«Нахождение корней кубических многочленов»

ученик 10"а" класса
гимназии №144
Калининского района
г.Санкт-Петербурга
Радзевич Павел Владиславович
руководитель:
Петрова Л. Д., учитель математики

Вы спрашиваете зачем я это делаю?

Цель моего исследования:

Выяснить плюсы и минусы решений кубических уравнений различных математиков.

Выбрать самые лёгкие и практичные пути решения.

План работы:

- Введение
- Способы решения

а)Теорема Виета

1)Биография

2)Решение

б)Схема Горнера

1)Биография

2)Решение

в)Решение других учёных

1)Краткая информация об учёных

2)Факты их исследований

- Сравнение методов решения
- Итог
- Литература использованная в презентации

Для нахождения корней кубического многочлена существует несколько способов:

- Теорема Виета
- Схема Горнера
- Другие способы

сравнение способов

Франсуа Виет (1540-1603)

Французский математик, разработал почти всю элементарную алгебру. Известны «формулы Виета», дающие зависимость между корнями и коэффициентами алгебраического уравнения . Франсуа Виет - математик, положивший начало алгебре как науке о преобразовании выражений, о решении уравнений в общем виде.

- Франсуа Виет — замечательный французский математик, положивший начало алгебре как науке о преобразовании выражений, о решении уравнений в общем виде, создатель буквенного исчисления.

- Он прославился тем, что сумел расшифровать код перехваченной переписки короля Испании с его представителями в Нидерландах, благодаря чему король Франции был полностью в курсе действий своих противников.

- Код был сложным, содержал до 600 различных знаков, которые периодически менялись. Испанцы не могли поверить, что его расшифровали, и обвинили французского короля в связях с нечистой силой. К этому времени относятся свидетельства современников Виета о его огромной трудоспособности. Будучи чем-то увлечен, ученый мог работать по трое суток без сна.

