Работа по геометрии на тему:
«Золотое сечение»

Подготовлено: Корнет Л.И.

Содержание

- Введение
- Глава I
- Глава II
- Список используемой литературы
- Приложение

Человек различает окружающие его предметы по форме. Интерес к форме какого-либо предмета может быть продиктован жизненной необходимостью, а может быть вызван красотой формы. Форма, в основе построения которой лежат сочетание симметрии и золотого сечения, способствует наилучшему зрительному восприятию и появлению ощущения красоты и гармонии. Целое всегда состоит из частей, части разной величины находятся в определенном отношении друг к другу и к целому. Принцип золотого сечения – высшее проявление структурного и функционального совершенства целого и его частей в искусстве, науке, технике и природе.

Золотое сечение – гармоническая пропорция.

Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором весь отрезок так относится к большей части, как сама большая часть относится к меньшей; или другими словами, меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему

Рис. 1. *Геометрическое изображение золотой пропорции*

$$a : b = b : c \text{ или } c : b = b : a.$$

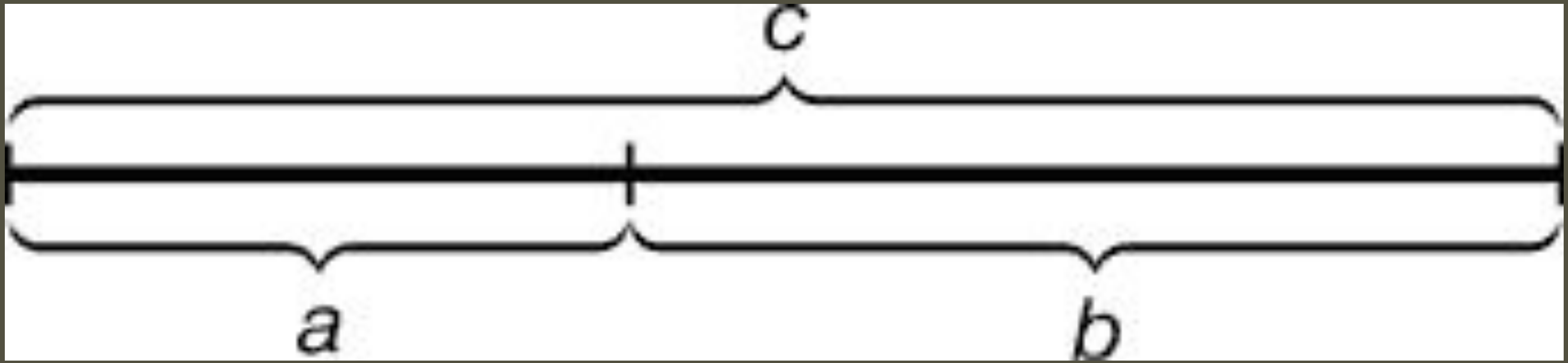
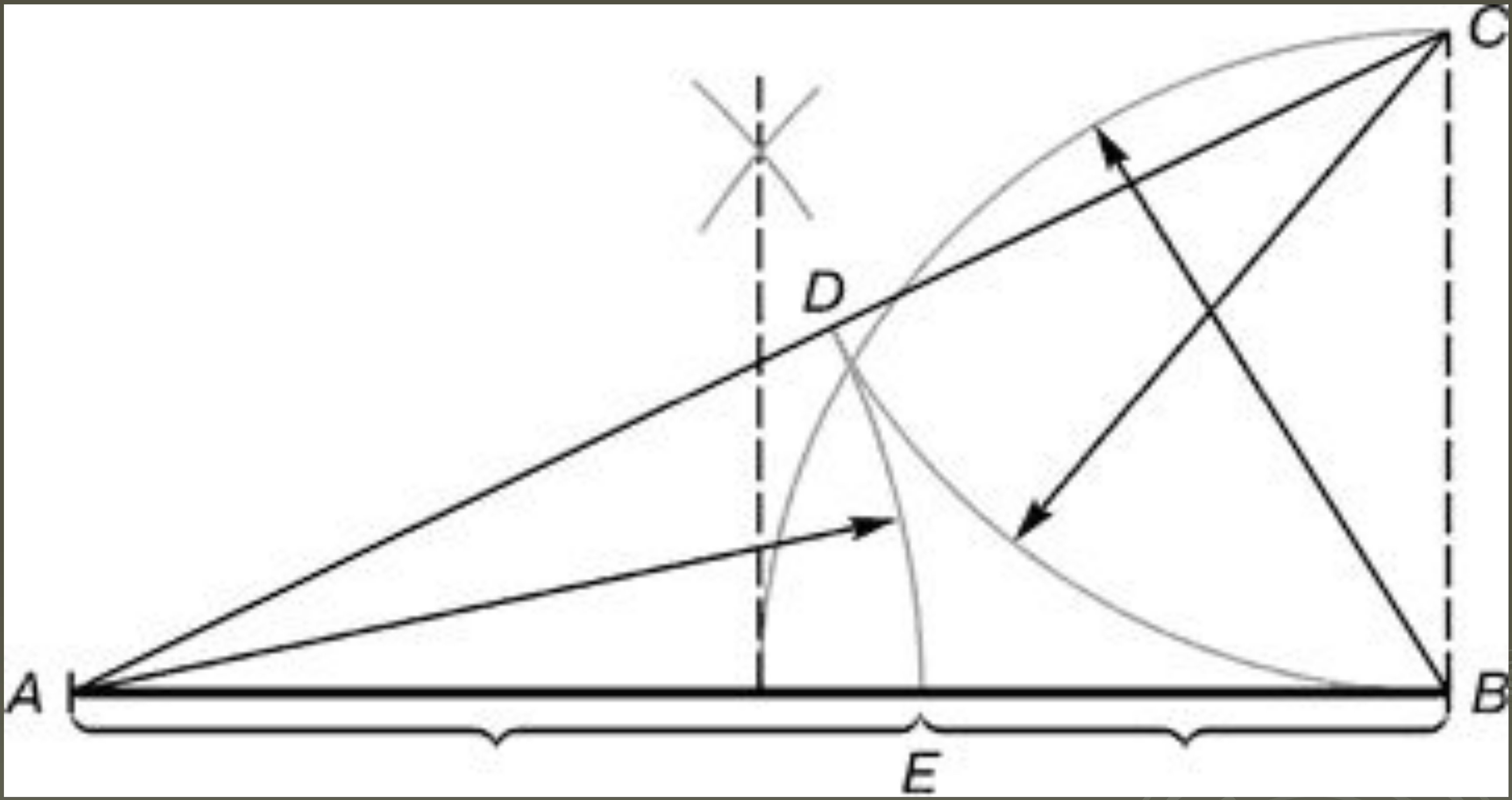


