Арккосинус. Решение уравнения cos t =a.

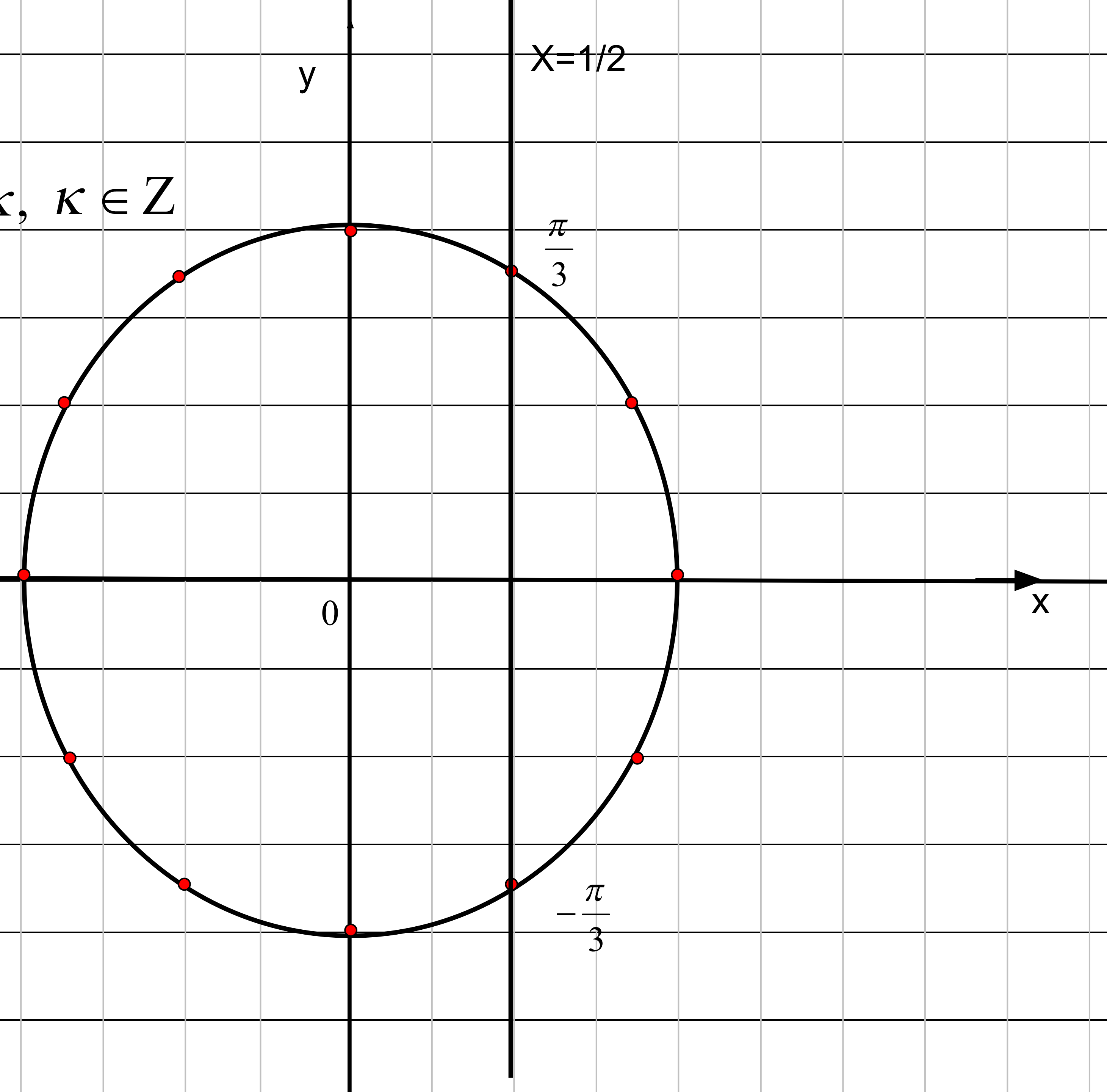
Решить уравнения:

1) $\cos t = \frac{1}{2}$;

2) $\cos t = 1$.

