

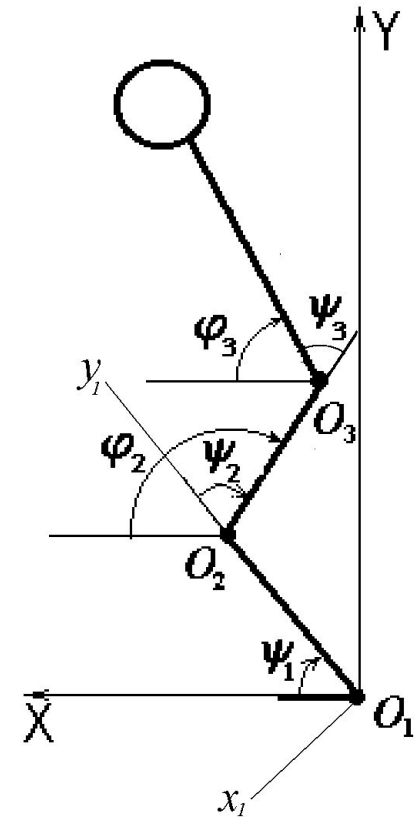
# Компьютерное моделирование позы больного ДЦП после хирургической коррекции



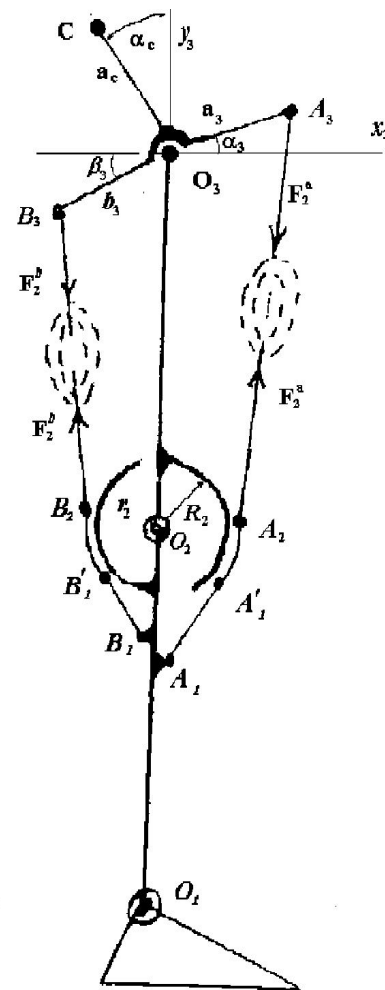
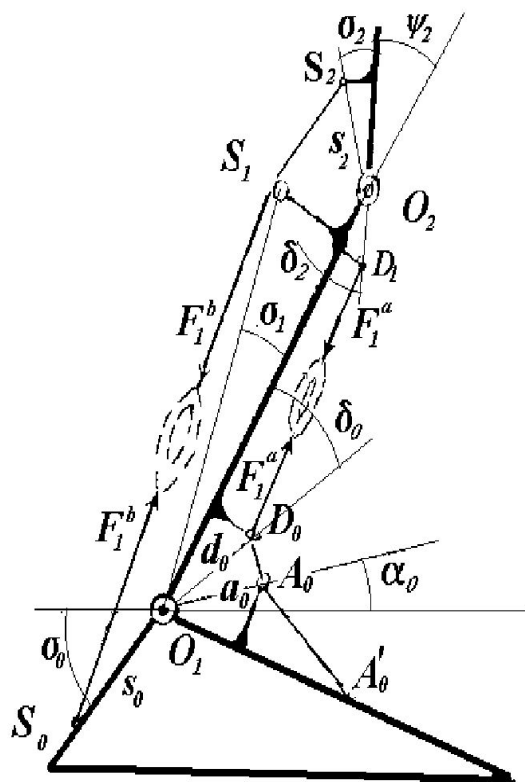
- П.А.Кручинин, Журавлев А.М., Хакимов А.И Математическое моделирование нарушений позы больных при rectus-синдроме и hamstring-синдроме.- Математическое моделирование движений человека в норме и при некоторых видах патологии. – М.: Изд. МГУ, 2005. С. 54-64.
- Кручинин П.А., Никитина О.В. Компьютерное моделирование позы больного ДЦП после хирургической коррекции средствами пакета MATLAB // Труды III Всероссийской научной конференции ПРОЕКТИРОВАНИЕ НАУЧНЫХ И ИНЖЕНЕРНЫХ ПРИЛОЖЕНИЙ В СРЕДЕ MATLAB. СПб, 2007, с. 1558-1567.
- Кручинин П.А., Никитина О.В. Моделирование позы больного ДЦП при hamstring-синдроме после хирургической коррекции по А.М.Журавлеву // Вестник МГУ. Математика. Механика. 2010, N 2 , с. 18-23

# Заболевание ЦНС

Причина симптомо-комплекса hamstring-синдрома – чрезмерное напряжение задних двухсуставных мышц бедра.

