

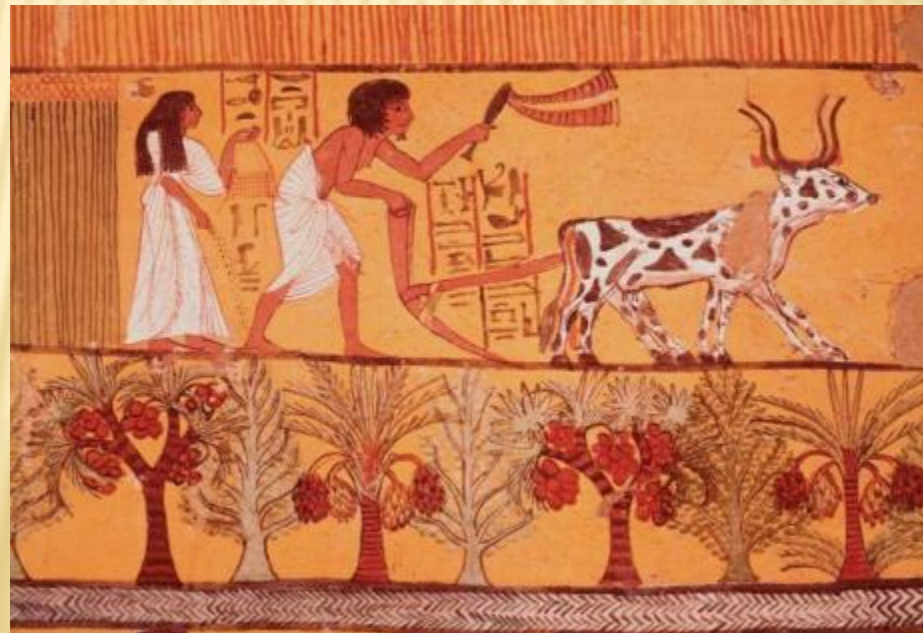
СОСТАВИТЕЛЬ АДАМЯН СВЕТЛАНА ЮРЬЕВНА,
учитель математики МОУ СОШ № 65 с углубленным изучением
английского языка Ворошиловского района города Ростова-на-Дону

Решение квадратных уравнений



ЗАДАЧА ИЗ ДРЕВНЕГО ЕГИПТА

« Найти стороны поля, имеющего форму прямоугольника, если его площадь 12, а $\frac{3}{4}$ длины равны ширине»



В ОДНОЙ ИЗ ВАВИЛОНСКИХ
ЗАДАЧ ТАК ЖЕ ТРЕБОВАЛОСЬ
ОПРЕДЕЛИТЬ ДЛИНУ ПРЯ-
МОУГОЛЬНОГО ПОЛЯ И ЕГО
ШИРИНУ : «СЛОЖИВ ДЛИНУ И
ДВЕ ШИРИНЫ ПРЯМОУГОЛЬНОГО
ПОЛЯ, ПОЛУЧИШЬ 14, А ПЛО-
ЩАДЬ ПОЛЯ 24. НАЙДИ ЕГО
СТОРОНЫ».

СОСТАВИМ СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ

$$\begin{cases} x + 2y = 14 \\ xy = 24 \end{cases}$$

$$xy = 24 \Rightarrow y = \frac{24}{x}$$

$$x + 2 \cdot \frac{24}{x} = 14$$

$$x + \frac{48}{x} = 14$$

$$x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$x^2 - 14x = x^2 - 2 \cdot 7 \cdot x + 7^2 - 7^2 = (x - 7)^2 - 49$$

Теперь уравнение можно записать так:

$$(x - 7)^2 - 49 + 48 = 0$$

$$(x - 7)^2 = 1.$$

Мы пришли к квадратному уравнению, которое умели решать и египтяне. Не зная отрицательных чисел, древние математики получали:

$$x - 7 = 1$$

$$x = 8$$

$$y = \frac{24}{8} = 3$$

Т.е. длина поля равна 8, а ширина поля равна 3.



Бхаскара Агарья (1114-1185)
Индийский математик и астроном.
Занимался вопросами алгебры,
тригонометрии, геометрии и
комбинаторики. В его трудах
можно найти одно из старейших
наглядных доказательств теоремы
Пифагора.

ЗАДАЧА БХАСКАРЫ

На две партии разбившись,
Забавлялись обезьяны.
Часть восьмая их в квадрате
В роще весело резвилась.
Криком радостным двенадцать
Воздух свежий оглашали.
Вместе сколько же ты скажешь
Обезьян там было в роще?



РЕШЕНИЕ:

$$\frac{x^2}{64} + 12 = x,$$

$$x^2 - 64x = -768,$$

$$x^2 - 64x + 32^2 = -768 + 1024,$$

$$(x - 32)^2 = 256,$$

$$x - 32 = 16$$

$$x - 32 = -16$$

.....

Ответ: 48 или 16 обезьян

АЛЬ-ХОРЕЗМИ.

