

Золотое сечение

Презентация учителя математики ЗСОШ №1
Чернокнижниковой Л.М.

Окружающий нас мир многообразен

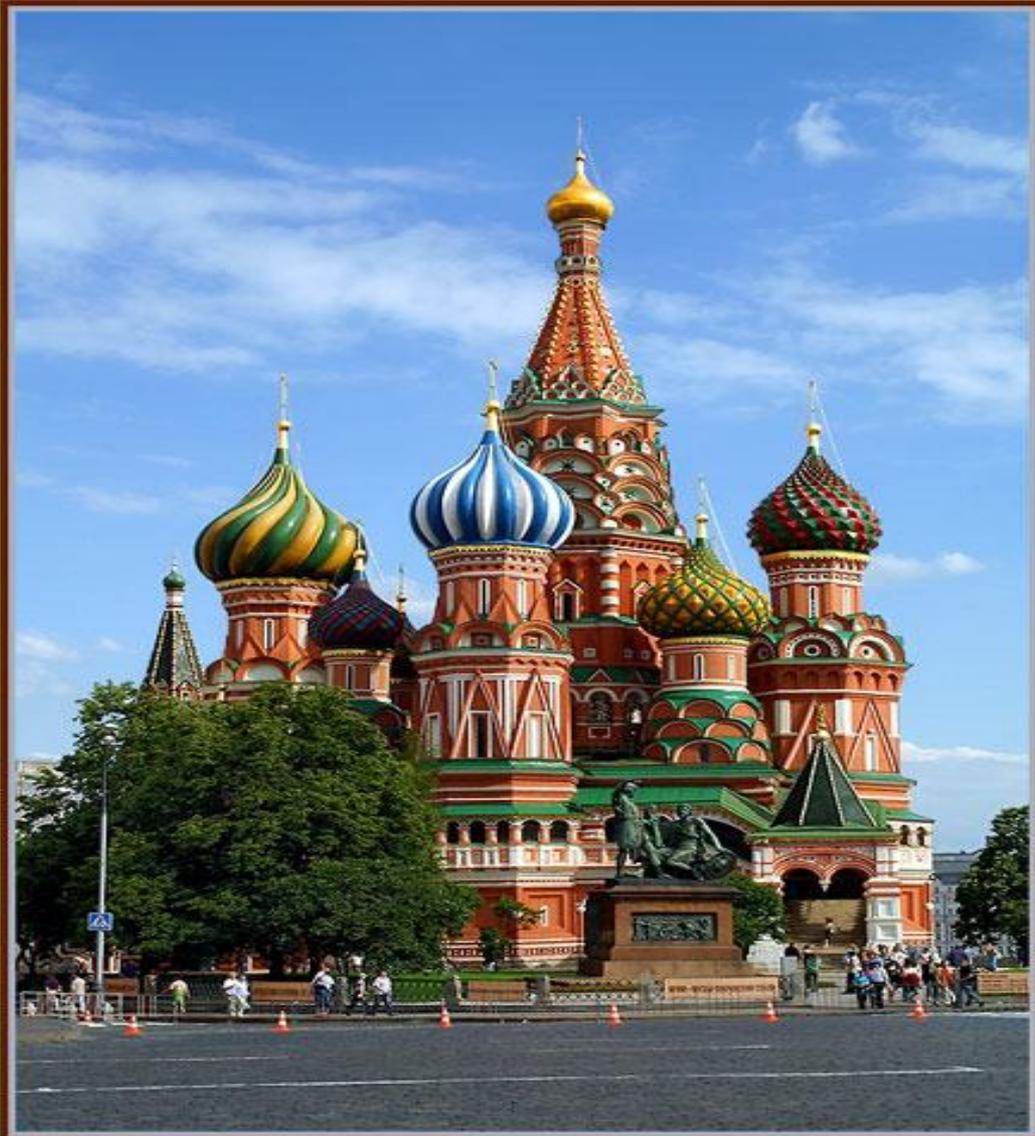






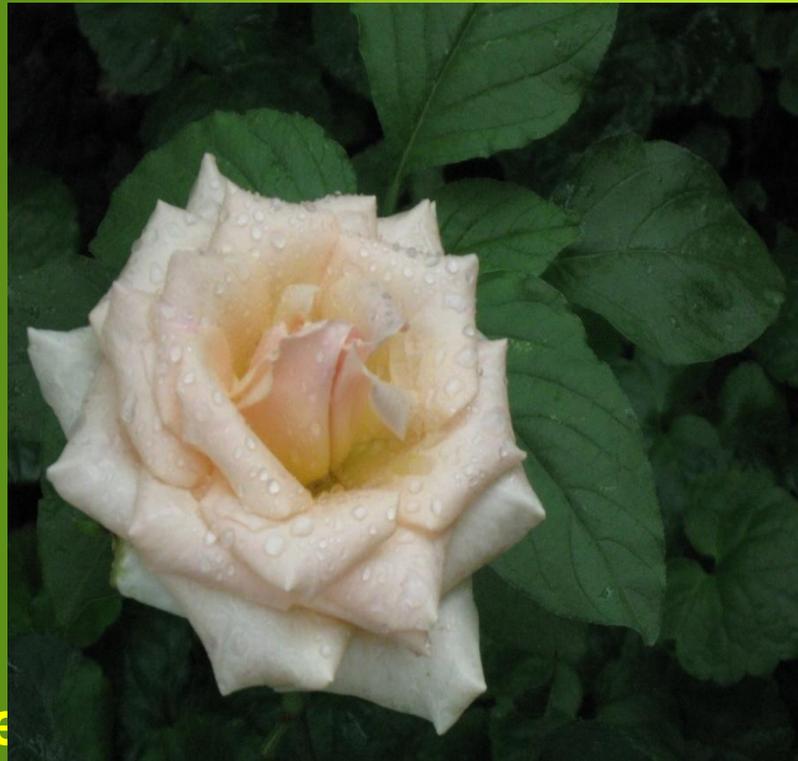












Вы, наверное, заметили, что мы неодинаково относимся к предметам и явлениям окружающей действительности. Беспорядочность, бесформенность, несоразмерность воспринимаются нами как безобразное и производят отталкивающее впечатление. А предметы и явления, которым свойственна мера, целесообразность и гармония воспринимаются как красивое и вызывают у нас чувство восхищения, радости, поднимают

Людей с давних времён волновал вопрос, подчиняются ли такие неуловимые вещи как красота и гармония, каким-либо математическим расчётам.

Можно ли «проверить алгеброй гармонию?» – как сказал А.С. Пушкин.

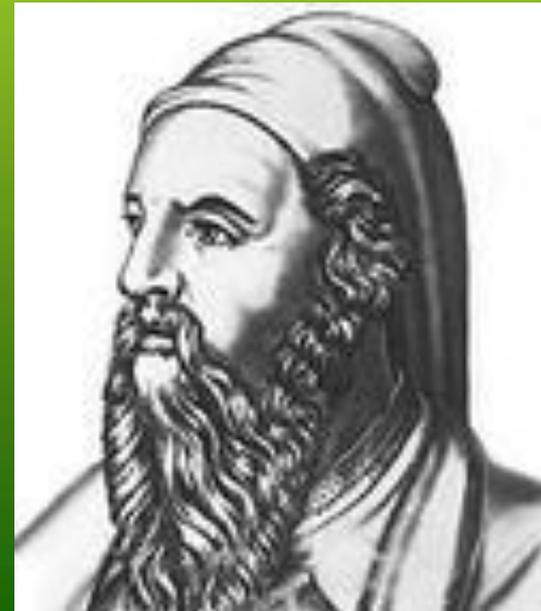
Конечно, все законы красоты невозможно вместить в несколько формул, но, изучая математику, мы можем открыть некоторые слагаемые прекрасного.



Эпиграф урока:

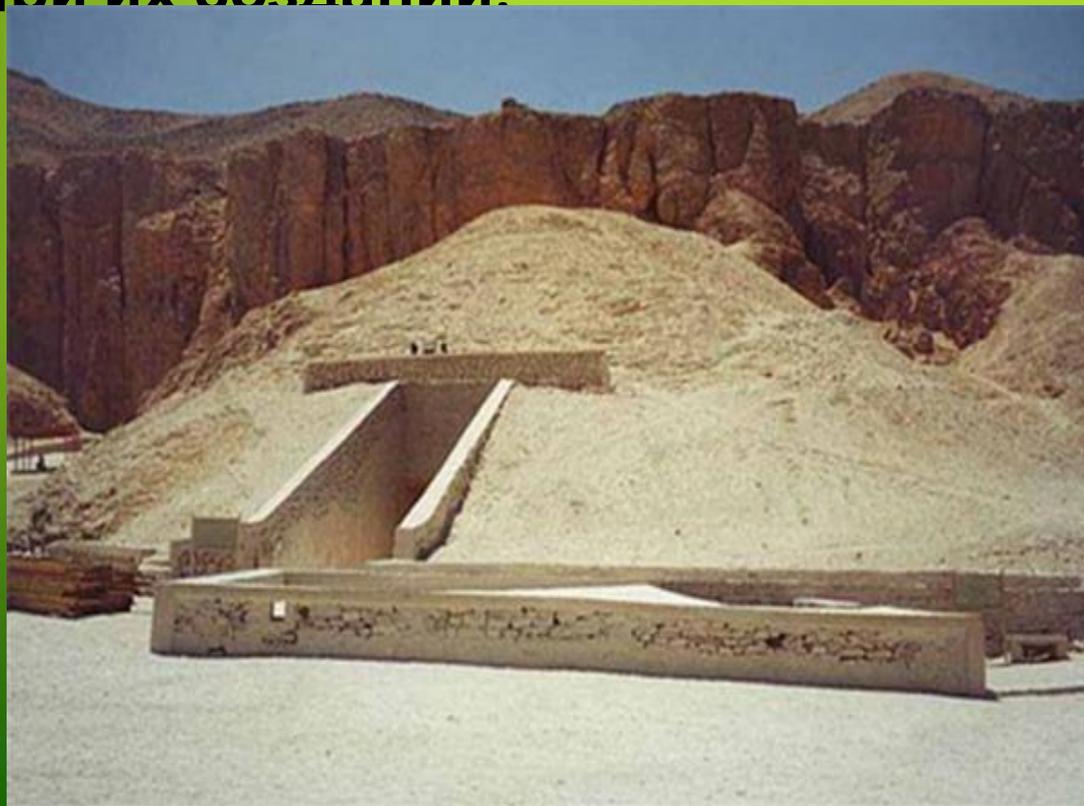
«...Геометрия владеет двумя сокровищами – теоремой Пифагора и золотым сечением, и если первое из них можно сравнить с мерой золота, то второе – с драгоценным камнем...».

