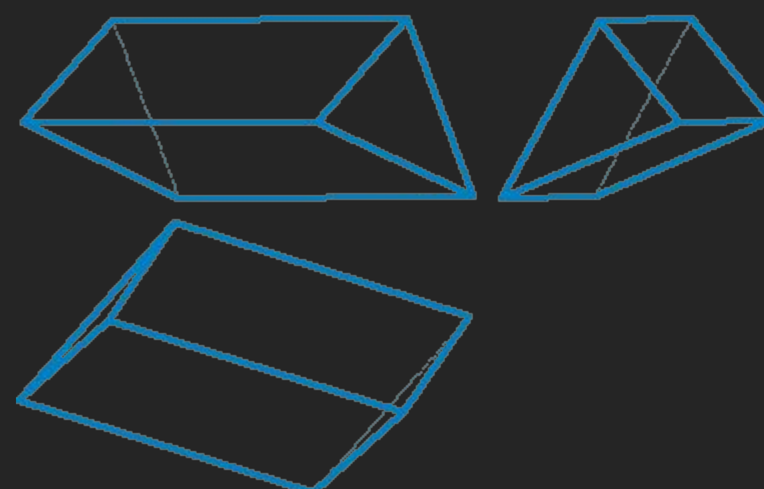
ПОНЯТИЕ МНОГОГРАННИКОВ И ИХ ВИДЫ…



Цели работы:

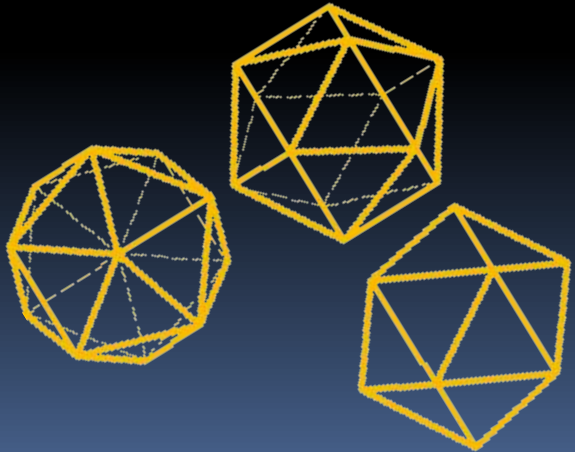
Познакомиться с многогранниками.
Показать влияние правильных многогранников на возникновение философских теорий и гипотез.
Показать связь геометрии и природы.
Познакомиться с примерами применения многогранников в архитектуре и искусстве.

Содержание:

Многогранники в природе.
Историческая справка.
Многогранники в искусстве.
Многогранники в архитектуре.

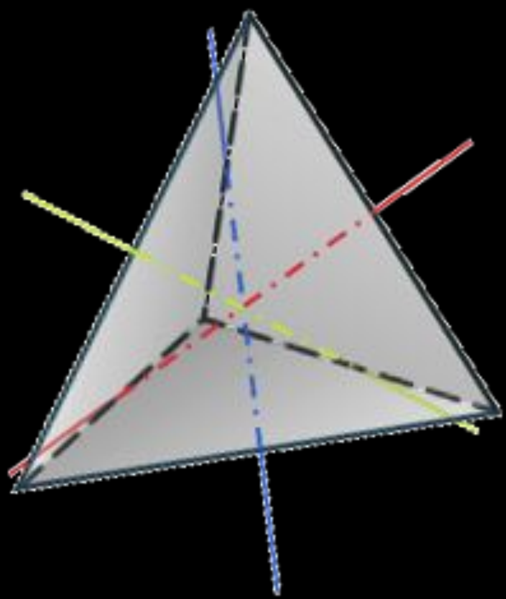
Многогранник - часть пространства, ограниченная совокупностью конечного числа плоских многоугольников, соединенных таким образом, что каждая сторона любого многоугольника является стороной ровно одного другого многоугольника, причем вокруг каждой вершины существует ровно один цикл многоугольников

Многогранник называется **правильным**, если все его грани – равные правильные многогранники и в каждой его вершине сходится одно и то же число ребер.



