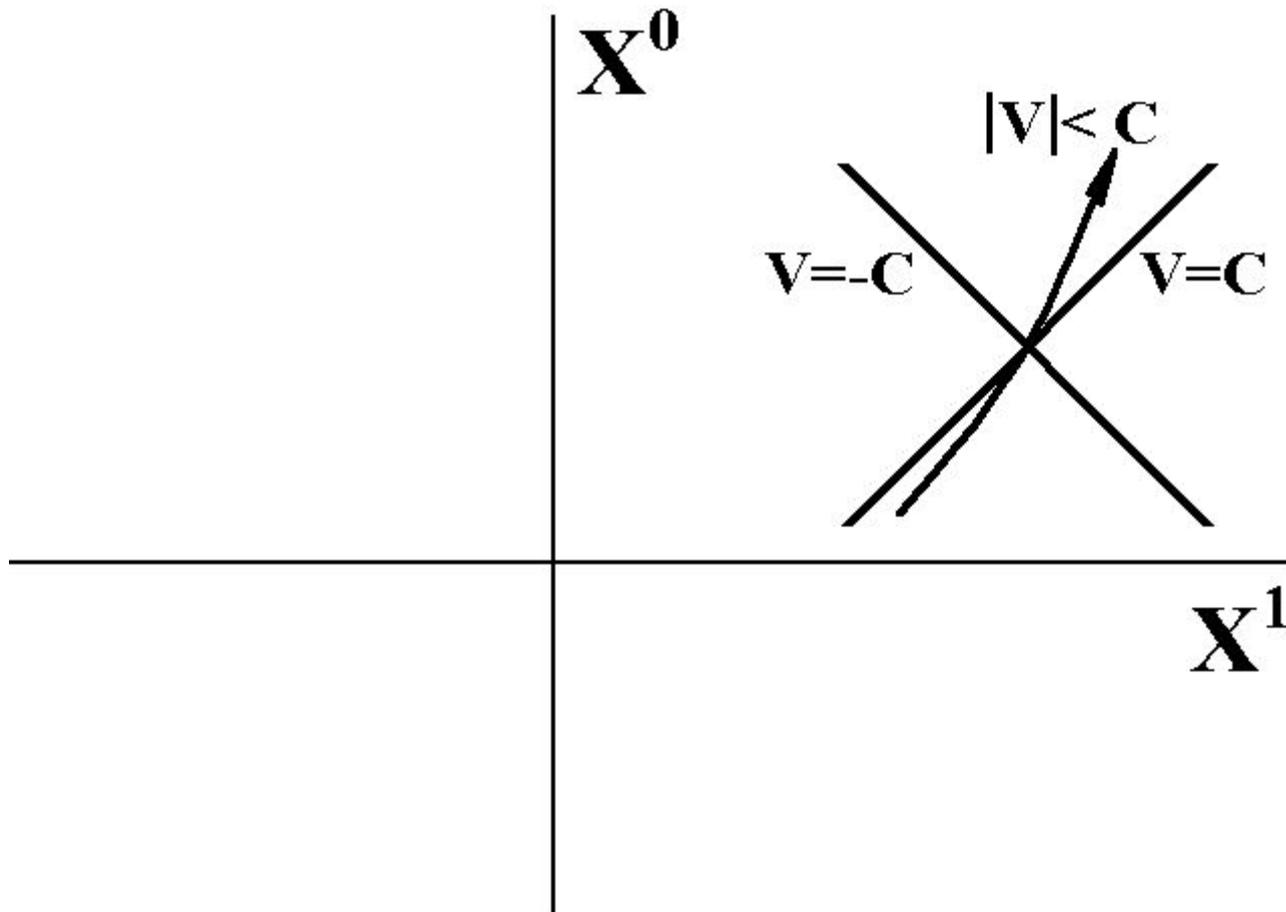
Чёрные дыры, кротовые норы,
машина времени.

Меньшиков Л.И.
«Курчатовский институт»,
МФТИ

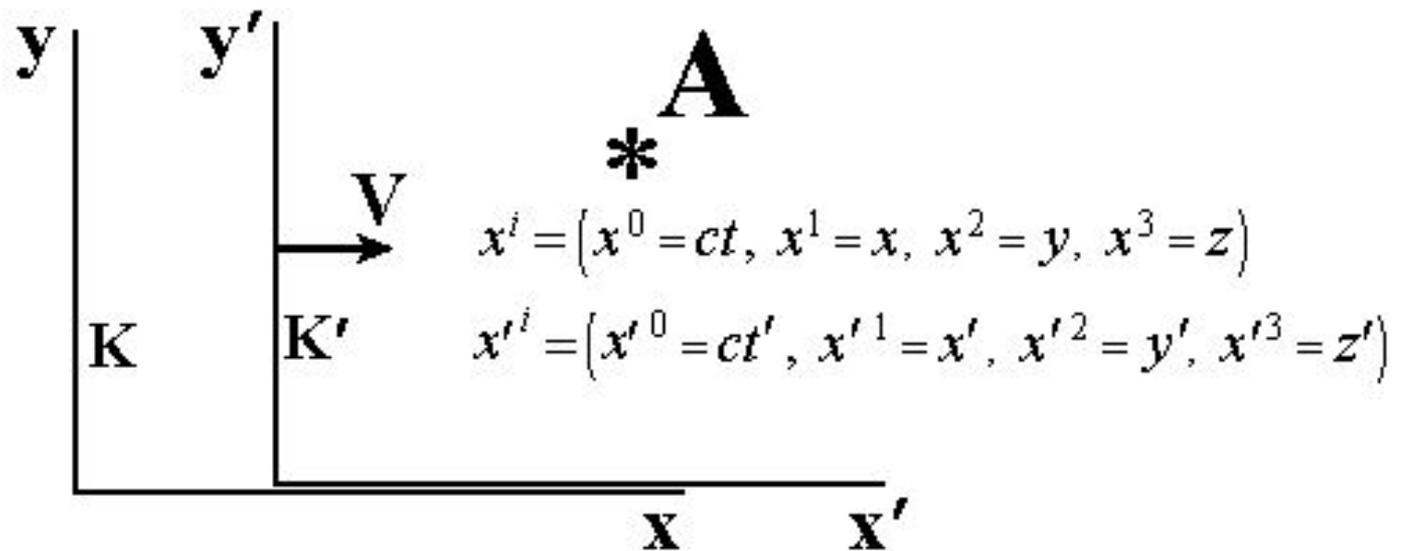
Специальная теория относительности (СТО).

- **Принцип относительности Галилея-Эйнштейна:**
- «Все ИСО равноправны» (одинаковые опыты дают одинаковые результаты)
- **Следствия:**
- Физические уравнения имеют одинаковый вид в разных ИСО (ковариантность).
- Физические (измеряемые) величины – скаляры (Φ), 4-векторы (A^i), 4 – тензоры (T^{ik}, \dots)
- **Пространство:**
до СТО: 3D, евклидово, $x^\alpha = (x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z)$,
 $\Delta L^2 = (\Delta x^1)^2 + (\Delta x^2)^2 + (\Delta x^3)^2$ - квадрат длины
после: 4D (Минковский), псевдоевклидово,
 $x^i = (x^0 = ct, x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z)$
 $\Delta S^2 = (\Delta x^0)^2 - (\Delta x^1)^2 - (\Delta x^2)^2 - (\Delta x^3)^2$ - интервал
-

Пространство Минковского.



Преобразование Лоренца. Интервал.



$$x^0 = \gamma(x'^0 + \beta x'^1), \quad x^1 = \gamma(x'^1 + \beta x'^0), \quad x^2 = x'^2, \quad x^3 = x'^3$$

Лоренц: t' - нефизическое, фиктивное время.

Эйнштейн: t' - физическое время в K' (синхронизованное).

$\Delta S^2 = \Delta S'^2$ - измерение интервала неподвижными и движущимися часами и линейками даёт одинаковый результат.

Вывод: ΔS^2 - свойство пространства-времени, а не часов и линеек (метричность).

Некоторые следствия:

- период движущихся часов больше, чем неподвижных (кинематический эффект замедления времени).
- длина движущейся линейки меньше, чем неподвижной (лоренцево сокращение).
- $E = mc^2$
- СРТ- теорема (существование античастиц)
-

Общая теория относительности.

- 1) Принцип эквивалентности.
- 2) Независимость периода часов и длины линейки от ускорения.

Предположение 1: Принцип эквивалентности (ПЭ).

А) Равенство инертной и гравитационной масс.

Три типа масс: инертная, тяжёлая, гравитационная.

Инертная масса (мера инерции):

ИСО:

$$\mathbf{P} = M_{\text{И}} \cdot \mathbf{V} \quad d\mathbf{P}/dt = \mathbf{F} \quad d\mathbf{V}/dt = \mathbf{F} / M_{\text{И}}$$

НСО («А-система отсчёта»):

$$\mathbf{V}' = \mathbf{V} - \mathbf{u} \quad M_{\text{И}} \cdot d\mathbf{V}'/dt = \mathbf{F} + \mathbf{F}_{\text{И}}$$

$$\mathbf{F}_{\text{И}} = -M_{\text{И}} \cdot \mathbf{a} \quad \mathbf{a} = d\mathbf{u}/dt$$

Тяжёлая масса (гравитационный "заряд"):

$$M_{\text{И}} \cdot d\mathbf{V}/dt = q \cdot \mathbf{E} + M_{\text{Т}} \cdot \mathbf{g}$$

\mathbf{g} – "напряжённость" гравитационного поля

Опыт Галилея:

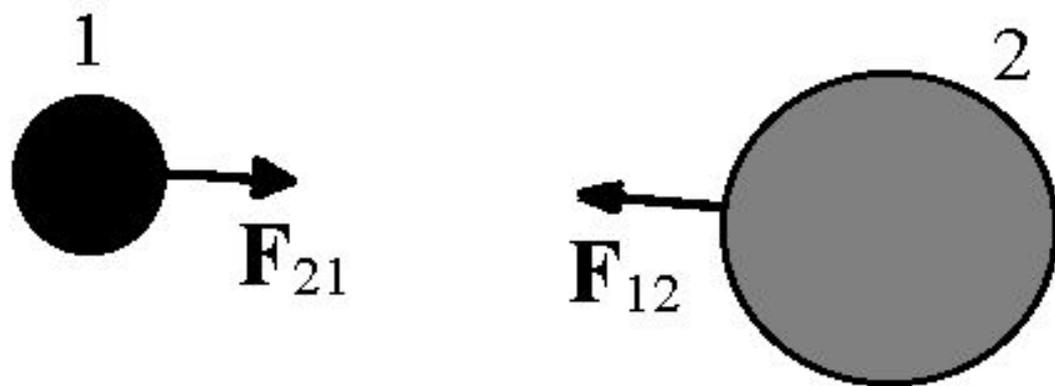
$$M_{1\text{И}} \cdot \mathbf{a}_1 = M_{1\text{Т}} \cdot \mathbf{g} \quad M_{2\text{И}} \cdot \mathbf{a}_2 = M_{2\text{Т}} \cdot \mathbf{g}$$
$$\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_2$$

$$M_{1\text{И}} / M_{1\text{Т}} = M_{2\text{И}} / M_{2\text{Т}} = \text{const} = 1$$

$$\boxed{M_{\text{И}} = M_{\text{Т}}}$$

Гравитационная масса (способность создавать гравитационное поле):

$$\mathbf{g} = -G M_{\Gamma} \mathbf{R} / R^3$$



$$\mathbf{F}_{12} = M_{2T} \cdot \mathbf{g}_1 = -G M_{2T} M_{1\Gamma} \mathbf{R} / R^3$$

$$\mathbf{F}_{21} = M_{1T} \cdot \mathbf{g}_2 = -G M_{1T} M_{2\Gamma} \mathbf{R} / R^3$$

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$$

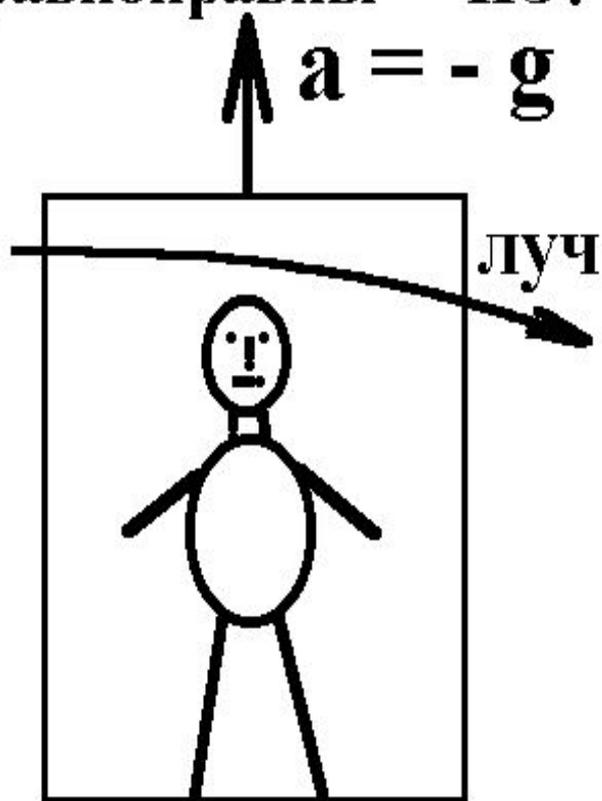
$$M_{1\Gamma} / M_{1T} = M_{2\Gamma} / M_{2T} = \text{const} = 1 \quad \boxed{M_{\Gamma} = M_{T}}$$

$$\boxed{M_{\Gamma} = M_{И}}$$

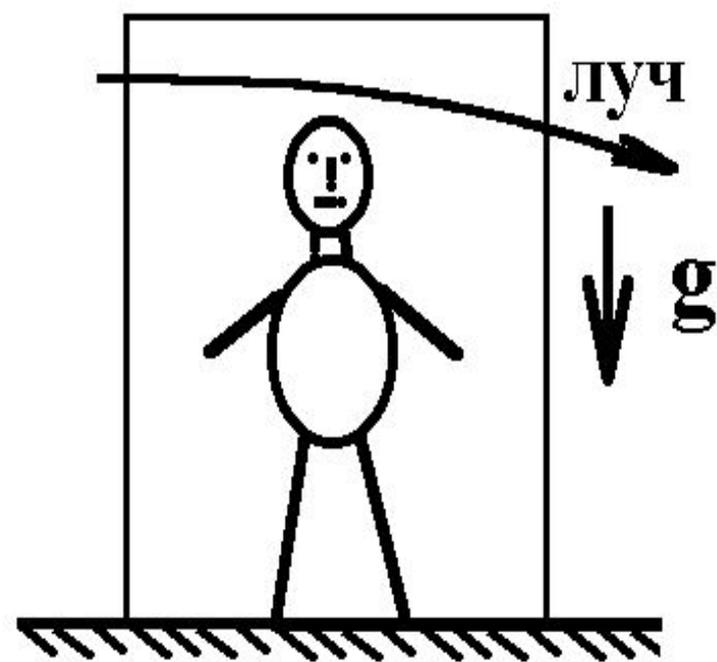
Выводы: 1) $M_{\Gamma} = M_{И}$

2) Гравитация и инерция - единое явление, как электричество и магнетизм.

3) "Ускоренная ("A") и гравитационная ("G") системы отсчёта равноправны" - ПЭ: $"A" \equiv "G"$



"A" - система



"G" - система

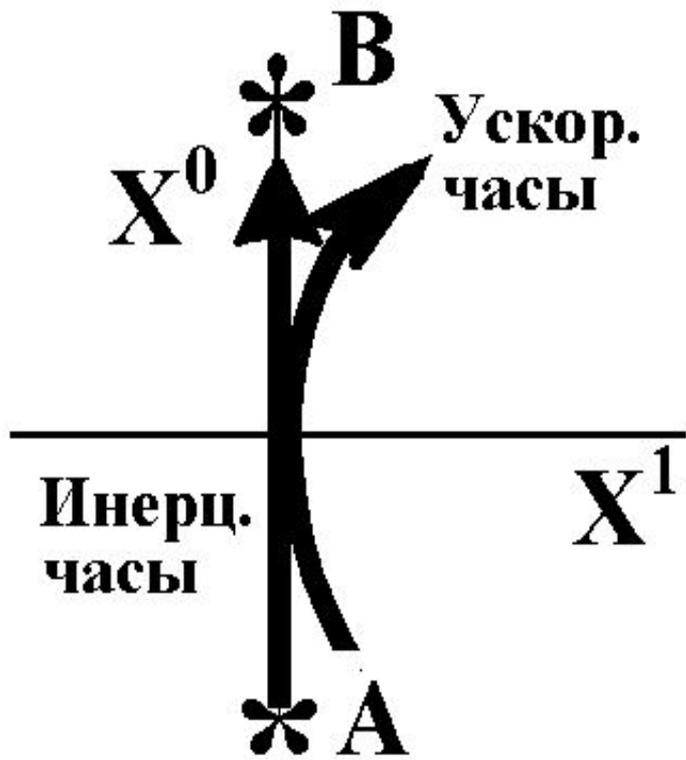
Предположение 2:

Независимость периода часов и
длины линейки от ускорения.

Ускоренные часы:



$$F_{\text{упр}} = k \cdot x \gg F_{\text{инерц}} = m \cdot a$$



$$X^1 \approx \frac{a}{2c^2} (X^0)^2 \approx 0$$

– ускоренные часы
практически покоятся !

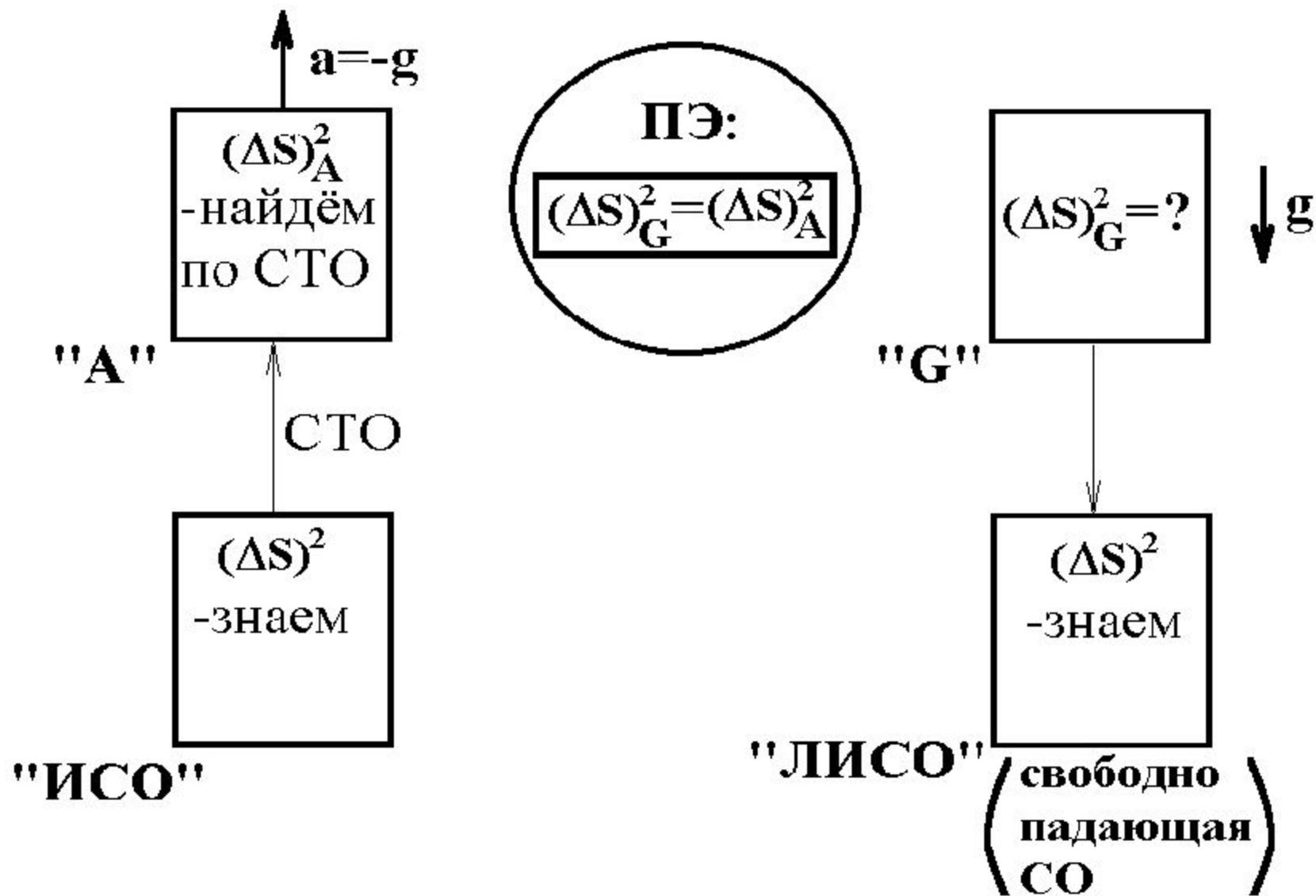
$$N_{\text{кол.ин.}} \approx N_{\text{кол.уск.}}$$

$$(\Delta S)_{\text{ин.}}^2 \approx (\Delta S)_{\text{уск.}}^2$$

Выводы:

- 1) Измерения интервала инерциальными и ускоренными часами дают одинаковые результаты.
- 2) Интервал - свойство пространства-времени, а не часов.

