

Транспортная задача



Некоторая продукция находится у *нескольких* поставщиков в различных объёмах.

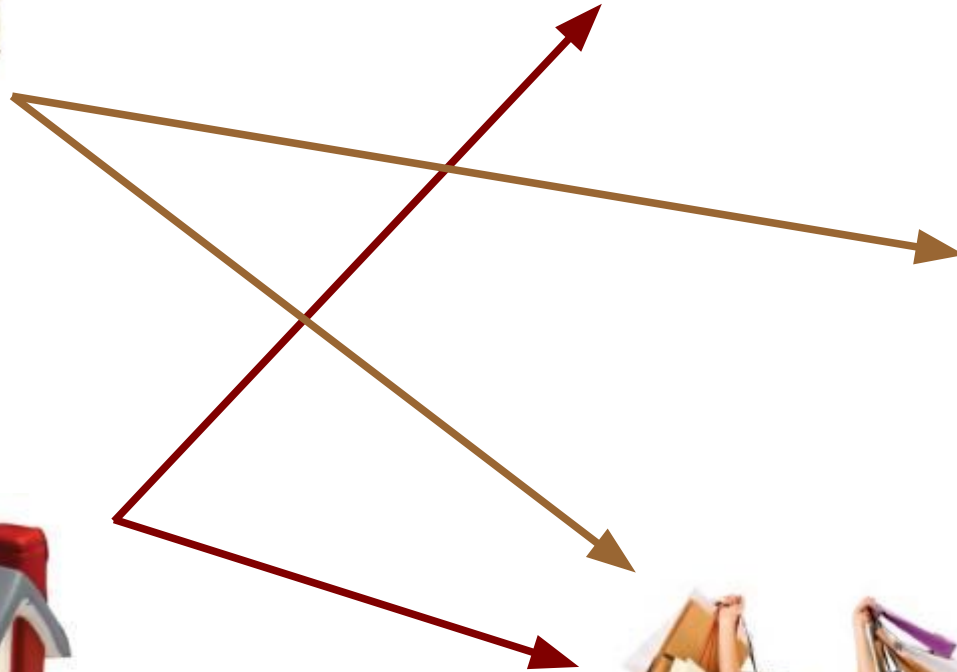
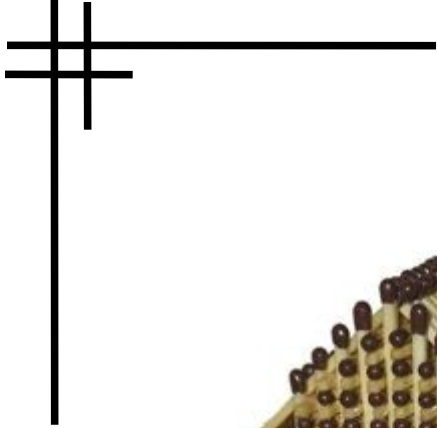
Ее необходимо доставить *ряду* потребителей в разных количествах.

Известны стоимости перевозки единицы продукции от каждого поставщика каждому потребителю.

Требуется составить такой план перевозок, при котором суммарные затраты на перевозку всех грузов минимальны.

Открытая задача: суммарные запасы поставщиков равняются суммарным запросам потребителей.

Закрытая модель (задача с нарушенным балансом): запасы поставщиков не равны запросам потребителей.



Формулировка транспортной задачи:

Найти переменные задачи $X = (x_{ij}), i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m,$

удовлетворяющие системе ограничений ,

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j \quad j = 1, 2, \dots, n,$$

а также условию неотрицательности переменных и обеспечивающие минимум целевой функции

$$Z(X) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \cdot x_{ij}$$

Открытая транспортная задача

Пусть на складах A1, A2, A3, A4, A5 хранится однотипная продукция в количестве соответственно 100, 150, 350, 200, 200 единиц.