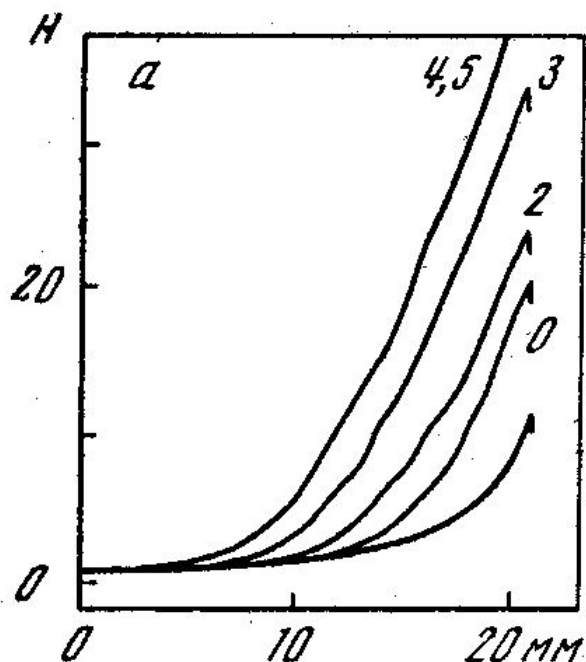


# Схема крепления двухсуставных мышц антагонистов НИЖНИХ КОНЕЧНОСТЕЙ



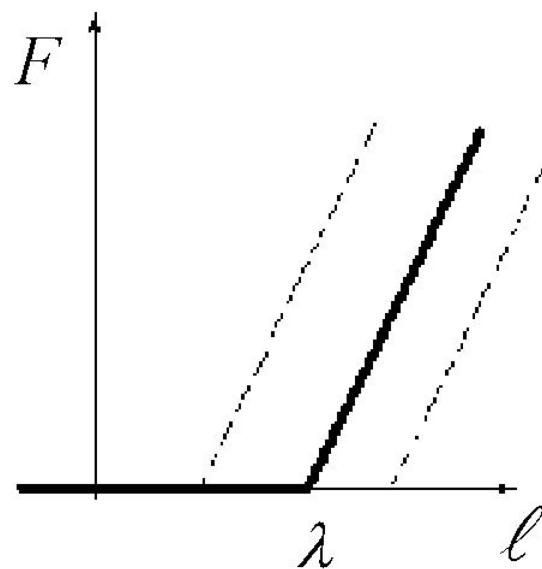
## Модель А.Г.Фельдмана мышечных усилий

Семейство характеристик тонического стреч-рефлекса *m.gastrocnemius* децеребрированной кошки.



$$F(l, \lambda) = \begin{cases} 0, & l < \lambda \\ K(l - \lambda), & l \geq \lambda \end{cases}$$

А.Г.Фельдман. Центральные и рефлекторные механизмы управления движениями. М.:Наука. 1979



$$\frac{d}{dt} l_2^a = \psi'_2 R_2 + \psi'_3 a_3 \cos(\psi_3 + \alpha_3) \quad \text{прямая}$$

$$\frac{d}{dt} l_2^b = -\psi'_2 r_2 - \psi'_3 b_3 \cos(\psi_3 + \beta_3) \quad \text{группа hamstring}$$

$$\frac{d}{dt} l_1^a = \frac{a_0 d_0 \psi'_1 \sin(\psi_1 - \alpha_0 - \delta_0)}{|A_0 D_0|} \quad \text{разгибатели пальцев}$$

$$\frac{d}{dt} l_1^b = -\psi'_1 s_0 \sin(\psi_1 - \sigma_0 + \sigma_1) \quad \text{икроножная}$$

$$-\frac{1}{|S_1 S_2|} [\psi'_2 s_2 (\Delta_1 \sin(\psi_2 + \sigma_2) + L_1 \sin \sigma_1 \cos(\psi_2 + \sigma_2))] \quad 5$$

Уравнения равновесия : €

$$Q_i = 0 \quad (i = \psi_1, \psi_2, \psi_3)$$

---

***Возможная мощность активных сил***

$$N_v = -mgV_{cyy} - V_{1v}^a F_1^a - V_{1v}^b F_1^b - V_{2v}^a F_2^a - V_{2v}^b F_2^b$$

***Вертикальная проекция возможной скорости центра масс;***

$$V_{cyy} = L_1 \psi'_{1v} \cos \psi_1 + L_2 (\psi'_{1v} + \psi'_{2v}) \cos(\psi_1 + \psi_2) \\ + a_c (\psi'_{1v} + \psi'_{2v} + \psi'_{3v}) \cos(\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \alpha_c)$$