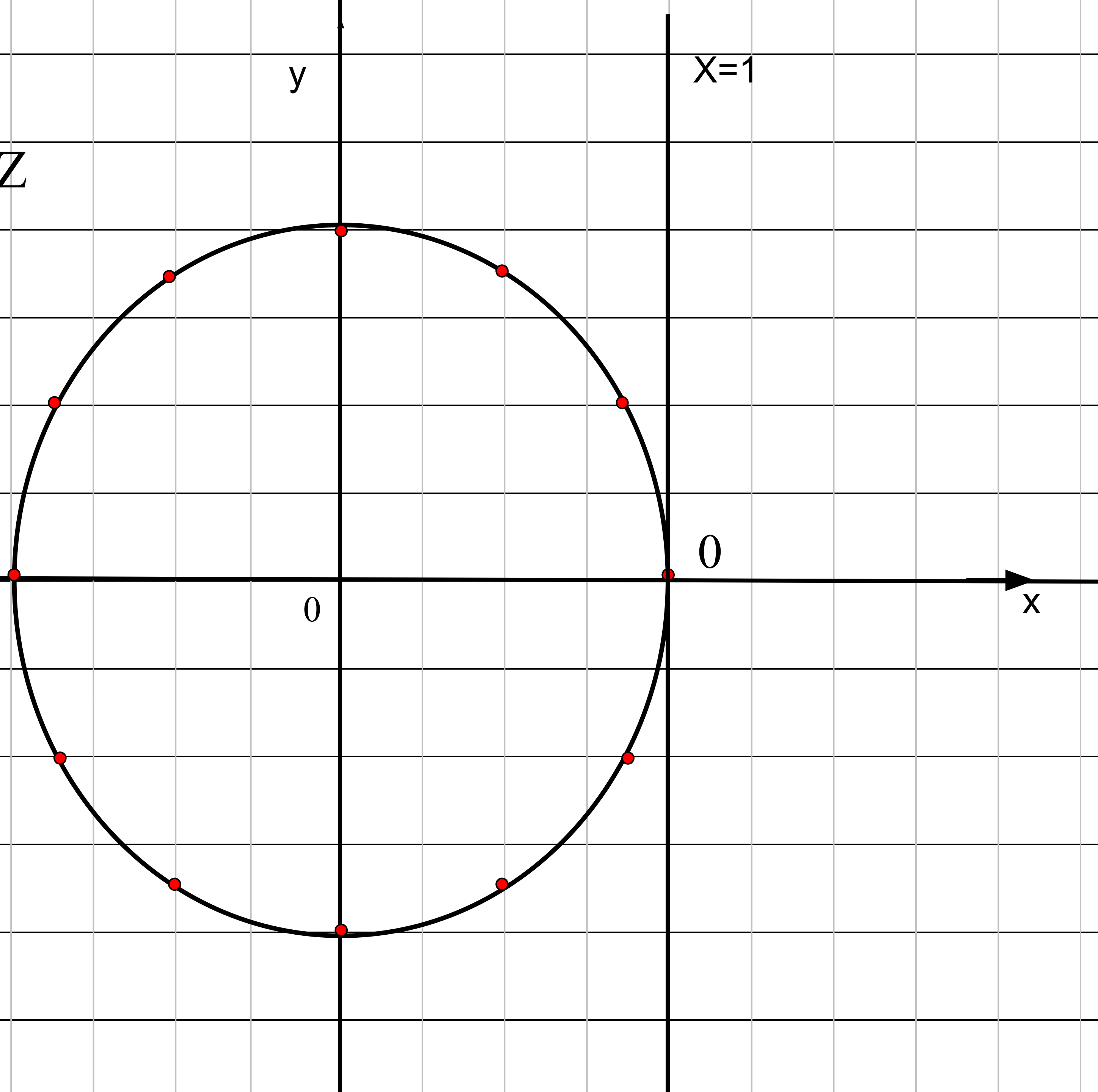
$$\cos t = \frac{1}{2}$$

$$t = \pm\frac{\pi}{3} + 2\pi\kappa,\ \ \kappa \in Z$$



cos t = 1

$t = 2\pi\kappa, \kappa \in Z$

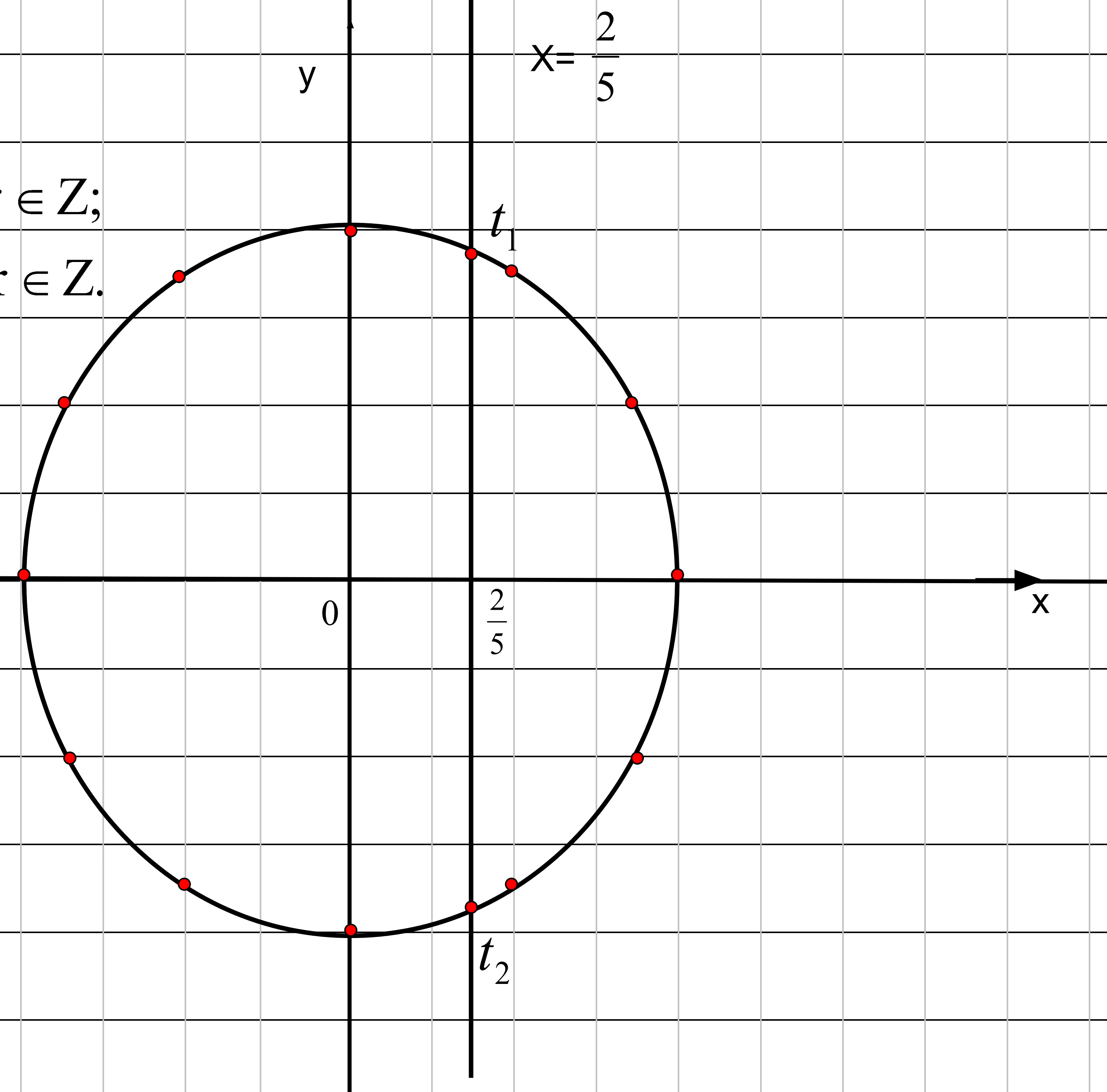


Решить уравнение:

$$\cos t = \frac{2}{5}.$$

$$\cos t = \frac{2}{5}$$

$$\left[\begin{array}{l} t = t_1 + 2\pi\kappa, \kappa \in Z; \\ t = t_2 + 2\pi\kappa, \kappa \in Z. \end{array}\right.$$



arccos a

Читается: **арккосинус а**

«arcus» в переводе с латинского значит «дуга»