Рис. 1. *Геометрическое изображение золотой пропорции*

Деление отрезка прямой по золотому сечению

Из точки *B* восставляется перпендикуляр, равный половине *AB*. Полученная точка *C* соединяется линией с точкой *A*. На полученной линии откладывается отрезок *BC*, заканчивающийся точкой *D*. Отрезок *AD* переносится на прямую *AB*. Полученная при этом точка *E* делит отрезок *AB* в соотношении золотой пропорции.



C
D
A
B
E

Свойства золотого сечения описываются уравнением:

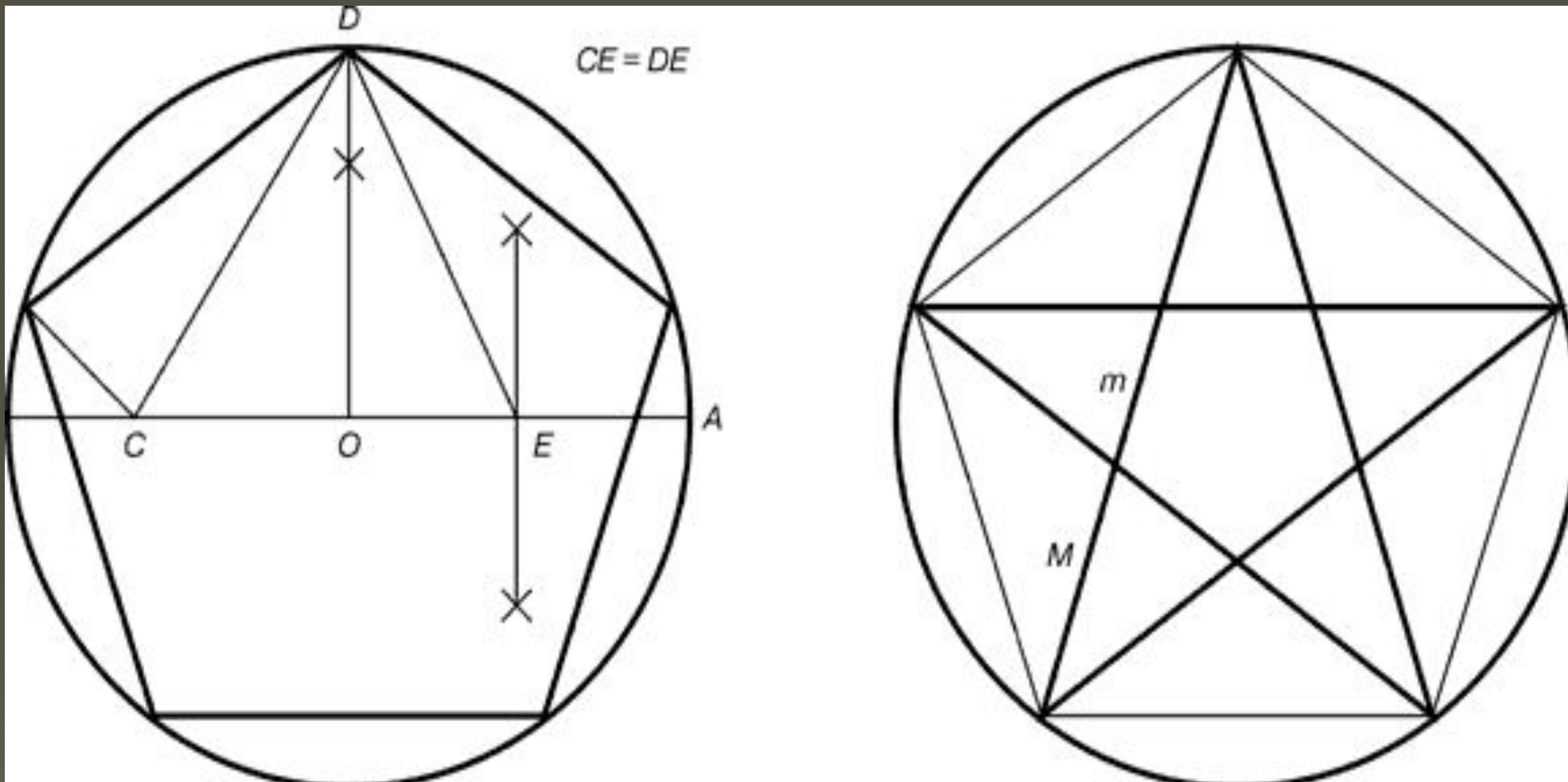
$x2 – x – 1 = 0$.