Иоганн Кеплер

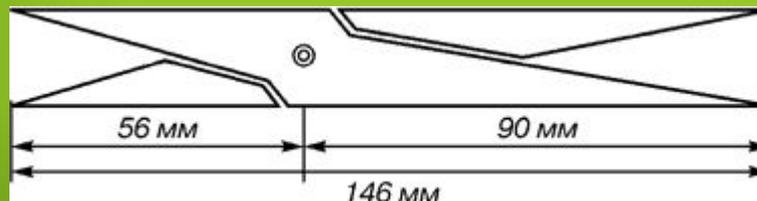
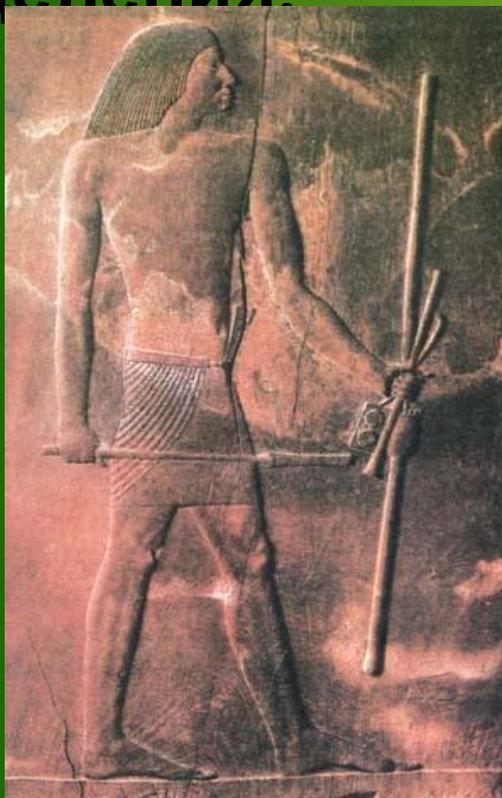


Все живое и все красивое — все подчиняется божественному закону, имя которому — **«золотое сечение»**. Так что же такое **«золотое сечение»**?.. Что это за идеальное, божественное сочетание? Может быть, это закон красоты? Или все-таки он — мистическая тайна? Научный феномен или этический принцип? Ответ неизвестен до сих пор. Точнее — нет, известен. **«Золотое сечение»** — это и то, и другое, и третье. Только не по отдельности, а одновременно... И в этом его подлинная загадка, его

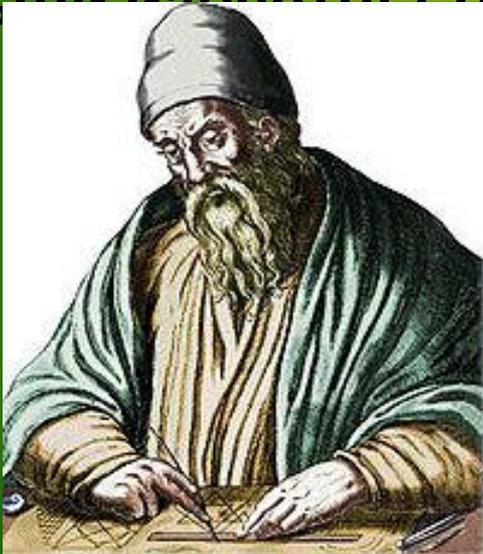
Есть предположение, что впервые знание золотого деления имелись у египтян и вавилонян. И действительно, пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого деления при их создании.

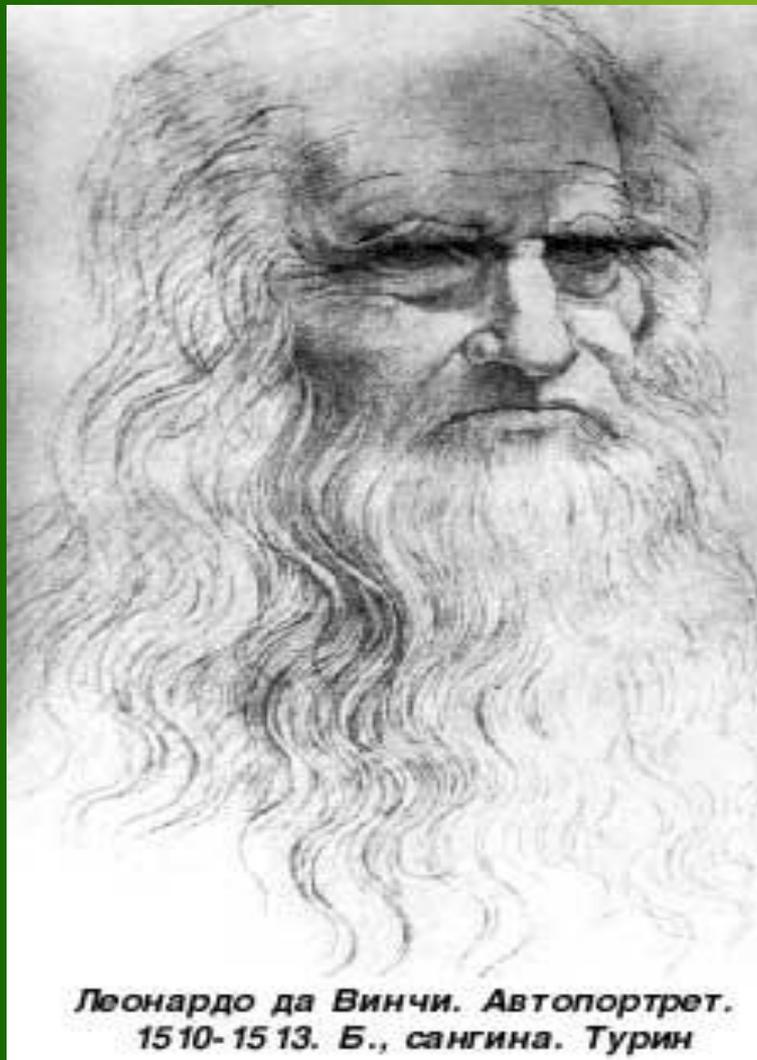


Зодчий Хесира, изображенный на рельефе деревянной доски из гробницы его имени, держит в руках измерительные инструменты, в которых зафиксированы пропорции золотого деления.



В дошедшей до нас античной литературе золотое деление впервые упоминается в «Началах» Евклида. Во 2-й книге «Начал» дается геометрическое построение золотого деления. После Евклида исследованием золотого деления занимались Гипсикл (II в. до н.э.), Папп (III в. н.э.) и др. В средневековой Европе с золотым делением познакомились по арабским переводам «Начал» Евклида. Секреты золотого деления ревностно оберегались, хранились в строгой тайне. Они были известны только посвященным.

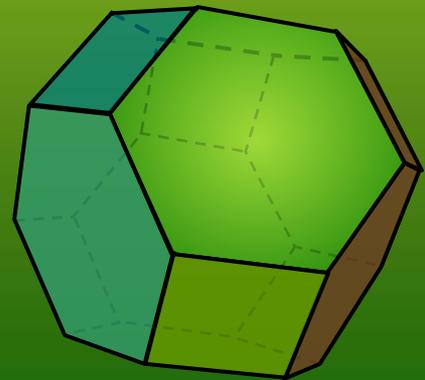
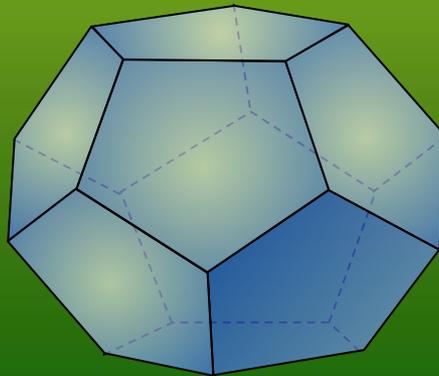
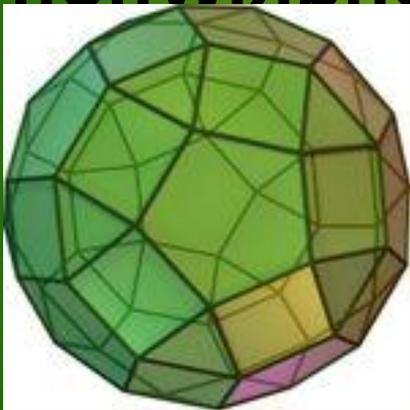




*Леонардо да Винчи. Автопортрет.
1510-1513. Б., сангина. Турин*

Интерес к золотому сечению необычайно возрос в эпоху Возрождения (XV - XVII). В 1509 году итальянский математик, монах Лука Пачоли (1445 – ок.1514), друг Леонардо да Винчи (1452 – 1519), написал целую книгу "О божественной пропорции". Леонардо выполнил иллюстрации к этой книге.

Леонардо да Винчи также много внимания уделял изучению золотого деления. Он производил сечения стереометрического тела, образованного правильными пятиугольниками, и каждый раз получал прямоугольники с отношениями сторон в золотом делении. Поэтому он дал этому делению название **золотое сечение**. Так оно и держится до сих пор как самое популярное.



Золотое сечение в математике.

Золотое сечение в природе.

Золотое сечение в скульптуре и живописи.

Золотое сечение в архитектуре.

