



**П.С. Штернин, Д.Г. Яковлев**

Теплопроводность за счёт электрон-  
электронных столкновений в оболочках  
нейтронных звёзд

Санкт-Петербург, 2006

# Электронная теплопроводность

## Физические условия:

$$\rho = 10^4 - 10^{14} \text{ г/см}^3; \quad T = 10^6 - 10^{10} \text{ К}$$

Электроны – вырожденный газ

Ионы – кулоновский кристалл, либо сильно неидеальная жидкость

Переносчики тепла - электроны

$$\kappa_e = \frac{\pi^2 T n_e}{3 m_e^* v_e}$$

Lampe, 1968  
Flowers and Itoh, 1979  
Urpin and Yakovlev, 1980  
Timmes, 1992

$$v_e = v_{ee} + v_{ei}$$

Potekhin, Baiko, Haensel, Yakovlev, 1999  
Gnedin, Yakovlev, Potekhin, 2001

Основной результат: e-e столкновения не вносят вклада в теплопроводность

$$v_{ee} \ll v_{ei}$$

## Кинетическое уравнение

$$\mathbf{v}_e \frac{\partial F_e}{\partial \mathbf{r}} = I_{ee}^{st} + I_{ei}^{st}$$

$$I_{ee}^{st} = \int \frac{d\mathbf{p}'_1 d\mathbf{p}_2 d\mathbf{p}'_2}{(2\pi)^9} W(12|1'2') (F'_1 F'_2 (1 - F_1)(1 - F_2) - F_1 F_2 (1 - F'_1)(1 - F'_2))$$

Линеаризация интеграла столкновений  $F_e = f_0 - \Phi_e \frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon_e}$

Эффективное время релаксации  $\Phi_e(\mathbf{p}_e) = -\tau_e (\varepsilon_e - \mu_e) \mathbf{v}_e \frac{\nabla T}{T}$

$$\mathbf{v}_{ee} = \frac{3}{8v_e p_e^2 T^3} \int \frac{d\mathbf{p}_1 d\mathbf{p}'_1 d\mathbf{p}_2 d\mathbf{p}'_2}{(2\pi)^{12}} W(12|1'2') f_1 f_2 (1 - f'_1)(1 - f'_2) \\ \times (\mathbf{v}_1(\varepsilon_1 - \mu) + \mathbf{v}_2(\varepsilon_2 - \mu) - \mathbf{v}'_1(\varepsilon'_1 - \mu) - \mathbf{v}'_2(\varepsilon'_2 - \mu))^2$$

Вероятность столкновений

$$W(12|1'2') = 4(2\pi)^6 \delta(\varepsilon'_1 + \varepsilon'_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2) \delta(\mathbf{p}'_1 + \mathbf{p}'_2 - \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2) |M_{fi}|^2$$

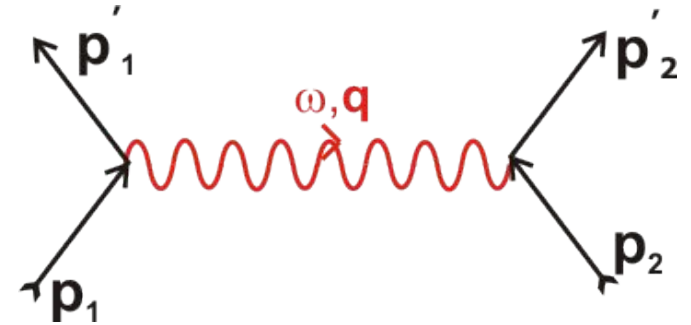
# Электрон-электронные столкновения

Матричный элемент взаимодействия

$$M_{fi} \propto \frac{(\mathbf{j}_{1,l} \boxtimes \mathbf{j}_{2,l})}{\omega^2 \epsilon^l} - \frac{(\mathbf{j}_{1,tr} \boxtimes \mathbf{j}_{2,tr})}{q^2 - \omega^2 \epsilon^{tr}}$$

Нерелятивистское выражение. Закон Кулона.