Решение этого уравнения: $$x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$$

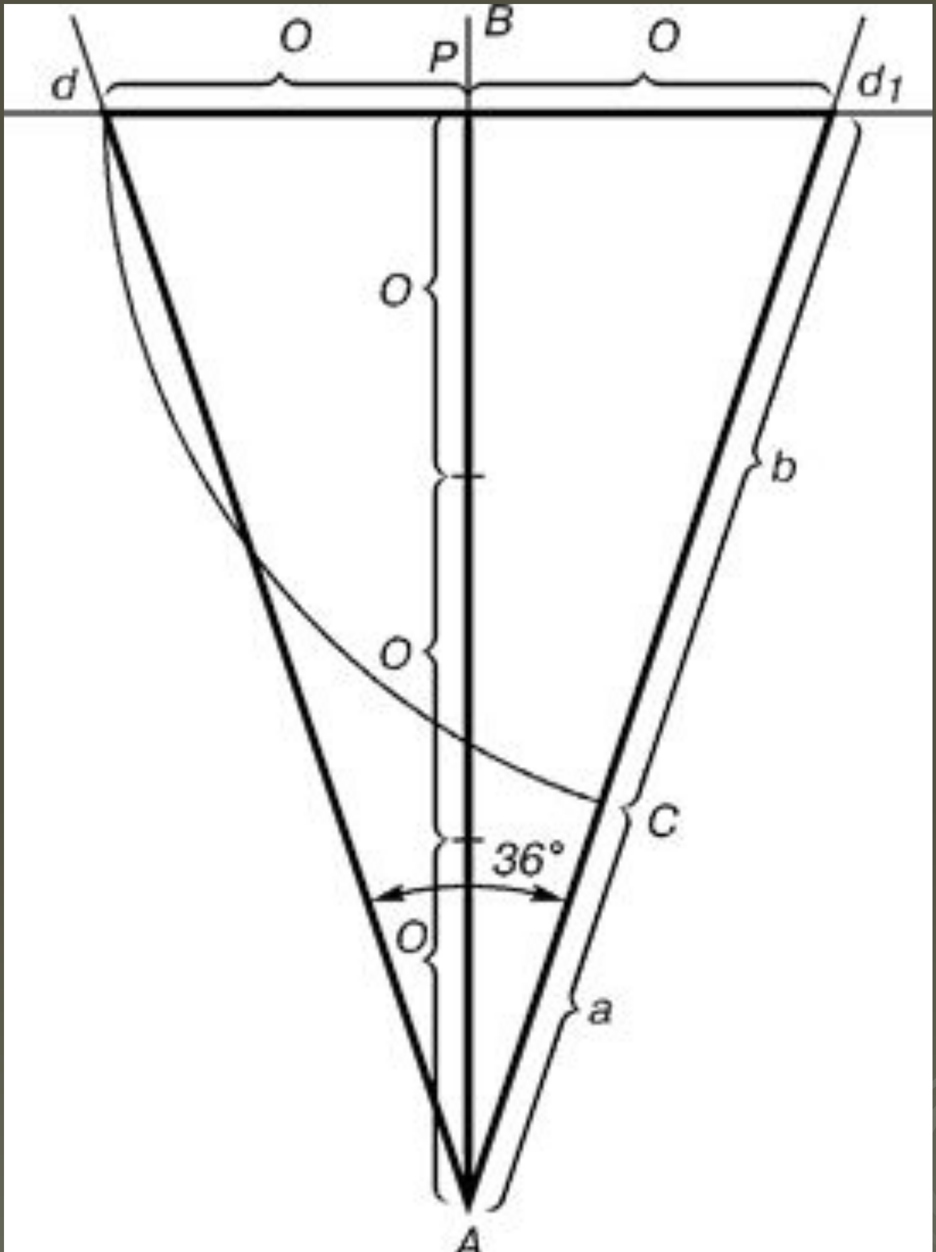
Свойства золотого сечения создали вокруг этого числа романтический ореол таинственности и чуть ли не мистического поклонения.

