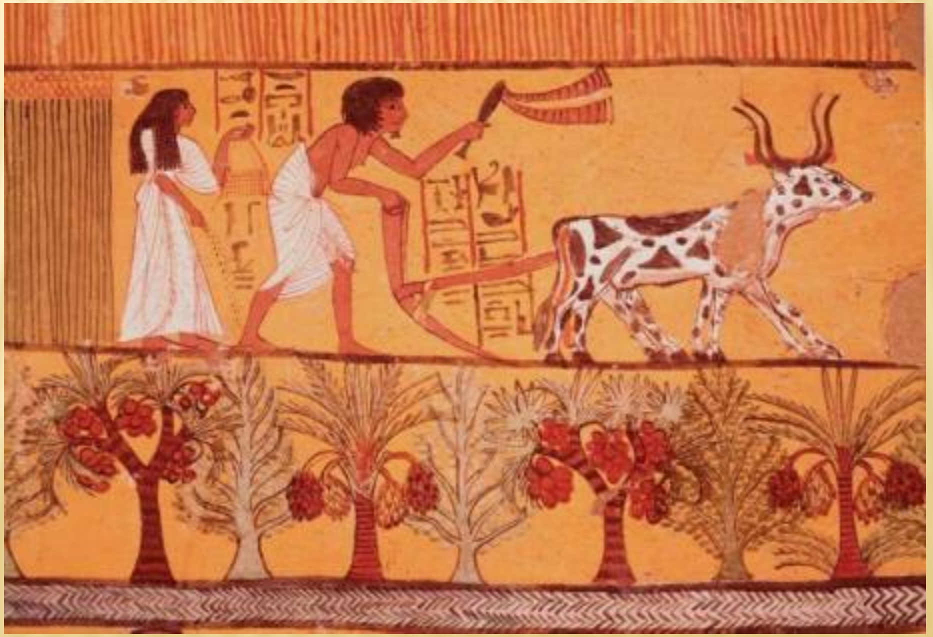
СОСТАВИТЕЛЬ АДАМЯН СВЕТЛАНА ЮРЬЕВНА,
учитель математики МОУ СОШ № 65 с углубленным изучением английского языка Ворошиловского района города Ростова-на-Дону

Решение квадратных уравнений

ЗАДАЧА ИЗ ДРЕВНЕГО ЕГИПТА

« Найти стороны поля, имеющего форму прямоугольника, если его площадь 12, а ¾ длины равны ширине»



В ОДНОЙ ИЗ ВАВИЛОНСКИХ ЗАДАЧ ТАК ЖЕ ТРЕБОВАЛОСЬ ОПРЕДЕЛИТЬ ДЛИНУ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПОЛЯ И ЕГО ШИРИНУ : «СЛОЖИВ ДЛИНУ И ДВЕ ШИРИНЫ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПОЛЯ, ПОЛУЧИШЬ 14, А ПЛОЩАДЬ ПОЛЯ 24. НАЙДИ ЕГО СТОРОНЫ».

СОСТАВИМ СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ

$$\begin{cases} x + 2y = 14 \\ xy = 24 \end{cases}$$

$$xy = 24 \Rightarrow y = \frac{24}{x}$$

$$x + 2 \cdot \frac{24}{x} = 14$$

$$x + \frac{48}{x} = 14$$

$$x^2 - 14x + 48 = 0$$

$$x^2 - 14x = x^2 - 2 \cdot 7 \cdot x + 7^2 - 7^2 = (x - 7)^2 - 49$$

Теперь уравнение можно записать так:

$$\left(x-7\right)^2-49+48=0$$

$$\left(x-7\right)^2=1.$$

Мы пришли к квадратному уравнению, которое умели решать и египтяне. Не зная отрицательных чисел, древние математики получали:

$$x-7=1$$

$$x=8$$

$$y=\frac{24}{8}=3$$

Т.е. длина поля равна 8, а ширина поля равна 3.

