

# **Приближенное вычисление корня уравнения методом деления отрезка пополам**

**Вербицкая Ольга Владимировна, Заозерная школа №16**

# Вычисления корня уравнения $f(x)=0$

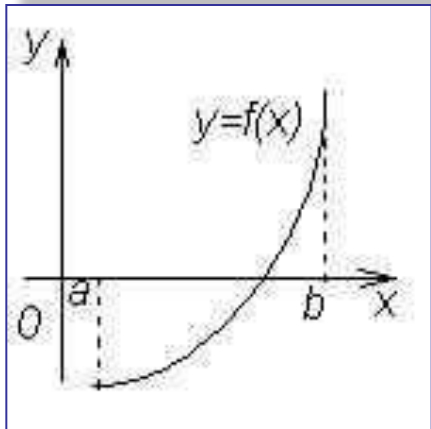
Вычисления на компьютере обладают большей гибкостью, чем привычные всем вычисления в математике. Рассмотрим для примера задачу вычисления корня уравнения  $f(x) = 0$ . В курсе школьной математики вам известен метод дискриминанта для уравнений

вида:  
 $ax^2 + bx + c = 0$ , выражаемой по формуле  $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Однако, во многих случаях, ответ не выражается формулой (например, для корня уравнения  $\cos(x) = x$  формулы просто нет). Но можно, не выводя точных формул, вычислить корень приближенно, с заданной точностью, например, до 0,0001. Мы рассмотрим один из приближенных методов вычисления корня уравнения – метод деления отрезка пополам.

# Постановка задачи

□ Дано уравнение  $f(x) = 0$  и числа  $a$  и  $b$ :  $a < b$ ,



□  $f(a)$  и  $f(b)$  имеют разные знаки на отрезке  $[a, b]$ , т.е.  $f(a) \cdot f(b) < 0$ ,

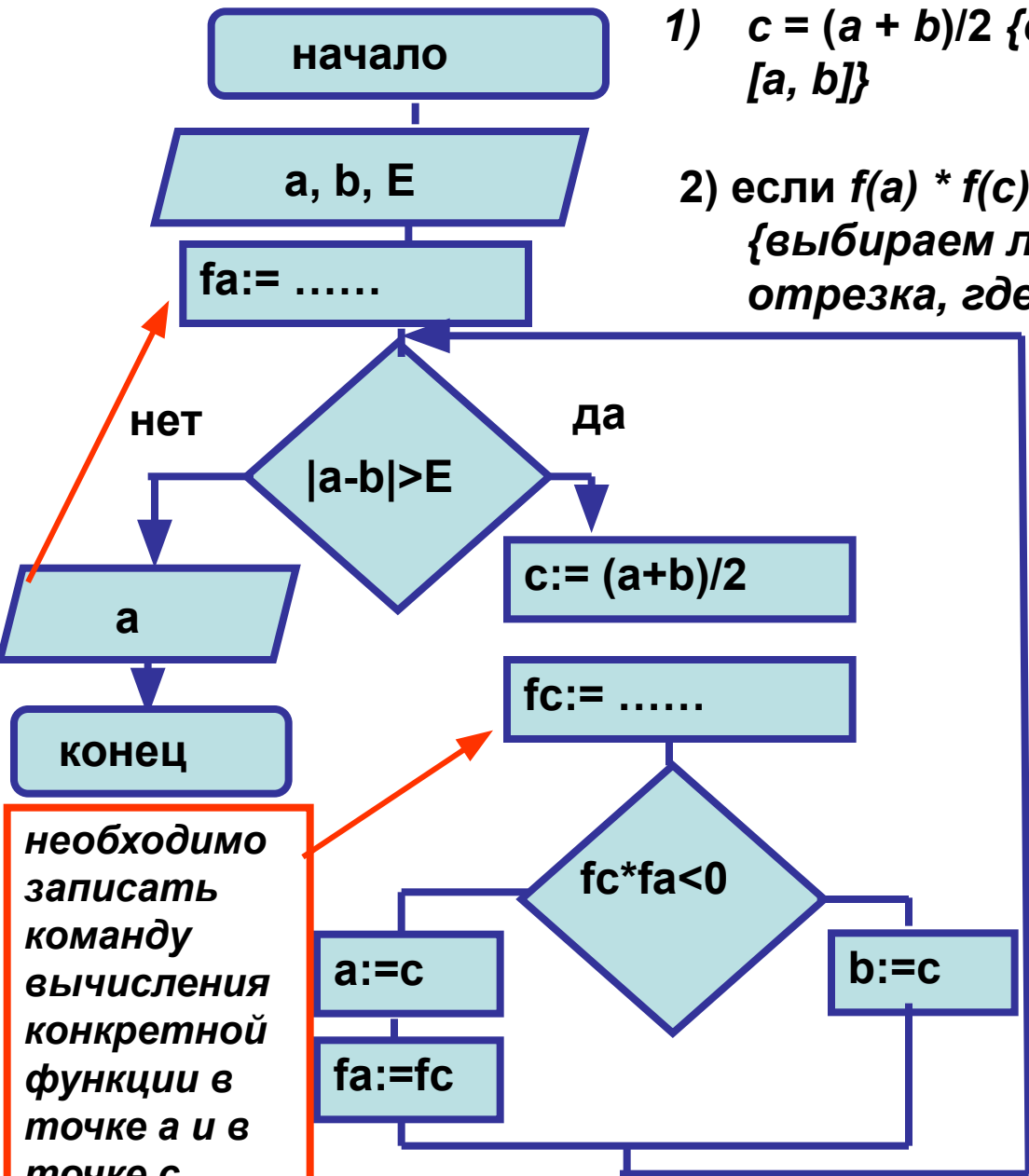
□ а график функции  $y = f(x)$  есть непрерывная линия на отрезке  $[a, b]$ .