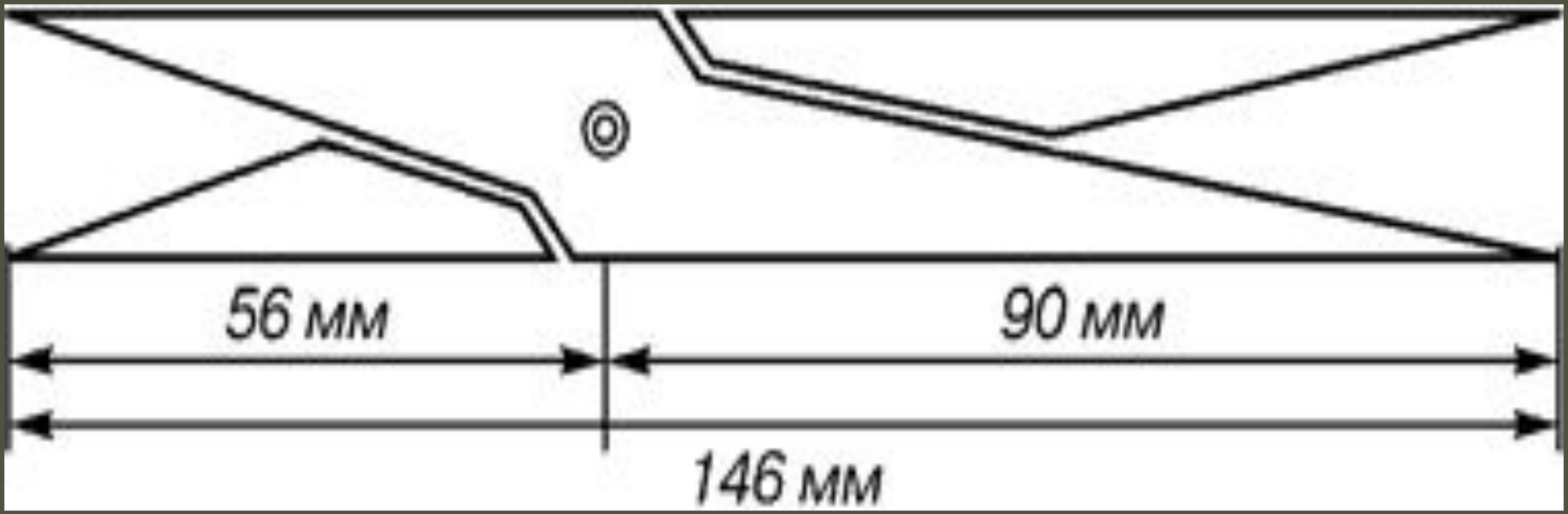
Золотой треугольник

Для построения пентаграммы необходимо построить правильный пятиугольник. Способ его построения разработал немецкий живописец и график Альбрехт Дюрер (1471 - 1528). Пусть *O* – центр окружности, *A* – точка на окружности и *Е* – середина отрезка *ОА*. Перпендикуляр к радиусу *ОА*, восставленный в точке *О*, пересекается с окружностью в точке *D*. Пользуясь циркулем, отложим на диаметре отрезок *CE* = *ED*. Длина стороны вписанного в окружность правильного пятиугольника равна *DC*. Откладываем на окружности отрезки *DC* и получим пять точек для начертания правильного пятиугольника. Соединяем углы пятиугольника через один диагоналями и получаем пентаграмму. Все диагонали пятиугольника делят друг друга на отрезки, связанные между собой золотой пропорцией.