***Обобщенные силы***

$$Q_{\psi_1} = -mgx_c + M_{\psi_1}$$

$$Q_{\psi_2} = -mg[L_2 \cos(\psi_1 + \psi_2) + a_c \cos(\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \alpha_c)] + M_{\psi_2}$$

$$Q_{\psi_3} = -mg[a_c \cos(\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 + \alpha_c)] + M_{\psi_3} \quad 6$$

## Моменты в суставах

---

$$M_{\psi_1} = -F_1^a \frac{a_0 d_0}{|A_0 D_0|} \sin(\psi_1 - \alpha_0 - \delta_0) + F_1^b s_0 \sin(\psi_1 - \sigma_0 - \sigma_1) + M_1$$

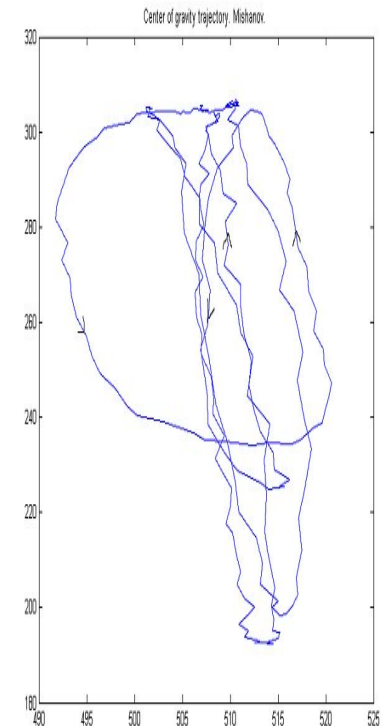
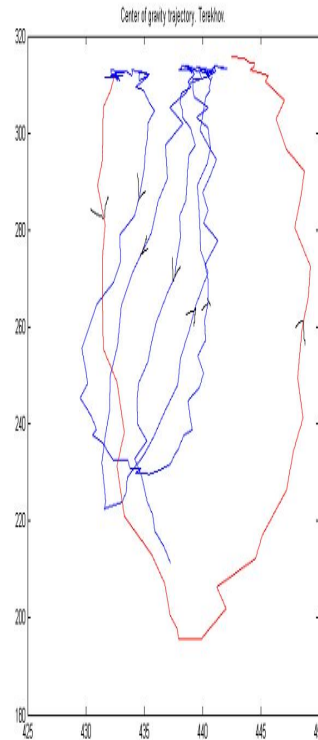
$$M_{\psi_2} = -F_2^a R_2 + F_2^b r_2 +$$

$$F_1^b \frac{s_2}{L_1} [\Delta_1 \sin(\psi_2 + \sigma_{M_2})_{M_2, M_3} + L_1 \sin \sigma_1 \cos(\psi_2 + \sigma_2)] + M_2$$

$$M_{\psi_3} = -F_2^a a_3 \cos(\psi_3 + \alpha_3) + F_2^b b_3 \cos(\psi_2 + \beta_3) + M_3$$

$M_1, M_2, M_3$  - моменты, создаваемые односуставными мышцами.

# Управление поддержанием вертикальной позы избыточно с точки зрения задачи удержания равновесия



Размер стопы

Траектории движения центра масс в проекции на саггитальную плоскость  
8



Уравнения для определения углов в суставах, описывающих позу на примере rectus-синдрома.

**Уравнения равновесия**

$$Q_{\psi_i} = 0$$

**Сервосвязи ( Результат управления)**

$x_c = 0$  *Центр масс над голеностопом*

$$\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 = \pi / 2$$

*вертикальный корпус*

$J(M) \rightarrow \min$   
*минимум “энергозатрат”*

$$\psi_2 > 0 \quad \psi_3 < 0$$

**Задано**

$\lambda_2^a$  - “управления” передней группы двухсуставных мышц бедра

**Неизвестные**

$\lambda_1^b, \lambda_2^b$  - “управления” задних групп двухсуставных мышц

$M_1, M_2, M_3$  - *моменты сил*

*односуставных мышц*

$\psi_1, \psi_2, \psi_3$  - *углы в суставах*

**При hamstring-синдроме**

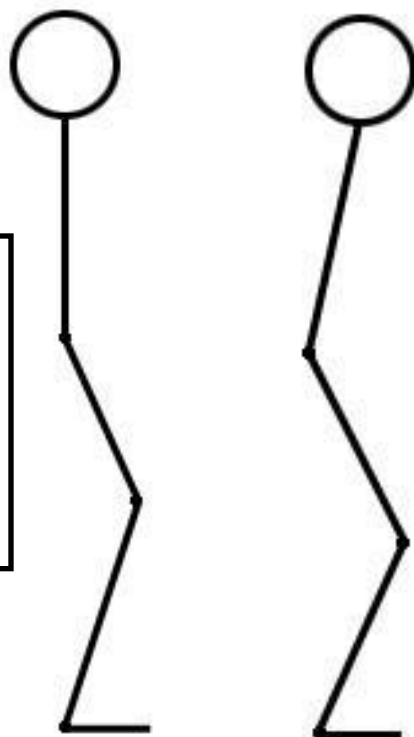
Задано  $\lambda_2^b$  управление для группы hamstring