Эту продукцию необходимо доставить потребителям B1, B2, B3, B4, B5 по их заказам: 100, 200, 200, 300, 200 единиц соответственно. Стоимость перевозки одной единицы груза из каждого пункта отправления в каждый пункт назначения задается следующей таблицей:

	B1	B2	B3	B4	B5
A1	4	3	5	2	3
A2	7	1	2	3	1
A3	9	2	4	5	6
A4	1	3	6	4	10
A5	5	8	15	6	15

Постановка задачи


	B1	B2	B3	B4	B5	Запасы
A1	4	3	5	2	3	100
A2	7	1	2	3	1	150
A3	9	2	4	5	6	350
A4	1	3	6	4	10	200
A5	5	8	15	6	15	200
Потребности	100	200	200	300	200	1000

Excel

G17		fx =СУММПРОИЗВ(В3:F7;В13:F17)							
	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	ПЕРЕМЕННЫЕ						ОГРАНИЧЕНИЯ		
2	≥ 0	Xj1	Xj2	Xj3	Xj4	Xj5	Левая часть	Знак	Запасы
3	X1i	1	2	3	4	5	15	=	100
4	X2i	2	3	4	5	6	20	=	150
5	X3i	3	4	5	6	7	25	=	350
6	X4i	4	5	6	7	8	30	=	200
7	X5i	5	6	7	8	9	35	=	200
8	Левая часть	15	20	25	30	35			
9	Знак	=	=	=	=	=			1000
10	Потребности	100	200	200	300	200		1000	БАЛАНС
11									
12	ТАРИФЫ	Xj1	Xj2	Xj3	Xj4	Xj5			
13	X1i	4	3	5	2	3			
14	X2i	7	1	2	3	1			
15	X3i	9	2	4	5	6	ЦФ		
16	X4i	1	3	6	4	10	Значение	Напр	
17	X5i	5	8	15	6	15	745	min	

Данные – Поиск решения


Поиск решения

Установить целевую ячейку: 

Равной: максимальному значению значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:




Ограничения:

Решение

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	ПЕРЕМЕННЫЕ						ОГРАНИЧЕНИЯ		
2	≥ 0	Xj1	Xj2	Xj3	Xj4	Xj5	Левая часть	Знак	Запасы
3	X1i	0	-1E-06	-1E-06	50	50	100	=	100
4	X2i	0	0	0	0	150	150	=	150
5	X3i	0	150	200	0	0	350	=	350
6	X4i	100	50	0	50	0	200	=	200
7	X5i	0	0	0	200	0	200	=	200
8	Левая часть	100	200	200	300	200			
9	Знак	=	=	=	=	=			1000
10	Потребности	100	200	200	300	200		1000	БАЛАНС
11									
12	ТАРИФЫ	Xj1	Xj2	Xj3	Xj4	Xj5			
13	X1i	4	3	5	2	3			
14	X2i	7	1	2	3	1			
15	X3i	9	2	4	5	6	ЦФ		
16	X4i	1	3	6	4	10	Значение	Напр	
17	X5i	5	8	15	6	15	3149,999996	min	

Дополнительное условие


Поиск решения X

Установить целевую ячейку: 

Равной: максимальному значению значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:



Ограничения:

\$B\$3:\$F\$7 >= 0
\$B\$8:\$F\$8 = \$B\$10:\$F\$10
\$G\$3:\$G\$7 = \$I\$3:\$I\$7

Решение

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	ПЕРЕМЕННЫЕ						ОГРАНИЧЕНИЯ		
2	≥ 0	Xj1	Xj2	Xj3	Xj4	Xj5	Левая часть	Знак	Запасы
3	X1i	0	0	0	50	50	100,0000004	=	100
4	X2i	0	0	0	0	150	150,0000002	=	150
5	X3i	0	150	200	0	0	350,0000005	=	350
6	X4i	100	50	0	50	0	200	=	200
7	X5i	0	0	0	200	0	200	=	200
8	Левая часть	100	200	200	300	200			
9	Знак	=	=	=	=	=			1000
10	Потребности	100	200	200	300	200		1000	БАЛАНС
11									
12	ТАРИФЫ	Xj1	Xj2	Xj3	Xj4	Xj5			
13	X1i	4	3	5	2	3			
14	X2i	7	1	2	3	1			
15	X3i	9	2	4	5	6	ЦФ		
16	X4i	1	3	6	4	10	Значение	Напр	
17	X5i	5	8	15	6	15	3150,0000002	min	



Самостоятельная работа 1

	B1	B2	B3	B4	Запасы
A1	2	5	8	1	9
A2	8	3	9	2	16
A3	7	4	6	3	5
Потребность	11	7	8	4	

ФИКТИВНЫЙ ПОТРЕБИТЕЛЬ

	В1	В2	В3	В4	В5	Запасы
А1	11	6	8	12	16	500
А2	16	10	8	16	15	300
А3	14	17	9	11	13	200
А4	13	12	7	8	15	100
Потребности	50	150	250	150	250	850 < 1100