D
CE = DE
C
O
E
A
m
M

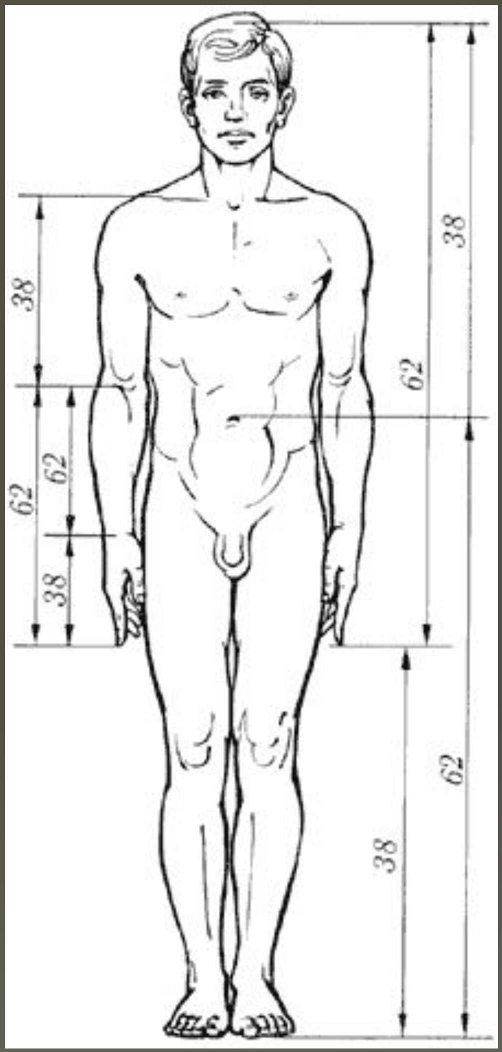
- Проводим прямую *AB*. От точки *A* откладываем на ней три раза отрезок *O* произвольной величины, через полученную точку *P* проводим перпендикуляр к линии *AB*, на перпендикуляре вправо и влево от точки *P* откладываем отрезки *O*. Полученные точки *d* и *d*1 соединяем прямыми с точкой *A*. Отрезок *dd*1 откладываем на линию *Ad*1, получая точку *C*. Она разделила линию *Ad*1 в пропорции золотого сечения.