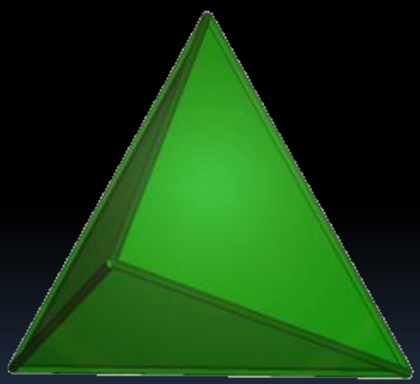
Тетраэдр

Тетраэдр составлен из 4-х равносторонних треугольников. Каждая вершина является вершиной 3-х треугольников.

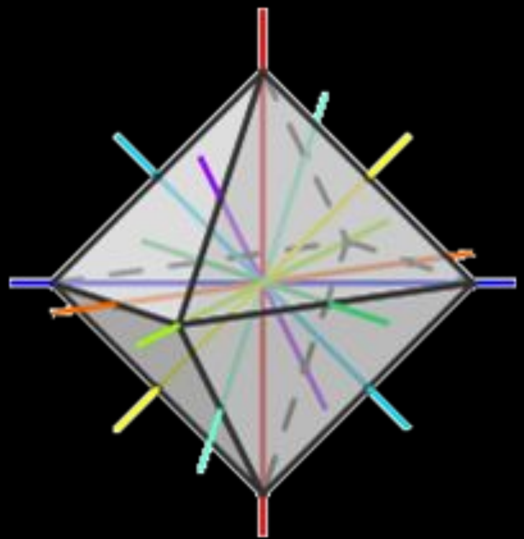


Сумма длин всех ребер	$6a$
Площадь поверхности тетраэдра	$S = a^2\sqrt{3}$
Объем	$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$
Радиус описанной сферы	$R = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$
Радиус вписанной сферы	$r = \dfrac{a\sqrt{6}}{12}$

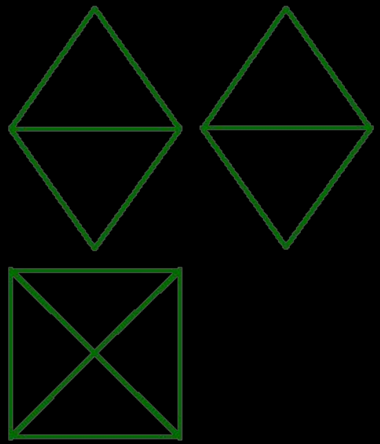
Тетраэдр имеет три оси симметрии, которые проходят через середины скрещивающихся рёбер.



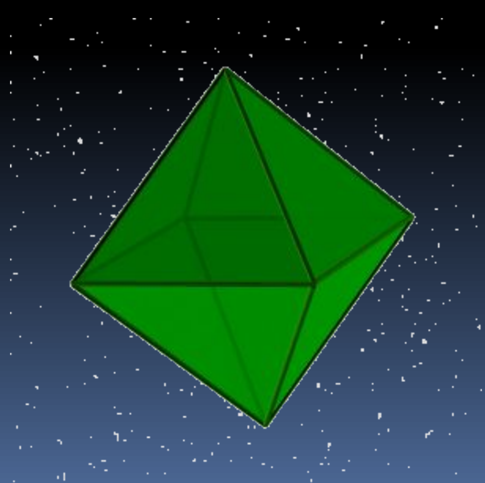
Октаэдр



Октаэдр обладает симметрией. Три из *9 осей симметрии* октаэдра проходят через противоположные вершины, шесть - через середины ребер. *Центр симметрии* октаэдра - точка пересечения его осей симметрии.