$v \rightarrow c$ . Релятивистское слагаемое. Закон Ампера.



## Диэлектрическая проницаемость вырожденной плазмы

$$\epsilon^{l,tr} = 1 + \frac{q_0^2}{q^2} \chi_{l,tr} \left( \frac{\omega}{qv_e} \right)$$

$$\chi_l(x) = 1 - \frac{x}{2} \ln \left( \frac{x+1}{x-1} \right)$$

$$\chi_{tr}(x) = -\frac{1}{2} + \frac{(x^2 - 1)}{4x} \ln \left( \frac{x+1}{x-1} \right)$$

Экранирующий импульс

$$q_0^2 = \frac{4\alpha}{\pi} \frac{p_e^2}{v_e}$$

# Электрон-электронные столкновения

Статический предел  $\omega \ll q$ ,  $\omega \rightarrow 0$

$$\epsilon^{l,tr} = 1 + \frac{q_0^2}{q^2} \chi_{l,tr} \left( \frac{\omega}{qv_e} \right)$$

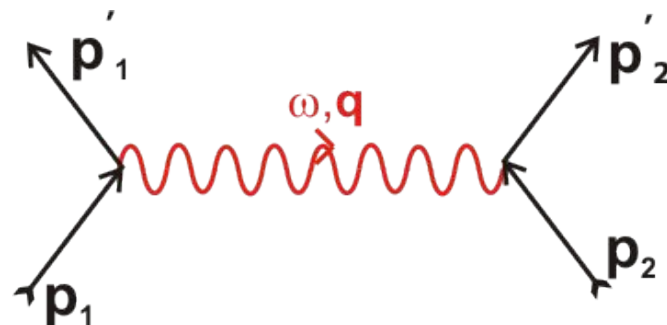
$$\chi_l(x) = 1 \quad \chi_{tr}(x) = -i \frac{\pi}{4x}$$

Матричный элемент взаимодействия

$$M_{fi} \propto \frac{1}{q^2 + q_0^2} - \frac{(\mathbf{v}_{1,tr} \otimes \mathbf{v}_{2,tr})}{q^2 - \omega^2 + i \frac{\pi}{4} q_0^2 \frac{\omega v_e}{q}}$$

Экранирующий импульс

$$q_0^2 = \frac{4\alpha}{\pi} \frac{p_e^2}{v_e}$$



Продольные плазмоны экранируются согласно модели Томаса-Ферми  $q_{\min,l} \otimes q_0$

Поперечные плазмоны испытывают затухание Ландау  $q_{\min,tr} \otimes q_0^{2/3} (\omega v_e)^{1/3}$

$$\frac{q_{\min,tr}}{q_{\min,l}} \otimes \left( \frac{\omega v_e}{q_0} \right)^{1/3} \leq \left( \frac{T v_e}{q_0} \right)^{1/3} \Rightarrow \text{Для релятивистской сильно вырожденной плазмы поперечные столкновения доминируют}$$

# Частота электрон-электронных столкновений

$$v_{ee} = \frac{36\alpha^2}{\pi} \frac{n_e}{m_e^* T} I(v_e, \theta) \quad \text{Параметр квантовости } \theta = \frac{v_e q_0}{T} = \frac{\sqrt{3} T_{pe}}{T}$$

$$I(v_e, \theta) = \frac{1}{v_e} \int_0^\infty dw \frac{w e^w}{(e^w - 1)^2} \int_0^1 dx x^2 (1 - x^2) \int_0^\pi \frac{d\phi}{\pi} (1 - \cos \phi)$$

$$\times \left| \frac{1}{1 + (x\theta/w)^2} \chi_l(x) - \frac{v_e^2 (1 - x^2) \cos \phi}{1 - v_e^2 x^2 - v_e^2 x^2 (x\theta/w)^2} \chi_{tr}(x) \right|^2$$

$$\phi = \angle \mathbf{v}_{1,tr}, \mathbf{v}_{2,tr}; \quad x = \frac{\omega}{qv_e}; \quad w = \frac{\omega}{T}$$