O
O
B
P
d
d_1
O
b
O
C
36°
O
a
A



Античный циркуль золотого сечения

. Золотые пропорции в фигуре человека

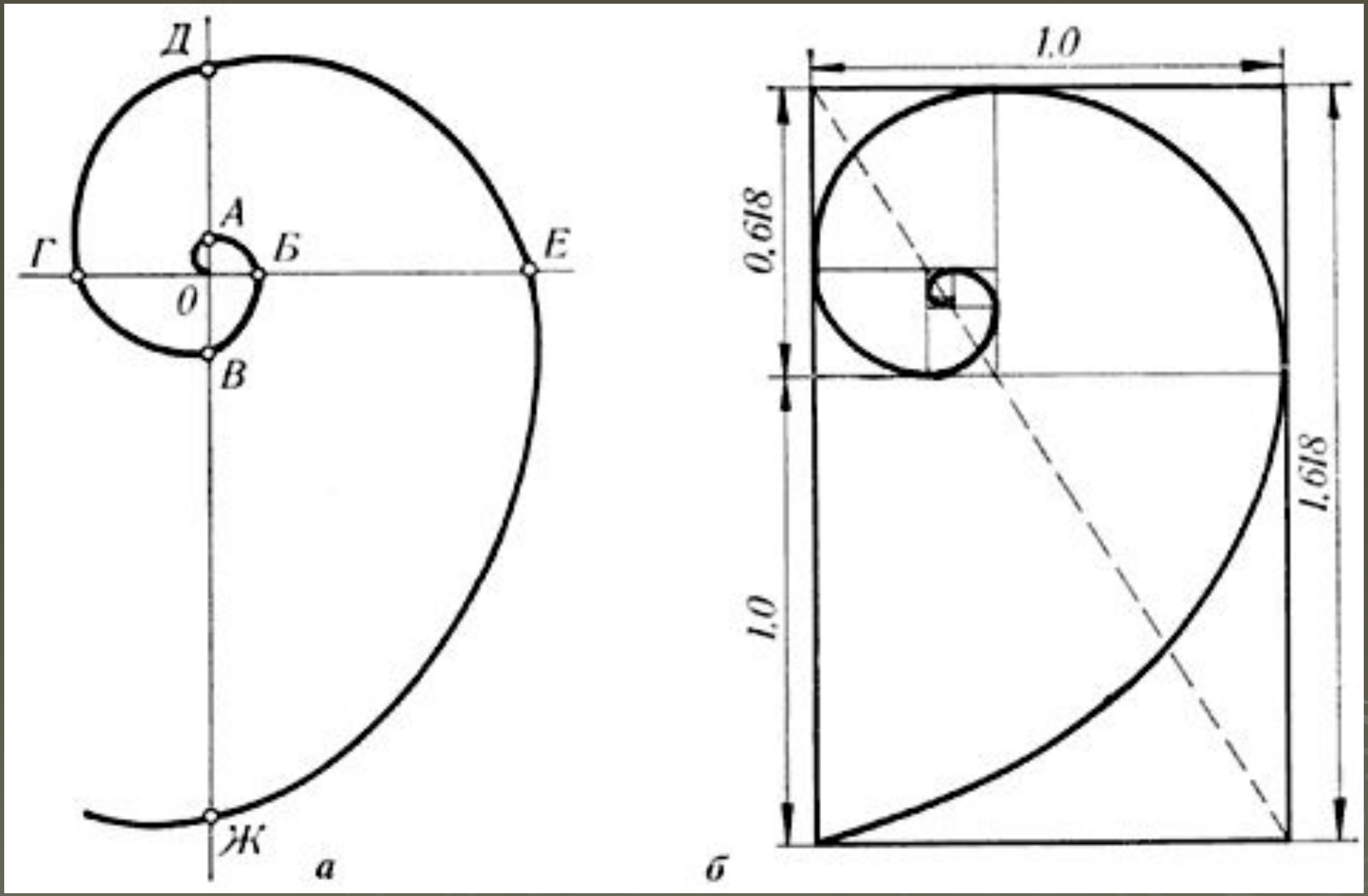


. Золотые пропорции в фигуре человека

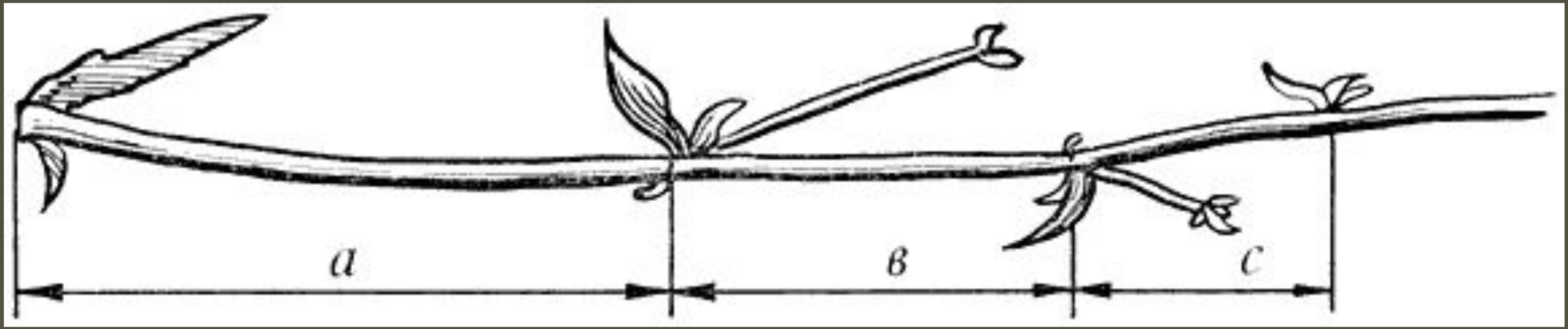
Ряд Фибоначчи

Месяцы	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Пары кроликов	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

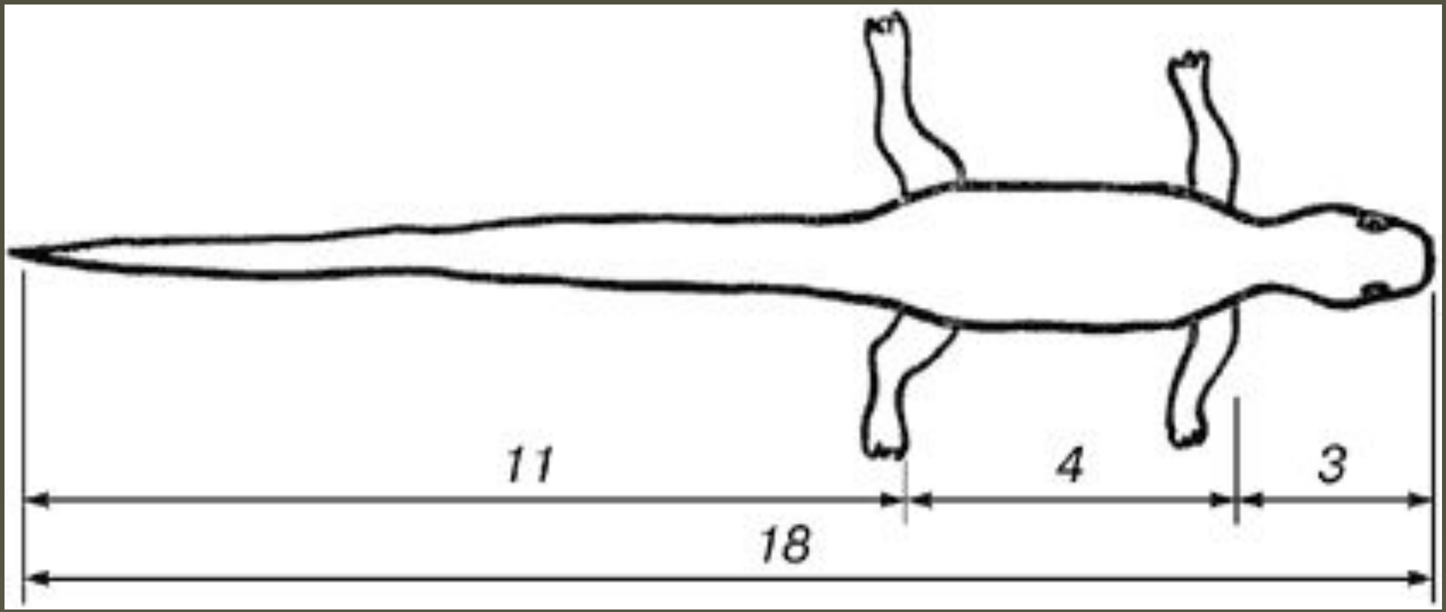
Спираль Архимеда



Цикорий



Ящерица живородящая



.

