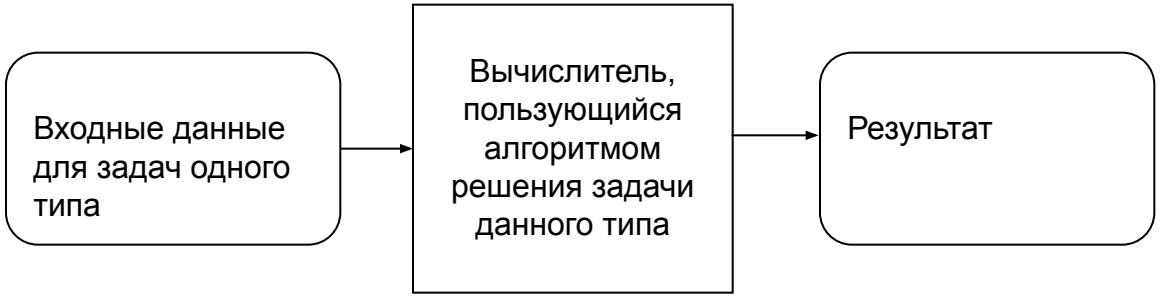
Алгоритмы:
основные понятия, примеры практической разработки

Интуитивное понятие алгоритма. Под алгоритмом понимают точное предписание (набор инструкций) о выполнении в определенной последовательности (порядке) некоторой системы операций для решения всех задач некоторого заданного типа.



В математике серия однотипных задач считается решенной, когда для ее решения (при любых начальных данных) установлен алгоритм.

***Алгоритмы**: основные понятия, примеры практической разработки*

Простейшие алгоритмы - правила выполнения основных арифметических действий для десятичных чисел. В IX веке сформулированы Мухамедом бен Муссой по прозвищу Аль-Хорезми (сам термин «алгоритм» отдаленно напоминает его имя).

Согласно Аль-Хорезми, процедура сложения двух многозначных чисел разлагается в цепочку элементарных действий, при осуществлении которых **вычислитель (исполнитель)** обозревает лишь две цифры соответствующего разряда. Одна из этих цифр может быть снабженной специальной пометкой, указывающей на необходимость переноса единицы в следующий разряд.

Эти элементарные операции бывают двух типов:

1) запись соответствующей цифры суммы;
2) пометка о переносе над соседней слева цифрой.

При этом алгоритм предписывает надлежащий порядок выполнения этих операций: справа налево.

Формальный характер предписаний (**команд алгоритма**), т.е. их независимость от содержания, вкладываемого в используемые в операциях числа, дает возможность их применения для любых исходных данных.

Ключевые понятия.

Команда – это указание исполнителю совершить некоторое действие.

Исполнитель (вычислитель) – устройство или живой существо, которое выполняет по определенным правилам составленный алгоритм. Исполнитель, который не понимает цели алгоритма, называется формальным исполнителем.

Алгоритмом называется точная инструкция (набор команд) исполнителю, сформулированная в понятной для него форме и определяющая процесс достижения поставленной цели на основе имеющихся исходных данных за конечное число шагов.

Свойства алгоритма.

1. Универсальность (массовость) - применимость алгоритма к различным наборам исходных данных.
2. Дискретность - процесс решения задачи по алгоритму разбит на отдельные действия.
3. Конечность - каждое из действий и весь алгоритм в целом обязательно завершаются.
4. Результативность - по завершении выполнения алгоритма обязательно получается конечный результат.
5. Выполнимость (эффективность) - результата алгоритма достигается за конечное число шагов.
6. Детерминированность (определенность) - алгоритм не должен содержать предписаний, смысл которых может восприниматься неоднозначно. Т.е. одно и то же предписание после исполнения должно давать один и тот же результат.
7. Последовательность – порядок исполнения команд должен быть понятен исполнителю и не должен допускать неоднозначности.

Классы алгоритмов.

- вычислительные алгоритмы, работающие со сравнительно простыми видами данных, такими как числа и матрицы, хотя сам процесс вычисления может быть долгим и сложным;

- информационные алгоритмы, представляющие собой набор сравнительно простых процедур, работающих с большими объемами информации (алгоритмы баз данных);

- управляющие алгоритмы, генерирующие различные управляющие воздействия на основе данных, полученных от внешних процессов, которыми алгоритмы управляют.

Классификация алгоритмов по типу передачи управления:

Основные (главные выполняемые программы) и **вспомогательные** (подпрограммы). **Вспомогательный** алгоритм должен быть снабжен таким заголовком, который позволяет вызывать этот алгоритм из других алгоритмов (например, основных).

Способы записи алгоритмов

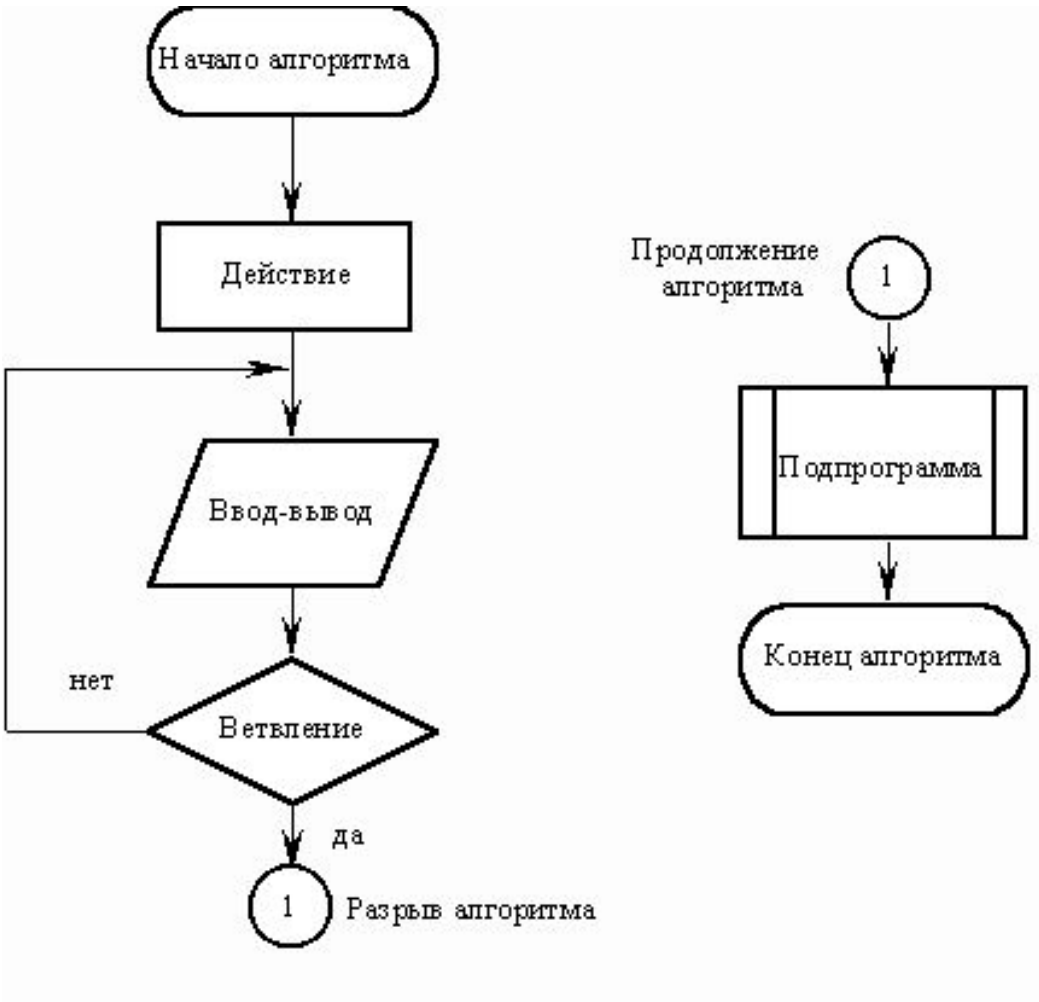
- **Вербальный (словесный)**, когда алгоритм описывается на человеческом языке;

- **графический**, когда алгоритм описывается с помощью набора графических изображений.

- **символьный**, когда алгоритм описывается с помощью специального набора символов (специального языка);

Словесная форма записи алгоритмов обычно используется для алгоритмов, ориентированных на исполнителя-человека. Команды такого алгоритма выполняются в естественной последовательности, если не оговорено противного.

