



П а р а б о л а

Т е о р е м а

К о о р д и н а т ы

А л г е б р а

П р я м а я

И н т е р в а л

А к с и о м а

с у м м а

О р д и н а т а

В и е т

# Арифметическая прогрессия



# Из истории Арифметической прогрессии

Древний Египет, страна великих достижений человеческой мысли, великих астрономов и математиков.

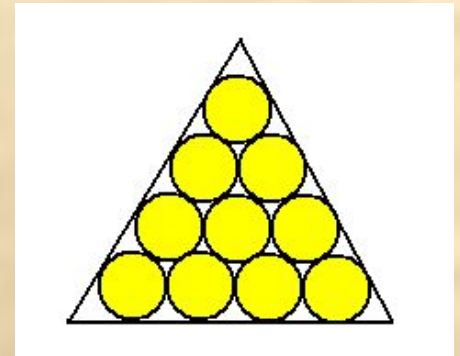
Самый большой, сохранившийся до наших дней, древнеегипетский математический текст – это папирус писца XVIII–XVII веков до нашей эры Ахмеса. Он имеет размер 5,25 м на 33 см, содержит 84 задачи.



# Задачи из папируса Ахмеса или Райнда

- «Тебе сказано: раздели 10 мер хлеба на 10 человек, если разность между каждым человеком и следующим за ним составляет  $1/8$  меры»
- Если камушки (или другие предметы) разложить рядами в форме треугольника так, что в первом ряду положить 1 камень, во втором – 2 и т.д., то их количество называли «треугольным числом». Таким образом, треугольные числа образуют такую последовательность: 1, 2, 3, 4, ..., а сумма этих камушков образует треугольное число.

Треугольное число - это и есть сумма  $n$ -первых членов арифметической прогрессии.



# Фигурные числа

Фигурные числа были известны еще в Древнем Вавилоне. В V - IV веках до нашей эры ученые, комбинируя натуральные числа, составляли из них затейливые ряды, придавая элементам этих рядов то или иное геометрическое истолкование. С их помощью можно выложить правильные геометрические фигуры: треугольники, квадраты, пирамиды и т.д.

Увлечлись, причем независимо друг от друга, нахождением таких чисел Б. Паскаль и П. Ферма.



Блез Паскаль



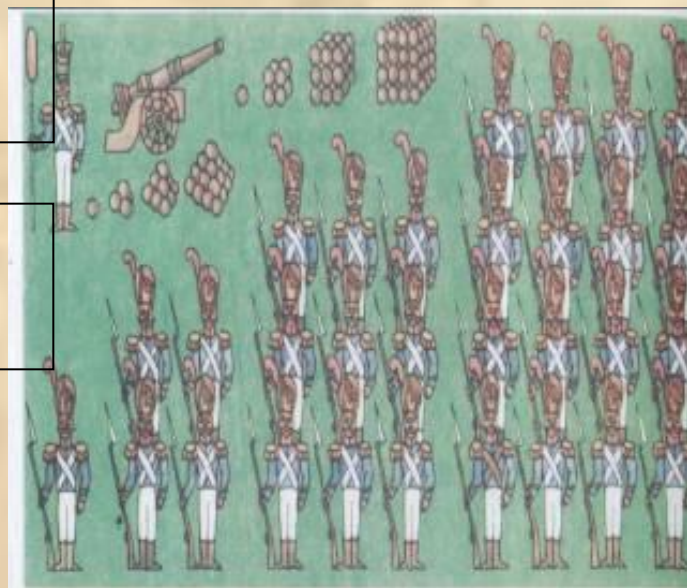
Пьер Ферма

	Фигура	Числа					Общий член $S_n$	
		$S_1$	$S_2$	$S_3$	$S_4$	$S_5$		...
1	Треугольник	1	3	6	10	15	...	$n(n+1)/2$
2	Квадрат	1	4	9	16	25	...	$n^2$
3	Пятиугольник	1	5	12	22	35	...	$n(3n-1)/2$
4	шестиугольник	1	6	15	28	45	...	$n(2n-1)$



**d=1**  
1;2;3;4;...

**d=3**  
1;4;7;10;...



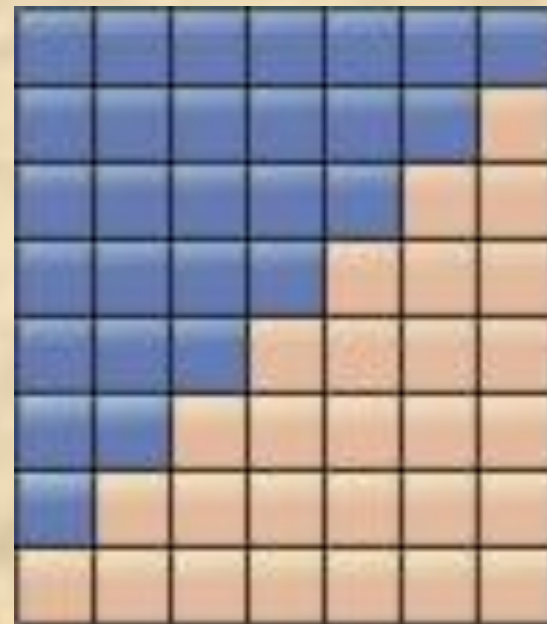
**d=2**  
1;3;5;7;...



Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии  $S_n$  в истории выводилась неоднократно и разными способами.

### *Способ пифагорейцев*

Треугольник, образованный первыми  $n$  натуральными числами, является половиной прямоугольника со сторонами  $n$  и  $(n + 1)$ , следовательно, сумма первых  $n$  натуральных чисел равна  $((n + 1)n)/2$ .



$$n = 7, S_n = 28$$

$$S = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

С формулой связан один из эпизодов биографии **К.Ф.Гаусса**.  
В дальнейшем Гаусс сделал много замечательных открытий. Его даже называли «царем математики»



К.Ф.Гаусс

## Древнейшая задача о делении хлеба

Сто мер хлеба разделить между пятью людьми так, чтобы второй получил на столько же больше первого, на сколько третий получил больше второго, четвёртый больше третьего и пятый больше четвертого. Кроме того, двое первых должны получить в 7 раз меньше трёх остальных. Сколько нужно дать каждому?

Решение:

Пусть  $y$ - разность арифметической прогрессии, тогда

доля первого —  $x$ ; доля второго —  $(x + y)$ ;

доля третьего —  $(x + 2y)$ ; доля четвертого —  $(x + 3y)$ ; доля пятого —  $(x + 4y)$ .

По условию задачи составим систему уравнений:

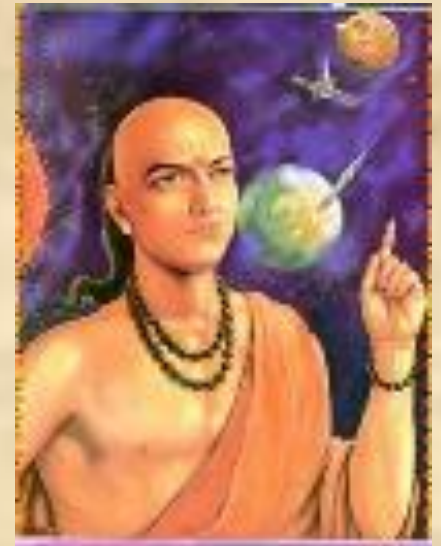
$$\begin{cases} x + (x + y) + (x + 2y) + (x + 3y) + (x + 4y) = 100, \\ 7((x + (x + y))) = (x + 2y) + (x + 3y) + (x + 4y); \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x + 10y = 100, \\ 14x + 7y = 3x + 9y; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x + 2y = 20, \\ 11x = 2y; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x = 20; \\ 11x = 2y; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1\frac{2}{3}, \\ y = 9\frac{1}{6}. \end{cases}$$

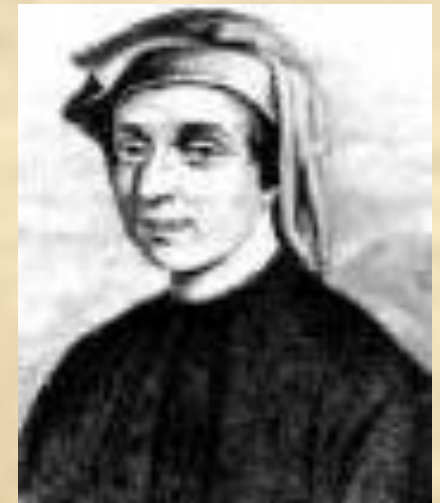
Следовательно, хлеб должен быть разделен на следующие части:

$$1\frac{2}{3}, \quad 10\frac{5}{6}, \quad 20, \quad 29\frac{1}{6}, \quad 38\frac{1}{3}.$$

Индийский астроном и математик  
*Ариабхата (V в.)* применял формулы  
общего числа, суммы  $n$  членов  
арифметической прогрессии.



Правило для нахождения суммы членов  
произвольной арифметической  
прогрессии впервые встречается в  
сочинении итальянского математика  
*Леонардо Пизанского «Книга абака»*  
1202г.