Список используемой литературы.

- Ковалев Ф.В. Золотое сечение в живописи. К.: Высшая школа, 1989.
- Кеплер И. О шестиугольных снежинках. – М., 1982.
- Дюрер А. Дневники, письма, трактаты – Л., М., 1957.
- Цеков-Карандаш Ц. О втором золотом сечении. – София, 1983.
- 5.Стахов А. Коды золотой пропорции.

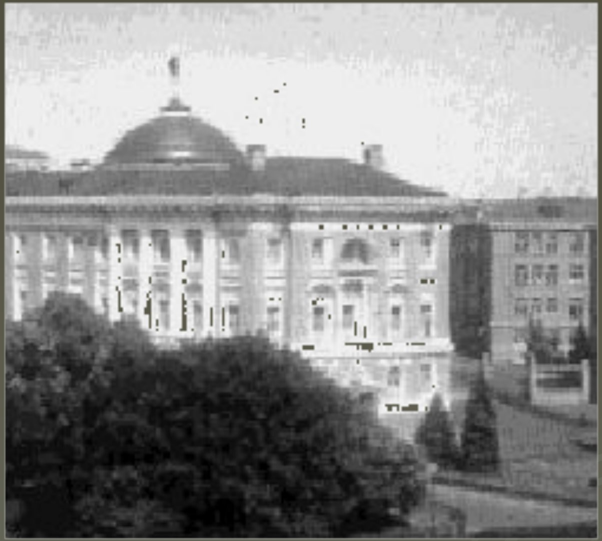
«Золотое сечение» в скульптуре

Афина Парфенос

Зевс Олимпийский

«Золотое сечение» в архитектуре

Парфенон

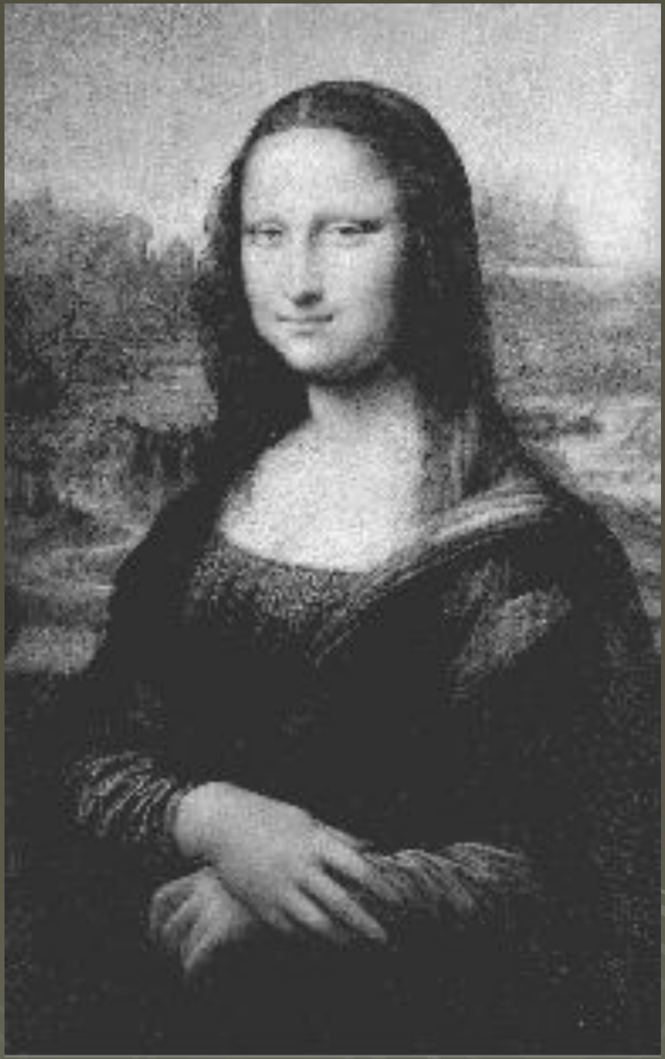


Здание сената в Кремле

Дом Пашкова

«Золотое сечение» в живописи

Леонардо да Винчи



Джоконда

Задача.

Дан треугольник ABC. Точки P и Q лежат на сторонах AB и AC соответственно, T-точка пересечения отрезков CP и BQ. Где следует выбрать точки P и Q, чтобы площадь треугольника PQT была наибольшей?