Золотое сечение

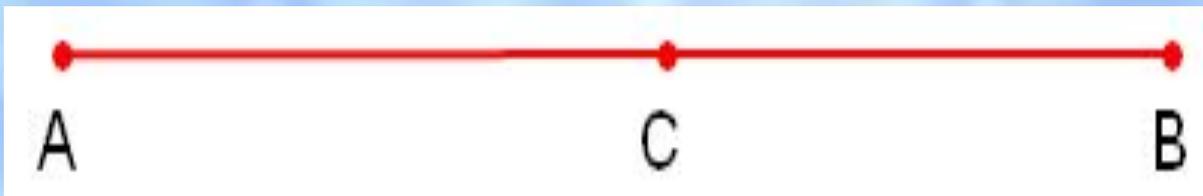
В математике

С давних времен люди занимались поисками гармонии и совершенства. Древние греки считали, что мир устроен по законам гармонии и задача познания мира, таким образом, является задачей поиска гармонии.





Одним из вопросов, волновавших древних ученых, был вопрос о нахождении наилучшего соотношения неравных частей, составляющих вместе единое целое. Его решение связывают с именем Пифагора, который установил, что наиболее совершенным делением целого на две неравные части является такое деление, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая часть относится ко всему целому.



Выясним, каким числом выражается золотое сечение. Для этого выберем произвольный отрезок и примем его длину за единицу. Разобьем этот отрезок на две неравные части. Большую обозначим через x . Тогда меньшая часть равна $1-x$.

По определению золотого сечения должно выполняться равенство

$$\frac{1-x}{x} = \frac{x}{1-x}.$$

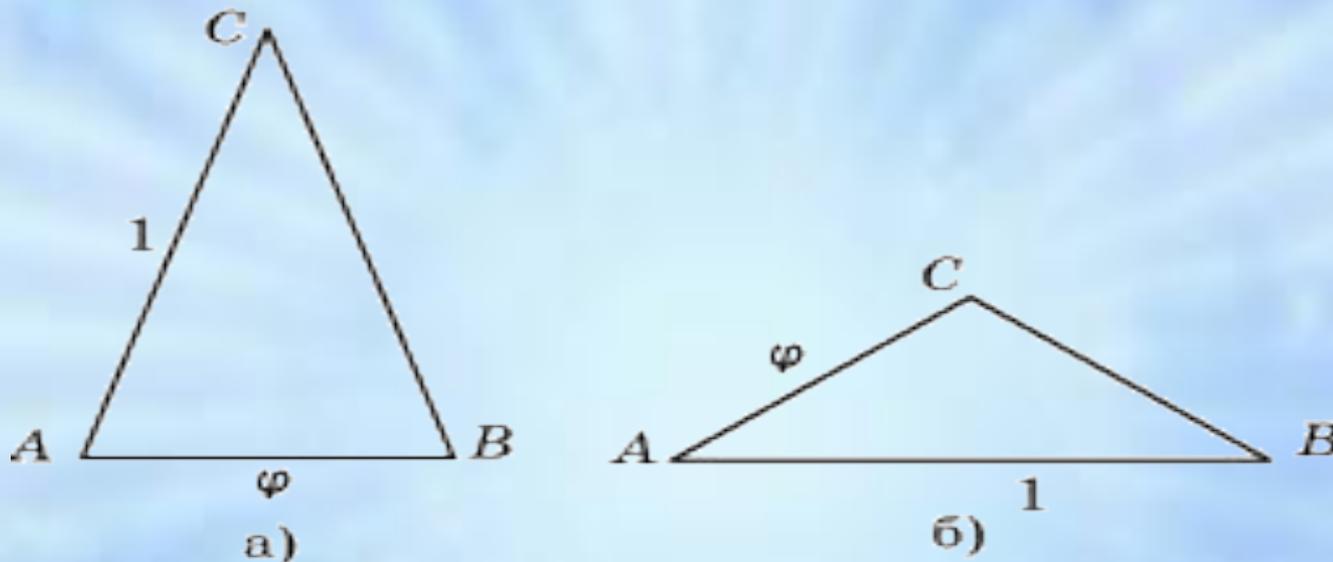
Мы получили уравнение относительно x которое легко свести к

квадратному $x^2+x-1 = 0$.

Положительный корень этого уравнения выражается формулой

$$x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \approx 0,6$$

Золотой треугольник



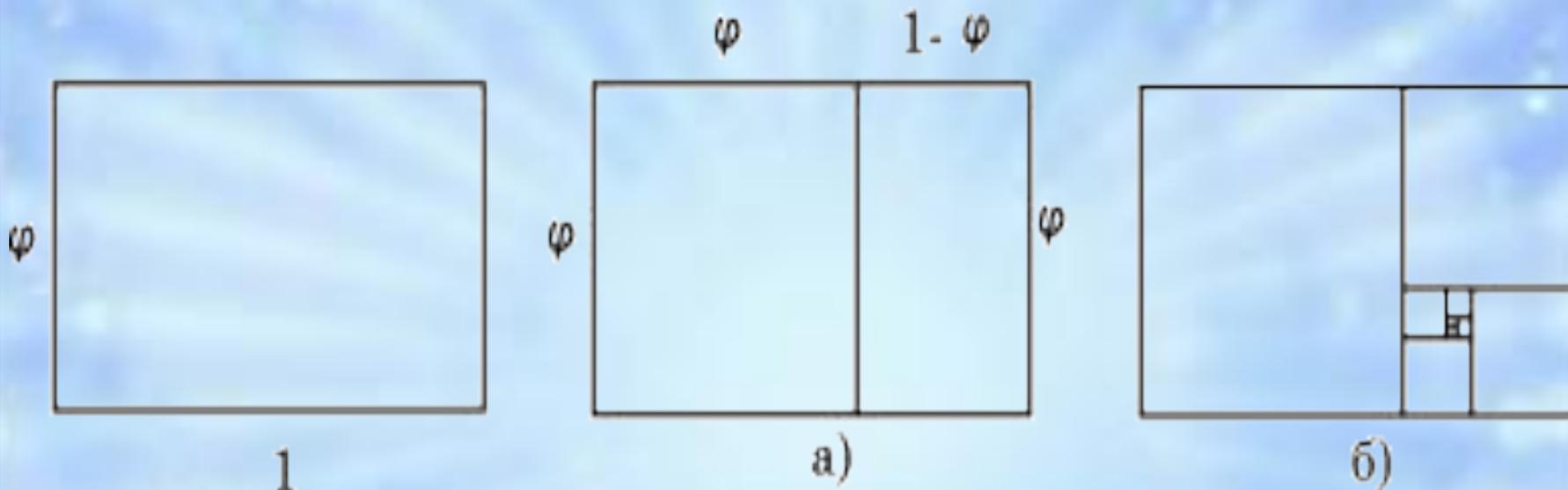
Возможны два типа золотых треугольников (рис. а, б)

В первом случае $AB/AC = \varphi$

Во втором случае $AC/AB = \varphi$

$$\varphi = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$

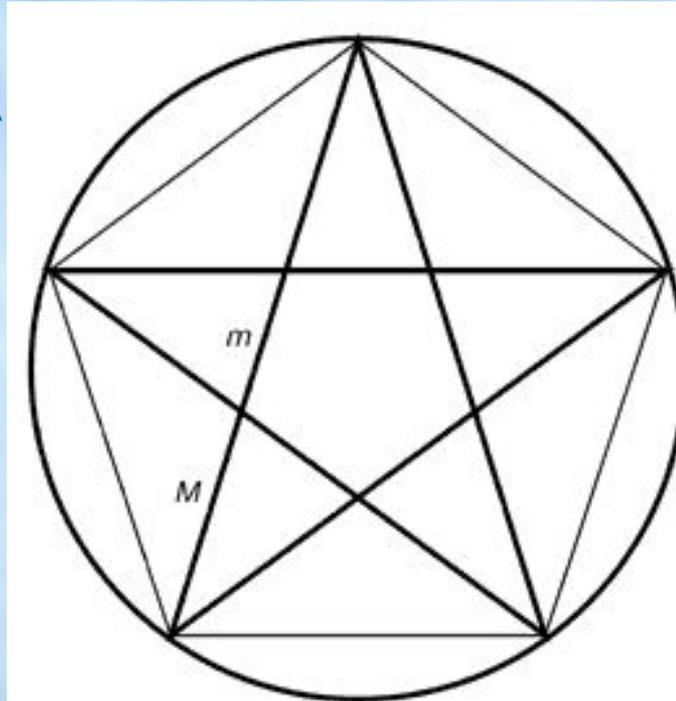
Золотые прямоугольники



Прямоугольник, стороны которого находятся в золотом отношении называют золотым прямоугольником. Золотые прямоугольники обладают многими интересными свойствами.

Пентаграмм

а



Все диагонали пятиугольника делят друг друга на отрезки, связанные между собой золотой пропорцией. Каждый конец пятиугольной звезды представляет собой золотой треугольник. Его стороны образуют угол 36° при вершине, а основание, отложенное на боковую сторону, делит ее в пропорции золотого сечения.

Ряд Фибоначчи



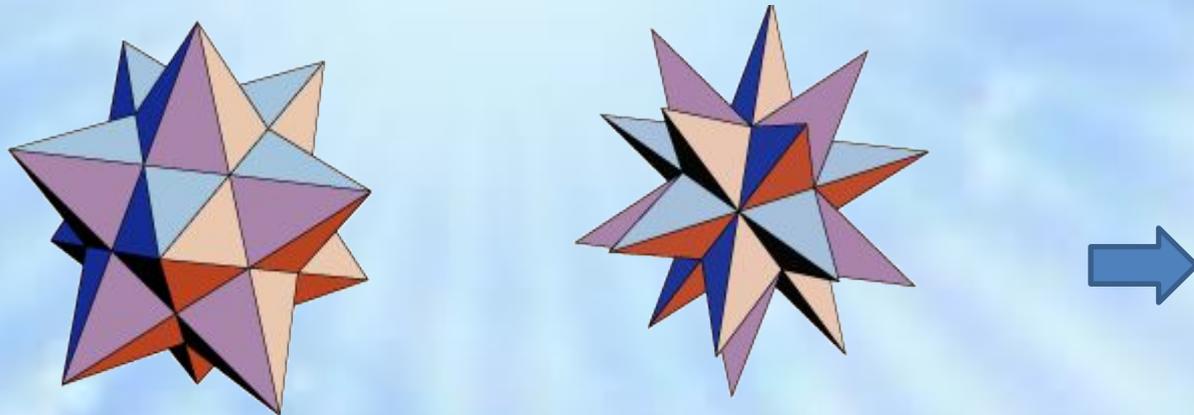
С историей золотого сечения косвенным образом связано имя итальянского математика монаха Леонардо из Пизы, более известного под именем Фибоначчи (сын Боначчи). Он много путешествовал по Востоку, познакомил Европу с индийскими (арабскими) цифрами. В 1202 г вышел в свет его математический труд «Книга об абак» (счетной доске), в котором были собраны все известные на то время задачи.