Как описать гравитационное поле ?



Переход "ИСО" \rightarrow "А".

"А"- ускоренный жёсткий стержень с часами.



$X=X(t,Z)$ - закон движения часов в лаб. СО "К",

$X(t=0, Z) = Z$ - начальная координата часов (их "номер"),

$V(t=0, Z)=0$ - при $t=0$ часы покоятся в лаб. СО "К".

Выбираем: собственные ускорения часов "а" постоянны

$$X = \sqrt{t^2 + \frac{1}{a^2}} \quad X(t=0, Z) = Z$$

Отсюда: $a = 1/z, \quad X = \sqrt{t^2 + z^2}$

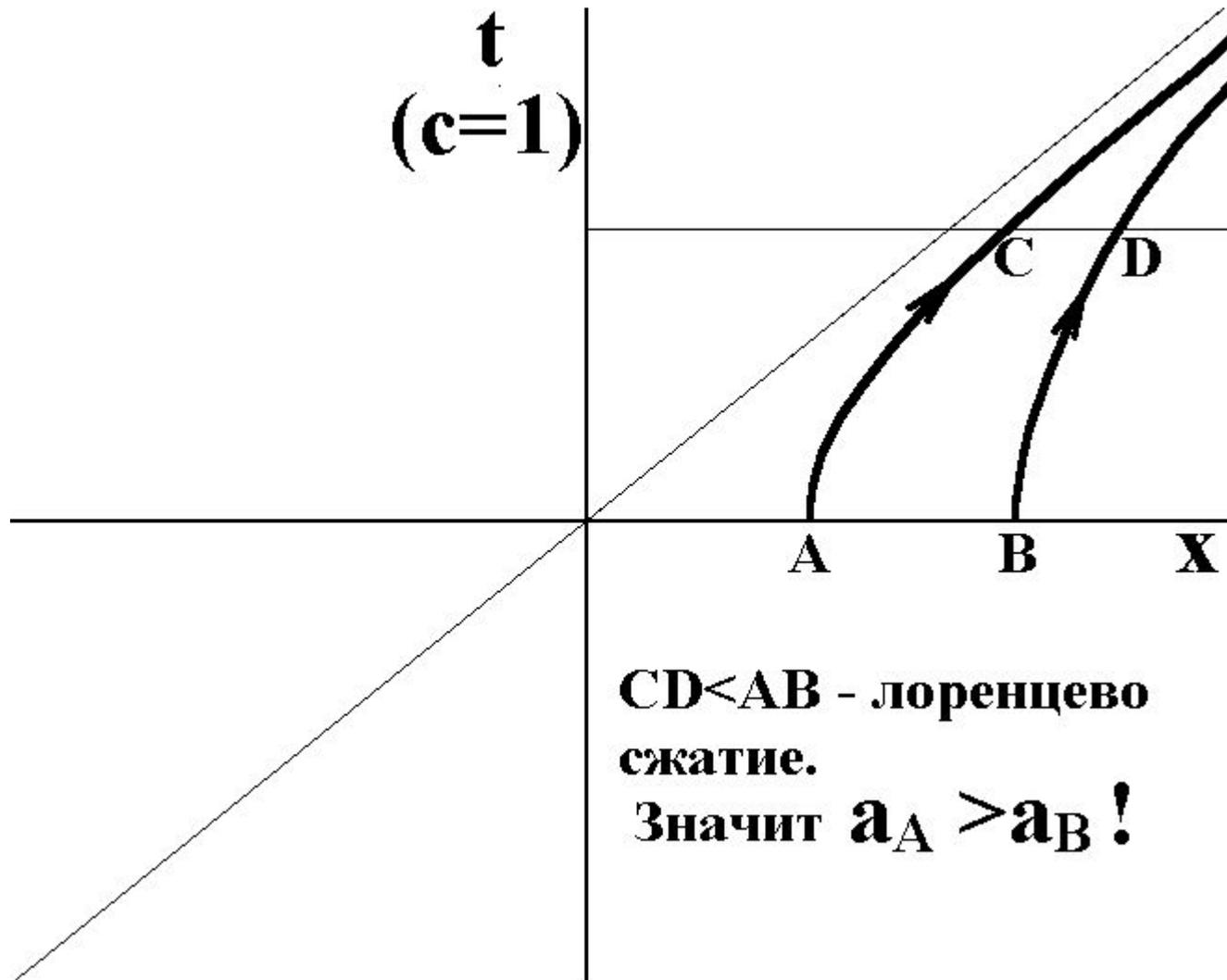
$$dX = X(t, Z+dZ) - X(t, Z) = dZ \cdot \partial X(t, Z) / \partial Z = dZ \sqrt{1-V^2} < dZ$$

- расстояние между ближайшими часами в лаб. СО.

Вывод: расстояние между ними в

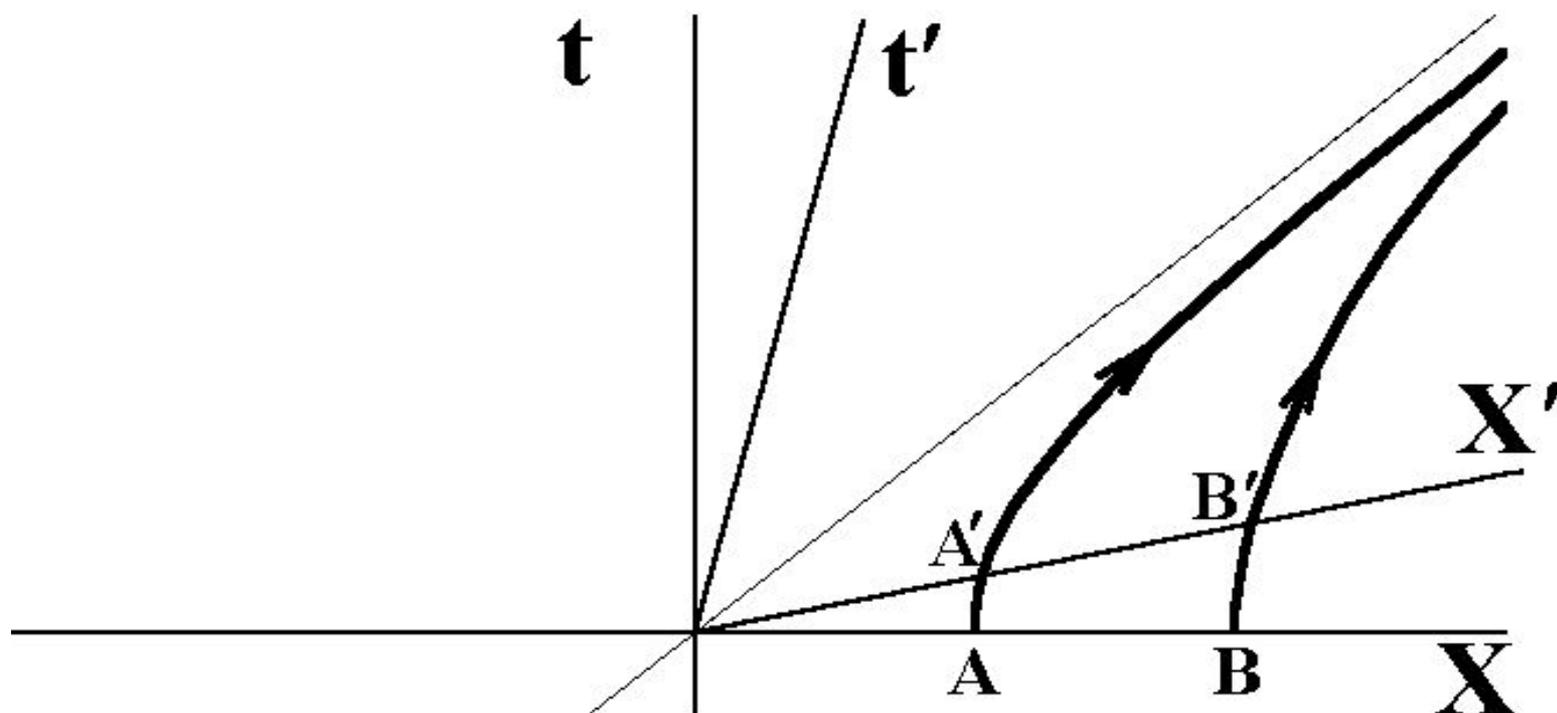
сопутствующей СО "К'" равно dZ , не меняется.

Траектории часов на карте Минковского.



Координаты в А-системе.

Z-координата в А-системе.