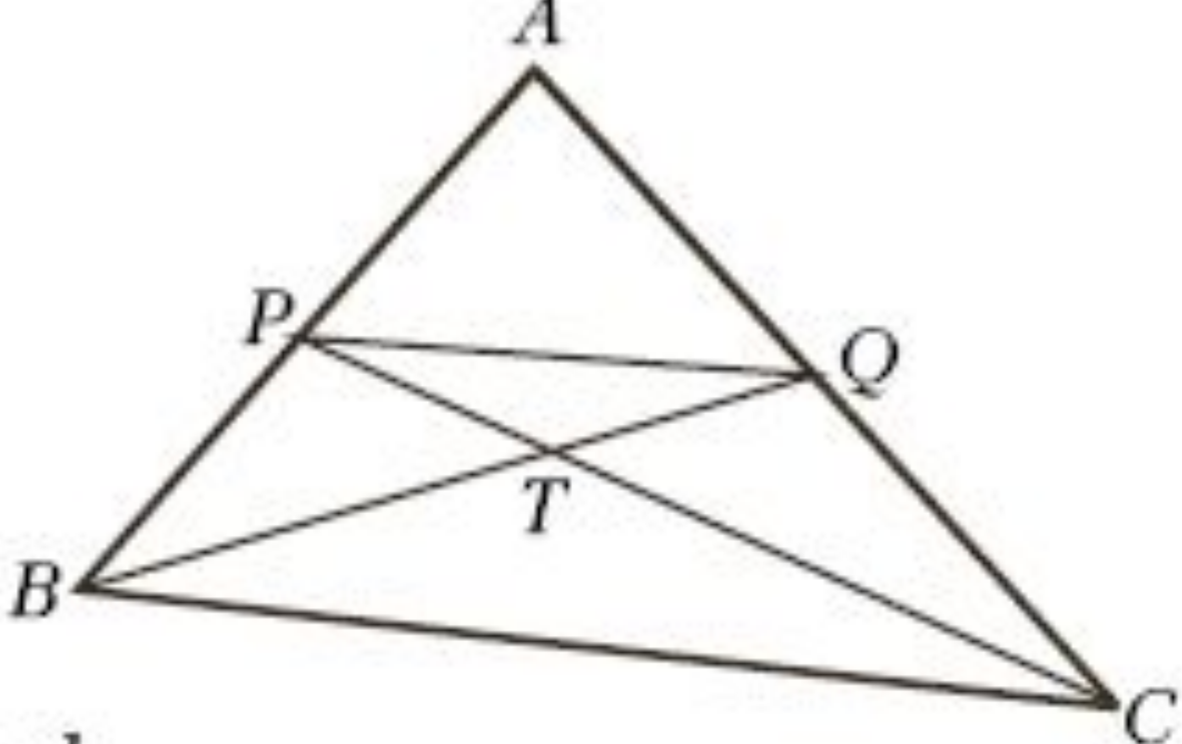


Рис. 1

Решение (векторы). Мы докажем, что площадь треугольника PQT максимальна в случае

$$\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}.$$

Положим (рис.1)

$$\vec{AB} = \vec{b},\ \vec{AC} = \vec{c},$$

$$\vec{AP} = p \cdot \vec{b},\ \vec{AQ} = q \cdot \vec{c},$$

где $0 < p, q < 1$. Тогда

$$\vec{PC} = \vec{c} - p \cdot \vec{b}, \quad \vec{QB} = \vec{b} - q \cdot \vec{c}.$$

Пусть

$$\vec{BT} = n \cdot \vec{BQ}, \quad \vec{PT} = m \cdot \vec{PC}.$$

Так как

$$\vec{BP} + \vec{PT} = \vec{BT},$$

то

$$(p-1)\,\vec{b} + m\left(\vec{c} - p \cdot \vec{b}\right) = n \cdot \left(q \cdot \vec{c} - \vec{b}\right),$$

или

$$(p-1-pm+n)\vec{b}+(m-qn)\vec{c}=\vec{0}.$$

Следовательно,

$$p-1-pm+n=m-qn=0.$$

Отсюда получаем

$$m=\frac{q(1-p)}{1-pq},\ n=\frac{1-p}{1-pq}.$$

Поэтому

$$\vec{TP}=\frac{q(1-p)}{1-pq}\left(p\cdot\vec{b}-\vec{c}\right),$$

$$\vec{TQ}=\frac{p(1-q)}{1-pq}\left(q\cdot\vec{c}-\vec{b}\right).$$

Итак,

$$S_{PQT}=\frac{1}{2}\left|\vec{TP}\cdot\vec{TQ}\right|=\frac{1}{2}f(p,q)\left|\vec{b}\cdot\vec{c}\right|,$$

где

$$f(p,q)=\frac{pq(1-p-q+pq)}{1-pq}.$$

Так как

$$p + q \geq 2\sqrt{pq},$$

то

$$f(p, q) \leq \frac{pq\left(1 - 2\sqrt{pq} + pq\right)}{1 - pq} =$$

$$= \frac{pq\left(1 - \sqrt{pq}\right)}{1 + \sqrt{pq}},$$

равенство достигается при $p = q$. При помощи дифференцирования легко показать, что при $0 < x < 1$ функция $\dfrac{x^2(1 - x)}{1 + x}$ принимает наибольшее значение при $x^2 + x - 1 = 0$, т.е. $x = \dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}$. Таким образом, $f(p, q)$ и, значит, S_{PQT} принимают наибольшее значение в случае $p = q = \dfrac{\sqrt{5} - 1}{2}$.