Ioffe Physico-Technical Institute

Department of theoretical astrophysics

П.С. Штернин, Д.Г. Яковлев

Теплопроводность за счёт электрон-электронных столкновений в оболочках нейтронных звёзд

Санкт-Петербург, 2006

Электронная теплопроводность

Физические условия:

$\rho = 10^4$-10^{14} г/см^3; T = 10^6-10^{10} K

Электроны – вырожденный газ

Ионы – кулоновский кристалл, либо сильно неидеальная жидкость

Переносчики тепла - электроны

$$\kappa_e = \frac{\pi^2 T n_e}{3 m_e^* \nu_e}$$

Lampe, 1968
Flowers and Itoh,1979
Urpin and Yakovlev, 1980
Timmes, 1992

$$\nu_e = \nu_{ee} + \nu_{ei}$$

Potekhin, Baiko, Haensel, Yakovlev, 1999
Gnedin, Yakovlev, Potekhin,2001

Основной результат: e-e столкновения не вносят вклада в теплопроводность

$$\nu_{ee} << \nu_{ei}$$

Кинетическое уравнение

$$\mathbf{v}_e \frac{\partial F_e}{\partial \mathbf{r}} = I_{ee}^{st} + I_{ei}^{st}$$

$$I_{ee}^{st} = \int \frac{\mathrm{d}\,\mathbf{p}_1'\,\mathrm{d}\,\mathbf{p}_2\,\mathrm{d}\,\mathbf{p}_2'}{(2\pi)^9} W(12\,|\,1'2')\left(F_1'F_2'(1-F_1)(1-F_2) - F_1F_2(1-F_1')(1-F_2')\right)$$

Линеаризация интеграла столкноений $\quad F_e = f_0 - \Phi_e \dfrac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_e}$

Эффективное время релаксации $\quad \Phi_e(\mathbf{p}_e) = -\tau_e(\varepsilon_e - \mu_e)\mathbf{v}_e \dfrac{\nabla T}{T}$

$$\nu_{ee} = \frac{3}{8 v_e p_e^2 T^3} \int \frac{\mathrm{d}\,\mathbf{p}_1\,\mathrm{d}\,\mathbf{p}_1'\,\mathrm{d}\,\mathbf{p}_2\,\mathrm{d}\,\mathbf{p}_2'}{(2\pi)^{12}} W(12\,|\,1'2') f_1 f_2 (1-f_1')(1-f_2')$$

$$\times\left(\mathbf{v}_1(\varepsilon_1-\mu) + \mathbf{v}_2(\varepsilon_2-\mu) - \mathbf{v}_1'(\varepsilon_1'-\mu) - \mathbf{v}_2'(\varepsilon_2'-\mu)\right)^2$$

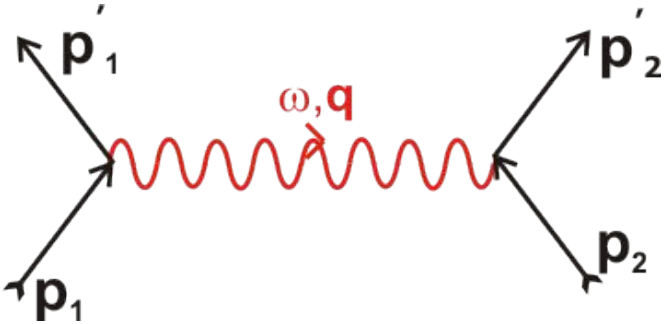
Вероятность столкновений

$$W(12\,|\,1'2') = 4(2\pi)^6 \delta(\varepsilon_1' + \varepsilon_2' - \varepsilon_1 - \varepsilon_2)\delta(\mathbf{p}_1' + \mathbf{p}_2' - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2)\,|\,M_{fi}\,|^2$$

Электрон-электронные столкновения

Матричный элемент взаимодействия

$$M_{fi} \propto \frac{(\mathbf{j}_{1,l} \cdot \mathbf{j}_{2,l})}{\omega^2 \varepsilon^l} - \frac{(\mathbf{j}_{1,tr} \cdot \mathbf{j}_{2,tr})}{q^2 - \omega^2 \varepsilon^{tr}}$$



Нерелятивистское выражение. Закон Кулона.

v→c. Релятивистское слагаемое. Закон Ампера.