Запасов больше на $1100 - 850 = 250$

ФИКТИВНЫЙ ПОТРЕБИТЕЛЬ

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	Запасы
A1	11	6	8	12	16	0	500
A2	16	10	8	16	15	0	300
A3	14	17	9	11	13	0	200
A4	13	12	7	8	15	0	100
Потребности	50	150	250	150	250	250	1100


Excel

H15 fx =СУММПРОИЗВ(B3:G6;B12:G15)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	ПЕРЕМЕННЫЕ							ОГРАНИЧЕНИЯ		
2	≥ 0	Xj1	Xj2	Xj3	Xj4	Xj5	Xj6	Левая часть	Знак	Запасы
3	X1i	1	2	3	4	5	6	21	=	500
4	X2i	2	3	4	5	6	7	27	=	300
5	X3i	3	4	5	6	7	8	33	=	200
6	X4i	4	5	6	7	8	9	39	=	100
7	Правая часть	10	14	18	22	26	30			
8	Знак	=	=	=	=	=	=			1100
9	Потребность	50	150	250	150	250	250		1100	БАЛАНС
10										
11	ТАРИФ	Xj1	Xj2	Xj3	Xj4	Xj5	Xj6			
12	X1i	11	6	8	12	16	0			
13	X2i	16	10	8	16	15	0	ЦФ		
14	X3i	14	17	9	11	13	0	Значение	Напр	
15	X4i	13	12	7	8	15	0	1081	min	

Данные – Поиск решения


Поиск решения

Установить целевую ячейку: 

Равной: максимальному значению значению:

минимальному значению

Изменяя ячейки:



Ограничения:

\$B\$3:\$G\$6 >= 0
\$B\$7:\$G\$7 = \$B\$9:\$G\$9
\$H\$3:\$H\$6 = \$J\$3:\$J\$6

Решение

	A	B	C	D	E	F	G	Н	I	J
1	ПЕРЕМЕННЫЕ							ОГРАНИЧЕНИЯ		
2	≥ 0	Xj1	Xj2	Xj3	Xj4	Xj5	Xj6	Левая часть	Знак	Запасы
3	X1i	50	150	86	50	0	164	499,9999996	=	500
4	X2i	0	0	164	0	50	86	299,9999994	=	300
5	X3i	0	0	0	0	200	0	200	=	200
6	X4i	0	0	0	100	0	0	100	=	100
7	Правая часть	50	150	250	150	250	250			
8	Знак	=	=	=	=	=	=			1100
9	Потребность	50	150	250	150	250	250		1100	БАЛАНС
10										
11	ТАРИФ	Xj1	Xj2	Xj3	Xj4	Xj5	Xj6			
12	X1i	11	6	8	12	16	0			
13	X2i	16	10	8	16	15	0	ЦФ		
14	X3i	14	17	9	11	13	0	Значение	Напр	
15	X4i	13	12	7	8	15	0	8199,999992	min	

Решение не единственно!

Самостоятельная работа: ФИКТИВНЫЙ ПОСТАВЩИК

	В1	В2	В3	В4	В5	Запасы
A1	1	6	8	12	16	100
A2	16	10	8	16	15	300
A3	4	1	9	11	13	200
A4	3	2	7	7	15	100
Потребности	50	150	250	150	250	850 > 700

Потребностей больше на $850 - 700 = 150$

Решение

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	ПЕРЕМЕННЫЕ						ОГРАНИЧЕНИЯ		
2	≥ 0	Xj1	Xj2	Xj3	Xj4	Xj5	Левая часть	Знак	Запасы
3	X1i	50	0	0	50	0	99,99999974	=	100
4	X2i	0	0	250	0	50	300	=	300
5	X3i	0	150	0	0	50	200	=	200
6	X4i	0	0	0	100	0	100,0000001	=	100
7	X5i	0	0	0	0	150	149,9999998	=	150
8	Правая часть	50	150	250	150	250			
9	Знак	=	=	=	=	=			850
10	Потребность	50	150	250	150	250		850	БАЛАНС
11									
12	ТАРИФ	Xj1	Xj2	Xj3	Xj4	Xj5			
13	X1i	1	6	8	12	16			
14	X2i	16	10	8	16	15			
15	X3i	4	1	9	11	13	ЦФ		
16	X4i	3	2	7	7	15	Значение	Напр	
17	X5i	0	0	0	0	0	4900	min	



Контрольная работа

	B1	B2	B3	Запасы
A1	5	6	$N+1$	7
A2	8	N	7	$N+6$
A3	N	4	9	12
Потребность	$N+4$	11	10	

N – номер Вашего варианта