Теорема Виета

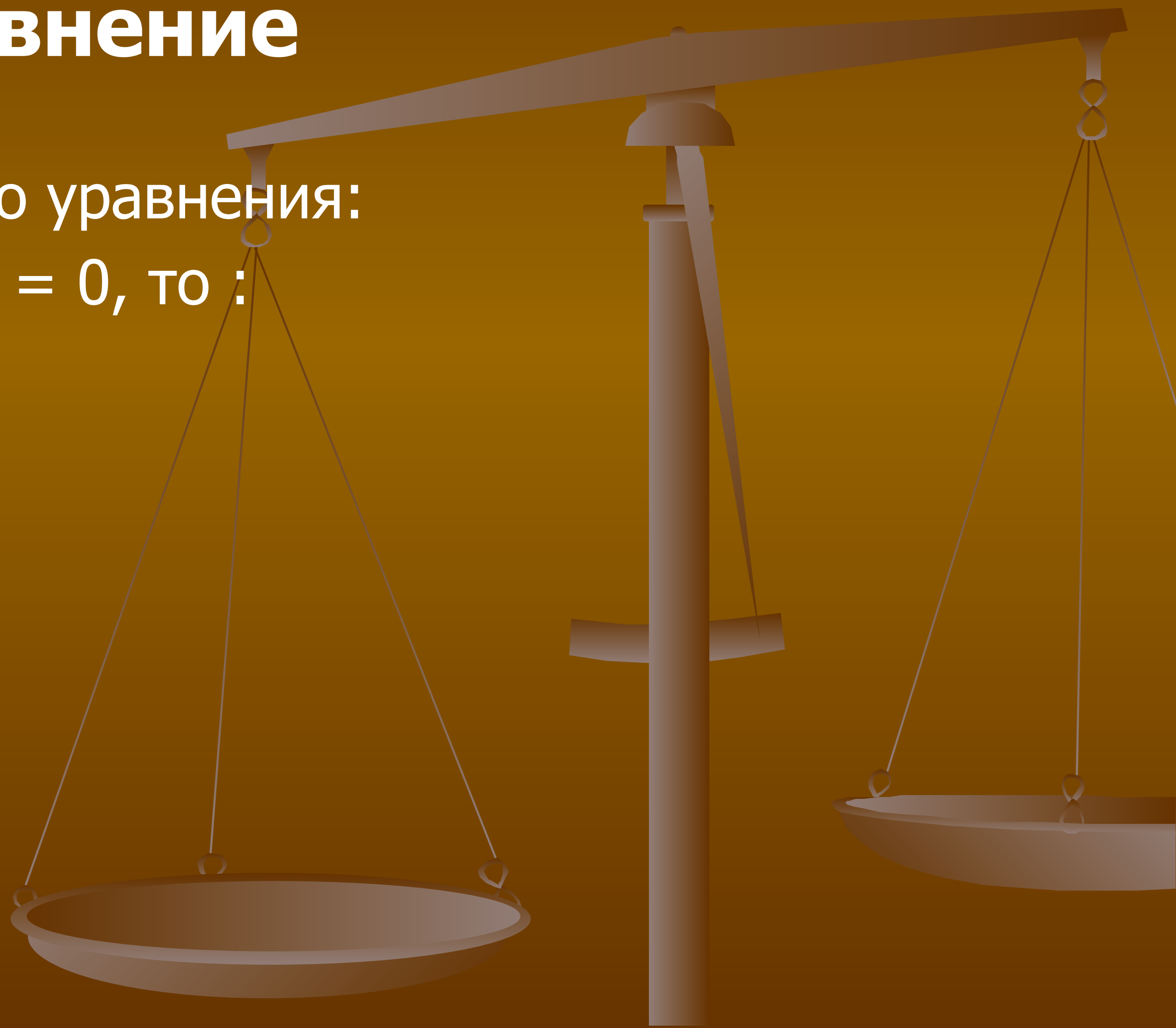
Кубическое уравнение

Если:

x_1, x_2, x_3 корни кубического уравнения:

$p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, то :

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-b/a \\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=c/a \\ x_1x_2x_3=-d/a \end{cases}$$



Пример(теорема Виета):

$x^3-8x^2+40=0$

Пусть x_1,x_2,x_3 корни этого кубического уравнения,то:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-(-8)/1 \\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=0/1 \\ x_1x_2x_3=-40/1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x_1=-2 \\ x_2=5+\sqrt{5} \\ x_3=5-\sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ: $(-2;5-\sqrt{5};5+\sqrt{5})$

Горнер Уильям Джордж (1786 - 1837)

- Английский математик. Основные исследования относятся к теории алгебраических уравнений. Разработал способ приближенного решения уравнений любой степени. В 1819 г. ввёл важный для алгебры способ деления многочлена на двучлен   x - a (схема Горнера).

Метод решения Горнера(схема Горнера):

$x^3-8x^2+40=0$

- Так как корни этого уравнения содержаться среди делителей свободного члена ,то корни будут такими:1 и -1; 2 и -2; 4 и -4 и все остальные

Подставим второй делитель

Корни:	1	-8	0	40
2	1	-6	-12	-16
-2	1	-10	-20	0

Х=2 не корень, так как остаток должен равняться «0»

$(x+2)(x^2-10x+20)=0$

$$\left\{\begin{array}{l} x=-2 \\ \left[\begin{array}{l} x=5+\sqrt{5} \\ x=5-\sqrt{5} \end{array}\right. \end{array}\right.$$