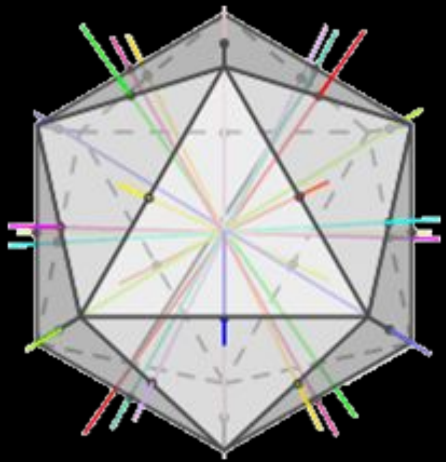


Сумма длин всех ребер	$12a$
Площадь поверхности октаэдра	$S = 2a^2\sqrt{3}$
Объем	$V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$
Радиус описанной сферы	$R = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$
Радиус вписанной сферы	$r = \dfrac{a\sqrt{6}}{6}$



Октаэдр составлен из 8 равносторонних треугольников. Каждая вершина октаэдра является вершиной 4-х треугольников.

Икосаэдр



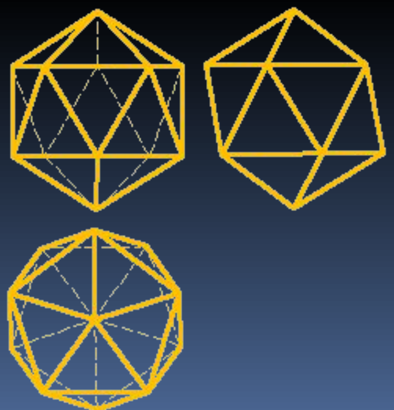
Правильный икосаэдр имеет ***15 осей симметрии***, каждая из которых проходит через середины противоположных параллельных ребер.

Плоскостей симметрии также ***15.***

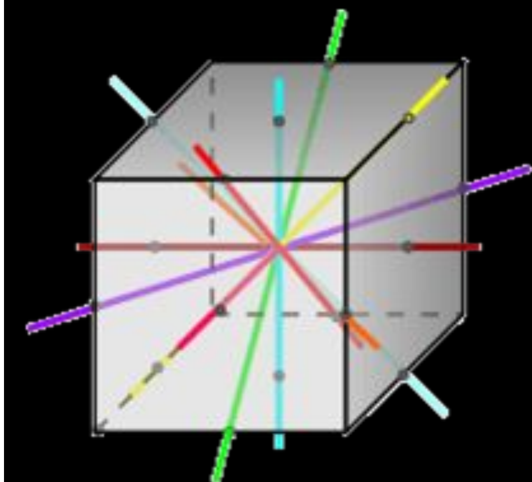
.

Сумма длин всех ребер	$30a$
Площадь Поверхности икосаэдра	$S = 5a^2\sqrt{3}$
Объем	$V = \frac{5a^3}{12}(3+\sqrt{5})$
Радиус описанной сферы	$R = \frac{a}{4}\sqrt{2(5+\sqrt{5})}$
Радиус вписанноi сферы	$r = \frac{a}{4\sqrt{3}}(3+\sqrt{5})$

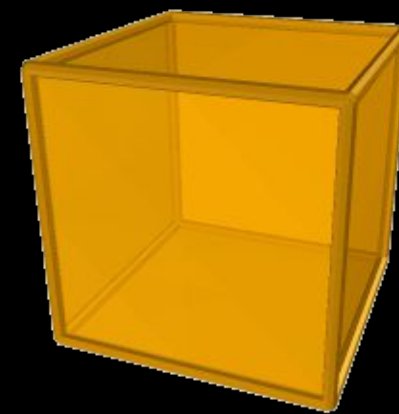
Икосаэдр составлен из 20 равносторонних треугольников. Каждая вершина икосаэдра является вершиной 5 треугольников



Куб

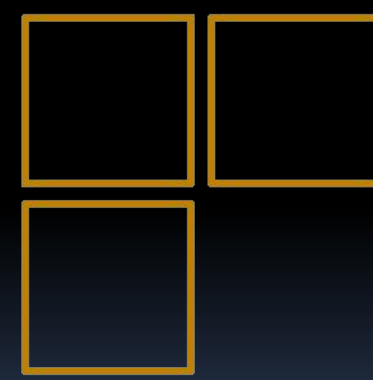


Центром симметрии куба является точка пересечения его диагоналей. Через центр симметрии проходят ***9 осей симметрии***.