3 слагаемых, соответственно характеру экранирования

$$I = I_l + I_{tr} + I_{tl}$$

$v_e \ll 1$ , нерелятивистский случай.  $I_l$  - доминирует

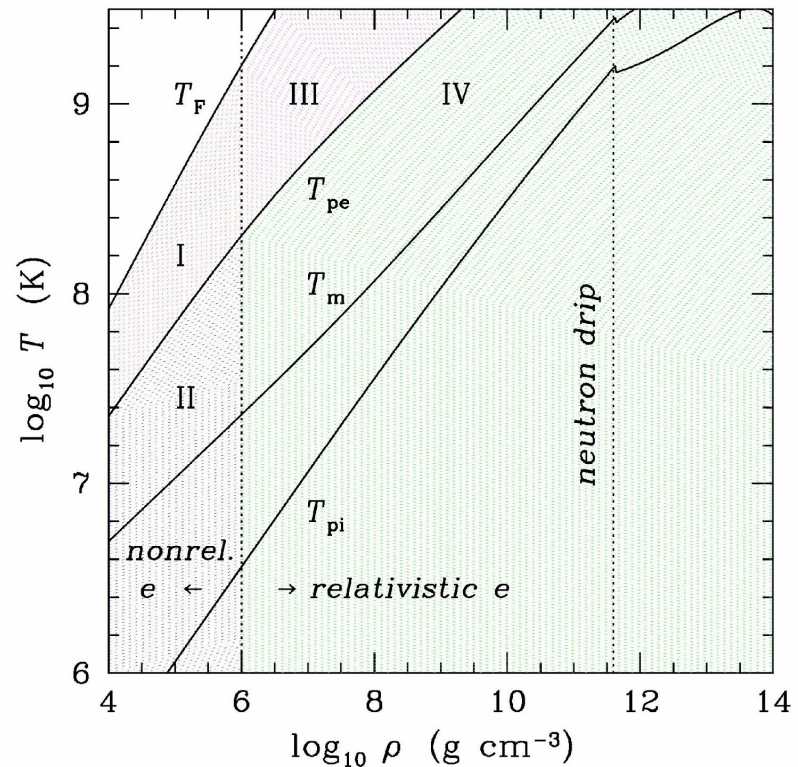
$v_e \sim 1$ , релятивистский случай.  $I_{tr}, I_{tl}$  - существенны