/

$x^2-10x+20=0$

$D=b^2-4ac$

$D=100-80=20$

$x=(-b(+/-)\sqrt{D})/2a$

$x=(10(+/-)\sqrt{20})/2$

$$\left[\begin{array}{l} x=5+\sqrt{5} \\ x=5-\sqrt{5} \end{array}\right.$$

/

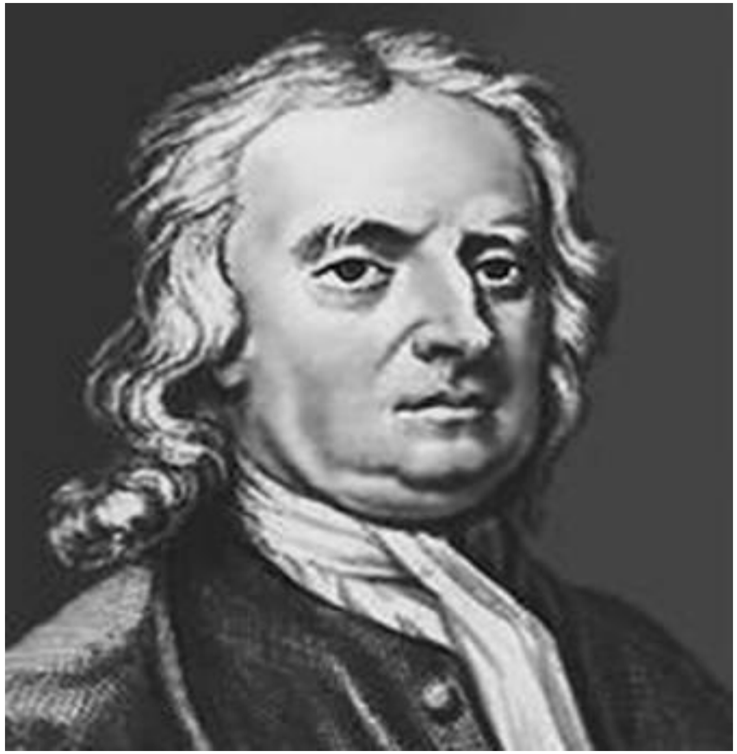
Ответ: $(-2;5-\sqrt{5};5+\sqrt{5})$

Другие способы решения:

- Первым, кто смог найти приближенные решения кубических уравнений, был Диофант(≈3 век н.э.), тем самым заложив основу метода хорд. Сохранившиеся работы Диофанта сообщают об этом.

Исаак Ньютон(1643-1727)

Сохранившиеся работы Диофанта сообщают об этом. Однако первым, кто понял его методы, был Ферма в XVII веке, а первым,кто дал объяснение методу хорд, был Ньютон(1670-е гг.) Метод старый и совсем неудобен в решении.Во многом уступает схеме Горнера и теореме Виета.



Другие способы решения:

- **Джироламо Кардано (1501-1576)**

Его способ для решения неполных кубических уравнений.Также как и начальный способ во всем уступает теории Виета и схеме Горнера.

Сравнения схемы Горнера и теоремы Виета.

- В каждом из методов решения есть свои плюсы и минусы, во многом они дополняют друг друга, например если у кубического уравнения слишком большие коэффициенты, его можно решить с помощью схемы Горнера и проверить теоремой Виета.

+/- Теорема Виета

+/- Схемы Горнера

Итог

+/- теоремы Виета

+

Самый быстрый способ решения кубического уравнения;

Легко можно использовать при проверке ответа;

-

Невозможно использовать в уравнениях с большими коэффициентами.

+/- схемы Горнера

+

С помощью схемы можно решать все виды кубических многочленов;

Этот способ решения почти до конца убрал вероятность арифметической ошибки;

-

Решение этим способом требует не мало времени.

Итог моих исследований:

- Просмотрев множество способов решения кубических уравнений я остался верен двум на мой взгляд самым надёжным и практичным способам - это теорема Виета и схема Горнера, они позволяют быть уверенным в своем ответе.
- Теперь, выбирая между ними, мне стоит лишь посмотреть на сложность коэффициента уравнения.

Своей работой я смог помочь в выборе решений себе и моим одноклассникам.

Я считаю что способы решения кубических уравнений необходимы в жизни, ведь ещё в древние времена учёные пытались найти свой метод поиска ответов на них.

Литература использованная в презентации:

- Учебник алгебры "Алгебра и начала анализа 10-11 класс" Алимов Ш. А.
- Книга "100 великих учёных" Д. К. Самин.
- "Другая история науки от Аристотеля до Ньютона" Сергей Валянский и Дмитрий Калюжный.
- "Большой энциклопедический словарь"
- "Большая советская энциклопедия"
- Фотографии знаменитых учёных http://yandex.ru