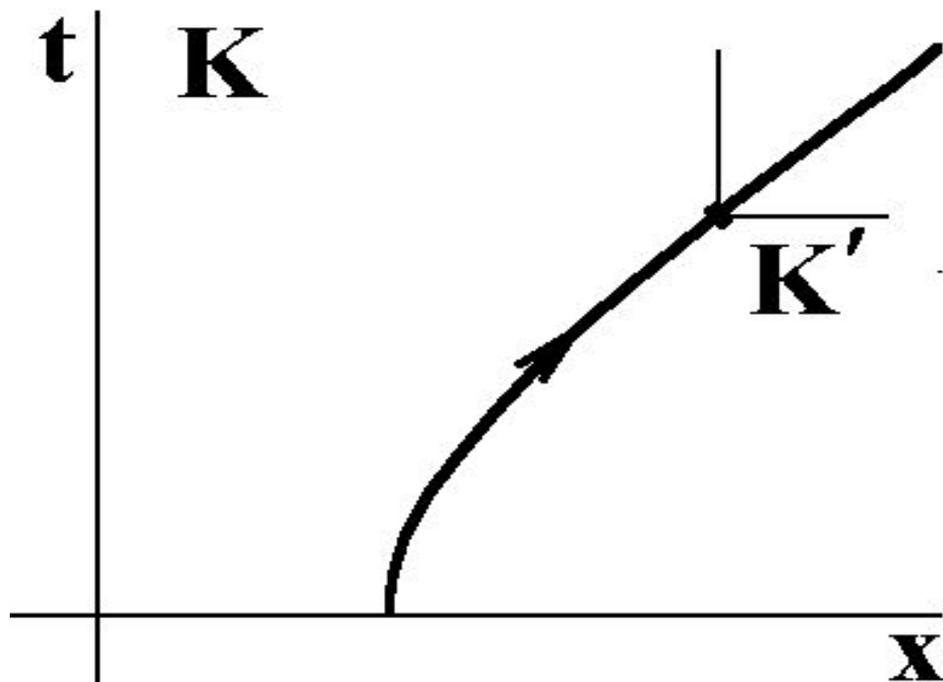
$$\tau(A) = \tau(B) = 0$$

K и K' равноправны

$$\tau(A') = \tau(B') \Rightarrow \tau = f\left(\frac{t}{X}\right) \text{ - время в А-системе.}$$

$$\text{Выберем: } \tau = \text{arth}\left(\frac{t}{X}\right)$$

Схема расчёта $(dS)^2_A$



$$\mathbf{K}(\mathbf{x}, t) \xrightarrow{(dS)^2 = (dS')^2} \mathbf{K}'(\mathbf{x}', t') \xrightarrow{(dS')^2 = (dS)^2_A} \mathbf{A}(\mathbf{z}, \tau)$$

(Предположение 2 !)

Интервал в А-системе, $(dS)_A^2$

t' - синхронизовано в K' .

Пусть A' и B' близки:

$dt'=0$ - две вспышки, одновременные в K'

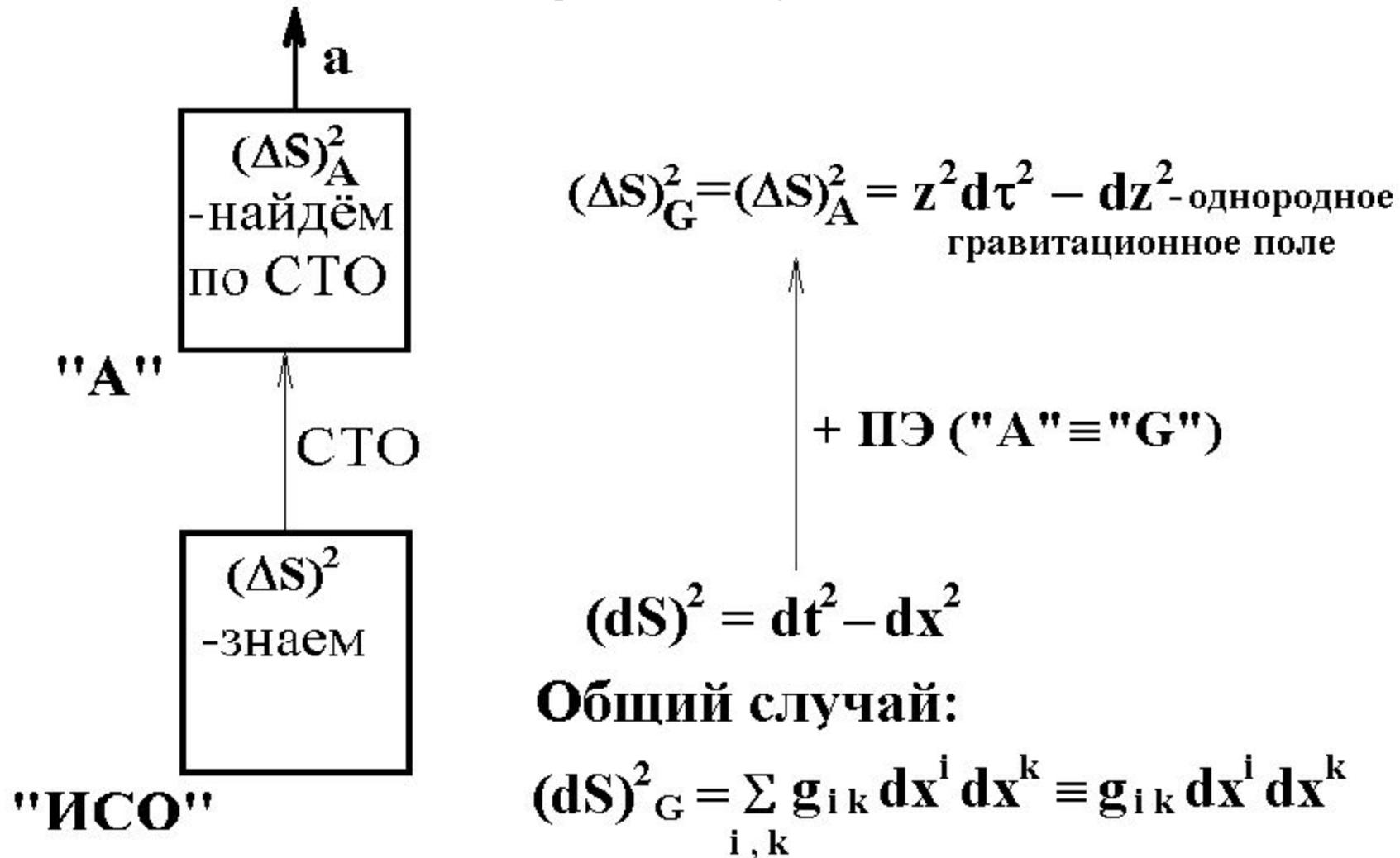
Они одновременны и в А-системе: $d\tau = dt' = 0$

Вывод: τ - синхронизовано в А

$$\begin{cases} x = z \cdot \text{ch } \tau \\ t = z \cdot \text{sh } \tau \end{cases}$$

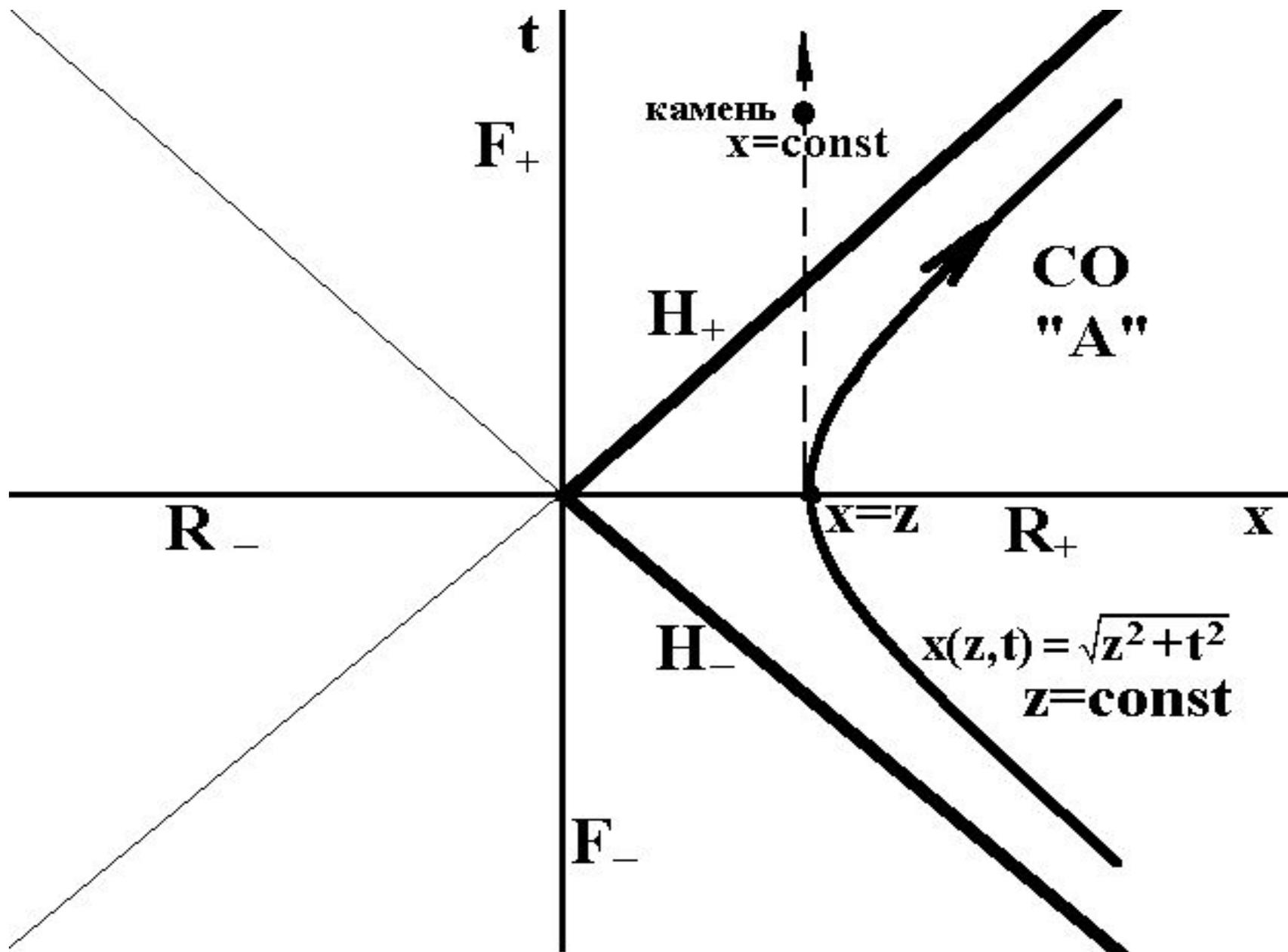
$$(dS)_A^2 = z^2 d\tau^2 - dz^2$$

Описание гравитационного поля.