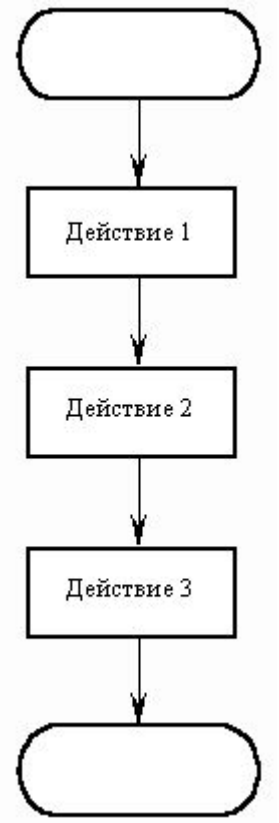
Графическая запись с помощью блок-схем осуществляется рисованием последовательности геометрических фигур, каждая из которых подразумевает выполнение определенного действия алгоритма. Порядок выполнения действий указывается стрелками. Написание алгоритмов с помощью блок-схем регламентируется ГОСТом.



***Алгоритмы**: основные понятия, примеры практической разработки*

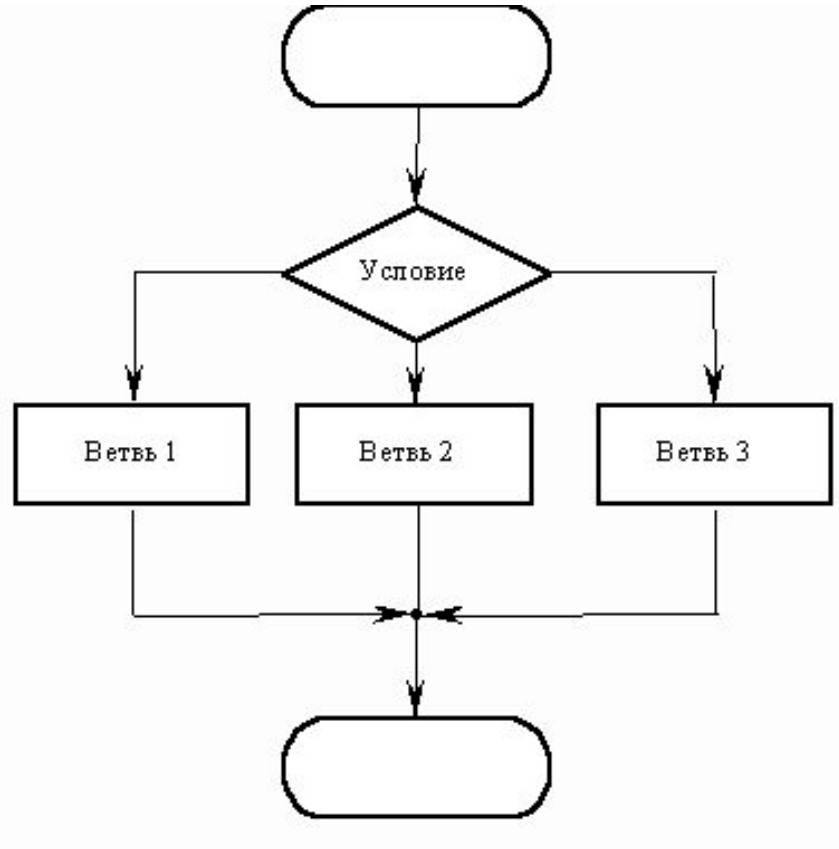
Алгоритмы линейной структуры:

действия выполняются последовательно одно за другим.



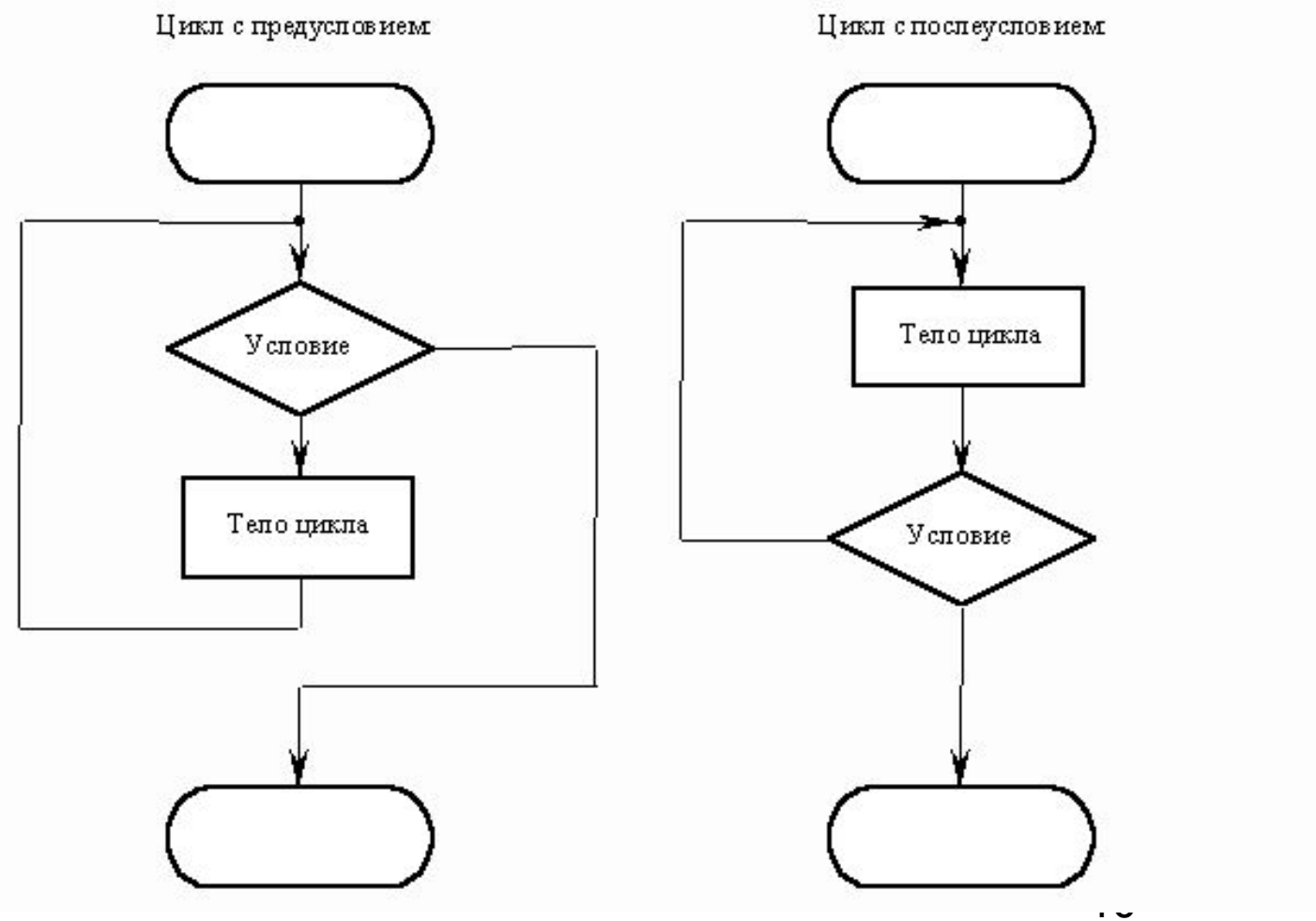
Алгоритмы разветвленной структуры:

в зависимости от выполнения или невыполнения какого-либо условия производятся различные последовательности действий.

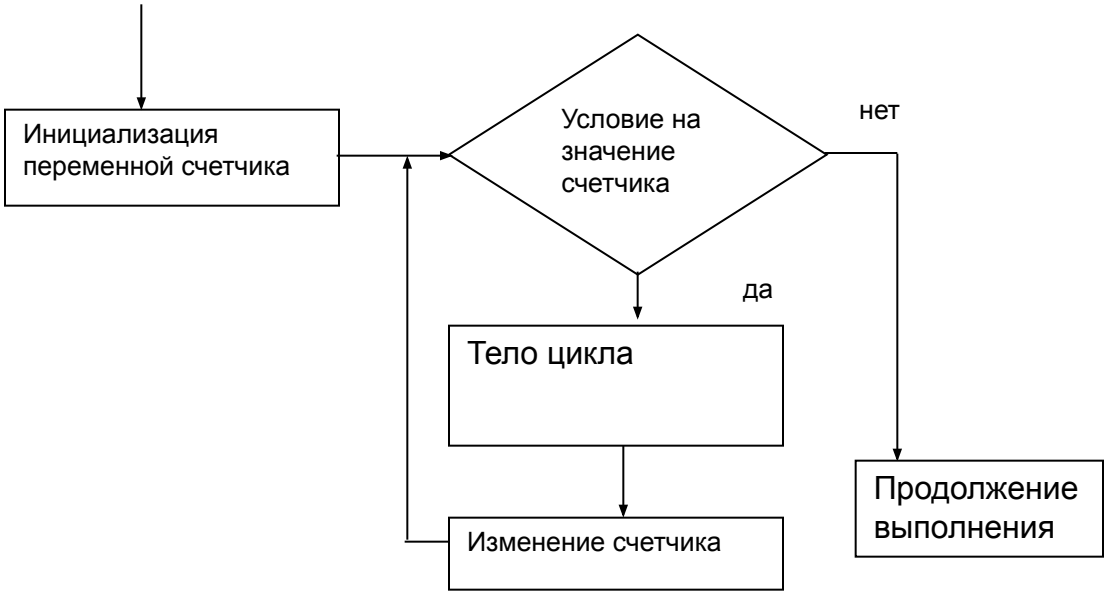


***Алгоритмы**: основные понятия, примеры практической разработки*

Алгоритмы циклической структуры: в зависимости от выполнения или невыполнения какого-либо условия выполняется повторяющаяся последовательность действий, называющаяся **телом цикла**. Различают циклы с **предусловием** и **постусловием**:



Языки программирования содержат операторы **цикла со счетчиком**. Они используются, когда изначально известно, сколько итераций (проходов) цикла необходимо выполнить. Модель цикла со счетчиком может быть описана с помощью классического цикла с предусловием.



Язык машинных команд применялся до создания языков программирования высокого уровня (50-60 годы прошлого века). В машине БЭСМ была принята трехадресная система команд. Каждая команда в этой системе представляла из себя последовательность четырех десятичных двухзначных чисел:

aa xx yy zz

где **aa** - указывало номер предписываемой операции; **xx** и **yy** - адреса двух ячеек, над содержимым которых совершается данная операция; **zz** - определяло адрес ячейки, в которую необходимо поместить результат.

Чтобы оперировать адресами хотя бы 255 ячеек памяти, размер самой ячейки в трехадресной команде (а также и ячеек с самими данными) должен быть как минимум 4 байта, по одному байту (8 бит) на каждую часть команды. Соответственно размер чисел с таким размером ячейки памяти мог достигать 31 двоичных разрядов для целых чисел (крайний левый бит, как правило отдавался под знак числа), т.е. максимальное целое число могло быть $2^{32} – 1$. Для действительных чисел еще один бит отдавался для десятичной точки, соответственно максимальная точность (размер мантиссы) мог составлять 29 двоичных разрядов.

Последовательность цифр 01 11 12 15 представляет собой зашифрованную команду:
«Сложить (операция 01) числа из ячеек с адресами 11 и 12, результат поместить в ячейку с адресом 15».

***Алгоритмы**: основные понятия, примеры практической разработки*

1. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ КОМАНДЫ:

А) 01 xx yy zz – **Сложить** число из ячейки с адресом **xx** с числом из ячейки с адресом **yy** и сумму отправить в ячейку с адресом **zz** .

Б) 02 xx yy zz – **Вычесть** из числа из ячейки с адресом **xx** число из ячейки с адресом **yy** и разность отправить в ячейку с адресом **zz**.

В) 03 xx yy zz – **Умножить** число из ячейки с адресом **xx** с числом из ячейки с адресом **yy** и произведение отправить в ячейку с адресом **zz**.

Г) 04 xx yy zz – **Разделить** число из ячейки с адресом **xx** на число из ячейки с адресом **yy** и частное отправить в ячейку с адресом **zz**.

2. КОМАНДЫ ПЕРЕДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ:

Д) 05 00 00 zz – **Переходить** к команде, хранящейся в ячейке с адресом **zz** (безусловная передача управления).

Е) 05 01 yy zz – **Переходить** к команде, хранящейся в ячейке с адресом **zz** при условии, что в ячейке с адресом **yy** хранится положительное число.

Ж) 05 02 yy zz – **Переходить** к команде, хранящейся в ячейке с адресом **zz** при условии, что в ячейке с адресом **yy** хранится отрицательное число.

3. КОМАНДА ОСТАНОВКИ:

00 00 00 00.

Команды выполнялись в том порядке, в каком они были записаны в ячейках памяти, если, конечно, данный порядок не менялся в результате выполнения команды передачи управления.

Псевдокод занимает промежуточное место между естественным, машинным и формальным языком (языками программирования). Структура программы на псевдокоде следующая.

прог имя (**арг** <список аргументов>)
линк список имен внешних подпрограмм;

лог список имен логических переменных;
цел список имен целых переменных;
вещ список имен вещественных переменных;
строка имя(длина);
массив имя[размерность] тип значений < **лог** | **цел** | **вещ** | **строка** (длина)>;
функция имя(параметры)
{
<тело функции>
возврат значение;
}
подпрог имя(параметры);
{
<тело подпрограммы>
}
нач
<выполняемое тело программы>
кон

***Алгоритмы**: основные понятия, примеры практической разработки*

1. Операторы ввода, вывода
ввод (список переменных);
вывод («строка», список переменных);

2. Операторы цикла:
нц пока (условие выполнения)
{
тело цикла
}
кц пока
// комментарии
нц до
{
тело цикла
}
кц до (условие завершения)
// комментарии
нц для (инициализация счетчика; условие завершения; шаг)
{
тело цикла
}
кц для

3. Условный оператор:
если (условие)
то {последовательность действий}
иначе {последовательность действий}

4. Операторы инкремент и декремент:
«++» увеличивает целую переменную на 1;
«--« уменьшает целую переменную на 1.

Используются:

знаки арифметических операций: «+», « - «, «/», «*» в выражениях, оператор присвоить «=».

В логических выражениях будут применяться следующие операторы «==» - равно, «!=» - не равно; «<» - меньше; «<=» меньше или равно; «>» - больше; «>=» - больше или равно.

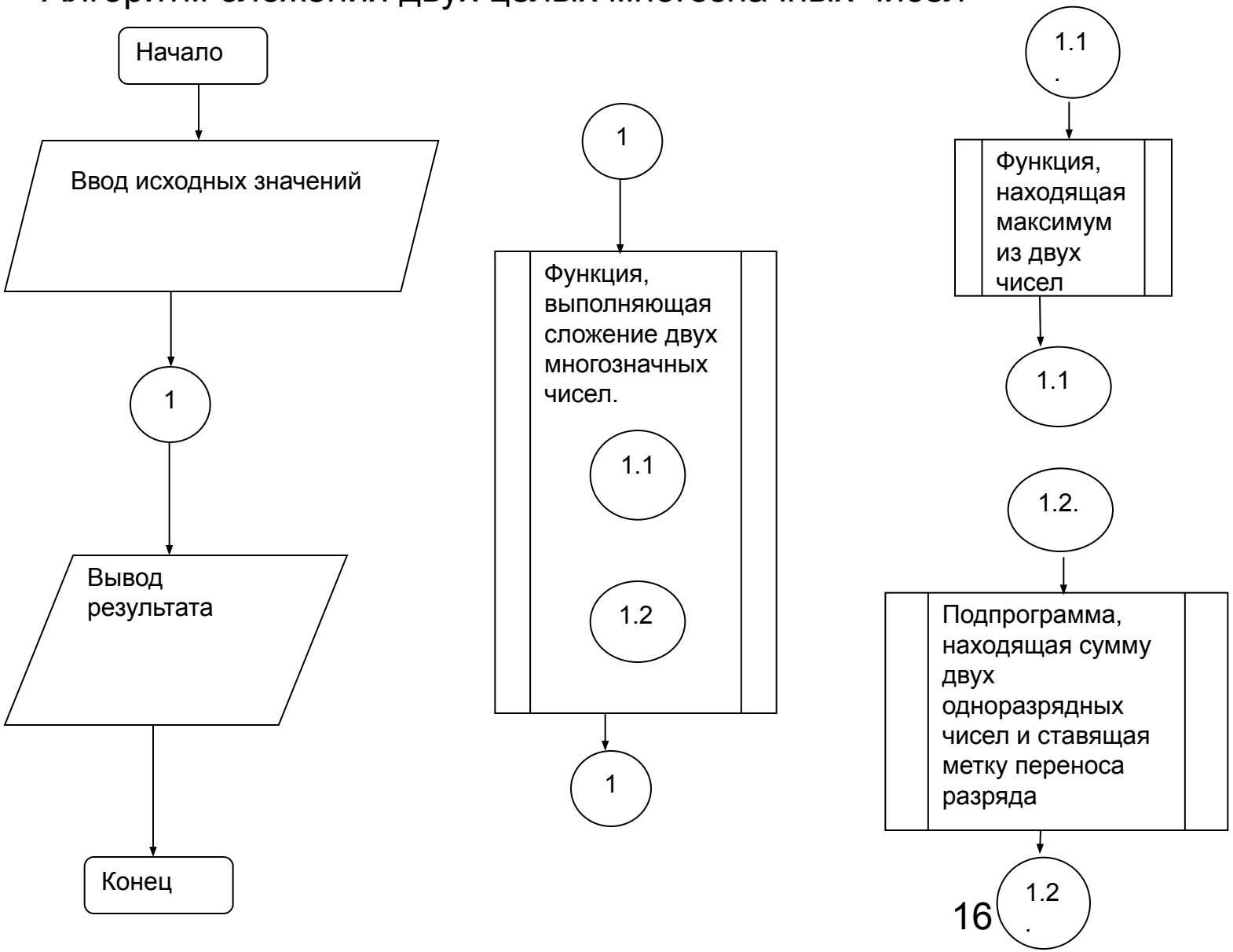
Для *объединения логических условий* будем использовать логические операторы «И» - «&», «ИЛИ» - «||».