(сравните со словом «арка»)

С помощью этого символа числа t_1 и t_2

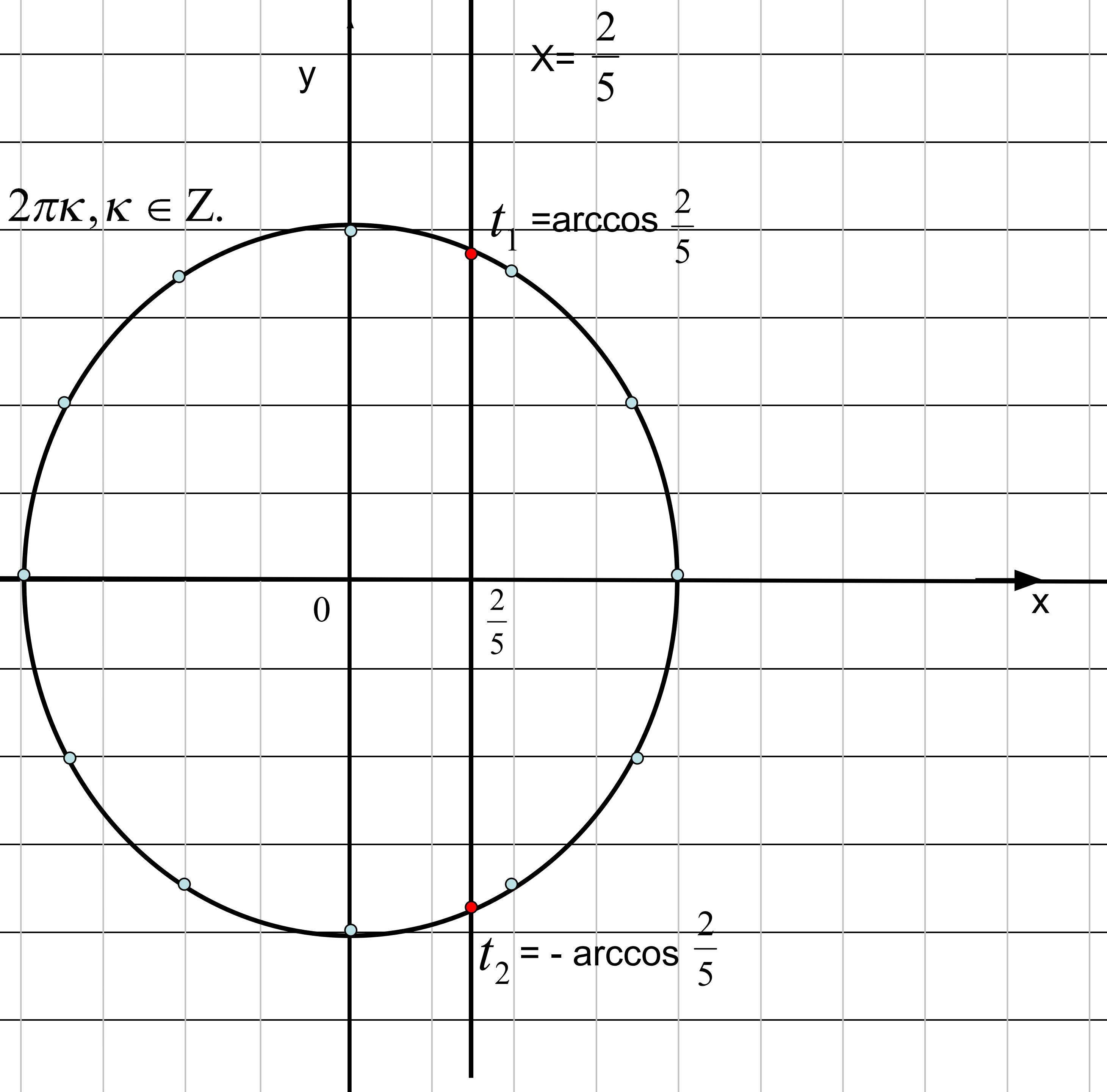
записываются следующим образом:

$$t_1 = \arccos\frac{2}{5}$$

$$t_2 = -\arccos\frac{2}{5}.$$

cos t = $\frac{2}{5}$

$$t = \pm \arccos\frac{2}{5} + 2\pi\kappa, \kappa \in Z.$$



Что же такое $\arccos\frac{2}{5}$ **?**

Это число (длина дуги), косинус которого равен $\frac{2}{5}$ и

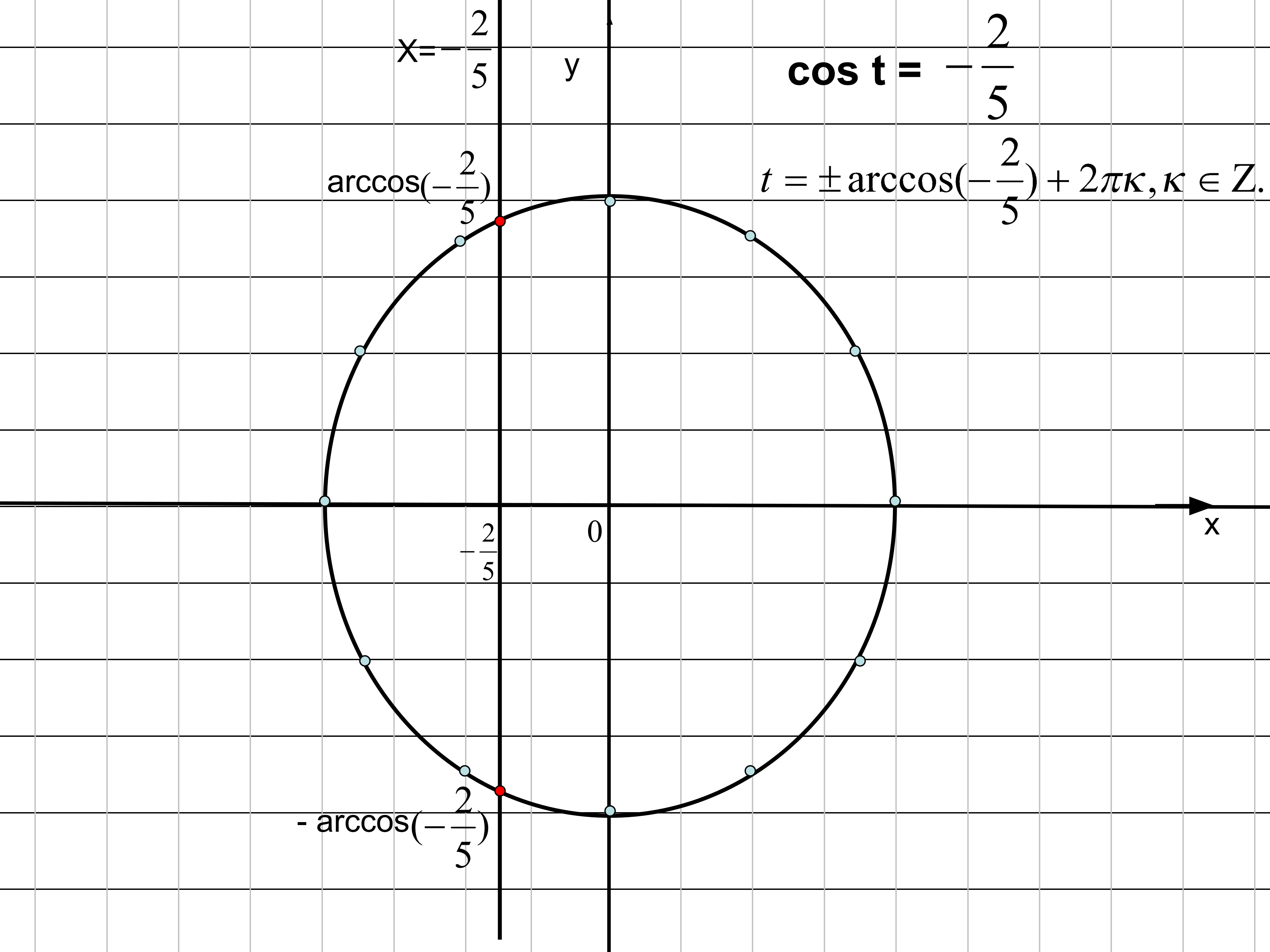
которое принадлежит
первой четверти числовой окружности.