- Наибольших успехов в математике достиг согдиец Мухаммед ибн Муса аль-Хорезми (то есть, родом из Хорезма - с берегов Сыр-Дарьи). Он работал в первой половине 9 века и был любимцем ученейшего из халифов - Маамуна (сына знаменитого Гаруна ар-Рашида). Главная книга Хорезми названа скромно: "Учение о переносах и сокращениях", то есть техника решения алгебраических уравнений. По-арабски это звучит "Ильм аль-джебр ва"ль-мукабала"; отсюда произошло наше слово "алгебра".
- Другое известное слово - "алгоритм", то есть четкое правило решения задач определенного типа - произошло от прозвания "аль-Хорезми".



ИЗ ИСТОРИИ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ.

- Формула корней квадратного уравнения «переоткрывалась» неоднократно. Один из первых дошедших до наших дней выводов этой формулы принадлежит индийскому математику Брахмагупте (около 598 г.).
- Среднеазиатский ученый аль-Хорезми (IX в.) в трактате «Китаб аль-джебр валь -мукабала» получил эту формулу методом выделения полного квадрата с помощью геометрической интерпретации.



$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

- дискриминант
квадратного уравнения

Возможны 3 случая:

$D < 0$ - корней нет

$D = 0$ - один корень

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$$

$$x + \frac{b}{2a} = 0$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$D > 0$ - два корня

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

№1. Решите уравнения:

a) $2x^2 + 3x - 5 = 0$

$$a = 2, \quad b = 3, \quad c = -5$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 49$$

$$x_1 = \frac{-3 - 7}{2 \cdot 2}, \quad x_2 = \frac{-3 + 7}{2 \cdot 2}$$

$$x_1 = \frac{-10}{4}, \quad x_2 = \frac{4}{4}$$

$$x_1 = -\frac{5}{2}, \quad x_2 = 1.$$

Ответ: $-\frac{5}{2}; 1.$

$$\text{б) } 2x - x^2 - 5 = 0$$

$$a = -1, \quad b = 2, \quad c = -5$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) = -16$$

$$-16 < 0$$

корней нет.

Ответ: корней нет

$$\text{в) } 3x^2 + x - 1 = 0$$

$$a = 3, \quad b = 1, \quad c = -1$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 13$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{2 \cdot 3}, \quad x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{2 \cdot 3}$$

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{13}}{6}, \quad x_2 = \frac{-1 + \sqrt{13}}{6}.$$

Ответ: $\frac{-1 - \sqrt{13}}{6}; \quad \frac{-1 + \sqrt{13}}{6}.$

$$в) \quad -x^2 + x - 5 = 0$$

$$a = -1, \quad b = 1, \quad c = -5$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) =$$

$$= 1 - 20 = -19$$

$$-19 < 0$$

нет корней

Ответ: нет корней

Решите квадратное уравнение:

$$а) \quad x^2 + x - 12 = 0$$

$$б) \quad 2x^2 + 9x - 5 = 0$$

$$в) \quad 0,8x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$г) \quad 20x^2 - 21x + 4 = 0$$

$$a) \quad x^2 + x - 12 = 0$$

$$a = 1, \quad b = 1, \quad c = -12$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-12) = 49$$

$$x_1 = \frac{-1 - 7}{2 \cdot 1}, \quad x_2 = \frac{-1 + 7}{2 \cdot 1}$$

$$x_1 = \frac{-8}{2}, \quad x_2 = \frac{6}{2}$$

$$x_1 = -4, \quad x_2 = 3.$$

Ответ: -4; 3.

$$\bar{b}) \quad 2x^2 + 9x - 5 = 0$$

$$a = 2, \quad b = 9, \quad c = -5$$

$$D = 9^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 121$$

$$x_1 = \frac{-9 - 11}{2 \cdot 2}, \quad x_2 = \frac{-9 + 11}{2 \cdot 2}$$

$$x_1 = \frac{-20}{4}, \quad x_2 = \frac{2}{4}$$

$$x_1 = -5, \quad x_2 = \frac{1}{2}.$$

Ответ: -5; $\frac{1}{2}$.

$$b) \quad 0,8x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$a = 0,8, \quad b = -4, \quad c = 5$$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 0,8 \cdot 5 = 0$$

$$x = \frac{4}{2 \cdot 0,8}$$

$$x = \frac{4}{1,6}$$

$$x = 2,5$$

Ответ: 2,5.

$$2) \quad 20x^2 - 21x + 4 = 0$$

$$a = 20, \quad b = -21, \quad c = 4$$

$$D = (-21)^2 - 4 \cdot 20 \cdot 4 = 121$$

$$x_1 = \frac{21 - 11}{2 \cdot 20}, \quad x_2 = \frac{21 + 11}{2 \cdot 20}$$

$$x_1 = \frac{10}{40}, \quad x_2 = \frac{32}{40}$$

$$x_1 = \frac{1}{4}, \quad x_2 = 0,8.$$

Ответ: $\frac{1}{4}$; 0,8.

ФОРМУЛА КОРНЕЙ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

С ЧЕТНЫМ ВТОРЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ветвей — число

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

Решаем упражнения из учебника:

№534 (а, г, е, ж), №537 (а, б).