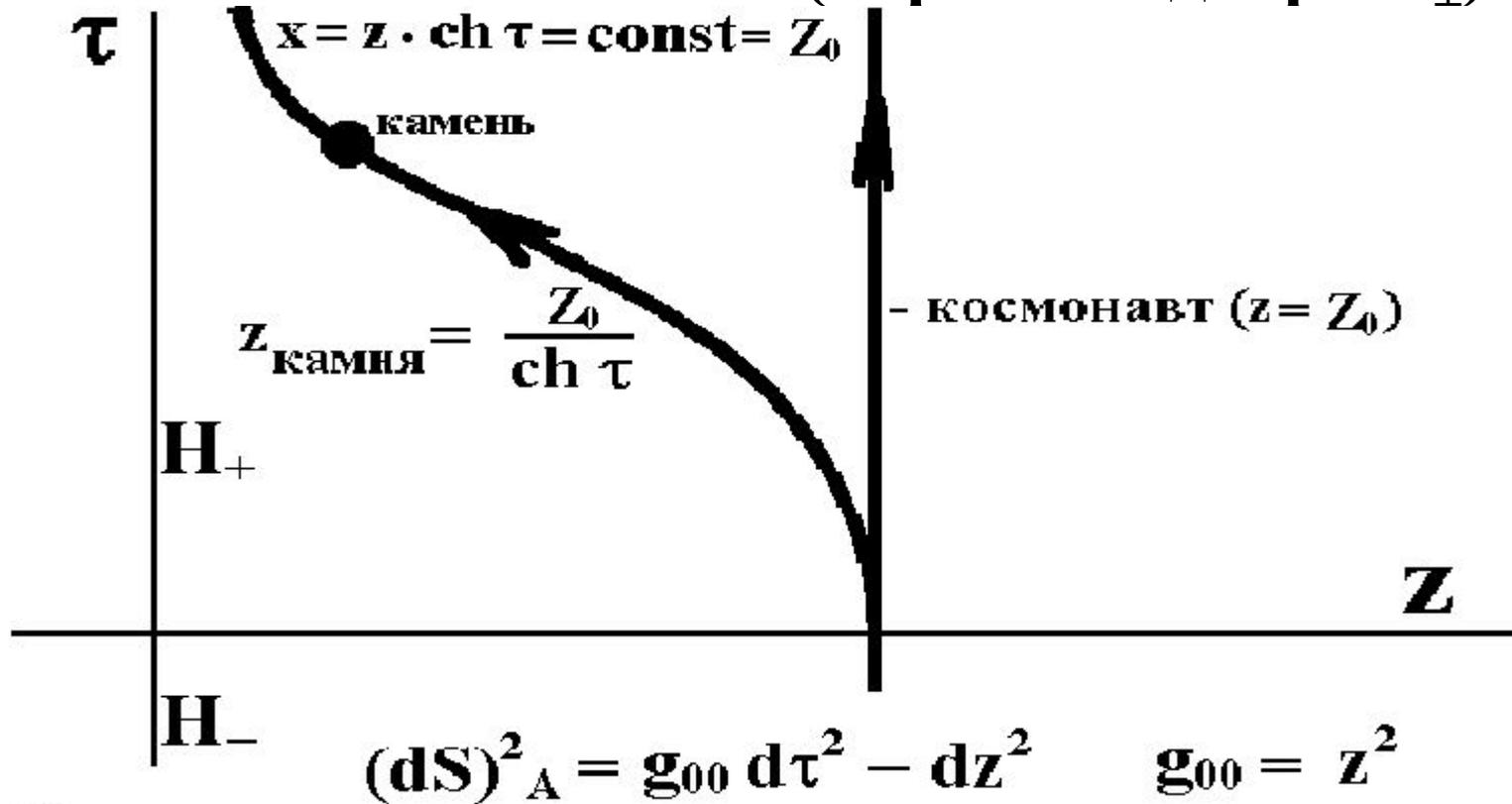


Общий вывод: гравитационное поле (и силы инерции) описываются метрическим тензором g_{ik}

Карта Минковского (КМ).



Вселенная космонавта (карта Риндлера R_{\perp}).

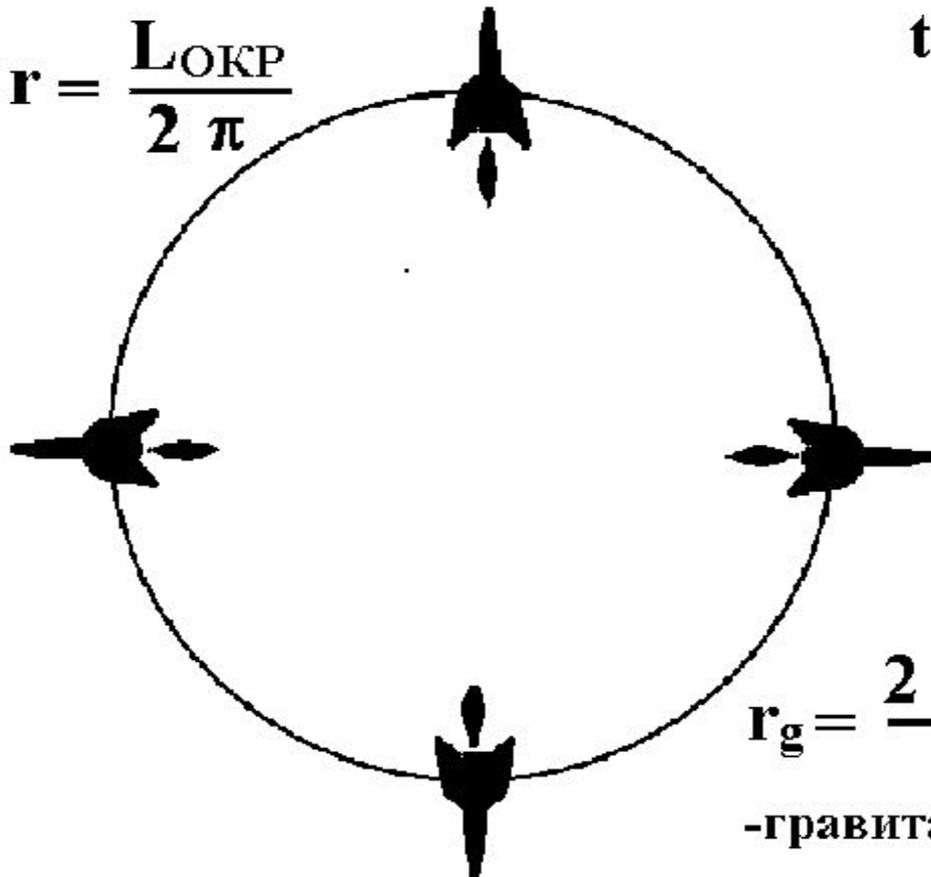


Выводы:

1. Камень пересекает горизонт H_+ за конечное собственное время t (карта Минковского).
2. С точки зрения космонавта он никогда не пересечёт H_+ .
3. Это противоречит принимаемым с камня сообщениям.
4. Космонавт заключает: его карта неполна.
5. Горизонт событий расположен на поверхности $g_{00} = 0$.

Пространство-время чёрной дыры (ПВЧД)

$$r = \frac{L_{\text{ОКР}}}{2\pi}$$



$$r_g = \frac{2GM}{c^2}$$

-гравитационный радиус

$$dS^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right) dt^2 - \frac{1}{1 - \frac{r_g}{r}} dr^2 - r^2 d\Omega^2$$

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta \cdot d\varphi^2 \quad d\tau = dt \sqrt{1 - \frac{r_g}{r}}$$

При $r = r_g$ $g_{00} = 1 - \frac{r_g}{r} = 0$ – горизонт событий !

Область вблизи горизонта событий ($r \approx r_g$).

$$r > r_g \quad r - r_g \ll r_g \quad 1 - \frac{r_g}{r} \approx \frac{r - r_g}{r_g}$$
$$z = 2\sqrt{r_g(r - r_g)} \quad \tau = \frac{t}{2r_g}$$

Метрика вблизи горизонта: $(dS)^2 = z^2 d\tau^2 - dz^2$

- совпадает с равноускоренной СО Риндлера!

Выводы:

1) При $r \approx r_g$ ПВЧД \approx ПМ = $R_+ + F_+ + R_- + F_-$

2) на КШ $r > r_g$ — это СО Риндлера, т.е. R_+

3) Чему на КШ соответствует область $r < r_g$?

Бросание камней с ракеты в ЧД ($r - r_g \ll r_g$).