Диэлектрическая проницаемость вырожденной плазмы

$$\varepsilon^{l,tr} = 1 + \frac{q_0^2}{q^2} \chi_{l,tr}\left(\frac{\omega}{q v_e}\right)$$

$$\chi_l(x) = 1 - \frac{x}{2} \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

$$\chi_{tr}(x) = -\frac{1}{2} + \frac{(x^2-1)}{4x} \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$$

Экранирующий импульс

$$q_0^2 = \frac{4\alpha}{\pi} \frac{p_e^2}{v_e}$$

Электрон-электронные столкновения

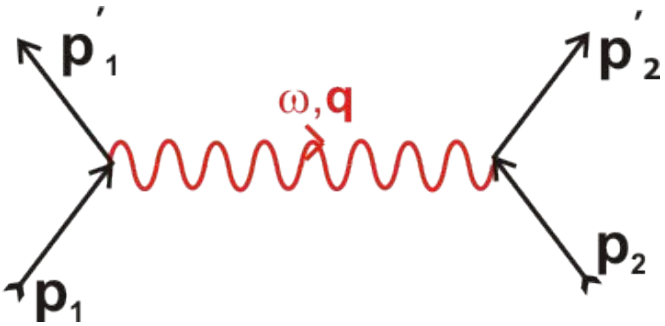
Статический предел ω<<q, ω→0

$$\varepsilon^{l,tr} = 1 + \frac{q_0^2}{q^2}\chi_{l,tr}\left(\frac{\omega}{q v_e}\right)$$

$$\chi_l(x) = 1 \qquad \chi_{tr}(x) = -i\frac{\pi}{4x}$$

Экранирующий импульс

$$q_0^2 = \frac{4\alpha}{\pi}\frac{p_e^2}{v_e}$$



Матричный элемент взаимодействия

$$M_{fi} \propto \frac{1}{q^2 + q_0^2} - \frac{(\mathbf{v}_{1,tr}\cdot\mathbf{v}_{2,tr})}{q^2 - \omega^2 + i\frac{\pi}{4}q_0^2\frac{\omega v_e}{q}}$$

<u>Продольные плазмоны</u> экранируются согласно модели Томаса-Ферми $q_{\min,l} \sim q_0$

<u>Поперечные плазмоны</u> испытывают затухание Ландау $q_{\min,tr} \sim q_0^{2/3}(\omega v_e)^{1/3}$

$$\frac{q_{\min,tr}}{q_{\min,l}} \sim \left(\frac{\omega v_e}{q_0}\right)^{1/3} \le \left(\frac{T v_e}{q_0}\right)^{1/3}$$

=> Для релятивистской сильно вырожденной плазмы поперечные столкновения доминируют

Heiselberg & Pethick, 1993; Jaikumar, Gale, Page, 2005

Частота электрон-электронных столкновений

$$\nu_{ee} = \frac{36\alpha^2}{\pi}\frac{n_e}{m_e^* T} I(v_e,\theta)$$

Параметр квантовости $\theta = \frac{v_e q_0}{T} = \frac{\sqrt{3}T_{pe}}{T}$

$$I(v_e,\theta) = \frac{1}{v_e}\int_0^\infty \mathrm{d}\,w \frac{w\,\mathrm{e}^w}{\left(\mathrm{e}^w - 1\right)^2}\int_0^1 \mathrm{d}x x^2(1-x^2)\int_0^\pi \frac{\mathrm{d}\,\phi}{\pi}(1-\cos\phi)$$

$$\times\left|\frac{1}{1+\left(x\theta/w\right)^2\chi_l(x)} - \frac{v_e^2(1-x^2)\cos\phi}{1-v_e^2x^2-v_e^2x^2\left(x\theta/w\right)^2\chi_{tr}(x)}\right|^2$$

$$\phi = \angle\mathbf{v}_{1,tr},\mathbf{v}_{2,tr};\ x = \frac{\omega}{qv_e};\ w = \frac{\omega}{T}$$

3 слагаемых, соответственно характеру экранирования

$$I = I_l + I_{tr} + I_{tl}$$

v_e<<1, нерелятивистский случай. I_l - доминирует

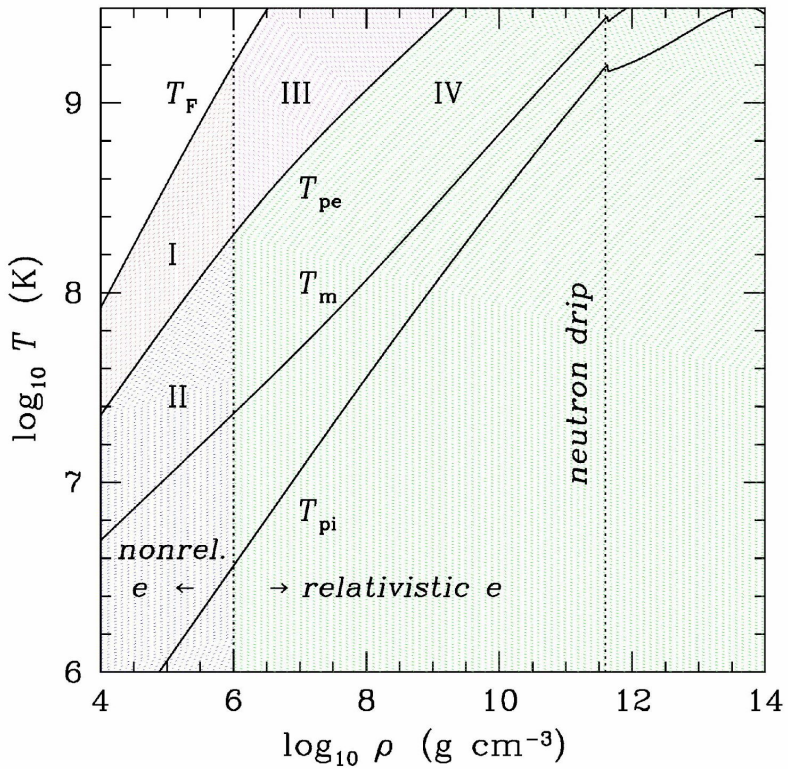
v_e~1, релятивистский случай. I_{tr}, I_{tl} – существенны