Одна из задач гласила «Сколько пар кроликов в один год от одной пары родится». Размышляя на эту тему, Фибоначчи выстроил такой ряд цифр:

Месяцы	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Пары кроликов	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

Ряд чисел 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13... известен как ряд Фибоначчи. Отношения между числами последовательности составляют также золотое сечение.

Ученые продолжали активно развивать теорию чисел Фибоначчи и золотого сечения. Возникают изящные методы решения ряда кибернетических задач (теории поиска, игр, программирования) с использованием чисел Фибоначчи и золотого сечения. В США создается даже Математическая Фибоначчи-ассоциация, которая с 1963 года выпускает специальный журнал.



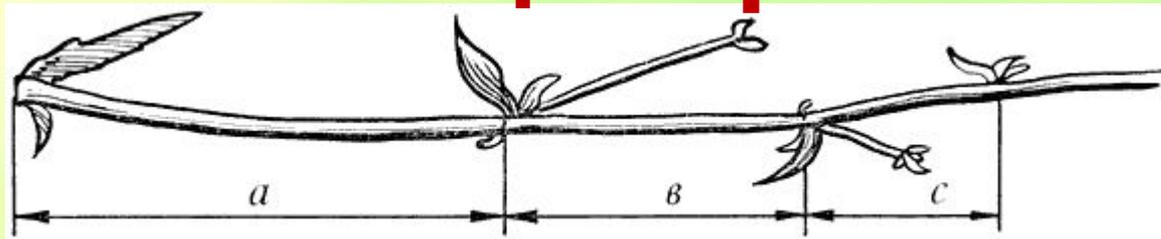




Все живое и все красивое — все подчиняется божественному закону, имя которому — «золотое сечение». ... Странная, загадочная, необъяснимая вещь: эта божественная пропорция мистическим образом сопутствует всему живому. Вы непременно увидите эту пропорцию и в изгибах морских раковин, и в форме цветов, и в облике жуков, и в красивом человеческом теле.

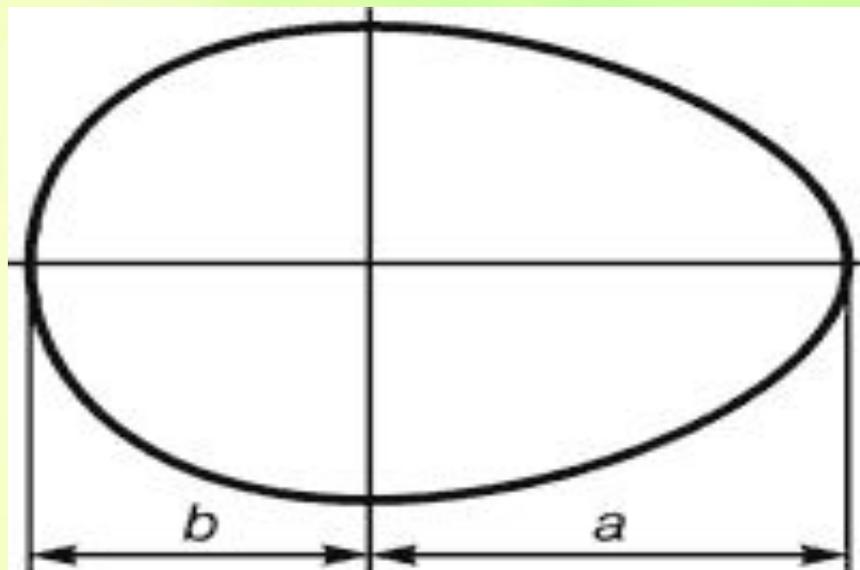


Цикорий



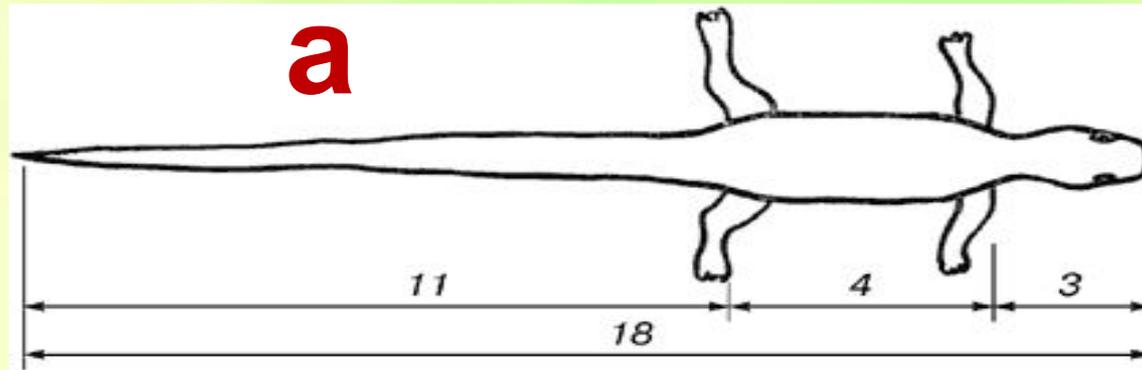
Среди придорожных трав растет ничем не примечательное растение – цикорий. Приглядимся к нему внимательно. От основного стебля образовался отросток. Тут же расположился первый листок. Отросток делает сильный выброс в пространство, останавливается, выпускает листок, но уже короче первого, снова делает выброс в пространство, но уже меньшей силы, выпускает листок еще меньшего размера и снова выброс. Если первый выброс принять за 100 единиц, то второй равен 62 единицам, третий – 38, четвертый – 24 и т.д. Длина лепестков тоже подчинена золотой пропорции. В росте, завоевании пространства растение сохраняло определенные пропорции. Импульсы его роста постепенно уменьшались в пропорции золотого сечения.

Яйцо птицы



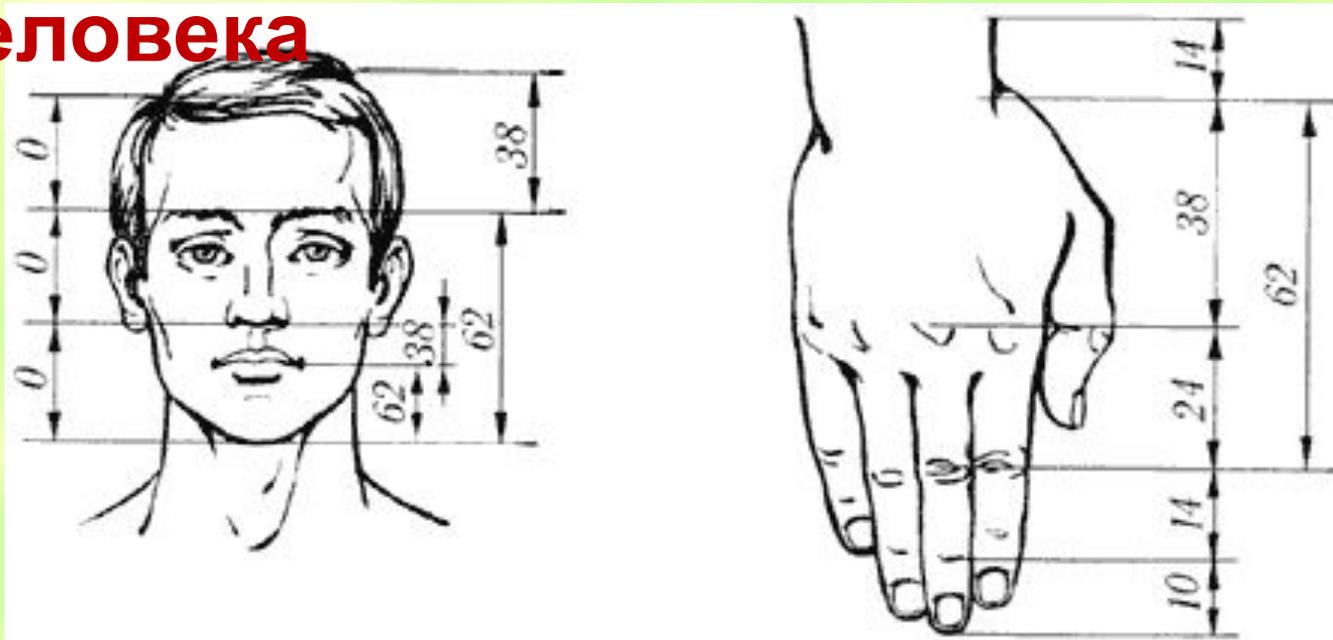
Природа осуществила деление на симметричные части и золотые пропорции. В частях проявляется повторение строения целого.