Плоскостей симметрии у куба также *9* и проходят они либо через противоположные ребра (таковых плоскостей 6), либо через середины противоположных ребер (таких - 3).

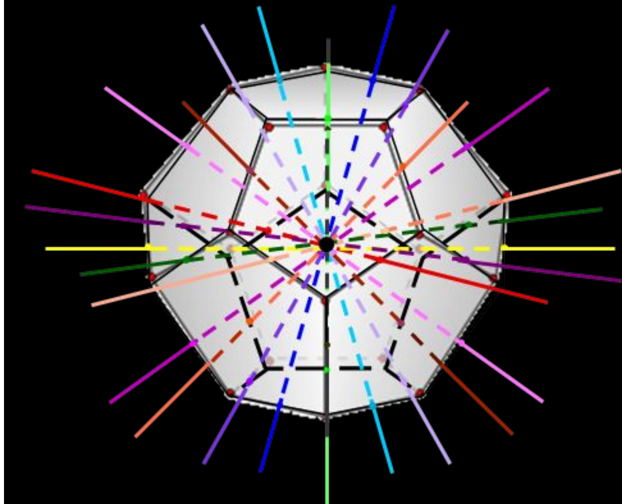
Сумма длин всех ребер	$12a$
Площадь поверхности куба	$S = 6a^2$
Объем	$V = a^3$
Радиус описанной сферы	$R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
Радиус вписанной сферы	$r = \frac{a}{2}$

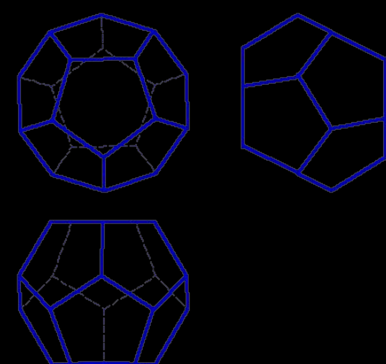


Куб составлен из 6 квадратов. Каждая вершина куба является вершиной 3-х квадратов

Додекаэдр

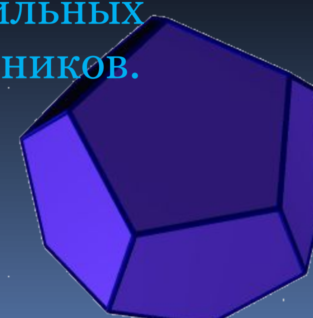
Плоскостей симметрии 9 и проходят они либо через противоположные ребра (таковых плоскостей 6), либо через середины противоположных ребер (таких - 3). Додекаэдр имеет 15 плоскостей симметрии. Любая из плоскостей симметрии проходит в каждой грани через вершину и середину противоположного ребра.





Сумма длин всех ребер	$30a$
Площадь поверхности додекаэдра	$S = 3a^2\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}$
Объем	$V = \frac{a^3}{4}(15+7\sqrt{5})$
Радиус описанной сферы	$R = \frac{a}{4}(1+\sqrt{5})\sqrt{3}$
Радиус вписанной сферы	$r = \frac{a}{4}\sqrt{10+\frac{22}{\sqrt{5}}}$

Додекаэдр составлен из 12 правильных пятиугольников. Каждая вершина додекаэдра является вершиной трех правильных пятиугольников.



Многогранники в природе

"Природа вскармливает на своем лоне неисчерпаемое количество удивительных созданий, которые по красоте и разнообразию далеко превосходят все созданные искусством человека формы".