$\lambda_1^b, \lambda_2^a$  - неизвестные

# Результаты моделирования позы больного при *hamstring*-синдроме

1) Характерная поза по результатам моделирования

Углы в Суставах	голено-стоп	колени	тазо-бедрен
Больной	50°	66°	-28°
Модель	60°	59°	-29°



2) Z-образная поза, данные фотографии из архива д.м.н. А. М. Журавлева

Известны две операции коррекции опорной системы при заболевании:

- 1) операция Эггерса,
- 2) операция Журавлева.

# Результаты моделирования позы при hamstring-синдроме

№	$\Delta\lambda_2^b$	$\Delta\lambda_1^b$	$\Delta\lambda_2^a$	$\psi_1, ^\circ$	$\psi_2, ^\circ$	$\psi_3, ^\circ$	$F_2^a, H$	$F_2^b, H$	$F_1^b, H$	$\Omega$
---	---------------------	---------------------	---------------------	------------------	------------------	------------------	------------	------------	------------	----------

1.	0,5	0	0	<b>86</b>	<b>6</b>	<b>-3</b>	6	8	34	6
2.	1	0	0	<b>83</b>	<b>13</b>	<b>-6</b>	0	26	78	30

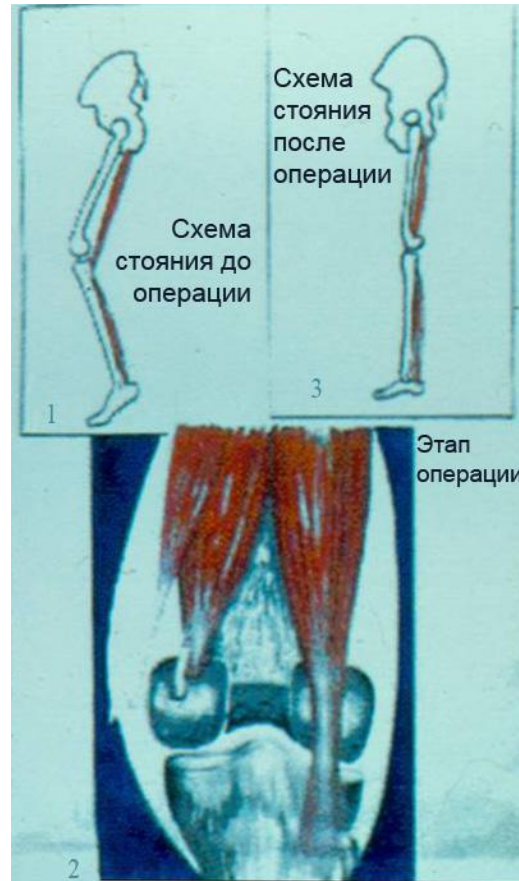
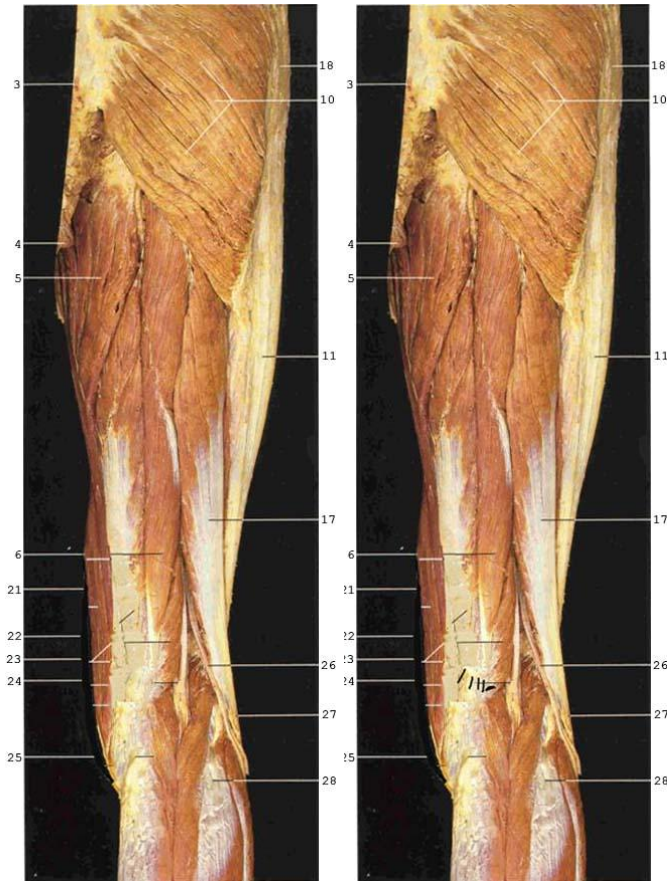
## (1) Поза с рекурвацией коленей