Ящериц



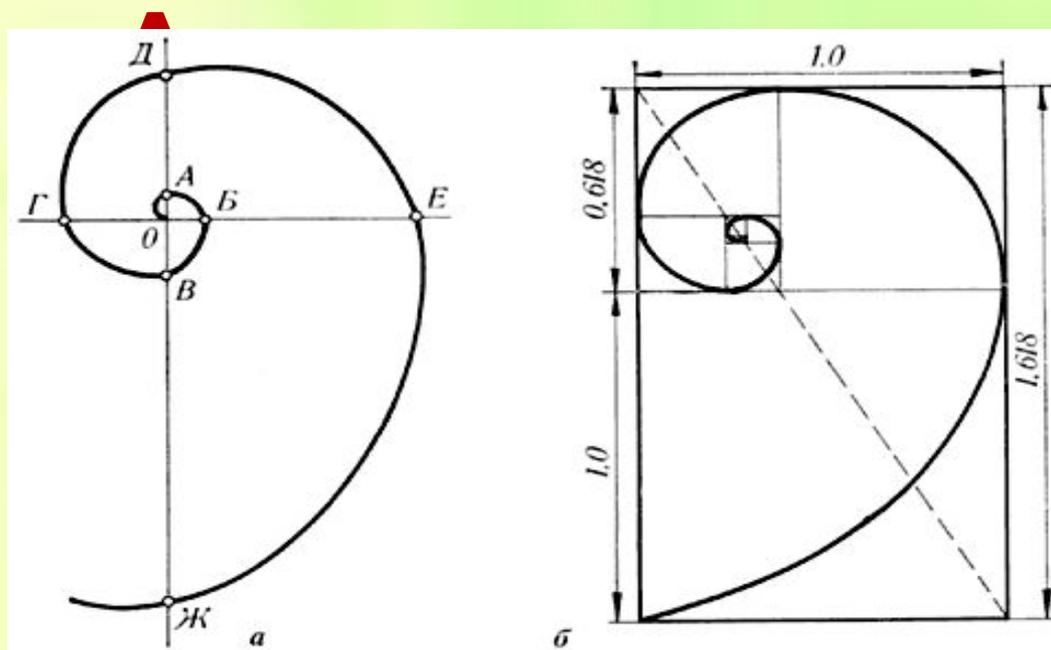
В ящерице с первого взгляда улавливаются приятные для нашего глаза пропорции – длина ее хвоста так относится к длине остального тела, как 38 к 62.

Золотые пропорции в частях тела человека

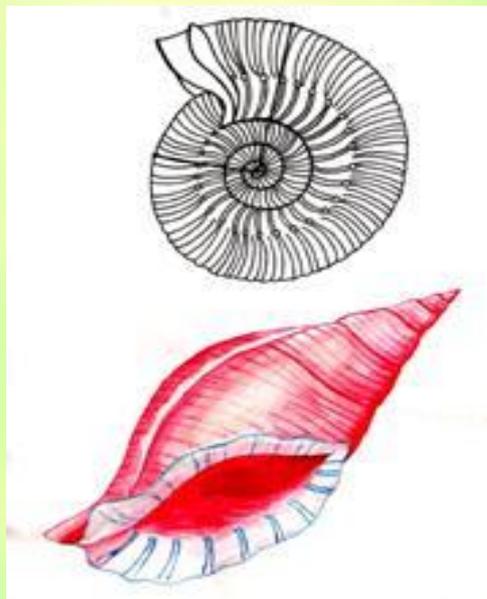


Пропорции золотого сечения проявляются и в отношении других частей тела – длина плеча, предплечья и кисти, кисти и пальцев и т.д. Эти закономерности а также проявляются в биоритмах и функционировании головного мозга и зрительного восприятия.

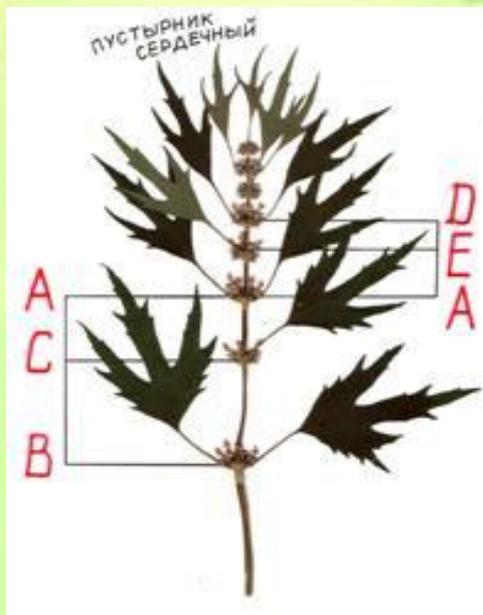
Спираль



Спирали очень распространены в природе. Представление о золотом сечении будет неполным, если не сказать о спирали. Форма спирально завитой раковины привлекла внимание Архимеда. Он изучал ее и вывел уравнение спирали. Спираль, вычерченная по этому уравнению, называется его именем.



По золотой спирали свёрнуты раковины многих улиток и моллюсков, некоторые пауки, сплетая паутину, закручивают нити вокруг центра по золотым спиралям. Рога архаров закручиваются по золотым спиралям.



Винтообразное и спиралевидное расположение листьев на ветках деревьев подметили давно. Спираль увидели в расположении семян подсолнечника, в шишках сосны, ананасах, кактусах и т.д. Совместная работа ботаников и математиков пролила свет на эти удивительные явления природы. Выяснилось, что в расположении листьев на ветке (филотаксис), семян подсолнечника, шишек сосны проявляет себя ряд Фибоначчи, а стало быть,

ЗАКОН УГЛОВ



$$\frac{\alpha}{\beta} \approx \varphi$$

В 1850 г. немецкий учёный А. Цейзинг открыл так называемый закон углов, согласно которому средняя величина углового отклонения ветки растения равна примерно 138° .

Таким образом, величина среднего углового отклонения ветки соответствует меньшей из двух частей, на которые делится полный угол при золотом сечении.



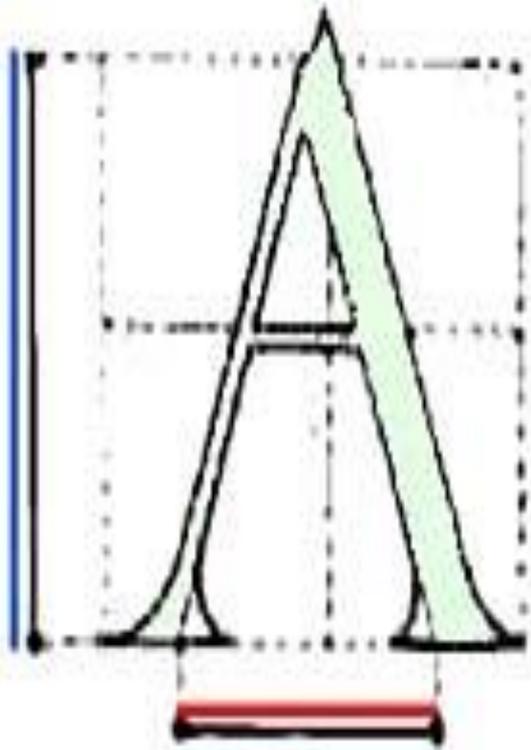
Закономерности золотого сечения проявляются в энергетических переходах элементарных частиц, в строении некоторых химических соединений, в планетарных и космических системах, в генных структурах живых организмов.



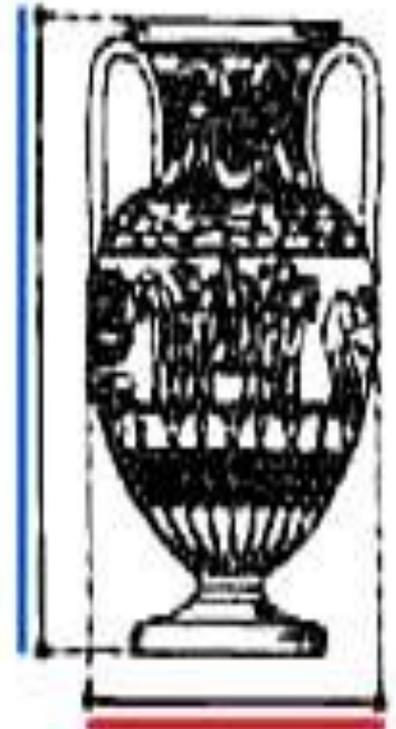
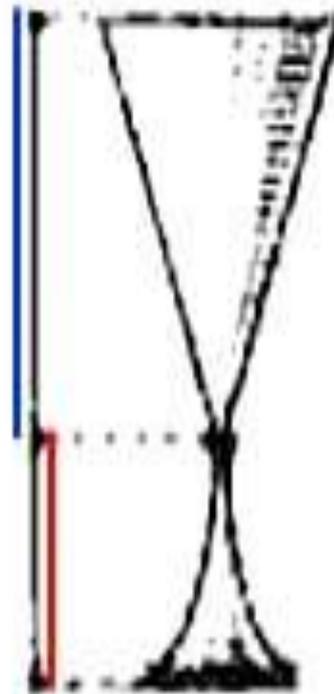
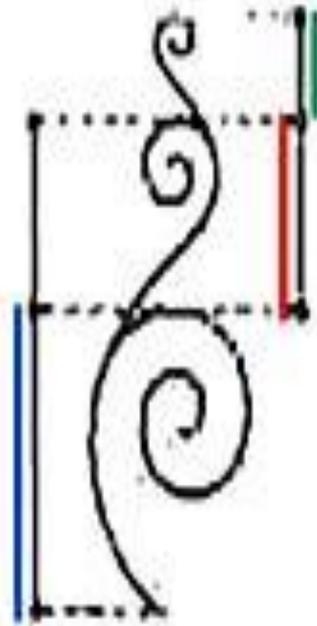
Золотое сечение в скульптуре и живописи.

Можно сказать, что золотое сечение, золотой прямоугольник, золотые треугольники и золотая спираль являются математическими символами идеального соотношения формы и роста.

Великий немецкий поэт Иоган Вольфганг Гете считал их даже математическими символами жизни и духовного развития.