Решить уравнение:

$$\cos t = -\frac{2}{5}.$$

$$\cos t = -\frac{2}{5}$$

$$t = \pm \arccos\left(-\frac{2}{5}\right) + 2\pi\kappa, \kappa \in Z.$$



Что же такое $\arccos(-\frac{2}{5})$ **?**

Это число (длина дуги), косинус которого равен $-\frac{2}{5}$ и

которое принадлежит
второй четверти числовой окружности.

Определение.

Если $|a| \leq 1, mo$

$$\arccos a = t \Leftrightarrow \begin{cases} \cos t = a, \\ 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$

Пример 1

$$\arccos\frac{1}{2} = \frac{\pi}{3}$$

$$\arccos\frac{1}{2}=\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}, \\ 0 \le \frac{\pi}{3} \le \pi. \end{cases}$$

t =?

Пример 2

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4}$$

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \frac{3\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\frac{3\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \\ 0 \le \frac{3\pi}{4} \le \pi. \end{cases}$$

t =?

Пример 3

$$\arccos 0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\arccos 0 = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos\frac{\pi}{2} = 0, \\ 0 \le \frac{\pi}{2} \le \pi. \end{cases}$$

t =?

Пример 4

$$\arccos 1 = 0$$

$$\arccos 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 0 = 1, \\ 0 \le 0 \le \pi. \end{cases}$$

t =?

Решение уравнения cos t = a.

Если $|a| \leq 1$, то уравнение cost = a имеет решения:

$$t = \pm \arccos a + 2\pi\kappa, \kappa \in Z$$

Частные случаи:

1) Если cos t = 0, то t = $\frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$

