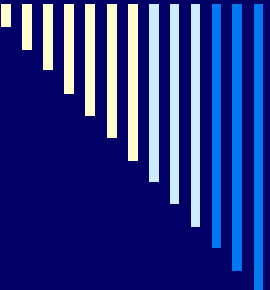


Применение производной в физике

Алгебра и начала анализа
10 класс





Основная цель – определить физический смысл производной, рассмотреть использование механического истолкования производной при решении задач, связанных с физическим смыслом.

Девиз урока:

«Добывай знания сам!»

Что называется производной?

- Производной функции в данной точке называется предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю.

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

О происхождении терминов и обозначений производной и предела

- Термин «производная» - буквально перевод французского слова *deriver*.
- 1797г – Ж.Лагранж ввел современные обозначения y', f' .
- И.Ньютон называл производную *флюксией*, а саму функцию – *флюентой*.
- Г.Лейбниц говорил о дифференциальном отношении и обозначал производную как $\frac{df}{dx}$.
- Термин «предел» (*lim* – сокращение латинского слова *limes* (межа, граница)) ввел И.Ньютон.

«Алгоритм нахождения производной»

В данной функции от x , нареченной игреком $y = f(x)$

Вы фиксируете x , отмечая индексом $x_0; f(x_0)$

Придаете вы ему тотчас приращение $x_0 + \Delta x$

Тем y функции самой вызвав изменение $\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$

Приращений тех теперь взявши отношение $\frac{\Delta x}{\Delta y}$

Пробуждаете к нулю у Δx стремление $\Delta x \rightarrow 0$

Предел такого отношения вычисляется

Он производную в науке называется $y' = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta y}$

В чем суть геометрического смысла производной?

- Геометрический смысл производной состоит в том, что значение производной функции $y=f(x)$ в точке x равно угловому коэффициенту касательной к графику функции в точке с абсциссой x :

$$f'(x) = k = \operatorname{tg} \alpha$$

Проблемная задача

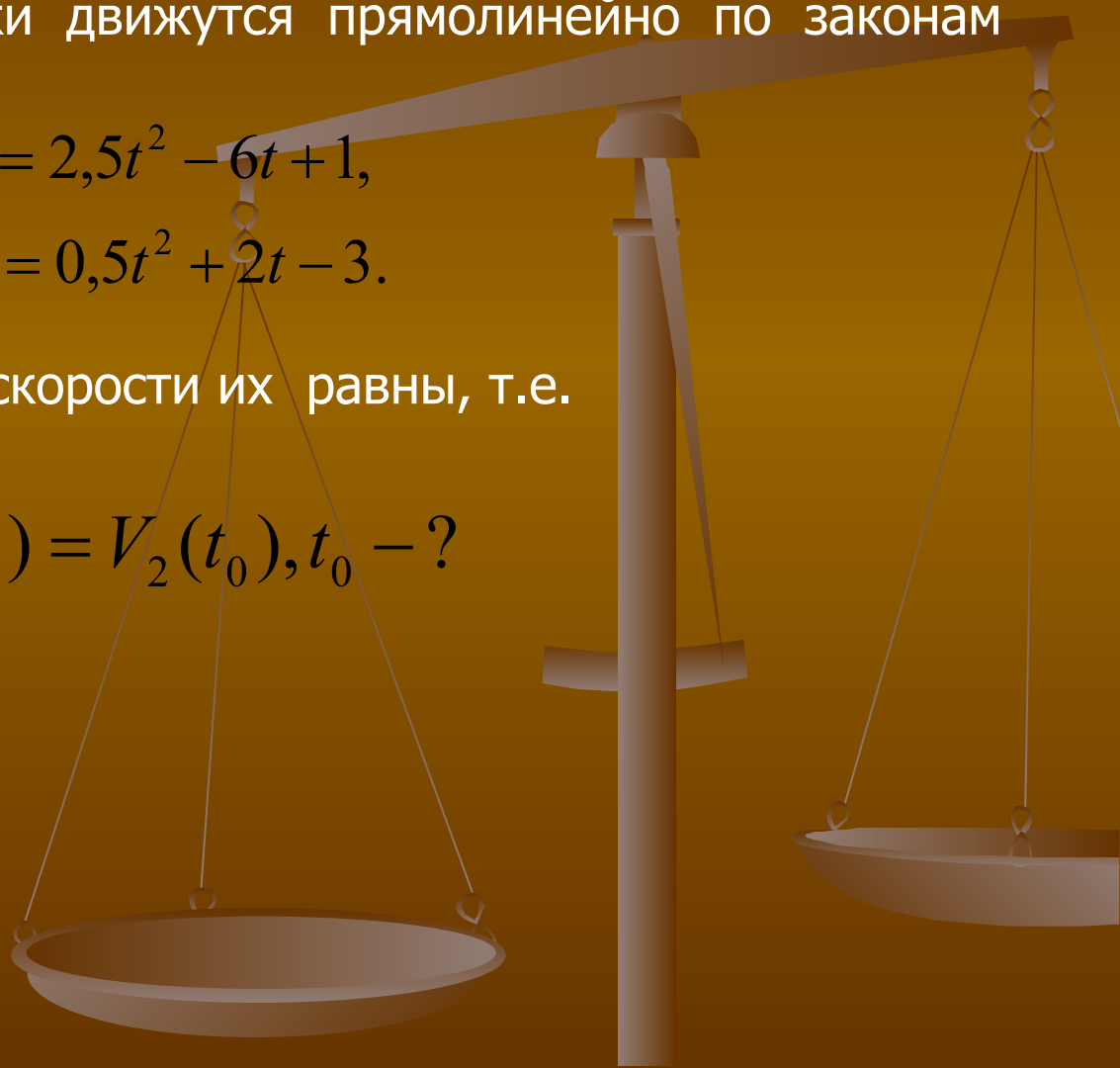
- Две материальные точки движутся прямолинейно по законам