Режимы электрон-электронных столкновений

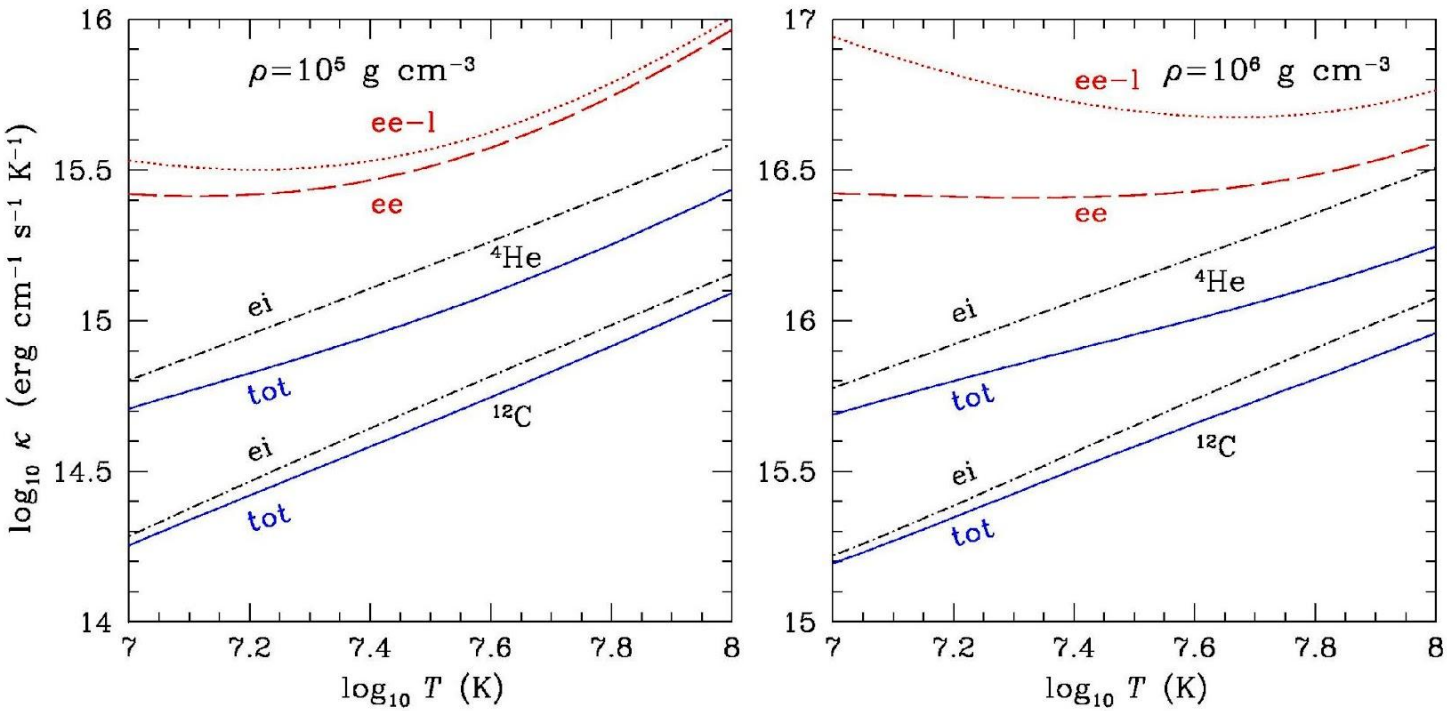
Режим	релятивизм	температура	Главное слагаемое	Температурная зависимость κ_{ee}
I	v_e<<1	T>T_{pe}	I_l	$T^2/\ln(T/T_{pe})$
II	v_e<<1	T<<T_{pe}	I_l	1/T
III	v_e~1	T>T_{pe}	$I_l+I_{tr}+I_{tl}$	$T^2/\ln(T/T_{pe})$
IV	v_e~1	T<<T_{pe}	I_{tr}	const