Чудо природы – кристаллы

- куб передает форму кристаллов поваренной соли NaCl
- монокристалл алюминиево-калиевых квасцов имеет форму октаэдра,
- кристалл сернистого колчедана FeS имеет форму додекаэдра,
- сернокислый натрий - тетраэдр,
- бор - икосаэдр.

шеелит

Дуза кристаллов дворца

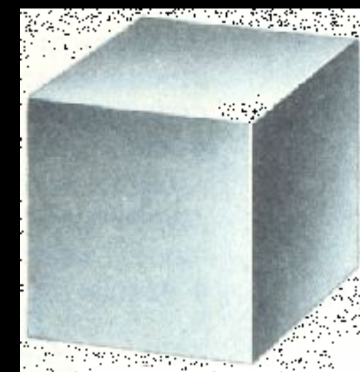
Гранаты: Андрадит и Гроссуляр

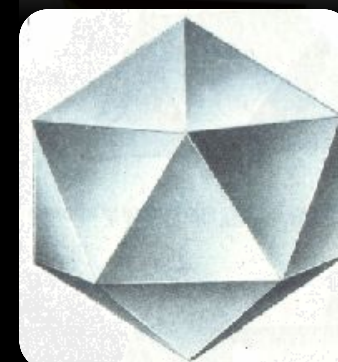
Историческая справка

История правильных многогранников уходит в глубокую древность. Начиная с 7 века до нашей эры в Древней Греции создаются философские школы

Одной из первых и самых известных школ была Пифагорейская, названная в честь своего основателя Пифагора.

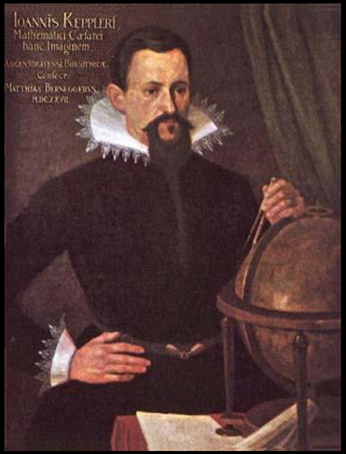
Пифагорейцы, а затем Платон полагали, что материя состоит из четырех основных элементов: огня, земли, воздуха и воды. Существование пяти правильных многогранников они относили к строению материи и Вселенной. Согласно этому мнению, атомы основных элементов должны иметь форму различных Платоновых тел:

 земля	гексаэдр (куб) 
 вселенная	додекаэдр 

 огонь	тетраэдр 
 вода	икосаэдр 
 воздух	октаэдр 

Дальнейшее развитие математики связано с именами

Платона, Евклида, Архимеда, Кеплера



Все использовали в своих философских теориях правильные многогранники.

Многогранники в искусстве

«Поистине, живопись — наука и законная дочь природы,
ибо она порождена природой»
(Леонардо да Винчи)

Знаменитый художник, увлекавшийся геометрией,

Альбрехт Дюрер

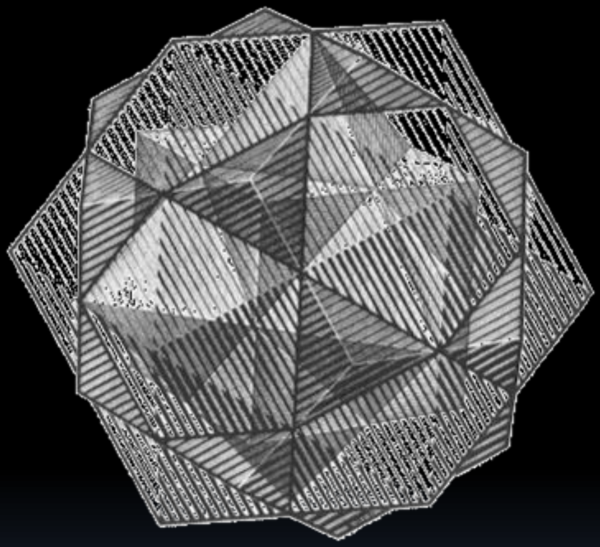
(1471- 1528),

в известной гравюре «Меланхолия»

на переднем плане

изобразил додекаэдр.