Бхаскара Агарья (1114-1185) Индийский математик и астроном. Занимался вопросами алгебры, тригонометрии, геометрии и комбинаторики. В его трудах можно найти одно из старейших наглядных доказательств теоремы Пифагора.

ЗАДАЧА БХАСКАРЫ

На две партии разбившись,

Забавлялись обезьяны.

Часть восьмая их в квадрате

В роще весело резвилась.

Криком радостным двенадцать

Воздух свежий оглашали.

Вместе сколько же ты скажешь

Обезьян там было в роще?

РЕШЕНИЕ:

$$\frac{x^2}{64}+12=x,$$

$$x^2-64x=-768,$$

$$x^2-64x+32^2=-768+1024,$$

$$(x-32)^2=256,$$

$$x-32=16$$

$$x-32=-16$$

…………………

Ответ: 48 или 16 обезьян

АЛЬ-ХОРЕЗМИ.

- Наибольших успехов в математике достиг согдиец Мухаммед ибн Муса аль-Хорезми (то есть, родом из Хорезма - с берегов Сыр-Дарьи). Он работал в первой половине 9 века и был любимцем ученейшего из халифов - Маамуна (сына знаменитого Гаруна ар-Рашида). Главная книга Хорезми названа скромно: "Учение о переносах и сокращениях", то есть техника решения алгебраических уравнений. По-арабски это звучит "Ильм аль-джебр ва"ль-мукабала"; отсюда произошло наше слово "алгебра".
- Другое известное слово - "алгоритм", то есть четкое правило решения задач определенного типа - произошло от прозвания "аль-Хорезми".

ИЗ ИСТОРИИ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ.

- Формула корней квадратного уравнения «переоткрывалась» неоднократно. Один из первых дошедших до наших дней выводов этой формулы принадлежит индийскому математику Брахмагупте (около 598 г.).
- Среднеазиатский ученый аль-Хорезми (IX в.) в трактате «Китаб аль-джебр валь -мукабала» получил эту формулу методом выделения полного квадрата с помощью геометрической интерпретации.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\boxed{D = b^2 - 4ac}$$

- *дискриминант квадратного уравнения*

Возможны 3 случая:

$D < 0$ **- корней нет**

$D = 0$ **- один корень**

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$$

$$x + \frac{b}{2a} = 0$$

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$D > 0$ - **два корня**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

№1. Решите уравнения:

$a)$ $2x^2 + 3x - 5 = 0$

$a = 2, \ b = 3, \ c = -5$

$D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 49$

$x_1 = \frac{-3 - 7}{2 \cdot 2}, \quad x_2 = \frac{-3 + 7}{2 \cdot 2}$

$x_1 = \frac{-10}{4}, \quad x_2 = \frac{4}{4}$

$x_1 = -\frac{5}{2}, \quad x_2 = 1.$

Ответ: $-\frac{5}{2}; \ 1.$

б) $2x - x^2 - 5 = 0$

$a = -1, \ b = 2, \ c = -5$

$D = 2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) = -16$

$-16 < 0$

корней нет.

Ответ: корней нет

в) $3x^2 + x - 1 = 0$

$a = 3, \ b = 1, \ c = -1$

$D = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 13$

$x_1 = \dfrac{-1 - \sqrt{13}}{2 \cdot 3}, \quad x_2 = \dfrac{-1 + \sqrt{13}}{2 \cdot 3}$

$x_1 = \dfrac{-1 - \sqrt{13}}{6}, \quad x_2 = \dfrac{-1 + \sqrt{13}}{6}.$

Ответ: $\dfrac{-1 - \sqrt{13}}{6}; \quad \dfrac{-1 + \sqrt{13}}{6}.$

$в)\quad -x^2 + x - 5 = 0$

$a = -1,\ \ b = 1,\ \ c = -5$

$D = 1^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-5) =$

$= 1 - 20 = -19$

$-19 < 0$

нет корней

Ответ: нет корней

Решите квадратное уравнение:

$а)\quad x^2 + x - 12 = 0$

$б)\quad 2x^2 + 9x - 5 = 0$

$в)\quad 0{,}8x^2 - 4x + 5 = 0$

$г)\quad 20x^2 - 21x + 4 = 0$

а) $x^2 + x - 12 = 0$

$a = 1,\ \ b = 1,\ \ c = -12$

$D = 1^2 - 4\cdot1\cdot(-12) = 49$

$x_1 = \dfrac{-1-7}{2\cdot1},\quad x_2 = \dfrac{-1+7}{2\cdot1}$

$x_1 = \dfrac{-8}{2},\qquad x_2 = \dfrac{6}{2}$

$x_1 = -4,\qquad x_2 = 3.$

Ответ: $-4;\ 3.$

б) $2x^2 + 9x - 5 = 0$

$a = 2,\ \ b = 9,\ \ c = -5$

$D = 9^2 - 4\cdot2\cdot(-5) = 121$

$x_1 = \dfrac{-9-11}{2\cdot2},\quad x_2 = \dfrac{-9+11}{2\cdot2}$

$x_1 = \dfrac{-20}{4},\qquad x_2 = \dfrac{2}{4}$

$x_1 = -5,\qquad x_2 = \dfrac{1}{2}.$

Ответ: $-5;\ \dfrac{1}{2}.$

в) $0{,}8x^2 - 4x + 5 = 0$

$a = 0{,}8,\ \ b = -4,\ \ c = 5$

$D = (-4)^2 - 4\cdot0{,}8\cdot5 = 0$

$x = \dfrac{4}{2\cdot0{,}8}$

$x = \dfrac{4}{1{,}6}$

$x = 2{,}5$

Ответ: $2{,}5.$

г) $20x^2 - 21x + 4 = 0$

$a = 20,\ \ b = -21,\ \ c = 4$

$D = (-21)^2 - 4\cdot20\cdot4 = 121$

$x_1 = \dfrac{21-11}{2\cdot20},\quad x_2 = \dfrac{21+11}{2\cdot20}$

$x_1 = \dfrac{10}{40},\qquad x_2 = \dfrac{32}{40}$

$x_1 = \dfrac{1}{4},\qquad x_2 = 0{,}8.$

Ответ: $\dfrac{1}{4};\ 0{,}8.$

Формула корней квадратного уравнения
с четным вторым коэффициентом

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$b = 2k$ – четное число

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

Решаем упражнения из учебника:

№534 (а, г, е, ж), №537 (а, б).