3.	2,5	0	0	<b>113</b>	<b>-44</b>	<b>21</b>	0	3023	0	412
4.	4	2	2	<b>111</b>	<b>-41</b>	<b>20</b>	0	3211	53	19

## (2) Z-образная поза

5.	2	0	0	<b>88</b>	<b>3</b>	<b>-1</b>	316	446	0	0
6.	3	-7	1	<b>87</b>	<b>5</b>	<b>-2</b>	967	1298	0	0
7.	4	-3	2	<b>85</b>	<b>8</b>	<b>-4</b>	1300	1692	0	0
8.	5	-3	2	<b>83</b>	<b>12</b>	<b>-5</b>	1639	2061	0	0
9.	6	-3	3	<b>81</b>	<b>16</b>	<b>-7</b>	1980	2402	0	0
10.	7	-2	3	<b>78</b>	<b>21</b>	<b>-10</b>	2327	2716	0	0

# Операция Эггерса

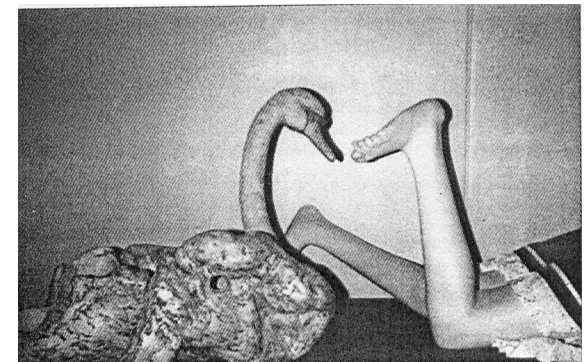


Превращение  
двухсуставных  
мышц в  
односуставные

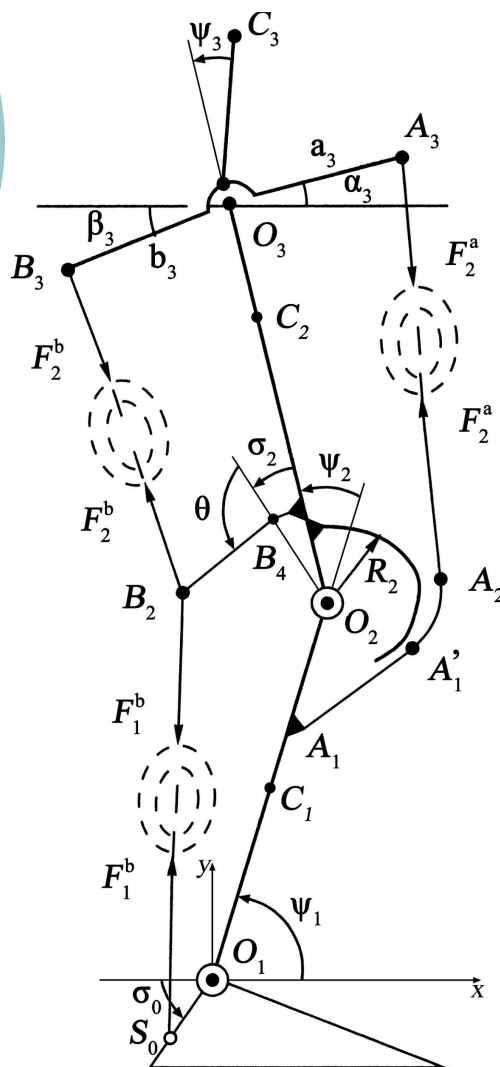
# Операция А. М. Журавлева



- Вживление задних мышц бедра в икроножную мышцу
- Авторское свидетельство 164496



# Модель позы больного после операции



$B_3B_2$  – задние м. бедра ( $l_2^b$  длина м.),  
 $S_0B_2$  – икроножная м. ( $l_1^b$  длина м.),  
 $O_1$  – голеностопный сустав,  
 $O_2$  – коленный сустав,  
 $O_3$  – тазобедренный сустав,  
 $A_3A_1'$  – передние м. бедра ( $l_2^a$  длина м.),  
 $C_1, C_2, C_3$  – центры масс звеньев,  
 $L_1 = O_1O_2, L_2 = O_2O_3, l_3 = O_3C_3$  –  
 длины звеньев.

Углы  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \theta$  считаем обобщенными координатами.