$$S_1(t) = 2,5t^2 - 6t + 1,$$

$$S_2(t) = 0,5t^2 + 2t - 3.$$

В какой момент времени скорости их равны, т.е.

$$V_1(t_0) = V_2(t_0), t_0 - ?$$



Сообщение учащегося о применении производной в физике.

- Если материальная точка движется прямолинейно и ее координата изменяется по закону $x(t)$, то скорость ее движения $v(t)$ в момент времени t равна производной $x'(t)$, т.е. производная от координаты по времени есть скорость ($v(t) = x'(t)$).

Производная от скорости по времени есть ускорение: $a = v'(t)$.

Ускорение движения есть скорость изменения скорости, поэтому ускорение движения в момент времени t равно производной $v'(t)$. Таким образом, ускорение движения в момент времени t равно $v'(t) = (x'(t))'$, т.е. равно производной от производной. Эту производную называют второй производной от функции и обозначают $x''(t)$. Итак,

$$a(t) = v'(t) = x''(t).$$

- Если $Q(t)$ – закон изменения количества вещества, вступившего в химическую реакцию, то скорость $v(t)$ химической реакции в момент времени t равна производной: $v(t) = Q'(t)$.
- Если $V(p)$ – закон изменения объема жидкости от внешнего давления p , то производная $v'(t)$ есть мгновенная скорость изменения объема при внешнем давлении, равном p .
- Сила есть производная работы по перемещению, т.е. $F = A'(x)$.
- Теплоемкость – есть производная теплоты по температуре, т.е.