Чтобы *присвоить логической переменной значения* будем использовать литералы ИСТИНА или ЛОЖЬ.

Операторы будут отделяться «;». Группы операторов мы будем заключать в фигурные скобки «{» и «}».

Ключевые слова отличаются от имен переменных русским написанием и снабжаются подчеркиванием.

Алгоритм сложения двух целых многозначных чисел



```
подпрог sum2(rs строка(1), rq строка(1), rr строка(1), f лог)
{ f = ЛОЖЬ;
если (rs == “0”) то  {rr = rq;}
если (rq == “0”) то  {rr = rs;}
если ((rs == “1”) & (rq == “1”)) то  {rr = “2”;}
если ( ( ((rs == “1”) & (rq == “2”)) ) || ( ((rs == “2”) & (rq == “1”)) ) ) то  {rr = “3”;}
если ( ( ((rs == “1”) & (rq == “3”)) ) || ( ((rs == “3”) & (rq == “1”)) ) ) то  {rr = “4”;}
если ( ( ((rs == “1”) & (rq == “4”)) ) || ( ((rs == “4”) & (rq == “1”)) ) ) то  {rr = “5”;}
если ( ( ((rs == “1”) & (rq == “5”)) ) || ( ((rs == “5”) & (rq == “1”)) ) ) то  {rr = “6”;}
если ( ( ((rs == “1”) & (rq == “6”)) ) || ( ((rs == “6”) & (rq == “1”)) ) ) то  {rr = “7”;}
если ( ( ((rs == “1”) & (rq == “7”)) ) || ( ((rs == “7”) & (rq == “1”)) ) ) то  {rr = “8”;}
если ( ( ((rs == “1”) & (rq == “8”)) ) || ( ((rs == “8”) & (rq == “1”)) ) ) то  {rr = “9”;}
если ( ( ((rs == “1”) & (rq == “9”)) ) || ( ((rs == “9”) & (rq == “1”)) ) ) то  {rr = “0”; f = ИСТИНА;}
если ( ((rs == “2”) & (rq == “2”)) )  то  {rr = “4”; }
если ( ( ((rs == “2”) & (rq == “3”)) ) || ( ((rs == “3”) & (rq == “2”)) ) ) то  {rr = “5”; }
если ( ( ((rs == “2”) & (rq == “4”)) ) || ( ((rs == “4”) & (rq == “2”)) ) ) то  {rr = “6”; }
если ( ( ((rs == “2”) & (rq == “5”)) ) || ( ((rs == “5”) & (rq == “2”)) ) ) то  {rr = “7”; }
если ( ( ((rs == “2”) & (rq == “6”)) ) || ( ((rs == “6”) & (rq == “2”)) ) ) то  {rr = “8”; }
если ( ( ((rs == “2”) & (rq == “7”)) ) || ( ((rs == “7”) & (rq == “2”)) ) ) то  {rr = “9”; }
если ( ( ((rs == “2”) & (rq == “8”)) ) || ( ((rs == “8”) & (rq == “2”)) ) ) то  {rr = “0”; f = ИСТИНА;}
если ( ( ((rs == “2”) & (rq == “9”)) ) || ( ((rs == “9”) & (rq == “2”)) ) ) то  {rr = “1”; f = ИСТИНА;}
если ( ((rs == “3”) & (rq == “3”)) ) то  {rr = “6”; }
если ( ( ((rs == “3”) & (rq == “4”)) ) || ( ((rs == “4”) & (rq == “3”)) ) ) то  {rr = “7”; }
если ( ( ((rs == “3”) & (rq == “5”)) ) || ( ((rs == “5”) & (rq == “3”)) ) ) то  {rr = “8”; }
если ( ( ((rs == “3”) & (rq == “6”)) ) || ( ((rs == “6”) & (rq == “3”)) ) ) то  {rr = “9”; }
если ( ( ((rs == “3”) & (rq == “7”)) ) || ( ((rs == “7”) & (rq == “3”)) ) ) то  {rr = “0”; f = ИСТИНА;}
если ( ( ((rs == “3”) & (rq == “8”)) ) || ( ((rs == “8”) & (rq == “3”)) ) ) то  {rr = “1”; f = ИСТИНА;}
если ( ( ((rs == “3”) & (rq == “9”)) ) || ( ((rs == “9”) & (rq == “3”)) ) ) то  {rr = “2”; f = ИСТИНА;}
```

если (((rs == “4”) & (rq == “4”))) **то** {rr = “8”; }
если ((((rs == “4”) & (rq == “5”))) || (((rs == “5”) & (rq == “4”)))) **то** {rr = “9”; }
если ((((rs == “4”) & (rq == “6”))) || (((rs == “6”) & (rq == “4”)))) **то** {rr = “0”; f = ИСТИНА;}
если ((((rs == “4”) & (rq == “7”))) || (((rs == “7”) & (rq == “4”)))) **то** {rr = “1”; f = ИСТИНА;}
если ((((rs == “4”) & (rq == “8”))) || (((rs == “8”) & (rq == “4”)))) **то** {rr = “2”; f = ИСТИНА;}
если ((((rs == “4”) & (rq == “9”))) || (((rs == “9”) & (rq == “4”)))) **то** {rr = “3”; f = ИСТИНА;}
если (((rs == “5”) & (rq == “5”))) **то** {rr = “0”; f = ИСТИНА;}
если ((((rs == “5”) & (rq == “6”))) || (((rs == “6”) & (rq == “5”)))) **то** {rr = “1”; f = ИСТИНА;}
если ((((rs == “5”) & (rq == “7”))) || (((rs == “7”) & (rq == “5”)))) **то** {rr = “2”; f = ИСТИНА;}
если ((((rs == “5”) & (rq == “8”))) || (((rs == “8”) & (rq == “5”)))) **то** {rr = “3”; f = ИСТИНА;}
если ((((rs == “5”) & (rq == “9”))) || (((rs == “9”) & (rq == “5”)))) **то** {rr = “4”; f = ИСТИНА;}
если (((rs == “6”) & (rq == “6”))) **то** {rr = “2”; f = ИСТИНА;}
если ((((rs == “6”) & (rq == “7”))) || (((rs == “7”) & (rq == “6”)))) **то** {rr = “3”; f = ИСТИНА;}
если ((((rs == “6”) & (rq == “8”))) || (((rs == “8”) & (rq == “6”)))) **то** {rr = “4”; f = ИСТИНА;}
если ((((rs == “6”) & (rq == “9”))) || (((rs == “9”) & (rq == “6”)))) **то** {rr = “5”; f = ИСТИНА;}
если (((rs == “7”) & (rq == “7”))) **то** {rr = “4”; f = ИСТИНА;}
если ((((rs == “7”) & (rq == “8”))) || (((rs == “8”) & (rq == “7”)))) **то** {rr = “5”; f = ИСТИНА;}
если ((((rs == “7”) & (rq == “9”))) || (((rs == “9”) & (rq == “7”)))) **то** {rr = “6”; f = ИСТИНА;}
если (((rs == “8”) & (rq == “8”))) **то** {rr = “6”; f = ИСТИНА;}
если ((((rs == “8”) & (rq == “9”))) || (((rs == “9”) & (rq == “8”)))) **то** {rr = “7”; f = ИСТИНА;}
если (((rs == “9”) & (rq == “9”))) **то** {rr = “8”; f = ИСТИНА;}
}

«вычислитель», обозревая два символа (цифры) rs и rq производит их «сложение», т.е. каждой возможной паре этих символов ставит в соответствие символ rr, являющийся результатом суммирования и переводит, если это необходимо, метку переноса разряда (логическая переменная f) в состояние «ИСТИНА».