# Обобщенные силы

---

Возможная мощность активных сил

$$\delta N = -mg \cdot \delta v_{C_y} - F_1^b \cdot \delta v_1^b - F_2^a \cdot \delta v_2^a - F_2^b \cdot \delta v_2^b + M_{01} \delta \psi_1 + M_{02} \delta \psi_2 + M_{03} \delta \psi_3 .$$

Вертикальная проекция возможной скорости центра масс

$$\delta v_{C_y} = \delta \psi_1 \cdot K_1 \cos \psi_1 + (\delta \psi_1 + \delta \psi_2) \cdot K_2 \cos(\psi_1 + \psi_2) + \\ + (\delta \psi_1 + \delta \psi_2 + \delta \psi_3) \cdot K_3 \cos(\psi_1 + \psi_2 + \psi_3) .$$

Обобщенные силы

$$\delta N = Q_{\psi_1} \cdot \delta \psi_1 + Q_{\psi_2} \cdot \delta \psi_2 + Q_{\psi_3} \cdot \delta \psi_3 + Q_{\theta} \cdot \delta \theta .$$

## Возможные скорости удлинения мышц

---

$$\delta v_2^a = \delta \frac{d}{dt} l_2^a = \delta \psi_2 R_2 + \delta \psi_3 a_3 \cos(\psi_3 + \alpha_3) ,$$

$$\delta v_2^b = \delta \frac{d}{dt} l_2^b = -\delta \psi_3 b_3 \cos(\psi_3 + \beta_3) + \delta \theta r_3 \sin(\theta + \sigma_2).$$

$$\delta v_1^b = \delta \frac{d}{dt} l_1^b = -(\delta \psi_1 + \delta \psi_2)(s_2 \sin(\psi_2 + \sigma_2) + r_3 \sin(\psi_2 + \theta + \sigma_2)) - \delta \theta r_3 \sin(\psi_2 + \theta + \sigma_2),$$



# Уравнения равновесия

---

Обобщенные силы

$$Q_{\psi_1} = -mg \cdot x_C + M_{\psi_1}(F_1^b, M_{01}, \psi_2, \theta),$$

$$Q_{\psi_2} = -mg \cdot (x_C - K_1 \cos \psi_1) + M_{\psi_2}(F_1^b, F_2^a, M_{02}, \psi_2, \theta),$$

$$Q_{\psi_3} = -mg \cdot K_3 \cos(\psi_1 + \psi_2 + \psi_3) + M_{\psi_3}(F_2^a, F_2^b, M_{03}, \psi_3),$$

$$Q_\theta = F_1^b r_3 \sin(\psi_2 + \sigma_2 + \theta) - F_2^b r_3 \sin(\theta + \sigma_2).$$

Моменты в суставах

$$M_{\psi_1} = F_1^b (s_2 \sin(\psi_2 + \sigma_2) + r_3 \sin(\psi_2 + \sigma_2 + \theta)) + M_{01},$$

$$M_{\psi_2} = F_1^b (s_2 \sin(\psi_2 + \sigma_2) + r_3 \sin(\psi_2 + \theta + \sigma_2)) - F_2^a R_2 + M_{02},$$

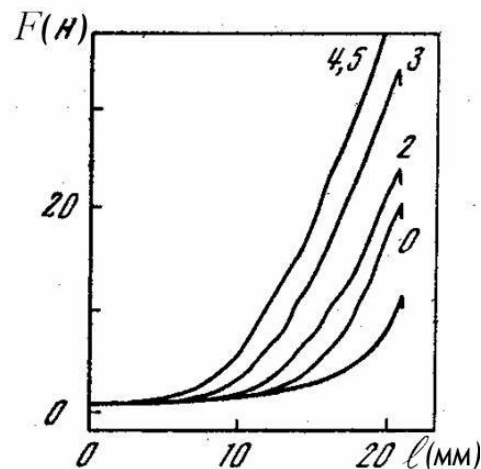
$$M_{\psi_3} = -F_2^a a_3 \cos(\psi_3 + \alpha_3) + F_2^b b_3 \cos(\psi_3 + \beta_3) + M_{03}.$$

Уравнения равновесия получаем из соотношений:

$$Q_\theta = 0, \quad Q_{\psi_i} = 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

# Модель А. Г. Фельдмана мышечных усилий

Для сил  $F_2^a$ ,  $F_2^b$  примем  $\lambda$ -модель Фельдмана.



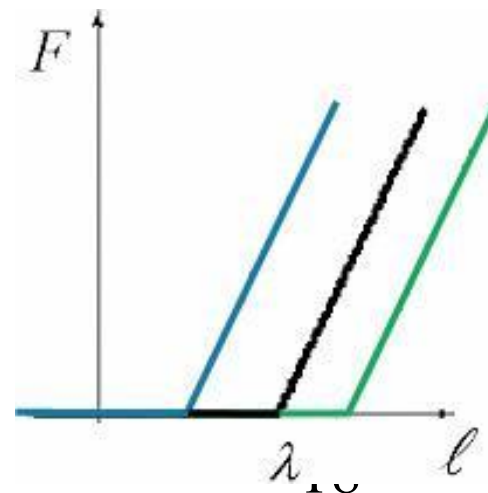
Семейство характеристик тонического  
стреч-рефлекса m.gastrocnemius  
децеребрированной кошки

А. Г. Фельдман. Центральные и рефлекторные  
механизмы управления движениями.