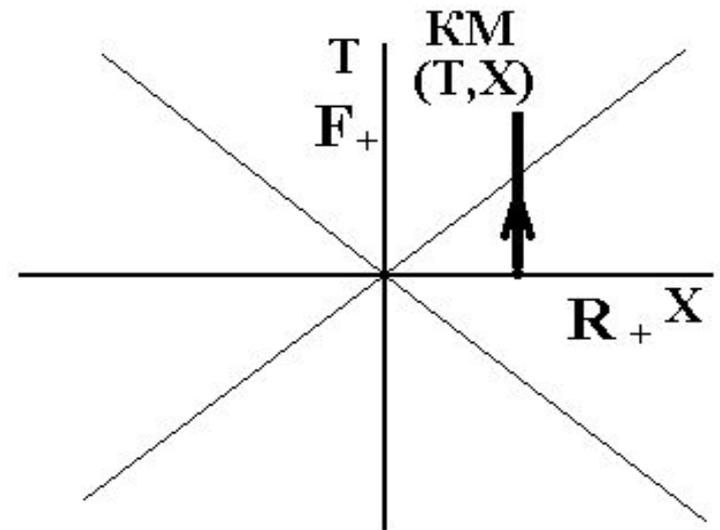
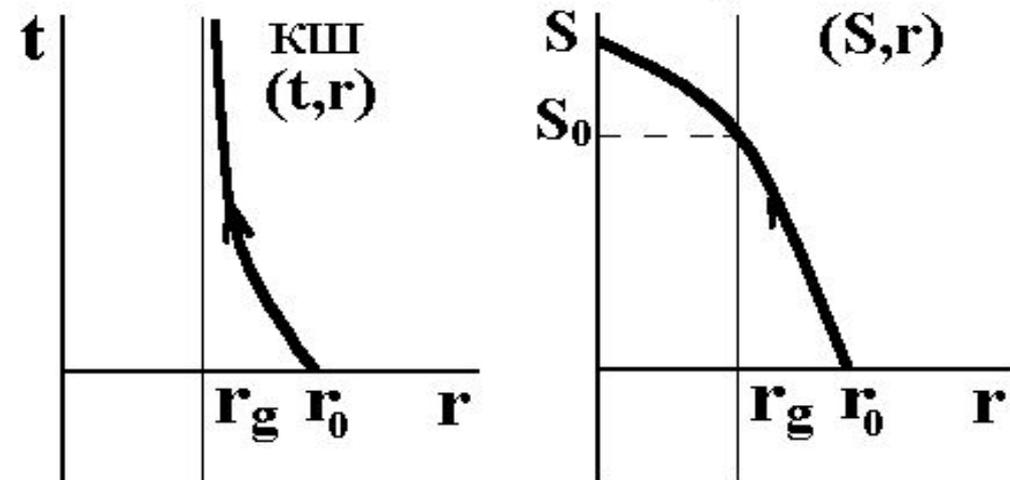
$$z_{\text{камя}} = \frac{Z_0}{\text{ch } \tau} \quad z = 2 \sqrt{r_g (r - r_g)} \quad \tau = \frac{t}{2r_g}$$

$$r = r_g + \frac{r_0 - r_g}{\text{ch}^2 \left(\frac{t}{2r_g} \right)} - \text{движение по часам на ракетах } t.$$

Движение по собственному времени камня $S = \int dS$:

камень достигает горизонта за время $S_0 = Z_0 = 2 \sqrt{r_g (r_0 - r_g)}$

и попадает в область $r < r_g$



Выводы: на КШ область $r < r_g$ - это F_+

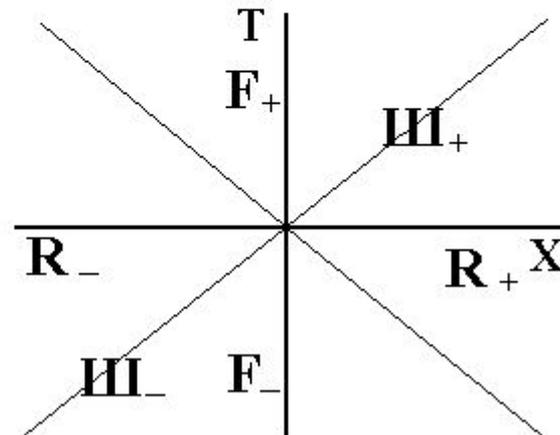
Вопрос: где R_- и F_- ?

Ответ:

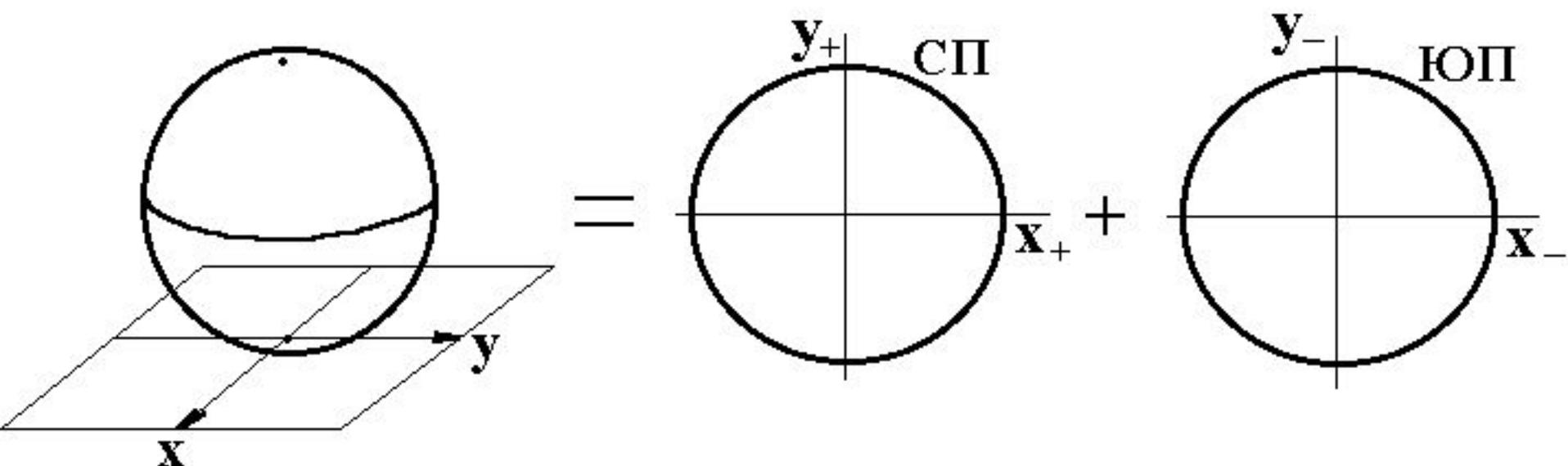
$$\text{ПВЧД} = \text{Ш}_+ + \text{Ш}_-$$

$$\text{Ш}_+ = \text{R}_+ + \text{F}_+ = (t_+, r_+, \theta_+, \varphi_+)$$

$$\text{Ш}_- = \text{R}_- + \text{F}_- = (t_-, r_-, \theta_-, \varphi_-)$$



Аналогия: Глобус = СП + ЮП

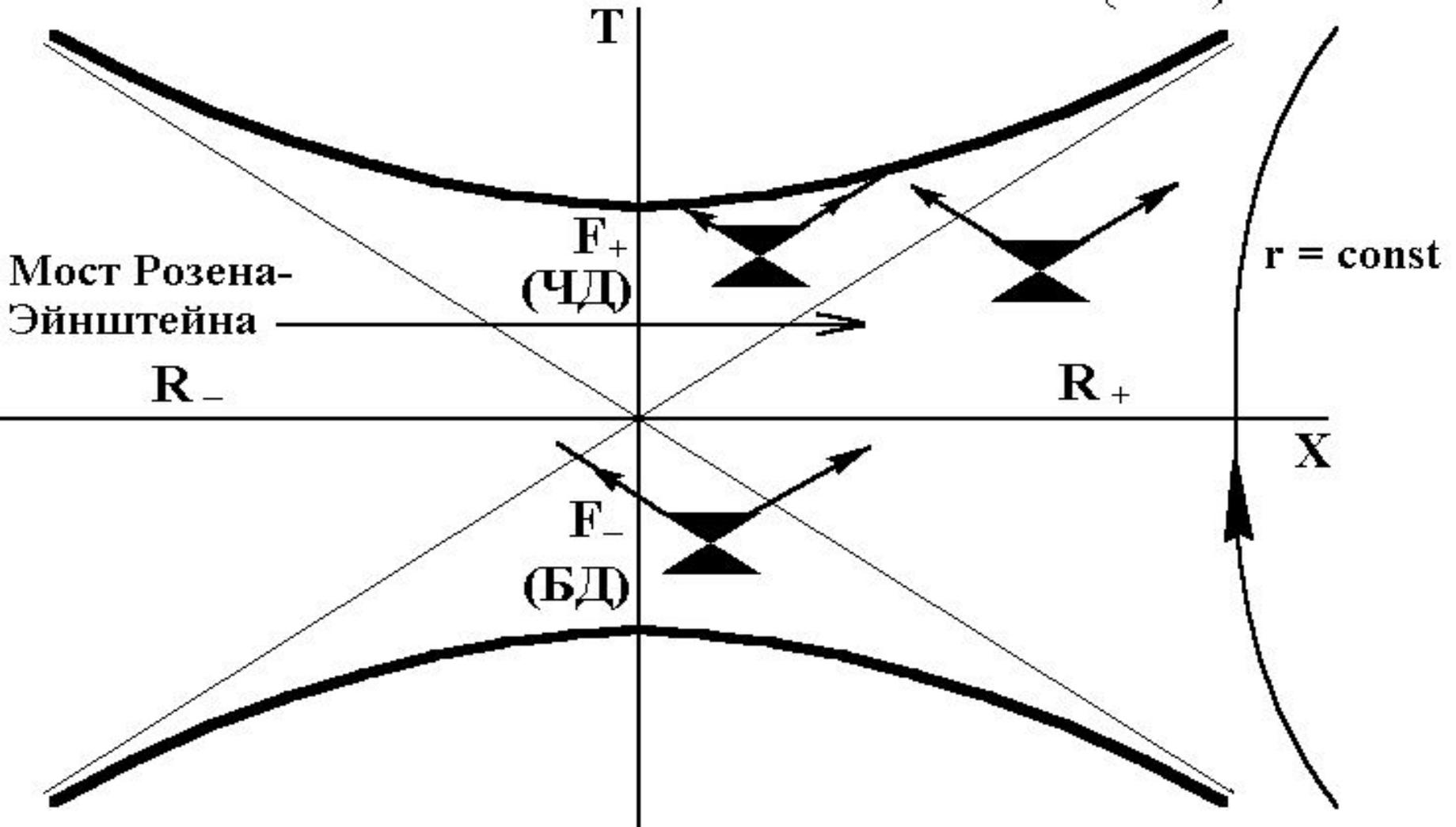


Сферические углы (θ, φ) - глобальные координаты, покрывающие весь глобус.