***Алгоритмы**: основные понятия, примеры практической разработки*

Вспомогательная функция, находящая максимальное из двух целых многозначных чисел при условии, что числа представлены как массивы строк длины 1, а «вычислитель» не умеет производить сравнение целых значений.

```
функция max(s[*] строка(1), цел n, q[*] строка(1), цел m)
{
цел i;
если (n > m) то  { возврат  s;}
иначе  { возврат  q;}
если (n == m) то  { i =1;
        нц пока  ( (s[i] == q[i]) & (i < n+1) )
        {
        i++;
        }
        кц пока
если (i == n+1) то { возврат  s;}
иначе {
если ( (s[i] = “9”) ||
( (s[i] = “8”) & (q[i]) != “9”) ) ||
( (s[i] = “7”) & (q[i]) != “9”) & (q[i]) != “8”) ) ||
( (s[i] = “6”) & (q[i]) != “9”) & (q[i]) != “8”) & (q[i]) != “7”) ) ||
( (s[i] = “5”) & (q[i]) != “9”) & (q[i]) != “8”) & (q[i]) != “7”) & (q[i]) != “6”) ) ||
( (s[i] = “4”) & (q[i]) != “9”) & (q[i]) != “8”) & (q[i]) != “7”) & (q[i]) != “6”) & (q[i]) != “5”) ) ||
( (s[i] = “3”) & (q[i]) != “9”) & (q[i]) != “8”) & (q[i]) != “7”) & (q[i]) != “6”) & (q[i]) != “5”) & (q[i]) != “4”) ) ||
( (s[i] = “2”) & (q[i]) != “9”) & (q[i]) != “8”) & (q[i]) != “7”) & (q[i]) != “6”) & (q[i]) != “5”) & (q[i]) != “4”) & q[i]) != “3”)) ||
( (s[i] = “1”) & (q[i]) != “9”) & (q[i]) != “8”) & (q[i]) != “7”) & (q[i]) != “6”) & (q[i]) != “5”) & (q[i]) != “4”) & q[i]) != “3”) & (q[i]) != “2”) )
    ) то { возврат  s;}
            иначе  { возврат  q;}
        }
}
```

При нашем предположении о неумении исполнителя воспринимать значения чисел как числа и производить с ними арифметические и логические операции НЕОБХОДИМО написать вспомогательные функции для выполнения указанных операций псевдокода, поскольку значения целых переменных i, n, m – должны быть представлены как массивы односимвольных строк также, как переменные s и q. Помимо этого, необходимо иметь функцию вычисляющую текущую размерность этих массивов.

Функция, которая, используя описанную выше подпрограмму и функцию поиска максимума, вычисляет сумму двух многозначных целых чисел.

```
функция sum(s[*] строка(1), цел n, q[*] строка(1), цел m)
{
цел j;
массив fl[max(s, n, q, m)+1] лог;
массив rs[max(s, n, q, m)+1] строка(1);
массив rq[max(s, n, q, m)+1] строка(1);
массив rr[max(s s, n, q, m)+1] строка(1);
// блок инициализации рабочих массивов. Поскольку при сложении может появиться дополнительный разряд слева, размерности рабочих массивов прибавляются на 1.
        j=1;
        нц пока (j <= (max(s, n, q, m)+1)
        {
        rs[j] = “0”; rq[j] = “0”;
        j=j++;
        }
        кц пока
                j =0;
                нц пока (j <= n+1)
                {
                rs[max(s, n, q, m)+1-j] = s[n-j];
                j=j++;
                }
                кц пока
                j = 0;
                нц пока (j <= m+1)
                {
                rq[max(s, n, q, m)+1-j] = q[m-j];
                j=j++;
                }
                кц пока
```

```
// вычисляем сумму крайних правых цифр
        sum2(rs[max(s, n, q, m)+1], rq[max(s, n, q, m)+1], rr[max(s, n, q, m)+1], fl[max(s, n, q, m)+1]);
// имея значения суммы и метку переноса разряда, вычисляем следующие справа налево
// суммы цифр
        нц для (j= max(s, n, q, m); j <=1; j--)
        {
        sum2(rs[j], rq[j], rr[j], fl[j]);
// учитываем перенос разряда, если необходимо
        если (fl[j+1]) то
        {
        если (rr[j] == "0")  то  {rr[j] = "1"; }
        если (rr[j] == "1")  то  {rr[j] = "2"; }
        если (rr[j] == "2")  то  {rr[j] = "3"; }
        если (rr[j] == "3")  то  {rr[j] = "4"; }
        если (rr[j] == "4")  то  {rr[j] = "5"; }
        если (rr[j] == "5")  то  {rr[j] = "6"; }
        если (rr[j] == "6")  то  {rr[j] = "7"; }
        если (rr[j] == "7")  то  {rr[j] = "8"; }
        если (rr[j] == "8")  то  {rr[j] = "9"; }
        если (rr[j] == "9")  то  {rr[j] = "0"; fl[j] = ИСТИНА;}
        }
        }
        кц для
```

```
// убираем возможные лишние нули слева
если (rr[1] == "0")
то  {
j = 1;
нц пока (j <= max(s, n, q, m))
{
rr[j] = rr[j+1];
j=j++;
}
кц пока
}
возврат  rr;
}
```

Исходные данные (два числа) считываются потоком посимвольно, символ пробел “ ” означает конец числа в потоке. Тогда можно написать подпрограмму, которая считывает строку символов до первого пробела и заносит его в массив строк длины 1 размерности n.

```
подпрог inp(s[*] строка(1), цел n)
{
цел i;
строка ss(1);
i=0; ss=”’;
        нц пока (ss != “ ”)
        {
        ввод (ss);
        i++;
        s[i] = ss;
        }
        кц пока
        n = i--;
}
```

Программа, которая использует все разработанные ранее подпрограммы и функции и реализует алгоритм сложения двух чисел, считанных их входного потока данных (согласно блок-схеме).

```
прог p1(арг )
линк inp(),max(), sum2(), sum();
нач
цел n1,n2;
массив sv[*] строка(1);
массив qv[*] строка(1);
массив rv[*] строка(1);
        inp(sv,n1);
        inp(sq,n2);
        rv= sum(sv,n1,sq, n2);
вывод (“Сумма”, rv);
кон
```

Пусть алгоритм сложения двух целых чисел реализован с помощью функции СУММ(цел x, цел y), которая принимает на входе два целых числа и выдает на выходе их сумму (целое число). Тогда фрагмент программы, которая выполняет умножение двух целых чисел n и m можно представить следующим образом.

```
функция УМН(цел n, цел m)
{
цел j, rez;
rez=0;
j=1;
нц пока (j <= m)
{
rez = СУММ(rez, n);  // rez = rez + n;
j++;
}
кц пока
возврат rez;
}
```

Если функция СУММ() фактически имитирует работу оператора «+», то написанная выше функция УМН() – является аналогом оператора «*».