$$C = Q'(t).$$

Решение проблемной задачи

$$V_1(t) = (2,5t^2 - 6t + 1)' = 5t - 6$$

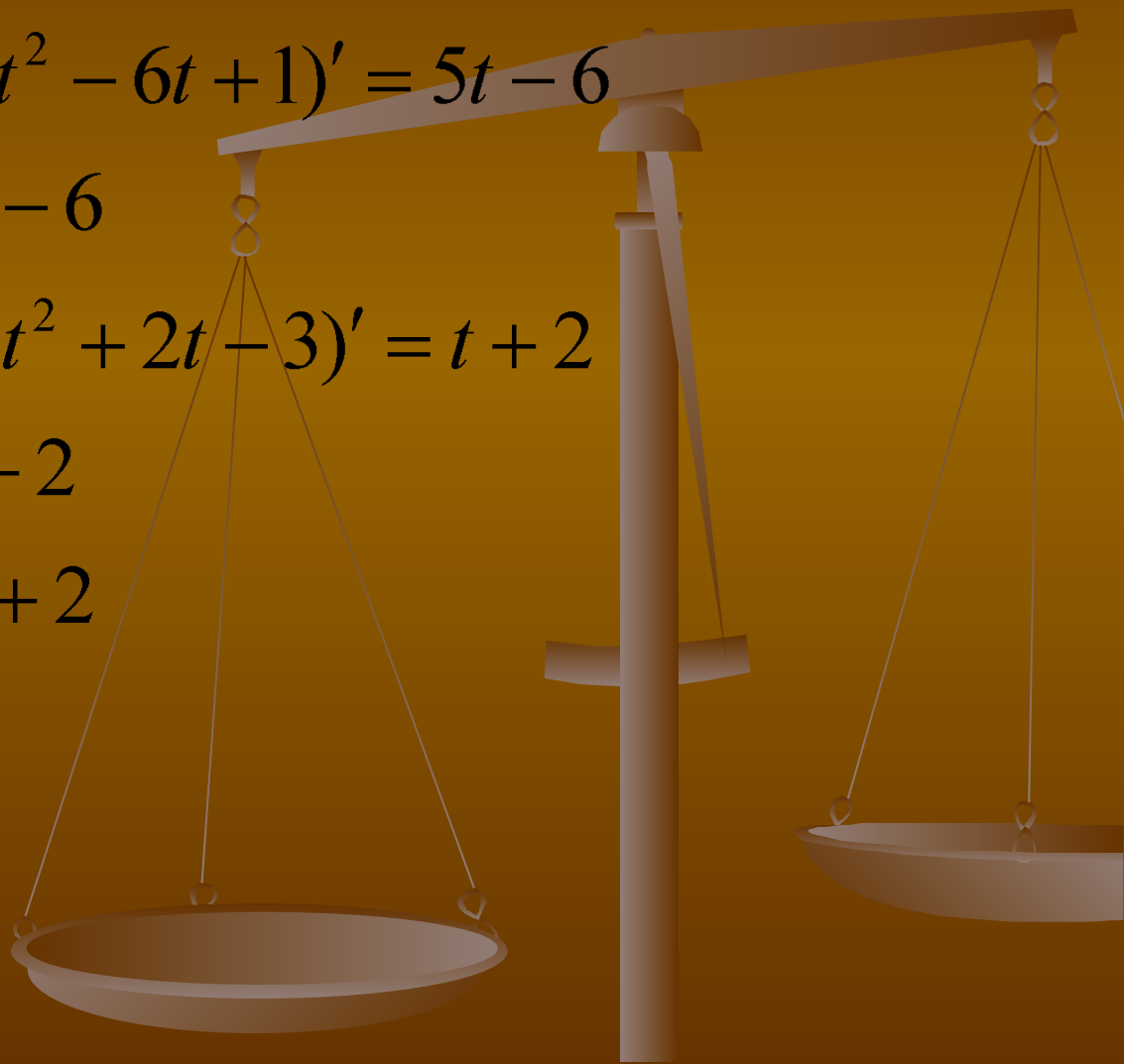
$$V_1(t_0) = 5t_0 - 6$$

$$V_2(t) = (0,5t^2 + 2t - 3)' = t + 2$$

$$V_2(t_0) = t_0 + 2$$

$$5t_0 - 6 = t_0 + 2$$

$$t_0 = 2$$



$$y = f(x)$$

Физический смысл

$$f'(x_0)$$

$$f''(x_0)$$

$$y = f(x)$$

Физический смысл

$$f'(x_0)$$

скорость

$$f''(x_0)$$

ускорение

Задача 1

Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = 2t^3 - 3t$.

Вычислите скорость движения точки:

а) в момент времени t ;

б) в момент времени $t=2$ с.

Решение.

$$\text{а) } V(t) = S'(t) = (2t^3 - 3t)' = 6t^2 - 3$$

$$\text{б) } V(2) = 6 * 2^2 - 3 = 21(\text{м / с})$$

Задача 2

Найдите скорость и ускорение для точки, движущейся по закону $S(t) = t^2 + 2t + 3$:

а) в момент времени t ;

б) в момент времени $t=3$ с.

Решение.

$$а) V(t) = S'(t) = (t^2 + 2t + 3)' = 2t + 2$$

$$a(t) = V'(t) = S''(t) = 2$$

$$б) V(3) = 2 * 3 + 2 = 8(м/с)$$

$$a(3) = 2(м/с^2)$$

Домашнее задание

A_{10-12} § 33, №4, №11 стр.104