УСТАНОВИТЕ СВЯЗЬ МЕЖДУ КВАДРАТНЫМ УРАВНЕНИЕМ И СПОСОБАМИ ЕГО РЕШЕНИЯ

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + 2kx + c = 0$$

$$ax^2 + bx = 0$$

$$ax^2 + c = 0$$

$$ax^2 = 0$$

$$x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

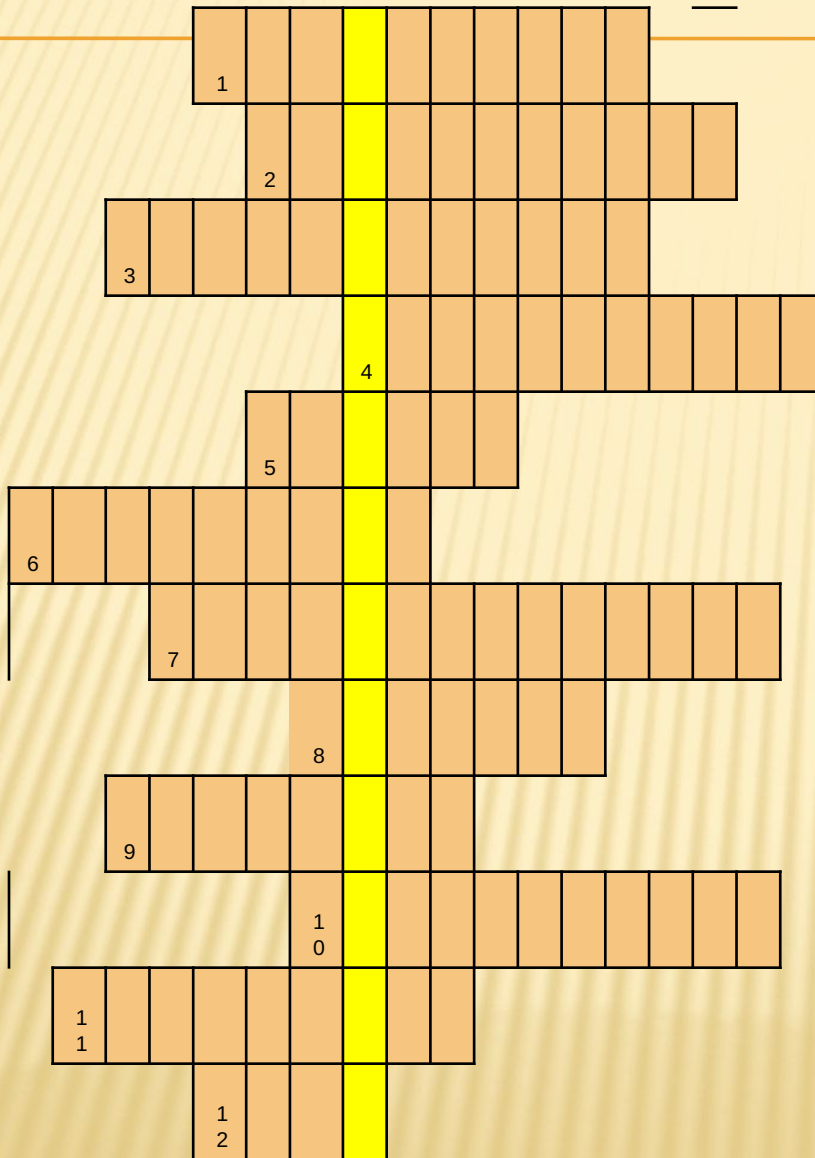
$$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$$

$$x = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

КРОССВОРД



- 1. Уравнение вида $ax^2+bx+c=0$
- 2. Квадратные уравнения, у которых первый коэффициент равен 1.
- 3. Уравнения с одной переменной, имеющие одни и те же корни.
- 4. Числа a , b и c в квадратном уравнении.
- 5. Значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство.
- 6. Равенство, содержащее неизвестное.
- 7. Неотрицательное значение квадратного корня.
- 8. Древнегреческий математик, который нашел приемы решения квадратных уравнений без обращения к геометрии.
- 9. Квадратное уравнение, в котором хотя бы один из коэффициентов a или c равен 0.
- 10. «Дискриминант» - по-латыни.
- 11. Коэффициент с квадратного уравнения.
- 12. Французский математик, который вывел формулы, выражающие зависимость корней уравнения от его коэффициентов.

- Если вы разгадаете этот кроссворд верно, то сможете в выделенном вертикальном столбце прочитать термин, относящийся к теме.

ОТВЕТЫ К КРОССВОРДУ:

- 1. Квадратное.
- 2. Приведенное.
- 3. Равносильное.
- 4. Коэффициент.
- 5. Корень.
- 6. Уравнение.
- 7. Арифметический.
- 8. Диофант.
- 9. Неполное.
- 10. Различитель.
- 11. Свободный.
- 12. Виет.
- В выделенном столбце : ДИСКРИМИНАНТ