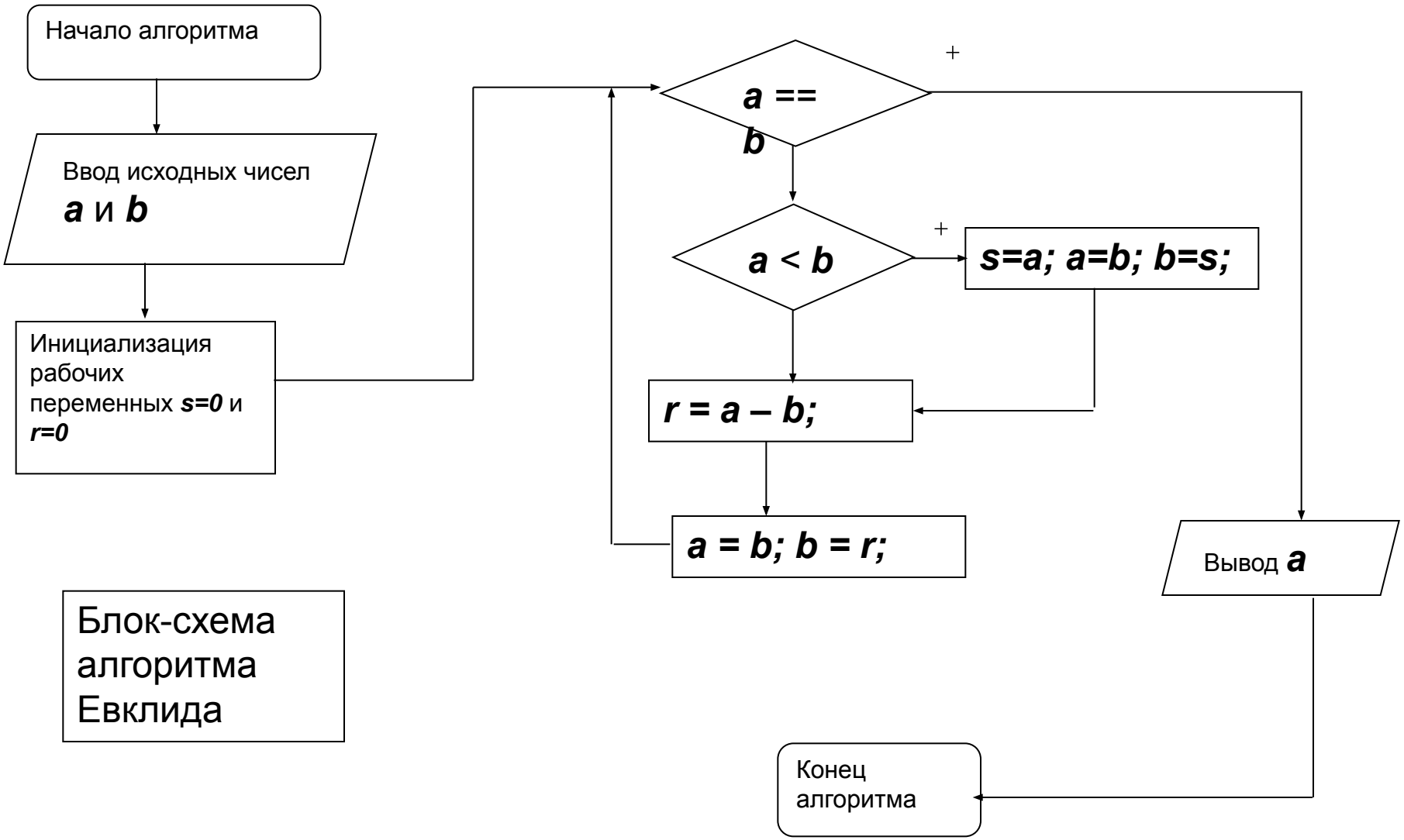
Алгоритм Евклида
Решает все задачи следующего типа:

Для двух данных натуральных чисел a и b найти их наибольший делитель.

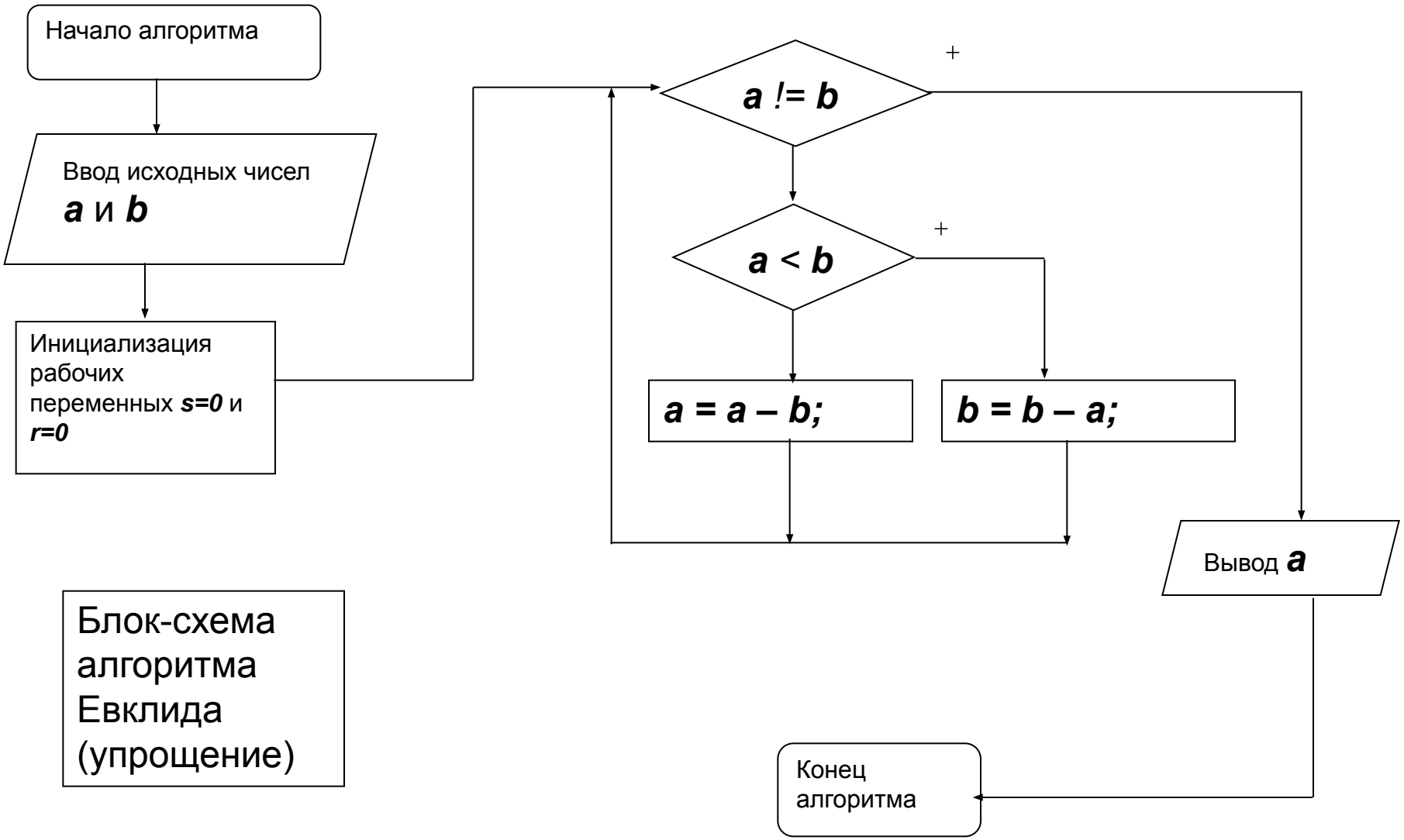
Очевидно, что различных задач такого типа существует столько, сколько имеется различных пар чисел ***a*** и ***b*** .

Словесная форма записи алгоритма.

Указание 1. Обозревай два числа: ***a*** и ***b*** . Переходи к **Указанию 2**.
Указание 2. Сравни обозреваемые числа (либо ***a*** == ***b*** , либо ***a*** > ***b*** , либо ***a*** < ***b***). Переходи к **Указанию 3.**
Указание 3. Если обозреваемые числа равны (***a*** == ***b***), то каждое из них дает искомый результат. Процесс вычислений **остановить**. Если числа не равны, то переходи к **Указанию 4**.
Указание 4. Если ***a*** < ***b*** , то переставь их местами и продолжай обозревать их. Переходи к **Указанию 5.**
Указание 5. Вычитай второе из обозреваемых чисел из первого и обозревай два числа: вычитаемое и остаток. Переходи к **Указанию 2.**



Блок-схема алгоритма Евклида



Блок-схема алгоритма Евклида (упрощение)

Программа на языке машинных команд, реализующая алгоритм Евклида.

Пусть исходные данные (числа *a* и *b*) помещены в ячейки с адресами 12 и 13 соответственно, ячейки с адресами 14 и 15 будем использовать для промежуточных вычислений, а результат после остановки машины должен оказаться в ячейке с адресом 15.

Номер (адрес) ячейки	Содержание (шифр команды)	Пояснение
01	**01 12 05 15**	Посылка числа из ячейки с адресом 12 в ячейку с номером 15. Фактически производится суммирование содержимого ячейки 12 с нулевым значением, которое располагается в ячейке 05.
02	**02 12 13 14**	Производится разность содержимого ячеек 12 и 13, результат записывается в ячейку 14
03	**05 02 14 06**	Переход к команде 06 при условии, что в ячейке 14 находится отрицательное число
04	**05 01 14 09**	Переход к команде 09 при условии, что в ячейке 14 находится положительное число
05	**00 00 00 00**	Остановка (нулевое числовое значение)
06	**01 13 05 12**	Посылка числа из ячейки с адресом 13 в ячейку с номером 12. Фактически производится суммирование содержимого ячейки 13 с нулевым значением, которое располагается в ячейке 05. При этом предыдущее содержимое ячейки 12 теряется.
07	**01 15 05 13**	Посылка числа из ячейки с адресом 15 в ячейку с номером 13. Фактически производится суммирование содержимого ячейки 15 с нулевым значением, которое располагается в ячейке 05. При этом предыдущее содержимое ячейки 13 теряется.
08	**05 00 00 01**	Безусловный переход к команде, находящейся в ячейке с номером 01.
09	**01 13 05 12**	Посылка числа из ячейки с адресом 13 в ячейку с номером 12. Фактически производится суммирование содержимого ячейки 13 с нулевым значением, которое располагается в ячейке 05. При этом предыдущее содержимое ячейки 12 теряется.
10	**01 14 05 13**	Посылка числа из ячейки с адресом 14 в ячейку с номером 13. Фактически производится суммирование содержимого ячейки 14 с нулевым значением, которое располагается в ячейке 05. При этом предыдущее содержимое ячейки 13 теряется.
11	**05 00 00 01**	Безусловный переход к команде с номером 01.