Пример:

Равновесный ядерный состав



$$\frac{1}{\kappa_e^{tot}} = \frac{1}{\kappa_{ee}} + \frac{1}{\kappa_{ei}}$$



κ_{ei} Gnedin, Yakovlev, Potekhin, 2001

Для более тяжелых ионов (Fe) $\nu_{ee} \ll \nu_{ei}$

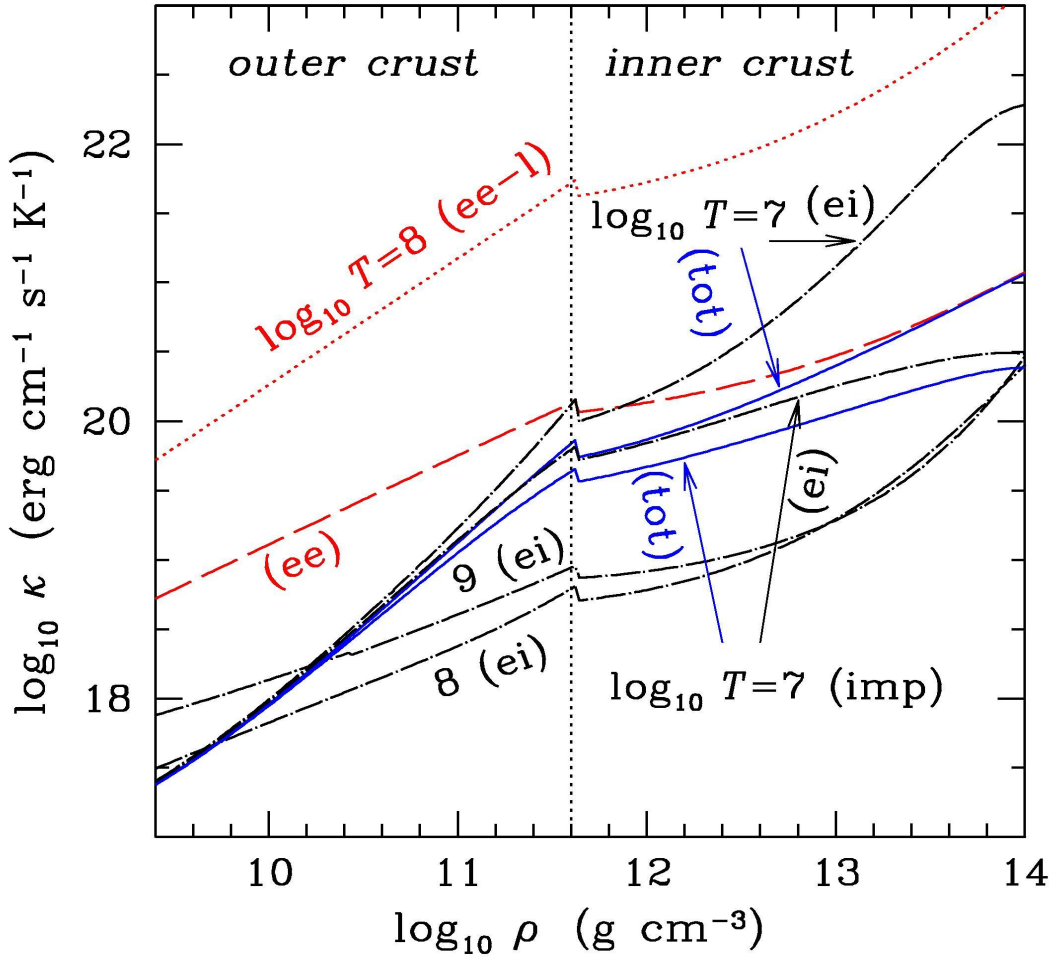
Результаты. О

$$\frac{1}{\kappa_e^{tot}} = \frac{1}{\kappa_{ee}} + \frac{1}{\kappa_{ei}}$$

κ_{ei}

Gnedin, Yakovlev, Potekhin, 2001

Равновесный ядерный состав



Теплопроводность, обусловленная электрон-электронными взаимодействиями (κ_{ee}) не зависит от T (режим IV)

Выводы

- Затухание Ландау существенно модифицирует κ_{ee} в вырожденном релятивистском электронном газе

- При высоких плотностях $\rho >> 10^6$ г/см^3, κ_{ee} не зависит от температуры

- Теплопроводность, обусловленная электрон-электронными столкновениями, может стать сравнимой с теплороводностью, обусловленной электрон-ионными столкновениями, при $T<T_{pe}$. При $\rho > 10^{12}$ г/см^3 электрон-электронные столкновения могут доминировать.

Анонс

- Влияние затухания Ландау на теплопроводность ядер нейтронных звёзд
- Другие кинетические коэффициенты: σ, η