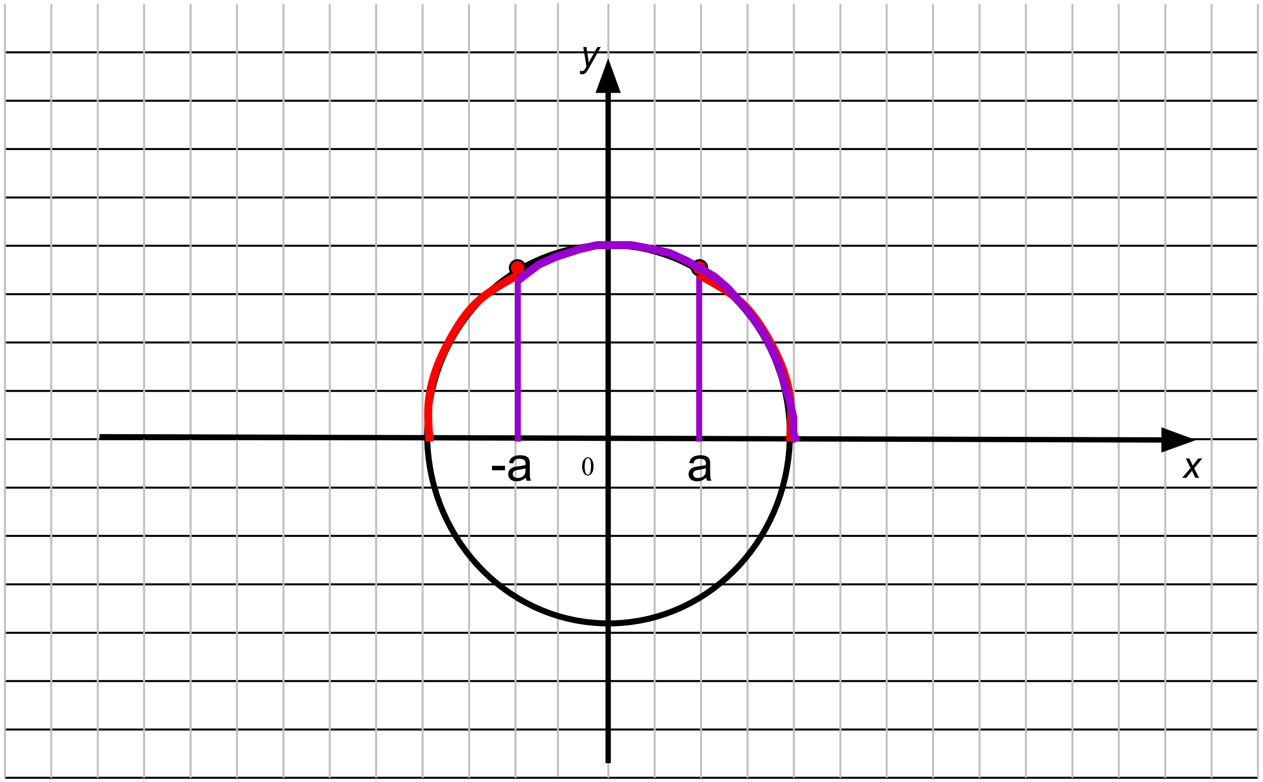
2) Если cos t = 1, то t = $2\pi k$, $k \in Z$

3) Если cos t = - 1, то t = $\pi + 2\pi k$, $k \in Z$

Теорема.

Для любого а $\in$ [-1;1] выполняется равенство

$$\boxed{\arccos a + \arccos(-a) = \pi}$$



На практике используется:

$$\boxed{\arccos(-a) = \pi - \arccos a\text{, где } 0 \le a \le 1}$$

Пример.

$$\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = \pi - \arccos\frac{\sqrt{2}}{2} =$$

$$= \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}.$$

Решение уравнений

Пример 1.

cos t = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$t = \pm\arccos\frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi\kappa \quad , \kappa \in Z$$

Вычислим $\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi}{6}\Leftrightarrow\begin{cases}\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2},\\0\le\frac{\pi}{6}\le\pi.\end{cases}$$

Решение уравнений

Пример 1.

cos t = $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$t = \pm \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\pi\kappa \text{ , } \kappa \in Z$$

$$t = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi\kappa \text{ , } \quad \kappa \in Z$$

Ответ: $\{\pm \frac{\pi}{6} + 2\pi\kappa\}$ $, \kappa \in Z$

Решение уравнений

Пример 2.

cos t = $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$t = \pm \text{arccos}\,(-\frac{\sqrt{3}}{2}) + 2\pi\kappa, \ \kappa \in Z$$

Вычислим $\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2})$

$\arccos(-\frac{\sqrt{3}}{2})$ = π - $\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}$ =

$$= \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}.$$

Решение уравнений

Пример 2.

cos t = $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$t = \pm \text{arccos}\,(-\frac{\sqrt{3}}{2}) + 2\pi\kappa,\ \ \kappa \in Z$$

$$t = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi\kappa\ , \quad \kappa \in Z$$

Ответ: $\{\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi\kappa\}\ , \kappa \in Z$

Решение уравнений

Пример 3.

cos t = $\frac{2}{7}$

$$t = \pm \arccos\frac{2}{7} + 2\pi\kappa\ ,\ \kappa \in Z$$

Ответ: $\{\pm \arccos\frac{2}{7} + 2\pi\kappa\},\ \kappa \in Z$

Решение уравнений

Пример 4.

cos t = $-1{,}2$ $\quad -1{,}2 < -1$

Ответ: уравнение решения не имеет.

Спасибо за урок!