После выполнения первых двух команд:

Номер (адрес) ячейки	Содержимое
12	*a*
13	*b*
14	*a – b*
15	*a*

Если *a – b = 0* (т.е. *a = b*), то команды 03 и 04 об условной передаче управления игнорируются (пропускаются) и выполняется команда 05, т.е. происходит остановка машины. К этому моменту в ячейке 15 находится искомый результат.

Если *a – b < 0* (т.е. *a < b*), то команда 03 передает управление команде 06, которая вместе со следующей за ней командой 07 переставляет местами числа *a* и *b* в ячейках 12 и 13, потом команда 08 обеспечивает безусловный переход к команде 01 и начинается следующий цикл работы алгоритма.

Если *a – b > 0* (т.е. *a > b*), то команда 03 пропускается, а следующая за ней команда 04, передает управление команде 09. Команды 09 и 10 пересылают в ячейки 12 и 13 прежнее вычитаемое и остаток от предыдущей разности, т. е. числа *b* и *a – b.* Затем команда 11 обеспечивает безусловный переход к команде 01 и начинается следующий цикл работы алгоритма.

```
функция НОД(цел n, цел m)
{
 нц пока (n != m)
 {
   если (n > m) то {n = n – m;}
   иначе {m = m – n;}
 }
 кц пока
возврат n;
}
```

Функция, нахождения НОД двух целых чисел

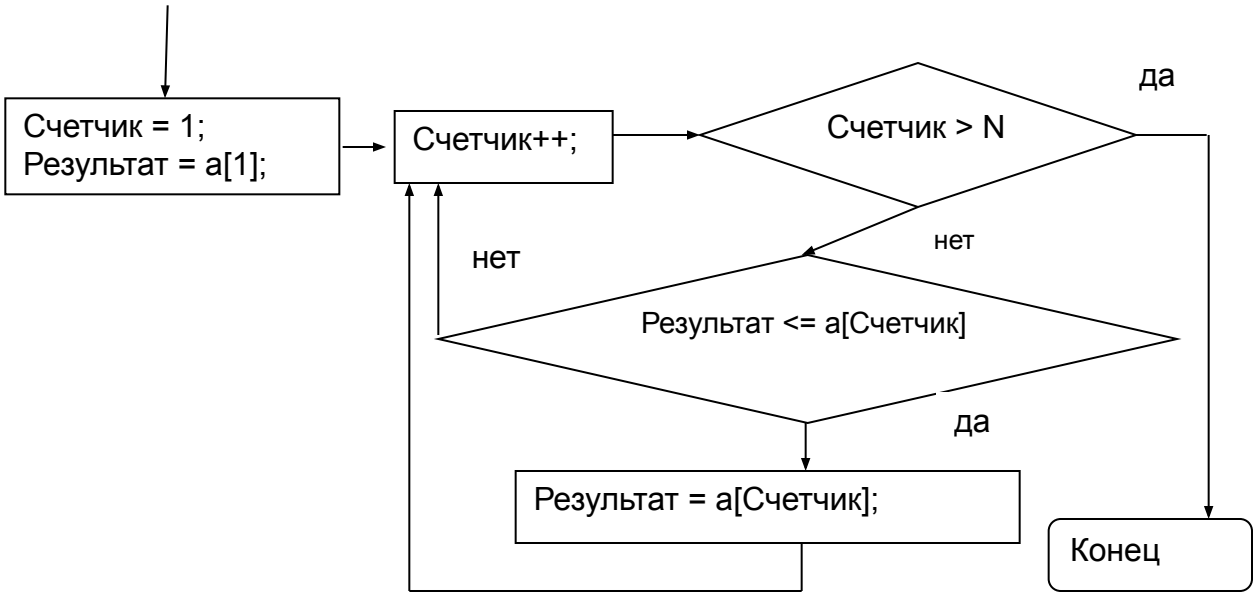
```
прог p2(арг )
линк НОД();
{
нач
цел n1, n2, n3;
ввод n1, n2;
n3 = НОД (n1, n2);
вывод («результат», n3);
кон
 }
```

Программа, реализующая алгоритм в соответствии с упрощенной блок-схемой

Поиск максимума в массиве чисел

Словесная форма записи.

Указание 1. Установи значение счетчика в 1, переходи к **указанию 2**.
Указание 2. Установи значение результата, равное первому числу (элементу массива), переходи к **Указанию 3**.
Указание 3. Увеличь значение счетчика на 1, переходи к **Указанию 4.**
Указание 4. Сравни значение счетчика и количества чисел (размерность массива), переходи к **указанию 5**.
Указание 5. Если значение счетчика больше заданного количества чисел (размерности массива), **то остановка**. Иначе переходи к **указанию 6**.
Указание 6. Сравни значения результата и числа с номером, соответствующим текущему значению счетчика (текущего элемента массива), переходи к **указанию 7**.
Указание 7. Если значение результата меньше или равно значению числа с номером, соответствующим текущему значению счетчика (текущего элемента массива), то переходи к **указанию 8**, иначе переходи к **указанию 9**.
Указание 8. Присвой результату значение числа с номером, соответствующим текущему значению счетчика (текущего элемента массива), переходи к **указанию 9**.
Указание 9. Переходи к **Указанию 3.**



Для реализации данного алгоритма на языке машинных команд «в лоб», т.е. выполнения N-1 раз двух операций: сравнение текущего элемента массива с промежуточным значением результата и присвоения в случае выполнения условия «<» значения текущего элемента промежуточному результату, необходимо, помимо N ячеек для хранения элементов массива выделить 4*(N-1)+1 ячеек памяти для размещения всех необходимых команд. При этом очевидно, что любое изменение исходных данных (массива чисел) приведет к необходимости переписывать эту программу заново.

Для реализации циклических алгоритмов в языке машинных команд предусмотрены так называемые команды переадресации, с помощью которых можно запрограммировать повторяющиеся операции с использованием фиксированного набора ячеек. Условимся, что команды переадресации будут маркироваться числом **06** и их смысл будет заключаться в покомпонентном изменении адресов ячеек, участвующих в изменяемой команде. Например, если во вспомогательной ячейке переадресации с адресом **77** помещено значение **06 01 02 00**, а исходная ячейка **33** имеет значение **02 16 20 05**, то при выполнении команды переадресации **01 33 77 33** значение переадресованной ячейки **33** станет равным **02 17 22 05**.

Пусть в ячейке 12 расположено значение размерности массива N, уменьшенное на единицу (N-1), в ячейке 13 результаты промежуточных вычислений, в ячейке 14 - искомый результат, с 15 ячейки размещены элементы массива.

Номер (адрес) ячейки	Содержание (шифр команды)	Пояснение
01	**01 15 09 14**	Присвоение ячейке 14 (результат алгоритма) значения первого элемента массива. Фактически производится суммирование содержимого ячейки 15 с нулевым значением, которое располагается в ячейке 09.
02	**02 16 14 13**	Вычисляется разность содержимого ячеек 16 (второго элемента массива) и 14, результат записывается в ячейку промежуточных вычислений с адресом 13.
03	**05 02 13 05**	Переход к команде 05 при условии, что в ячейке 13 находится отрицательное число
04	**01 16 09 14**	Посылка числа из ячейки с адресом 16 (второй элемент массива) в ячейку с номером 14. Фактически производится суммирование содержимого ячейки 16 с нулевым значением, которое располагается в ячейке 09. При этом предыдущее содержимое ячейки 14 теряется.
05	**01 02 10 02**	Переадресация с использованием ячейки переадресации 10; содержимое ячейки 02 становится равным 02 17 14 13. При следующих итерациях происходит увеличение адреса данной ячейки.
06	**01 04 10 04**	Переадресация с использованием ячейки переадресации 10; содержимое ячейки 04 становится равным 01 17 09 14.
07	**02 12 11 12**	Команда вычитает из значения ячейки 12 единицу (ячейка 11) и перезаписывает результат в ячейку 12.
08	**05 01 12 02**	Условный переход к команде 02 (уже с новыми адресами ячеек), если в ячейке 12 положительное число.
09	**00 00 00 00**	Остановка, когда выполнено N-1 итераций.
10	**06 01 00 00**	Ячейка переадресации, увеличивает на один номер первой ячейки в команде.
11		Хранится значение 1 для счетчика итераций.
12		Первоначально хранится число N-1 – размерность массива, уменьшенная на единицу. Затем в ячейке вычисляется число оставшихся итераций.
13		В ячейку заносятся промежуточные вычисления (разность между текущим элементом массива и текущим результатом)
14		Хранится текущий результат. На момент остановки в ячейке содержится искомый результат.
15		Первый элемент массива
16		Второй элемент массива и т.д.

```
функция МАКСМАС(цел n, массив a[n] цел )
{
      цел i, rez;
      i = 2; rez = a[1];
      нц пока (i <= n)
      {
            если (rez < a[i]) то {rez=a[i];}
            i++;
      }
      кц пока
      возврат rez;
}
```