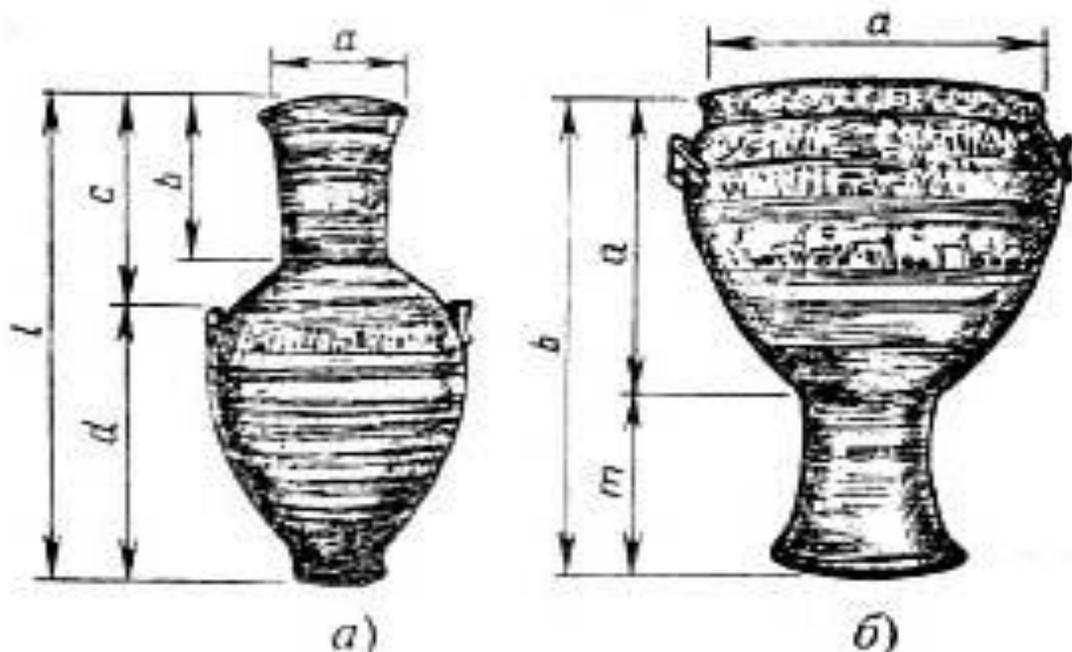
"Золотой" шрифт А.Дюрера



Древнегреческие изделия

Золотое сечение в шрифтах и бытовых предметах.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{d}{l} = \varphi.$$

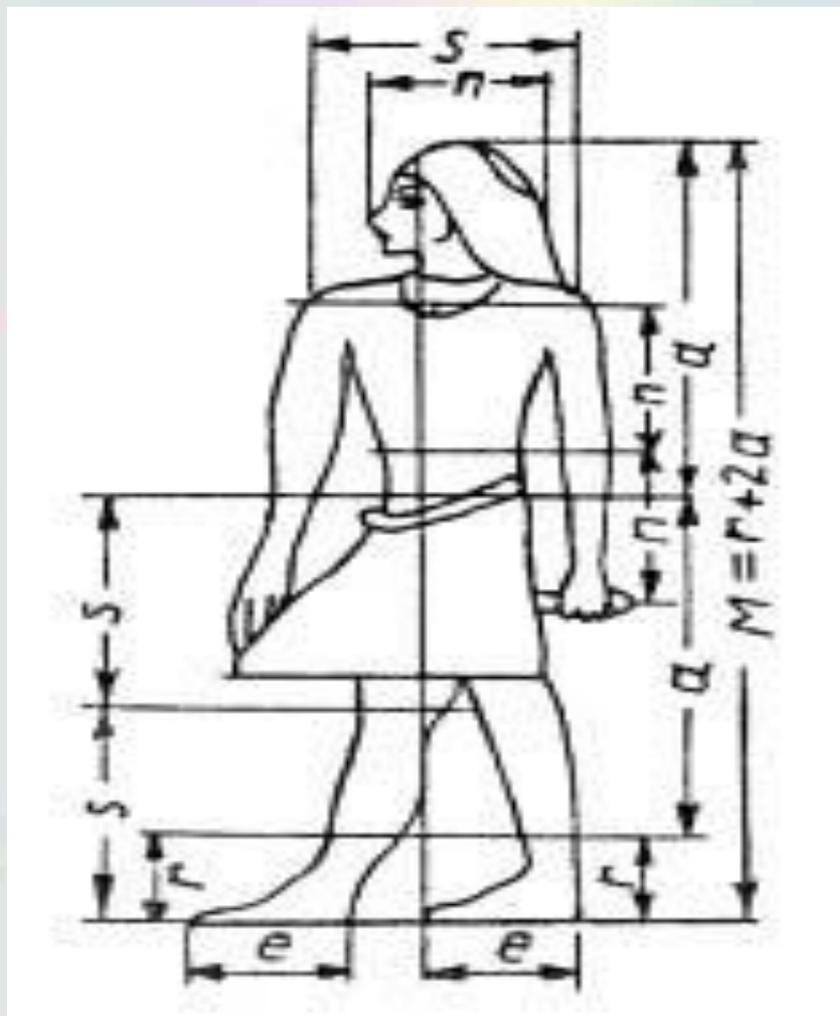


Особый вид изобразительного искусства Древней Греции следует выделить изготовление и роспись всевозможных сосудов. В изящной форме легко угадываются пропорции золотого сечения .

“Золотое сечение” в скульптуре



Скульптурные сооружения, памятники воздвигаются, чтобы увековечить знаменательные события, сохранить в памяти потомков имена прославленных людей их подвиги и деяния.



Перед вами канон изображения стоящего человека, все пропорции человека связаны формулой “золотого сечения”.



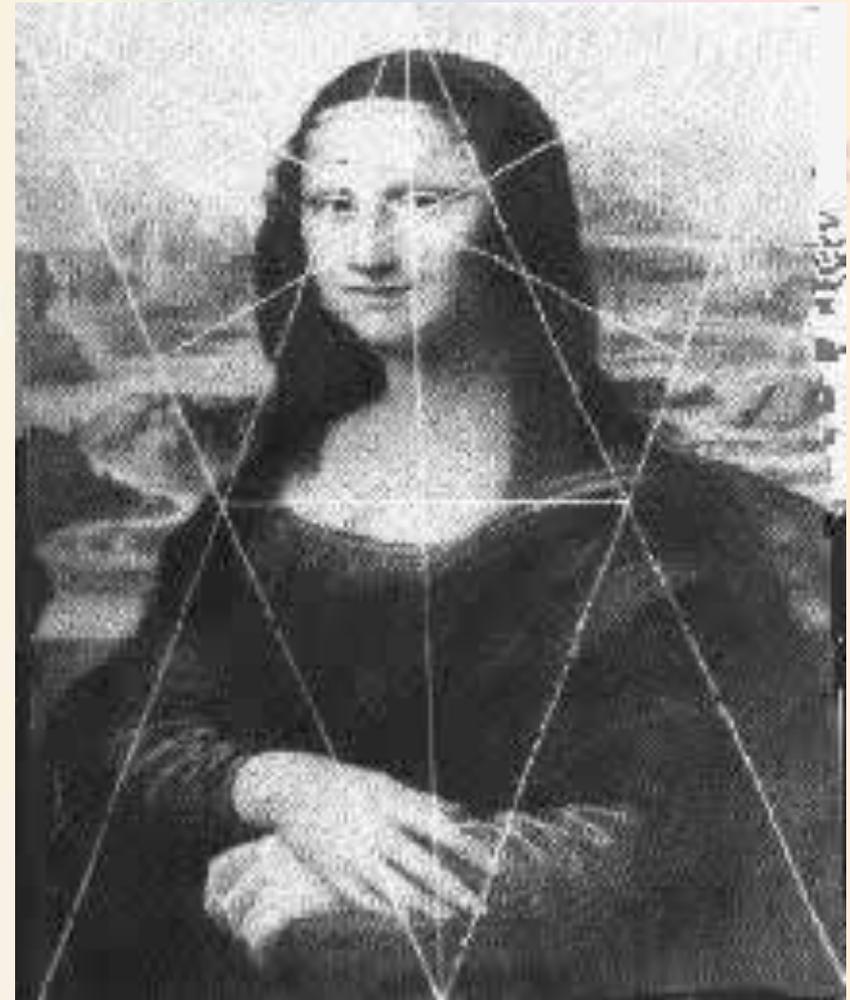
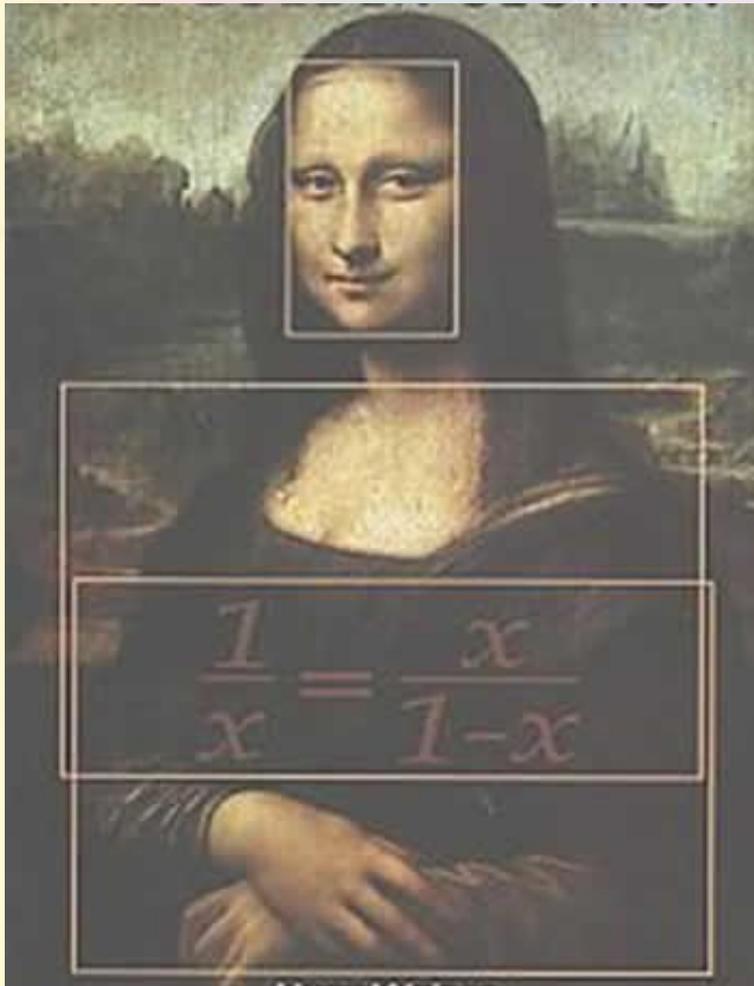
Великий древнегреческий скульптор Фидий часто использовал “золотое сечение” в своих произведениях.