М.:Наука. 1979.

Математическая модель

$$F(l, \lambda) = \begin{cases} 0, & l < \lambda \\ K(l - \lambda), & l \geq \lambda \end{cases}$$



# Дополнительные предположения

Уравнения равновесия – система 4-х уравнений с 10-ю неизвестными  $\psi_1, \psi_2, \psi_3, \theta, F_1^b, \lambda_2^a, \lambda_2^b, M_{01}, M_{02}, M_{03}$ .

Дополним систему:

- 1) центр масс – над сводом стопы:  $x_C = x_{C_0}$  ( $x_{C_0} \approx 3$  см),
- 2) вертикальный корпус:  $\psi_1 + \psi_2 + \psi_3 = \frac{\pi}{2}$ ,
- 3) анатомические особенности:  $\lambda_{2_{\min}}^k \leq \lambda_2^k \leq \lambda_{2_{\max}}^k, l_{2_{\min}}^k \leq l_2^k \leq l_{2_{\max}}^k,$   
 $F_{m_{\min}}^k \leq F_m^k \leq F_{m_{\max}}^k, k \in \{a, b\}, m \in \{1, 2\}, M_{0i_{\min}} \leq M_{0i} \leq M_{0i_{\max}}, i \in \{1, 2, 3\},$
- 4) для патологического состояния задано управление  $\lambda_2^b$ :  
 $\lambda_2^b = l_2^{b(0)} - \Delta\lambda_2^b$  (из опыта хирургов  $\Delta\lambda_2^b \approx 4$  см).
- 5) организм обеспечивает минимум некоторого функционала:

$$J(F_1^b, F_2^a, F_2^b, M_{01}, M_{02}, M_{03}) \rightarrow \min \quad 19$$

# Уменьшение числа неизвестных

$$J = \left( \frac{M_{01}}{l_{01}m_{01}} \right)^2 + \left( \frac{M_{02}}{l_{02}m_{02}} \right)^2 + \left( \frac{M_{03}}{l_{03}m_{03}} \right)^2 + \left( \frac{F_1^b}{m_1^b} \right)^2 + \left( \frac{F_2^a}{m_2^a} \right)^2 + \left( \frac{F_2^b}{m_2^b} \right)^2$$

Из предположений  
о позе больного

$$\begin{cases} \psi_1 = \arccos \left( \frac{x_{C_0} - K_2 \sin \psi_3}{K_1} \right), \\ \psi_2 = \frac{\pi}{2} - \psi_3 - \psi_1. \end{cases}$$

Из уравнений равновесия

$$M_{0i} = M_{0i}(\psi_3, \theta, F_1^b, \lambda_2^a).$$

Минимизацию функционала  $J = J(\psi_3, \theta, F_1^b, \lambda_2^a)$  от 4-х переменных с анатомическими ограничениями проводим в пакете MATLAB (функцией *fminsearch*), получаем решение:  $\psi_1 = 85^\circ$ ,  $\psi_2 = 4^\circ$ ,  $\psi_3 = 1^\circ$

# Повышенный тонус прямой мышцы бедра и слабость икроножной мышцы

Повышенный тонус передней группы двусуставных мышц бедра:  $\lambda_2^a < l_2^{a(0)} - \Delta\lambda_2^a$ .

Слабость икроножной мышцы:  $F_1^b \leq F_{1\max}^b$ .

Будем решать задачу для фиксированных значений  $\Delta\lambda_2^a$ ,  $F_1^b$ .

Уравнение  $Q_\theta = 0$ :

$$\frac{F_1^b}{K_1} \left( \cos(\psi_3 - \theta - \sigma_2) (x_{C_0} - K_2 \sin \psi_3) - \sin(\psi_3 - \theta - \sigma_2) \sqrt{K_1^2 - (x_{C_0} - K_2 \sin \psi_3)^2} \right) = F_2^b(\psi_3) \sin(\theta + \sigma_2)$$

разрешаем относительно  $\psi_3$  с помощью функции *fsolve*, получим зависимость  $\psi_3(\theta)$ .