Карта Крускала ПВЧД.

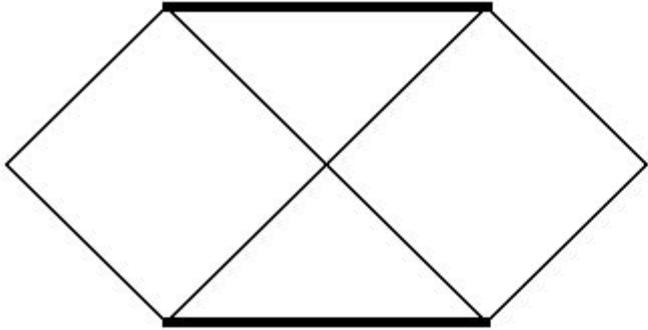
(T, X)- глобальные координаты. $dS^2 = \frac{r_g}{r} e^{-\frac{r_g}{r}} (dT^2 - dX^2) - r^2 d\Omega^2$

$$X^2 - T^2 = 4r_{g0}^2 \left(\frac{r_g}{r} - 1 \right) e^{\frac{r_g}{r}}$$

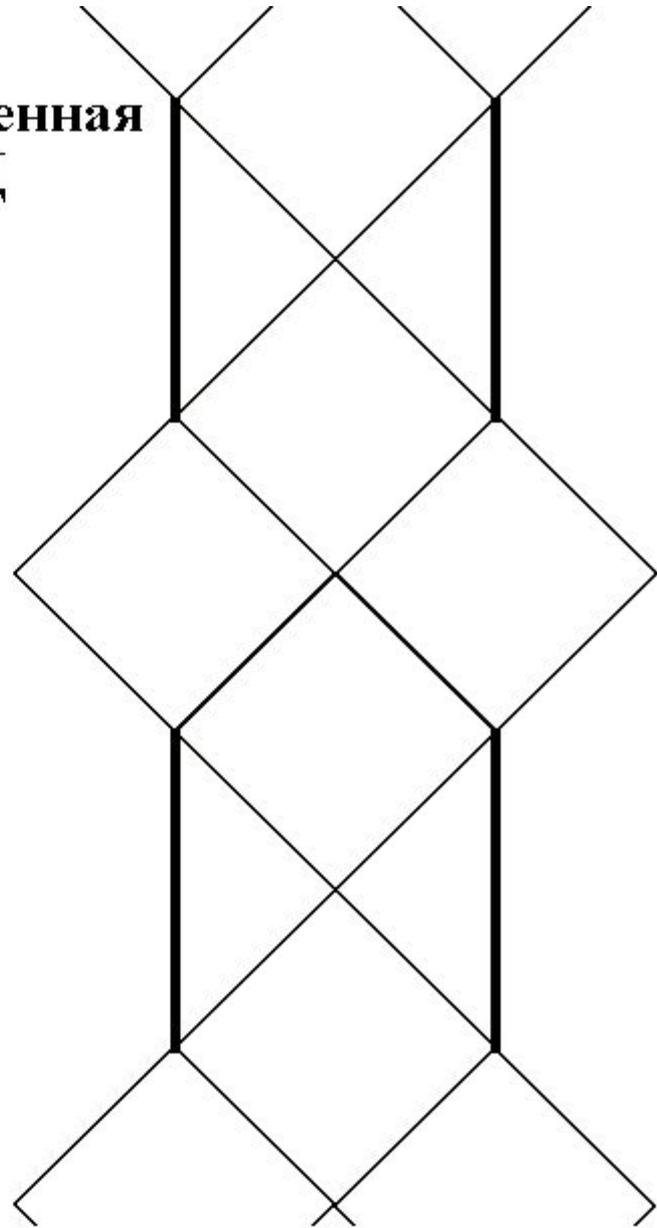


Диаграммы Пенроуза

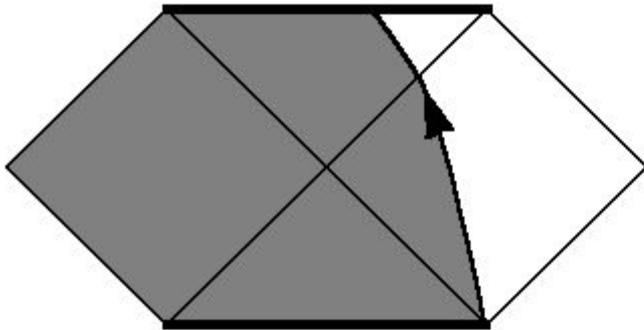
ПВЧД



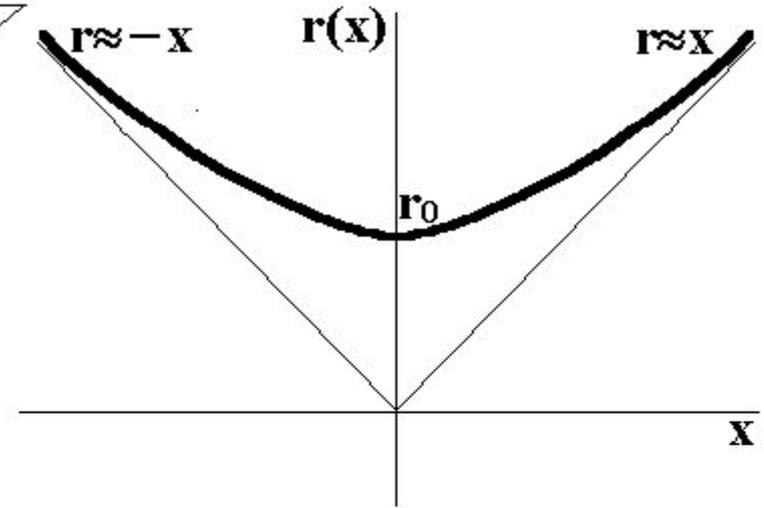
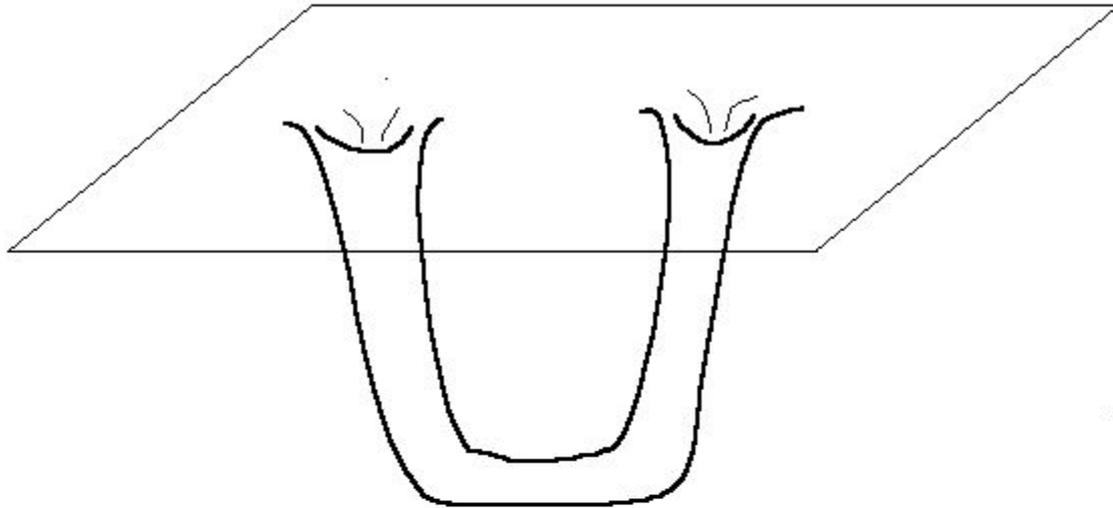
Заряженная
ЧД



Коллапс звезды



Кротовая нора (Wormhole)



$$dS^2 = e^{2\Phi(x)} dt^2 - dx^2 - r^2(x) d\Omega^2 \quad (\text{Morris, Thorne, 1988})$$

$-\infty < x < +\infty$ - радиальная координата

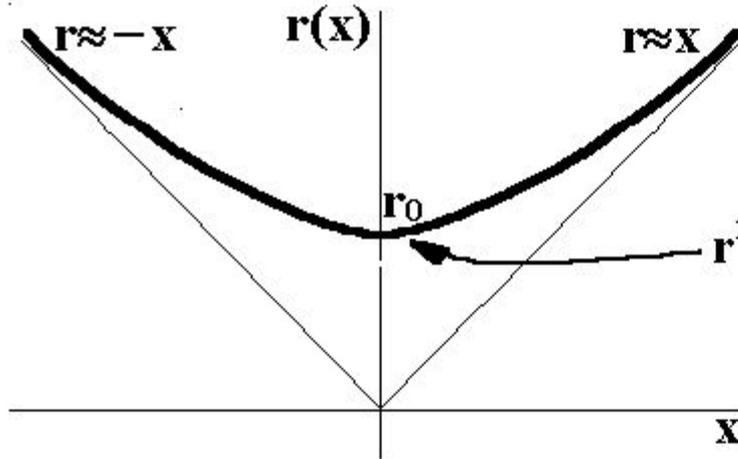
$\Phi(x)$ - "функция красного смещения"

$$S(x) = 4\pi r^2(x)$$

- площадь поверхности сферы с одинаковой силой тяжести
(начало координат отсутствует !)

$$S(x) > 4\pi r_0^2$$

Следствия из уравнений Эйнштейна.



$$r^2(x) \approx r_0^2 + Ax^2 \rightarrow \begin{cases} r_0^2 > 0 \\ A > 0 \end{cases}$$



$$\boxed{\begin{cases} p_{\parallel} < 0 \\ \varepsilon + p_{\parallel} < 0 \end{cases}}$$

$p_{\parallel} = -T_r^r$ - продольное давление

$p_{\perp} = -T_{\theta}^{\theta} = -T_{\varphi}^{\varphi}$ - поперечное давление

ε - плотность энергии

Примеры:

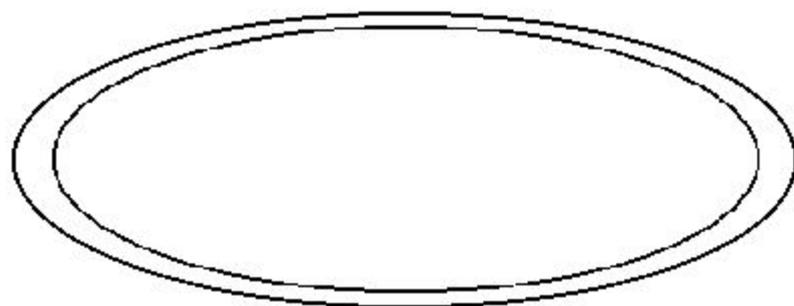
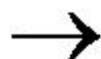
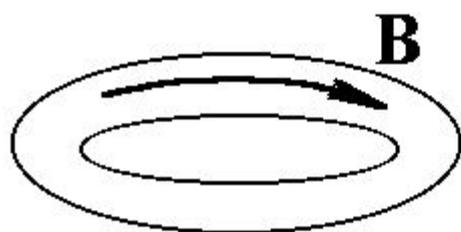
1) Газ, жидкость (закон Паскаля)

$$p_{\perp} = p_{\parallel} \ll \varepsilon \quad \varepsilon \approx nmc^2$$

$$\varepsilon + p_{\parallel} > 0 \quad \text{- не подходит}$$

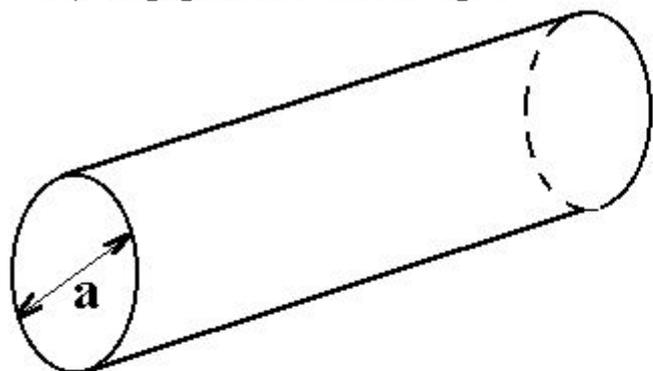
2) Магнитное (электрическое) поле

$$\varepsilon = \mathbf{W} = \mathbf{B}^2/8\pi \quad p_{\perp} = +\mathbf{W} \quad p_{\parallel} = -\mathbf{W}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} p_{\parallel} < 0 \\ \varepsilon + p_{\parallel} = 0 \text{ - почти!} \end{array} \right.$$

3) Эффект Казимира



$$E = \sum_{\alpha} \frac{1}{2} \hbar \omega_{\alpha}$$



$$E = E(a)$$

$$\varepsilon = -Q \quad p_{\parallel} = -Q \quad p_{\perp} = +3 \cdot Q$$

$$Q \sim \hbar c / a^4$$

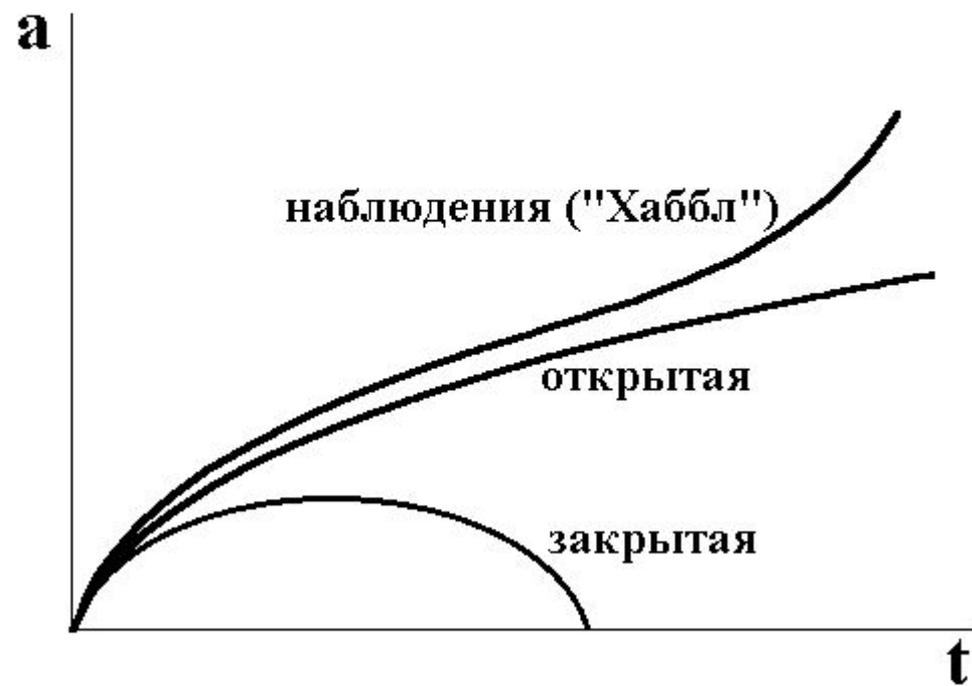
$$\varepsilon + p_{\parallel} = -2 \cdot Q$$

Расчёт T - Davies, Fulling, Unruh, 1992

$$\text{Но! } r_0 \sim L_P = (\hbar G / c^3)^{1/2} = 10^{-33} \text{ см}$$

4) Фантомная материя

$$p_{\parallel} = p_{\perp} \equiv p \quad \varepsilon + p < 0 \quad \varepsilon > 0$$



5) Магнитное (электрическое) поле

+ немного фантомной материи.

Масса , в массах Солнца	r_0 , К М	В , Г с
$3 \cdot 10^9$ (Галактика)	$5 \cdot 10^9$	10^{10}
1	2	10^{19}

Как быть с парадоксом причинности? (луч возвращается и уничтожает машину).

- Вблизи замкнутой световой траектории квантовые флуктуации полей возрастают.
- Следовательно, $M \rightarrow \infty$.
- Вывод: на создание машины нужно затратить бесконечную работу.

Ниже рассмотрено приложение представленных идей к физике элементарных частиц.

**Об одном любопытном близком совпадении.
(направлена в Письма в ЖЭТФ 11.02.2008)**

Л.И.Меньшиков

Российский научный центр "Курчатовский институт", 123182, Москва, Россия

Предложена модель, дающая значение постоянной тонкой структуры, порядка экспериментального значения.

PACS: 04.20.-q; 04.70.-s; 98.80.-k;

В кулоновское взаимодействие двух зарядов входит комбинация e^2 , а в энергию Казимира - $\hbar c$ [1], поэтому заманчиво выглядит идея соединить эти два эффекта с целью вычисления постоянной тонкой структуры $\alpha = e^2 / \hbar c \approx 1/137$. Казимир предложил модель [2] электрона в виде заряженной, идеально проводящей сферы, в которой,

по его предположению, кулоновское отталкивание уравновешивается казимировским притяжением, обусловленным вакуумными флуктуациями. Попытка оказалась неудачной, поскольку эффект Казимира в сфере даёт отталкивание (см. обзор [3]). Оставляя в стороне вопрос об устойчивости электрона и, за неимением лучшего, в данной работе рассмотрим следующую модель (будем её условно называть моделью фотона).

Предположим, что имеется кротовая нора [4,5] с радиальной координатой x , соединяющая две вселенные или две части нашей Вселенной. Глубоко внутри неё, где её радиус a можно считать постоянным ($a(x) = a = const$), на расстоянии L друг от друга находятся две заряженные, идеально проводящие сферы ("электрон" и "позитрон") с зарядами e и $-e$ (можно сказать, что одна сфера находится внутри другой). Электрическое поле, созданное первой из них, имеет противоположные знаки по обе её стороны и по теореме Гаусса равно: $E = 2\pi e/S$, где $S = 4\pi a^2$ -площади сфер.

Сила кулоновского притяжения сфер не зависит от расстояния L и составляет $F_1 = -eE = -2\pi e^2/S$.

Сила казимировского отталкивания рассчитана в [6] для бруска длиной L с поперечным сечением в виде квадрата со стороной a .

При $L \gg a$ она равна:

$$F_2 = C_1 \hbar c / S, \quad C_1 = \frac{\pi^2}{720} + \frac{\zeta(3)}{16\pi},$$

где $\zeta(3) \approx 1.202$ - дзета-функция Римана [7].

Предполагая, что

эти силы уравновешивают друг друга ($F_1 + F_2 = 0$),
получаем соотношение:

$$e^2 / \hbar c = C_1 / 2\pi \approx 1/166$$

Можно допустить, что при замене квадрата на сферу
получим более близкое к экспериментальному
значение α . Для этого нужно регуляризовать
энергию вакуумных колебаний электромагнитного поля

$$E_2 = \hbar \sum_{l=1}^{\infty} (2l+1) \left(\frac{1}{2} \omega_{0l} + \sum_{n=1}^{\infty} \omega_{nl} \right) ,$$

где
$$\omega_{nl} = c \sqrt{\frac{l(l+1)}{a^2} + \left(\frac{\pi n}{L}\right)^2}$$

-частоты собственных мод. Сила Казимира найдётся по
формуле $F_2 = -\partial(\text{reg} E_2) / \partial L$.

Результат будет представлен позже.

Список литературы.

- 1. Н.В.С.Сазимир, Proc. Kon. Nederl.Acad.Wetensch., 60, 793(1948)**
- 2. Н.В.С.Сазимир, Physica, 19, 846(1953)**
- 3. А.А.Гриб, С.Г.Мамаев, В.М.Мостепаненко, Квантовые эффекты в сильных внешних полях. М. Атомиздат, 1980**
- 4. J.A.Wheeler, Phys.Rev., 97, 511 (1953)**
- 5. И.Д.Новиков, Н.С.Кардашев, А.А.Шацкий, УФН, 177, 1017 (2007)**
- 6. С.Г.Мамаев, Н.Н.Трунов, ТМФ, 38, 345 (1979)**
- 7. Справочник по специальным функциям. Ред. М.Абрамовиц и И.А.Стегун, М.: Наука, 1979**