УСТАНОВИТЕ СВЯЗЬ МЕЖДУ КВАДРАТНЫМ УРАВНЕНИЕМ И СПОСОБАМИ ЕГО РЕШЕНИЯ

$$ax^2+bx+c=0$$

$$ax^2+2kx+c=0$$

$$ax^2+bx=0$$

$$ax^2+c=0$$

$$ax^2=0$$

$$x_{1,2}=\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

$$x_{1,2}=\frac{-k\pm\sqrt{k^2-ac}}{a}$$

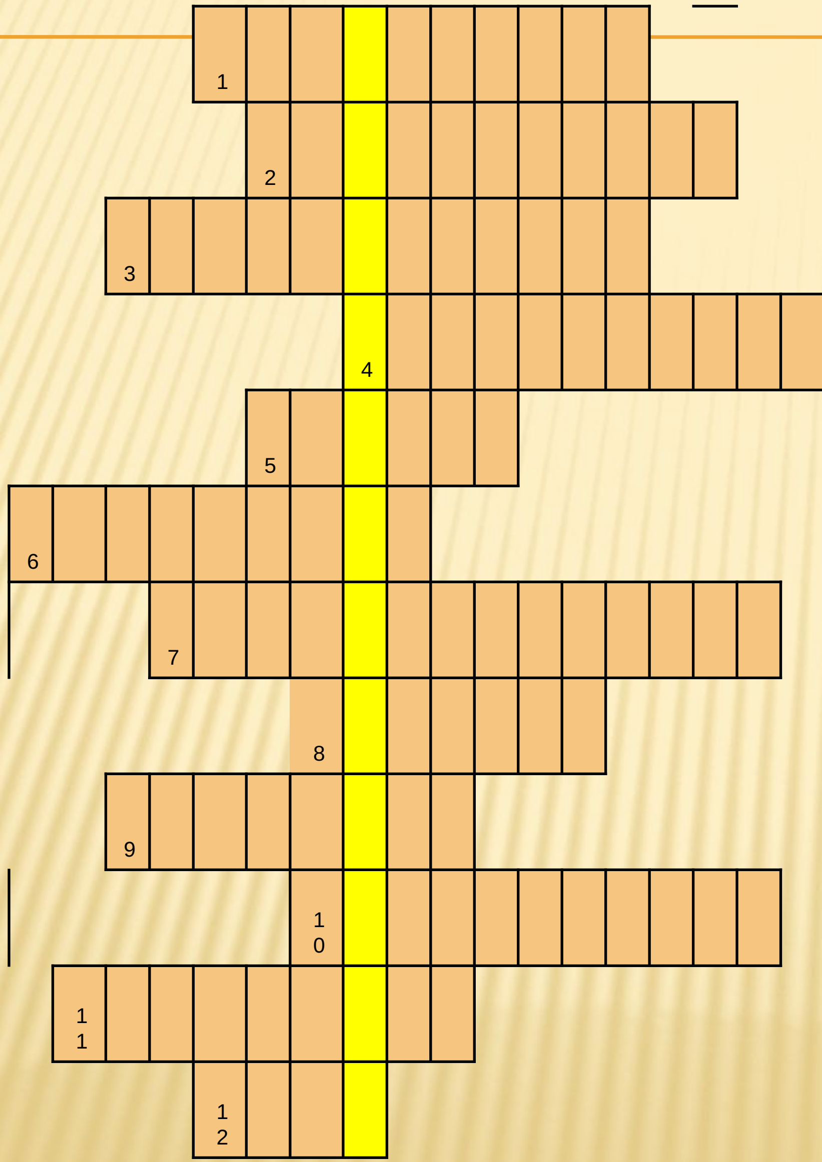
$$x_1=1,x_2=\frac{c}{a}$$

$$x=0$$

$$x_1=0,x_2=-\frac{b}{a}$$

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

КРОССВОРД



- 1. Уравнение вида ах^{2}+вх+с=о
- 2.Квадратные уравнения, у которых первый коэффициент равен 1.
- 3. Уравнения с одной переменной, имеющие одни и те же корни.
- 4. Числа а,в и с в квадратном уравнении.
- 5. Значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство.
- 6. Равенство, содержащее неизвестное.
- 7. Неотрицательное значение квадратного корня.
- 8. Древнегреческий математик, который нашел приемы решения квадратных уравнений без обращения к геометрии.
- 9. Квадратное уравнение, в котором хотя бы один из коэффициентов в или с равен 0.
- 10. «Дискриминант» - по-латыни.
- 11. Коэффициент с квадратного уравнения.
- 12. Французский математик, который вывел формулы, выражающие зависимость корней уравнения от его коэффициентов.

- Если вы разгадаете этот кроссворд верно, то сможете в выделенном вертикальном столбце прочитать термин, относящийся к теме.

ОТВЕТЫ К КРОССВОРДУ:

- 1. Квадратное.
- 2. Приведенное.
- 3. Равносильное.
- 4. Коэффициент.
- 5. Корень.
- 6. Уравнение.
- 7. Арифметический.
- 8. Диофант.
- 9. Неполное.
- 10. Различитель.
- 11. Свободный.
- 12. Виет.
- В выделенном столбце : ДИСКРИМИНАНТ