## Арифметическая прогрессия

Последовательность, в которой каждый член, начиная со второго равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

Число  $d$  - разность прогрессии

$$d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2 = a_4 - a_3 = \dots$$

- 1) 2; 5; 8; 11; 14; 17; ... арифметическая прогрессия  $d = 3$
- 2) 3; 9; 27; 81; 243; ... геометрическая прогрессия  $q = 3$
- 3) 1; 6; 11; 20; 25; ... последовательность чисел
- 4) -4; -8; -16; -32; ... геометрическая прогрессия  $q = 2$
- 5) 5; 25; 35; 45; 55; ... последовательность чисел
- 6) -2; -4; -6; -8; ... арифметическая прогрессия  $d = -2$

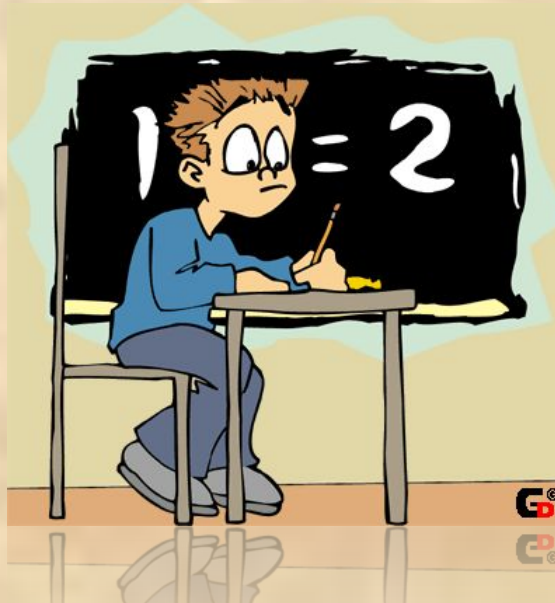
# Формула n-го члена арифметической прогрессии

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

Дано:  $a_1 = 7$ ,  $d = 5$

Найти:  $a_4$

$$a_4 = 22$$





# Характеристическое свойство



*Каждый член последовательности начиная со второго есть среднее арифметическое между предыдущим и последующим членами прогрессии*

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$x_1, x_2, 4, x_4, 14, \dots$   
найти:  $x_4$

$$x_4 = 9$$

# Формулы суммы n первых членов прогрессий

арифметическая

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

Дано:  $a_1 = 5$ ,  $d = 4$

Найти:  $S_5$

$$S_5 = 65$$

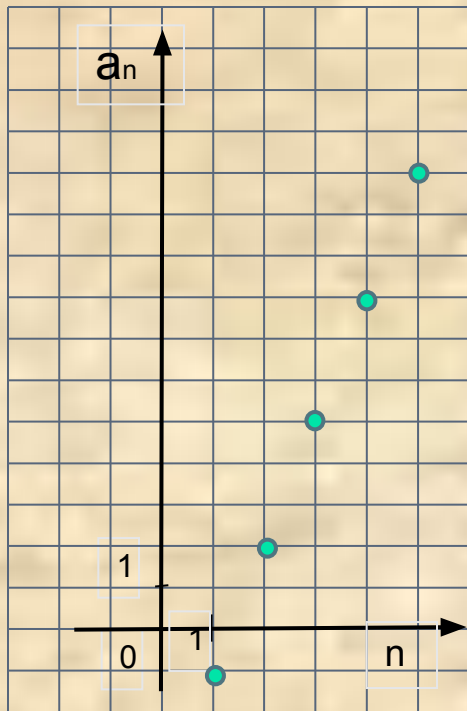


Рис. 1

1. Про арифметическую прогрессию  $(a_n)$  известно, что  $a_7 = 8$ ,  $a_8 = 12$ . найдите разность арифметической прогрессии.

- А) -4      Б) 4      В) 20      Г) 3

2. Члены арифметической прогрессии изображены (рис.1) точками на координатной плоскости. Какое из данных чисел является членом этой прогрессии?

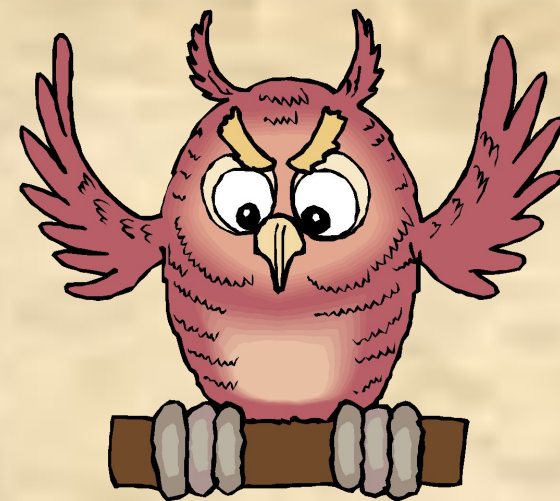
- А) -7      Б) 6      В) 12      Г) 17

3. Сумма второго и пятого членов арифметической прогрессии равна 11. Третий её член на 6 больше первого. Найдите второй и четвёртый члены.