Алгоритм поиска максимума в массиве чисел на псевдокоде

Замечание. Если в условном операторе (указании 7) выполнить строгое сравнение, то алгоритм приведет к нахождению первого из встреченных максимальных значений набора чисел (элементов массива). В общем случае в массиве могут быть равные значения элементов. Если неравенство нестрогое – «**<=**» , то будет найден последний из равных максимальных значений. Хотя, несомненно, и в том и другом случае мы получим один и тот же числовой результат, фактически это могут быть разные элементы набора чисел (массива).

Сортировка – упорядочение элементов в списке.

Метод «пузырька».
Самый популярный и достаточно медленный вид сортировки. Основан на методе перестановок, т.е. в данном алгоритме осуществляется постоянное сравнение текущего элемента с другими элементами и перестановка их при необходимости.

Алгоритм состоит из двух вложенных циклов. Внешний цикл задает область поиска (диапазон индексов), а внутренний цикл внутри этого диапазона выполняет сравнение и перестановку элементов массива.

→ На первом проходе внешнего цикла первый элемент сравнивается попарно со всеми остальными элементами, начиная со второго. При этом, если выполняется условие «>», то элементы переставляются местами и сравнения обновленного значения первого элемента массива с оставшимися элементами продолжаются до тех пор, пока внутренний цикл не дойдет до последнего элемента. В результате на месте первого элемента окажется минимальное среди всех значений. Второй проход внешнего цикла сокращает область действия внутреннего цикла – первый элемент уже стоит на своем месте. Происходят сравнения второго элемента массива с последующими и при необходимости замены их местами. И так далее. После n-1 проходов внешнего цикла (n размер массива) на последнем месте в массиве остается только один (максимальный) элемент и алгоритм завершается.

↓

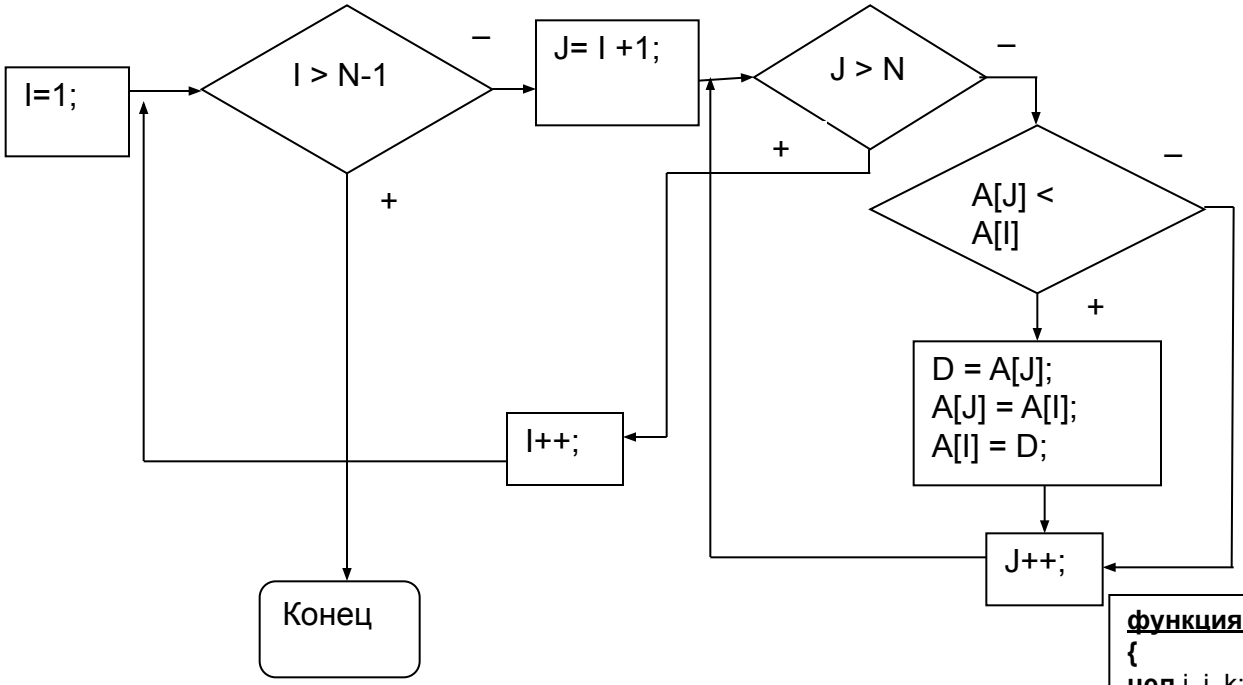
1/2*n*(n-1) - число сравнений.
3/4*n*(n-1) - среднее число перестановок.
3/2*n*(n-1) - максимальное возможное число перестановок.

Исходный массив - {15.0, -3.0, 10.0, 5.0, -9.0}.

1. Первый проход внешнего цикла: произведено 2 замены и на первом месте оказалось минимальное значение среди всех элементов массива – «-9.0».
{-3.0, 15.0, 10.0, 5.0, -9.0} – первая замена 15 на -3;
{-3.0, 15.0, 10.0, 5.0, -9.0} – замены нет;
{-3.0, 15.0, 10.0, 5.0, -9.0} – замены нет;
{-9.0, 15.0, 10.0, 5.0, -3.0} – вторая замена -3 на -9.
2. Второй проход внешнего цикла: произведено 3 замены и на втором месте слева оказался минимальный из оставшихся элементов массива – «-3.0».
{-9.0, 10.0, 15.0, 5.0, -3.0} – первая замена 15 на 10.
{-9.0, 5.0, 15.0, 10.0, -3.0} – вторая замена 10 на 5.
{-9.0, -3.0, 15.0, 10.0, 5.0} – третья замена 5 на -3.
3. Третий проход внешнего цикла: производено 2 замены.
{-9.0, -3.0, 10.0, 15.0, 5.0} – первая замена 10 на 15.
{-9.0, -3.0, 5.0, 15.0, 10.0} – вторая замена 5 на 10.
4. На четвертом (последнем) проходе внешнего цикла произведена 1 замена
Это привело к получению искомого результата:
{-9.0, -3.0, 5.0, 10.0, 15.0}.

Массив отсортирован по возрастанию.

Блок-схема алгоритма «пузырьковой» сортировки



Задание: **записать алгоритм сортировки в словесной форме (в виде указаний) и на языке машинных команд.**

```
функция СОРТ1(цел n, массив a[n] цел )
{
цел i, j, k;
i = 1;
нц пока (i <= n-1)
{
j= i + 1;
нц пока (j <= n)
{
если (a[j] < a[i]) то {k = a[i]; a[i] = a[j]; a[j] = k;}
j++;
}
кц пока   // по j
i++;
}
кц пока  // по i
возврат a;
}
```

***Алгоритмы**: основные понятия, примеры практической разработки*

Рассмотренные нами алгоритмы относятся к группе так называемых вычислительных алгоритмов. На самом деле разрабатываются алгоритмы решения различных задач, в том числе и логических. Например, можно предложить схемы решения таких известных задач-головоломок, как решение игры 15, поиск кратчайшего пути в лабиринте (задача Тезей и Минотавр), а также разработать достаточно эффективные алгоритмы игры в шашки, шахматы и др.

Создание эффективных алгоритмов, как и доказательство отсутствия разрешающего алгоритма для того или иного типа задач, является одной из ключевых проблем математики и сродни ИСКУССТВУ.

Дональд Кнут «Искусство программирования», The Art of Computer Programming,. — 2-е изд. — М.: «Вильямс», 2007. — 824 с.

В ней, в томе 3 «Сортировка и поиск», описывается большинство известных типов алгоритмов сортировки.