*Голландский художник **Мориц Корнилис Эшер** (1898-1972)создал уникальные и очаровательные работы, в которых использованы или показаны широкий круг математических идей.*



Правильные геометрические тела - многогранники - имели особое очарование для Эшера. В его многих работах многогранники являются главной фигурой и в еще большем количестве работ они встречаются в качестве вспомогательных элементов.

*На гравюре **"Четыре тела"** Эшер изобразил пересечение основных правильных многогранников, расположенных на одной оси симметрии, кроме этого многогранники выглядят полупрозрачными, и сквозь любой из них можно увидеть остальные.*

Изящный пример звездчатого додекаэдра можно найти в его работе "Порядок и хаос". В данном случае звездчатый многогранник помещен внутрь стеклянной сферы. Аскетичная красота этой конструкции контрастирует с беспорядочно разбросанным по столу мусором.

*Наиболее интересная работа Эшера - **гравюра "Звезды",** на которой можно увидеть тела, полученные объединением тетраэдров, кубов и октаэдров.*
Если бы Эшер изобразил в данной работе лишь различные варианты многогранников, мы никогда бы не узнали о ней. Но он по какой-то причине поместил внутрь центральной фигуры хамелеонов, чтобы затруднить нам восприятие всей фигуры.

Пример изображения правильных многогранников, выполненный художником 20 века Сальвадором Дали

Картина «Тайная вечерня». Христос со своими учениками изображен на фоне огромного прозрачного додекаэдра. Форму додекаэдра, по мнения древних, имела ВСЕЛЕННАЯ, т.е. они считали, что мы живем внутри свода, имеющего форму поверхности додекаэдра.

Многогранники в архитектуре

Собор непорочного зачатия Девы Марии

Казанская церковь в Москве

Исторический музей

ЦУМ

В III веке до н.э. был построен маяк, чтобы корабли могли благополучно миновать рифы на пути в александрийскую бухту. Ночью им помогало в этом отражение языков пламени, а днем - столб дыма. Это был первый в мире маяк, и простоял он 1500 лет

Фаросский маяк состоял из трех мраморных башен, стоявших на основании из массивных каменных блоков. Первая башня была прямоугольной, в ней находились комнаты, в которых жили рабочие и солдаты. Над этой башней располагалась меньшая, восьмиугольная башня со спиральным пандусом, ведущим в верхнюю башню. Верхняя башня формой напоминала цилиндр, в котором горел огонь, помогавший кораблям благополучно достигнуть бухты. На вершине башни стояла статуя Зевса Спасителя. Общая высота маяка составляла 117 метров.

***«Да, путь познания не гладок.
Но знаем мы со школьных лет,
Загадок больше, чем разгадок,
И поискам предела нет!»***

Литература:

- Энциклопедия для детей. Т. 11. Математика. – М: Аванта плюс, 2002.
- Энциклопедия для детей. Я познаю мир. Математика. – М: Издательство АСТ, 1999.
- Ворошилов А.В. Математика и искусство. - М. просвещение, 1992. – 352
- Рыбников К.А. История математики: Учебник. - М.: Изд-во МГУ, 1994. - 495 с

Интернет ресурсы:

http://www.nips.riss-telecom.ru/poly/
Мир многогранников
http://www.sch57.msk.ru:8101/collect/smogl.htm
История математики
http://mschool.kubsu.ru/
Библиотека электронных учебных пособий
http://www.ega-math.narod.ru/
Статьи по математике
http://dondublon.chat.ru/math.htm
Популярная математика
http://www.uic.ssu.samara.ru/~nauka/index.htm
«В мире науки»
http://www.mccme.ru/
Московский центр непрерывного математического образования
http://mathc.chat.ru/
Математический калейдоскоп