# Режимы электрон-электронных столкновений

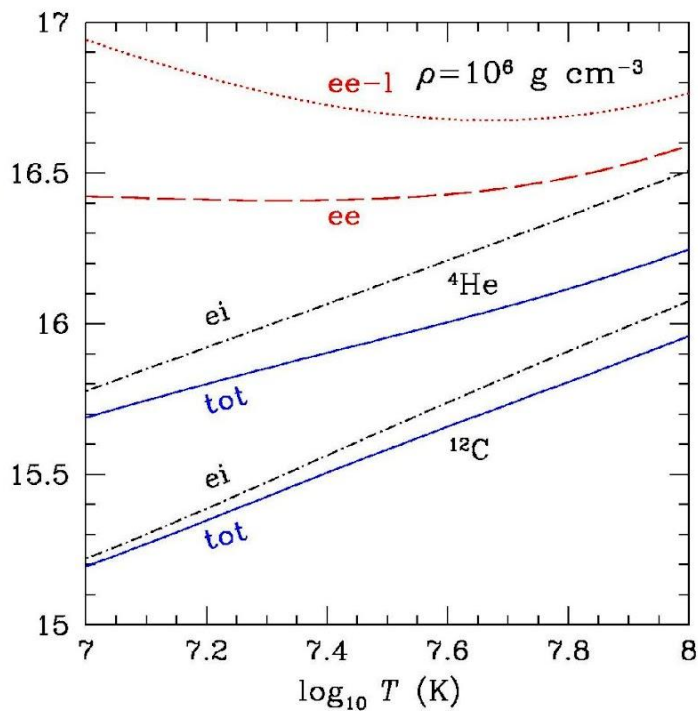
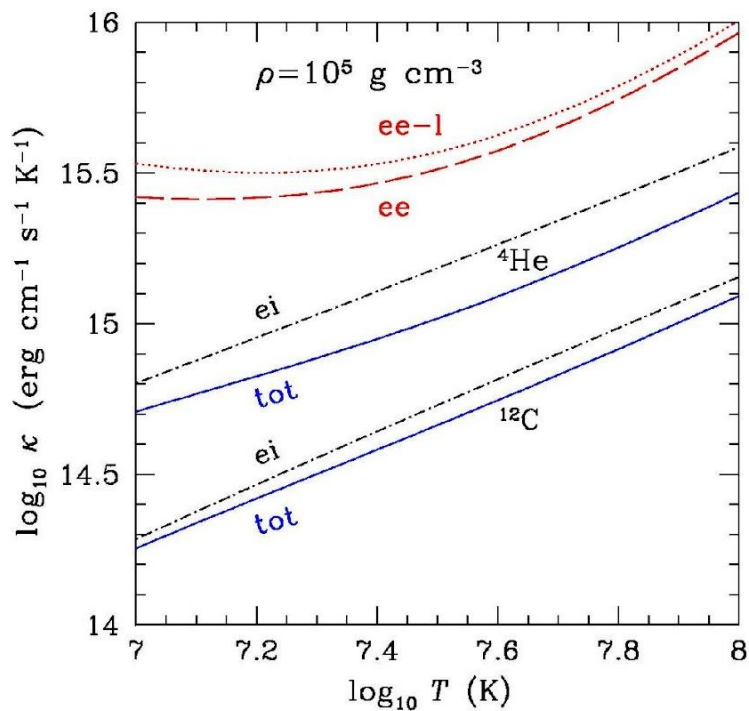
Режим	релятивизм	температура	Главное слагаемое	Температурная зависимость $\kappa_{ee}$
I	$v_e \ll 1$	$T > T_{pe}$	$I_l$	$T^2 / \ln(T/T_{pe})$
II	$v_e \ll 1$	$T \ll T_{pe}$	$I_l$	$1/T$
III	$v_e \sim 1$	$T > T_{pe}$	$I_l + I_{tr} + I_{tl}$	$T^2 / \ln(T/T_{pe})$
IV	$v_e \sim 1$	$T \ll T_{pe}$	$I_{tr}$	const

Пример:

Равновесный ядерный состав



$$\frac{1}{\kappa_e^{tot}} = \frac{1}{\kappa_{ee}} + \frac{1}{\kappa_{ei}}$$



$\kappa_{ei}$  Gnedin, Yakovlev, Potekhin, 2001

Для более тяжелых ионов (Fe)  $v_{ee} \ll v_{ei}$



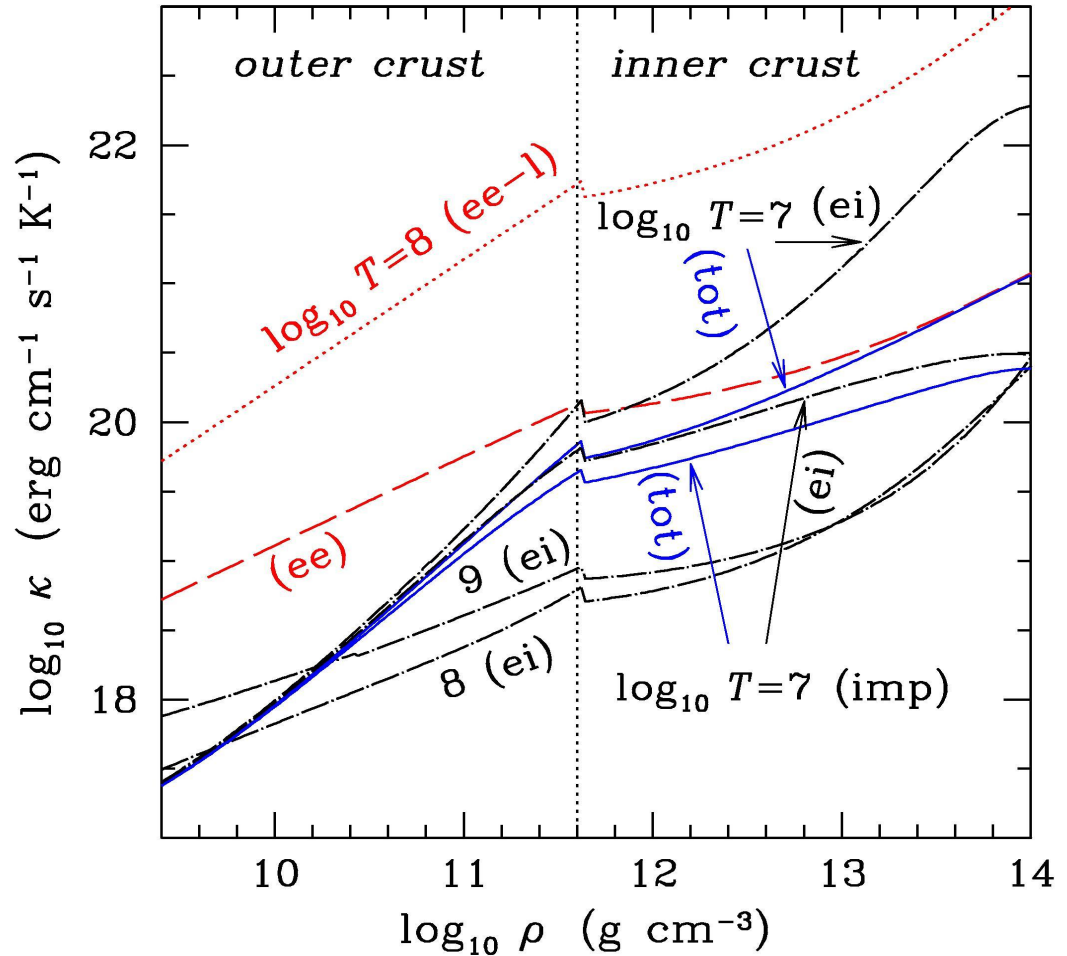
# Результаты. O<sup>-</sup>

$$\frac{1}{\kappa_e^{tot}} = \frac{1}{\kappa_{ee}} + \frac{1}{\kappa_{ei}}$$

$\kappa_{ei}$

Gnedin, Yakovlev, Potekhin, 2001

Равновесный ядерный состав



Теплопроводность, обусловленная электрон-электронными взаимодействиями ( $\kappa_{ee}$ ) не зависит от T (режим IV)

## Выводы

---

- Затухание Ландау существенно модифицирует  $\kappa_{ee}$  в вырожденном релятивистском электронном газе
- При высоких плотностях  $\rho \gg 10^6 \text{ г/см}^3$ ,  $\kappa_{ee}$  не зависит от температуры
- Теплопроводность, обусловленная электрон-электронными столкновениями, может стать сравнимой с теплопроводностью, обусловленной электрон-ионными столкновениями, при  $T < T_{pe}$ . При  $\rho > 10^{12} \text{ г/см}^3$  электрон-электронные столкновения могут доминировать.

## Анонс

---

- Влияние затухания Ландау на теплопроводность ядер нейтронных звёзд
- Другие кинетические коэффициенты:  $\sigma$ ,  $\eta$