Самая знаменитая из них была статуя Зевса Олимпийского, которая считалась одним из чудес света и статуя Афины Парфенос

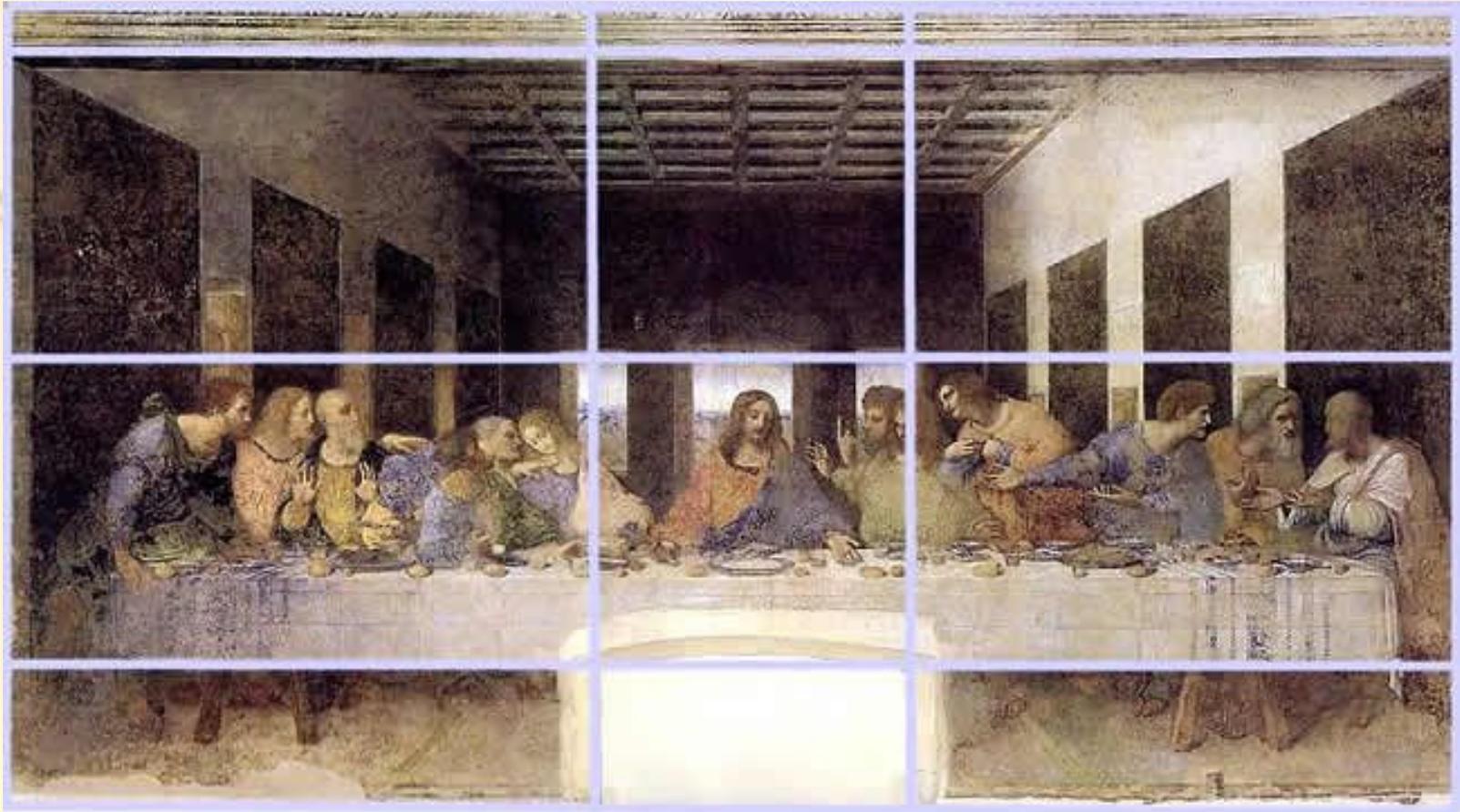


*Леонардо да Винчи. Автопортрет.
1510-1513. Б., сангина. Турин*

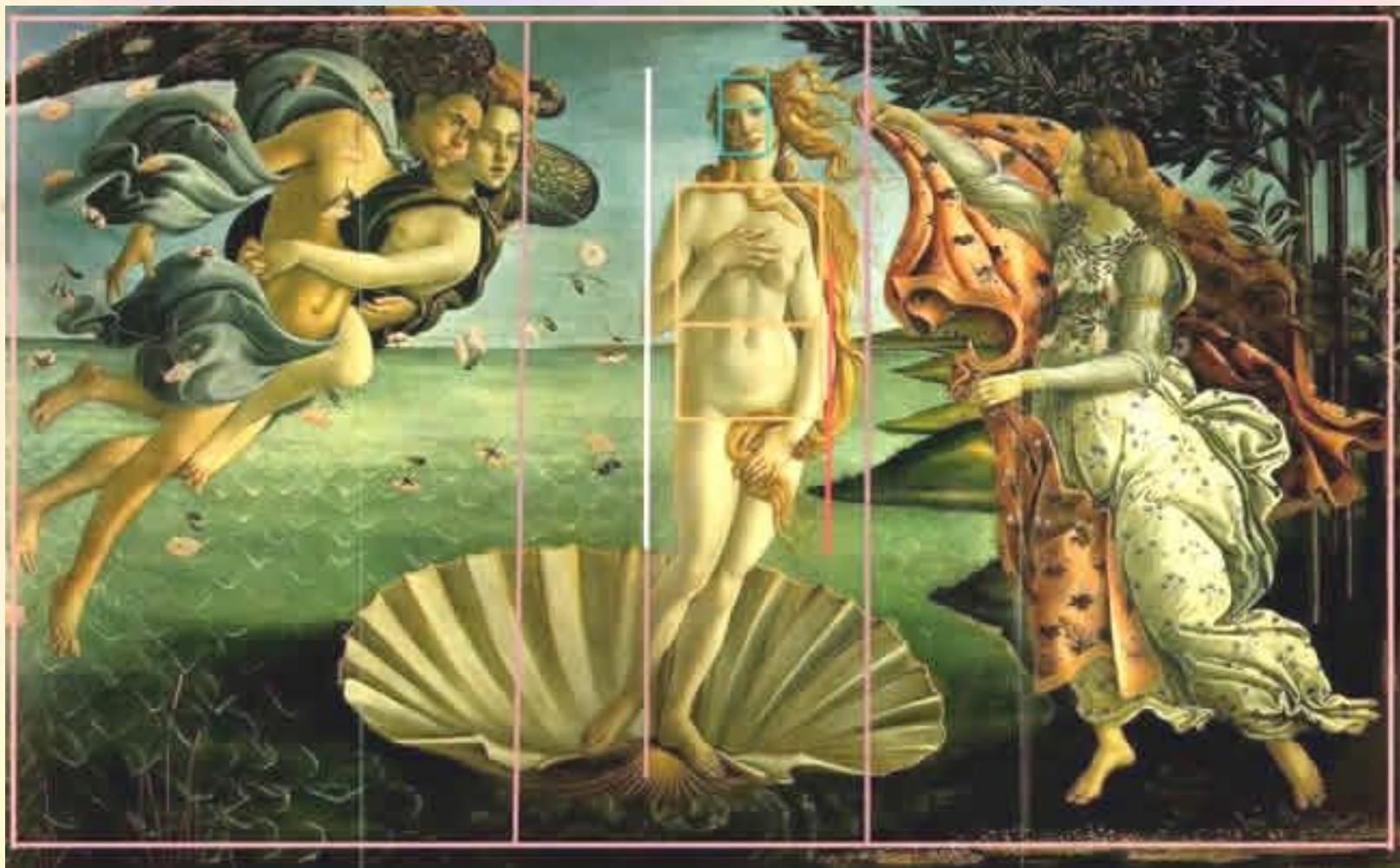
Переходя к примерам “золотого сечения” в живописи, нельзя не остановить своего внимания на творчестве Леонардо да Винчи. Его личность – одна из загадок истории. Сам Леонардо да Винчи говорил: “Пусть никто, не будучи математиком, не дерзнет читать мои труды”. Он снискал славу непревзойденного художника, великого ученого, гения, предвосхитившего многие изобретения, которые не были осуществлены



Портрет Моны Лизы (Джоконда) Леонардо да Винчи привлекает тем, что композиция рисунка построена на «золотых треугольниках», точнее на треугольниках, являющихся кусками правильного звездчатого пятиугольника и «золотых прямоугольников».



Тайная вечеря
Леонардо да Винчи (Leonardo da Vinci)