□ В этом случае график функции обязательно пересечет ось  $Ox$ .

Требуется определить корень уравнения  $W$  с точностью  $E > 0$ .

Если  $V$ –точный корень уравнения  $f(V) = 0$ ,  $a \leq V \leq b$ , то требуется найти  $W$ :  $|W - V| < E$ ,  $a \leq W \leq b$ .

# Алгоритм метода деления отрезка пополам



1)  $c = (a + b)/2$  {вычисляем середину отрезка  $[a, b]$ }

2) если  $f(a) * f(c) < 0$ , то  $b = c$  иначе  $a = c$ .  
{выбираем левую или правую часть отрезка, где находится корень уравнения}

3) если  $|a - b| > E$ , то перейти к пункту 1).  
{если величина длины отрезка не достигла требуемой точности, то процесс деления отрезка продолжаем}

Любая точка отрезка  $[a, b]$  при таком алгоритме даст приближенное решение с заданной точностью.

необходимо записать команду вычисления конкретной функции в точке  $a$  и в точке  $c$ .

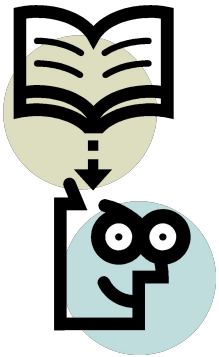
# Когда можно применять метод деления отрезка пополам

Что необходимо предварительно сделать, прежде чем применять этот алгоритм для нахождения корня уравнения?

Необходимо, в первую очередь, проверить, удовлетворяет ли функция постановке задачи: является ли график функции непрерывной линией на отрезке  $[a, b]$ , разные ли знаки имеет функция на концах отрезка  $[a, b]$ .

Можно ли применять метод деления отрезка пополам для нахождения корней уравнений, на заданных отрезках

- a.  $x^2 - 5 = 0$ ,  $[0, 3]$  (**ПО**: функция непрерывна на отрезке и  $f(0) * f(3) < 0$ , применять метод можно)
- b.  $\sin(x) - 0,2 = 0$   $[0, \pi/2]$  (**ПО**: функция непрерывна на отрезке и  $f(0) * f(\pi/2) < 0$ , применять метод можно)
- c.  $1/(x - 1)$   $[-2, 2]$  (**ПО**: функция не существует в точке  $x=1$ , применять метод нельзя)
- d.  $x^4 + \cos(x) - 2 = 0$   $[0, 2]$  (**ПО**: функция непрерывна на отрезке и  $f(0) * f(2) < 0$ , применять метод можно)
- e.  $x^5 - 1 = 0$   $[-5, 2]$  (**ПО**: функция непрерывна на отрезке и  $f(-5) * f(2) < 0$ , применять метод можно)



# Программа

Используя программу, вычислить на компьютере приближенные корни уравнения с точностью до 0.001 следующих уравнений:

```
Program XXX;  
Uses Crt;  
Var a, b, e, fa, fc, c: Real;  
Begin
```

```
  ClrScr; a:=...; b:=...;
```

```
  e := 0.001;
```

```
  fa := ... ;
```

```
  While Abs (a - b) > e do
```

```
    Begin c := (a + b)/2;
```

```
      fc := ... ;
```

```
      If fc * fa < 0 Then b := c
```

```
      Else Begin a := c; fa := fc; end;
```

```
    end;
```

```
    Writeln ('Корень уравнения равен ', a : 6 : 3);
```

```
    Readkey;
```

```
  End.
```

a.  $x^2 \cos(2x) + 1 = 0$  [0, pi/2]

b.  $x^3 + x^2 + x + 1 = 0$  [-2,1]

c.  $x^5 - 0,3 | x - 1 | = 0$  [0,1]

d.  $2x - \cos(x) = 0$  [0, pi/4]

e.  $tg(x) - (x + 1)/2 = 0$  [0, pi/4]