**Задача сведена к нахождению минимума функции  $J(\theta)$  на отрезке  $\theta \in [0^\circ, 180^\circ]$**

# Результаты моделирования позы при *hamstring*-синдроме после операции

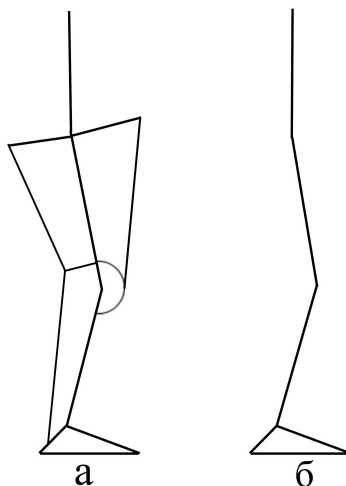
$F_{1max}^b$ $\Delta\lambda_{2a_{max}}$	100 Н	150 Н	200 Н	250 Н	300 Н
1 см	$\psi_1 = 83^\circ$ $\psi_2 = 9^\circ$ $\psi_3 = -2^\circ$ $\theta = 85^\circ$ $J = 1,08 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 84^\circ$ $\psi_2 = 8^\circ$ $\psi_3 = -1,4^\circ$ $\theta = 95^\circ$ $J = 0,89 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 84^\circ$ $\psi_2 = 6^\circ$ $\psi_3 = -1^\circ$ $\theta = 105^\circ$ $J = 0,87 \cdot 10^6$		
2 см	$\psi_1 = 81^\circ$ $\psi_2 = 14^\circ$ $\psi_3 = -5^\circ$ $\theta = 82^\circ$ $J = 2,24 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 82^\circ$ $\psi_2 = 12^\circ$ $\psi_3 = -4^\circ$ $\theta = 92^\circ$ $J = 1,76 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 82^\circ$ $\psi_2 = 11^\circ$ $\psi_3 = -3^\circ$ $\theta = 101^\circ$ $J = 1,5 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 83^\circ$ $\psi_2 = 10^\circ$ $\psi_3 = -3^\circ$ $\theta = 110^\circ$ $J = 1,41 \cdot 10^6$	
3 см	$\psi_1 = 79^\circ$ $\psi_2 = 19^\circ$ $\psi_3 = -7^\circ$ $\theta = 79^\circ$ $J = 4,43 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 79^\circ$ $\psi_2 = 17^\circ$ $\psi_3 = -6^\circ$ $\theta = 88^\circ$ $J = 3,62 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 80^\circ$ $\psi_2 = 16^\circ$ $\psi_3 = -6^\circ$ $\theta = 97^\circ$ $J = 3,07 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 81^\circ$ $\psi_2 = 14^\circ$ $\psi_3 = -5^\circ$ $\theta = 105^\circ$ $J = 2,73 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 81^\circ$ $\psi_2 = 14^\circ$ $\psi_3 = -5^\circ$ $\theta = 113^\circ$ $J = 2,58 \cdot 10^6$
4 см	$\psi_1 = 76^\circ$ $\psi_2 = 23^\circ$ $\psi_3 = -10^\circ$ $\theta = 76^\circ$ $J = 7,75 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 77^\circ$ $\psi_2 = 22^\circ$ $\psi_3 = -9^\circ$ $\theta = 85^\circ$ $J = 6,57 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 78^\circ$ $\psi_2 = 20^\circ$ $\psi_3 = -8^\circ$ $\theta = 93^\circ$ $J = 5,7 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 79^\circ$ $\psi_2 = 19^\circ$ $\psi_3 = -8^\circ$ $\theta = 101^\circ$ $J = 5,09 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 79^\circ$ $\psi_2 = 18^\circ$ $\psi_3 = -7^\circ$ $\theta = 109^\circ$ $J = 4,7 \cdot 10^6$
5 см	$\psi_1 = 74^\circ$ $\psi_2 = 28^\circ$ $\psi_3 = -12^\circ$ $\theta = 72^\circ$ $J = 12,34 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 75^\circ$ $\psi_2 = 26^\circ$ $\psi_3 = -11^\circ$ $\theta = 82^\circ$ $J = 10,74 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 76^\circ$ $\psi_2 = 25^\circ$ $\psi_3 = -10^\circ$ $\theta = 90^\circ$ $J = 9,52 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 76^\circ$ $\psi_2 = 24^\circ$ $\psi_3 = -10^\circ$ $\theta = 97^\circ$ $J = 8,6 \cdot 10^6$	$\psi_1 = 77^\circ$ $\psi_2 = 22^\circ$ $\psi_3 = -9^\circ$ $\theta = 104^\circ$ $J = 7,94 \cdot 10^6$



# Поза больного при *hamstring-* синдроме после операции

	$\Delta\lambda_2^b$ , см	$\psi_1,^\circ$	$\psi_2,^\circ$	$\psi_3,^\circ$	$\theta,^\circ$
Больной до операции	–	50	66	-28	–
Модель до операции	4	60	59	-29	–
Больной после операции по А. М. Журавлеву	–	74	25	-9	–
Модель после операции по А. М. Журавлеву	–	79	17	-6	88

Поза больного по результатам моделирования



Поза больного после операции



Предположительная оценка:  $\Delta\lambda_2^a \geq 3$  см,

$$F_1^b \leq 150 \text{ Н.}$$