Ответ:

$$a_2 = 1; a_4 = 7,$$

## Прогрессии в жизни, в быту и не только...



За 16 дней Карл украл у Клары 472 коралла. Каждый день он крал на 3 коралла больше, чем в предыдущий день. Сколько кораллов украл Карл в последний день?

1.Решение:

$$S_{16} = \frac{1}{2} (2 \cdot a_1 + 3 \cdot 15) \cdot 16;$$

$$472 = 16 a_1 + 360;$$

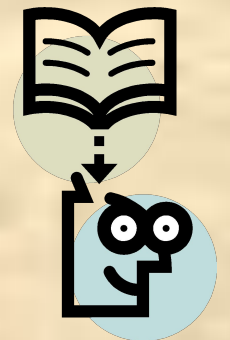
$$a_1 = (472 - 360) : 16 = 7.$$

$$a_{16} = 7 + 3 \cdot (16 - 1) = 52.$$

Ответ: 52 коралла украл Карл в последний день.

# Прогрессии в жизни, в быту и не только...

В сборнике по подготовке к экзамену 240 задач. Ученик планирует начать их решение 2 мая, а закончить 16 мая, решая каждый день на две задачи больше, чем в предыдущий день. Сколько задач ученик запланировал решить 12 мая?



2.Решение:

$$240 = \frac{1}{2}(2 a_1 + 2 \cdot 14) \cdot 15;$$

$$240 : 15 = a_1 + 14;$$

$$a_1 = 2;$$

$$a_{11} = 2 + 2 \cdot 10 = 22.$$

Ответ: 22 задачи надо решить 12 мая.

# Прогрессии в жизни, в быту и не только...

В амфитеатре расположены 10 рядов, причем в каждом следующем ряду на 20 мест больше чем в предыдущем, а в последнем ряду 280 мест. Сколько человек вмещает амфитеатр?



3.Решение:

$$280 = a_1 + 20 \cdot (10 - 1);$$

$$a_1 = 280 - 20 \cdot 9 = 100;$$

$$S_{10} = \frac{1}{2}(100 + 280) \cdot 10 = 1900.$$

Ответ: 1900 человек  
вмещает амфитеатр.

# Тест по теме «Арифметическая прогрессия»

*Пройдите за компьютеры. У вас 15  
минут.*

*Успешного решения!*

# Домашнее задание

На «4»

Сборник ГИА Кузнецова Л.В.

№7.19-7.21 (2)

На «5»

Сборник ГИА Кузнецова Л.В.

№7.22,7.29, 7.30, 7.38 (2)

*Творческое задание:*

сделать подборку старинных или практических задач по теме «Прогрессии»

**умения на  
конец урока. Был ли полезен  
урок  
для каждого из вас? Чем?**

**Сегодня на уроке я**

- узнал...**
- лучше научился...**
- смог, потому что...**
- у меня не получилось, потому что...**
- дома надо потренироваться...**

*Урок сегодня завершён,  
Дружней вас не сыскать.  
Но каждый должен знать:  
Познание, упорство, труд  
К прогрессу в жизни приведут!*

*Спасибо за урок!*

I (слайд 2) Тему сегодняшнего урока мы узнаем, разгадав кроссворд:

1. Как называется график квадратичной функции?
2. Математическое предложение, справедливость которого доказывается.
3. Упорядоченная пара чисел, задающая положение точки на плоскости.
4. Наука, возникшая в глубокой древности в Вавилоне и Египте, а учащиеся России начинают её изучать с 7 класса.
5. Линия на плоскости, задаваемая уравнением  $y=kx+b$ .
6. Числовой промежуток.
7. Предложение, принимаемое без доказательства.
8. Результат сложения
9. Название второй координаты на плоскости.
10. Французский математик 19 века, «отец» алгебры, юрист, разгадал шифр, применяемый испанцами в войне с французами, а нам помог в быстром решении квадратных уравнений.

II (слайд 3)

Итак, тема урока «Прогрессии». Прогрессия – латинское слово, означающее "движение вперед", было введено римским автором Боэцием.

- А почему во множественном числе? Какие знаете прогрессии?  
Давайте сформулируем цели нашего урока.

Установи соответствие  
ответы:

III (слайд 4 )

историческая справка ( Д/З )

IV ( слайды 5-10 )

обобщение теоретического материала

- |        |         |
|--------|---------|
| 1.- 3  | 7.- 4   |
| 2.- 18 | 8.- 15  |
| 3. - 2 | 9.- 8   |
| 4.- 14 | 10.- 1  |
| 5.- 7  | 11.- 10 |
| 6.- 12 | 12.-14  |