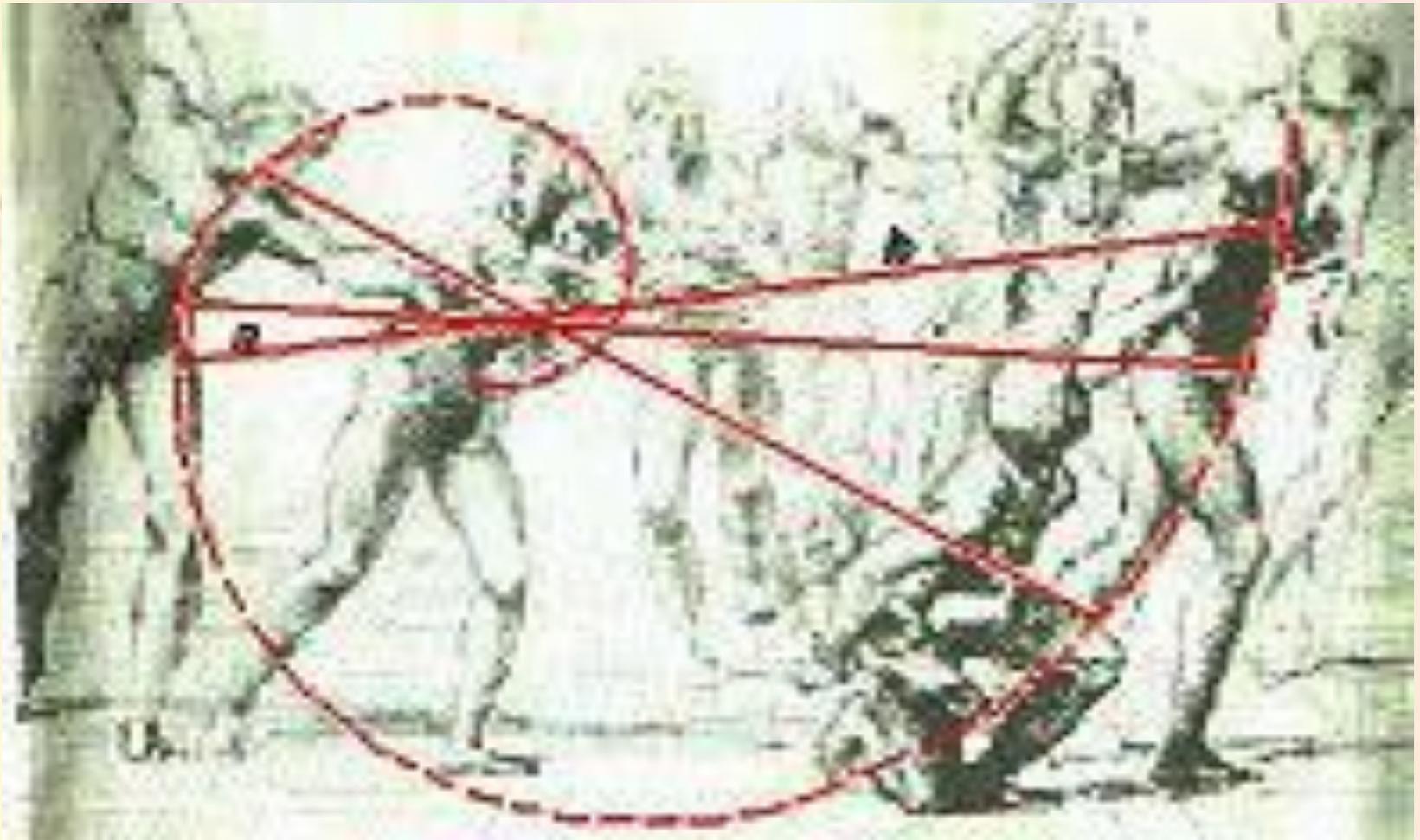


Рождение Венеры

БОТТИЧЕЛЛИ (Botticelli) Сандро (Алессандро ди Мариано Филиппеи) (1445 - 1510), итальянский живописец. Представитель Раннего Возрождения



Рафаэль Санти
Афинская школа



Ощущение динамики, волнения проявляется, пожалуй, сильнее всего в другой простой геометрической фигуре - спирали. Многофигурная композиция в фреске "Избиение младенцев», выполненная в 1509 - 1510 годах Рафаэлем, отличается динамизмом и драматизмом сюжета.



На этой знаменитой картине И. И. Шишкина с очевидностью просматриваются мотивы золотого сечения. Ярко освещенная солнцем сосна (стоящая на первом плане) делит длину картины по золотому сечению. Справа от сосны - освещенный солнцем пригорок. Он делит по золотому сечению правую часть картины по горизонтали. Слева от главной сосны находится множество сосен - при желании можно с успехом продолжить деление картины по золотому сечению и дальше.



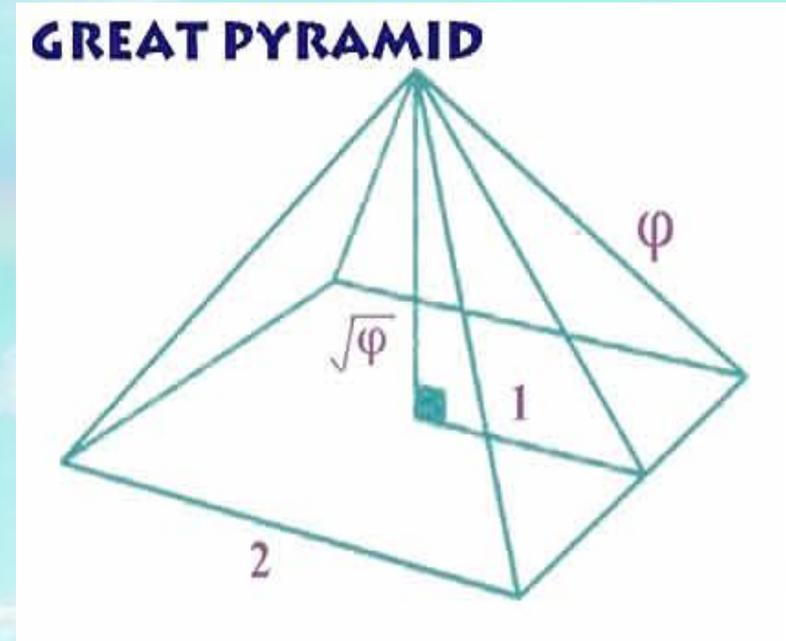
Мы убедились, что все-таки существует связь между математикой и живописью. И это не случайно, ведь каждому искусству присуще стремление к стройности, соразмерности, гармонии. Природа совершенна, и у нее есть свои законы, выраженные с помощью математики и проявляющие во всех искусствах. Эти свойства не выдуманы людьми. Они отражают свойства самой природы.



**“Архитектура –имеет три предмета:
красоту, спокойность и прочность
здания ... К достижению сего
служит руководством знание
пропорции , перспективы ,
механики или вообще физики ,а
всем им общим вождем является
рассудок”**

В.И. Баженов

Пирамида Хеопса



Принято считать, что понятие о золотом делении ввел в научный обиход Пифагор, древнегреческий философ и математик (VI в. до н.э.). Есть предположение, что Пифагор свое знание золотого деления позаимствовал у египтян и вавилонян. И действительно, пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого деления при их создании.



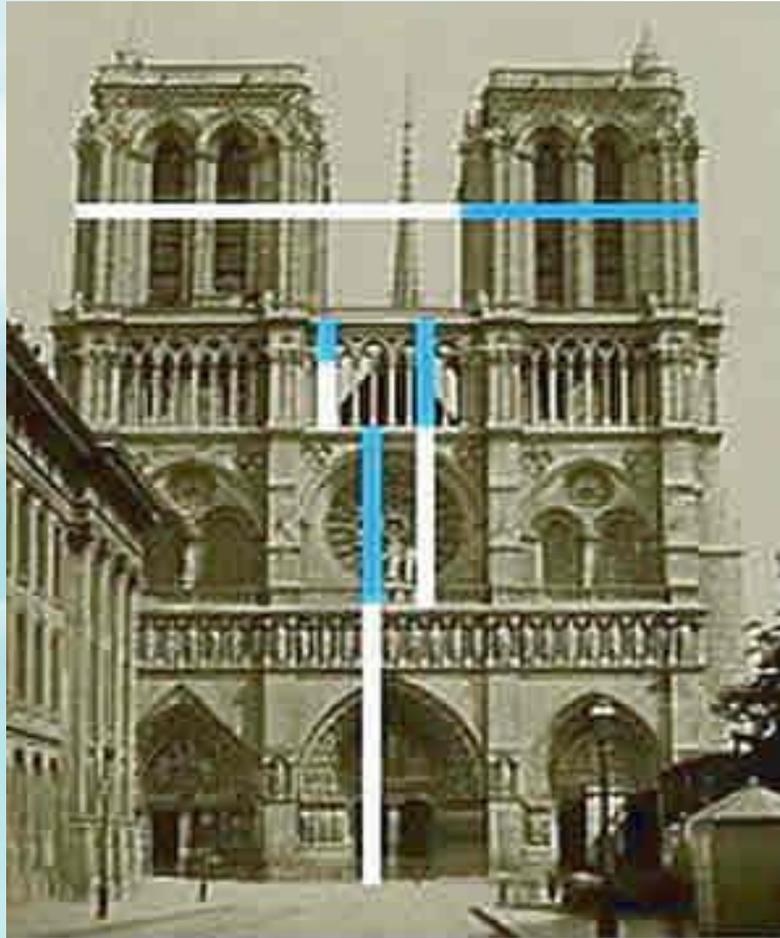
Пантео

Н Другим примером из архитектурной древности является Пантеон, храм всех богов в Риме. На фасаде Пантеона также можно заметить "золотые прямоугольники"

Парфено



Парфенон — главный храм в древних Афинах, посвященный покровительнице этого города и всей Аттики, богине Афине, один из красивейших произведений древнегреческой архитектуры. Строительством храма Парфенон руководил архитектор Фидий. На прямоугольной платформе (в 68,4 м длины и в 30,38 м ширины), сложенной из пирейского камня и на которую можно было со всех сторон подниматься по трем ступеням, высился построенный из пентелийского мрамора величественный периптер дорического стиля с восемью колоннами в каждом коротком фесе и с семнадцатью в каждом длинном. Вышиной эти колонны были в 11 м, диаметр их разреза в нижнем конце равнялся 1,8 м. Отношение длины здания Парфенона в Афинах к его



Золотое соотношение мы можем увидеть и в здании собора Парижской Богоматери (Нотр-дам де Пари):

Архитектура нашей страны.

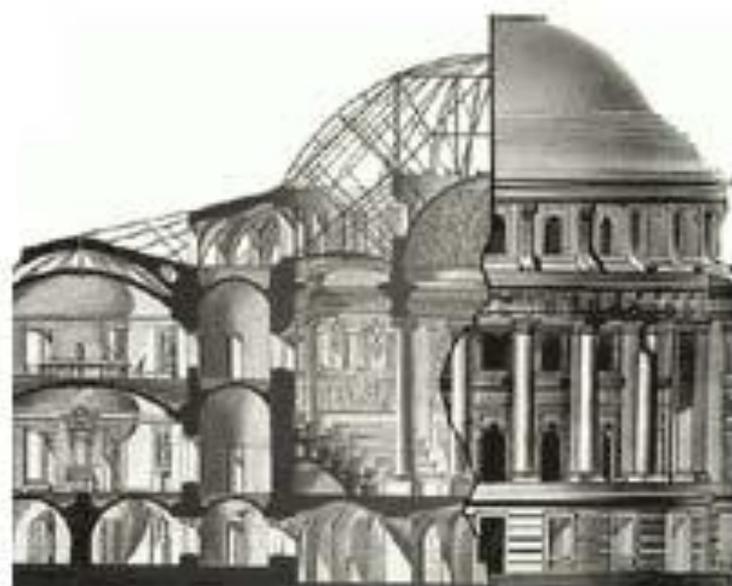


М.Ф. Казаков. 1738-1802 гг.

Известный русский архитектор Казаков Матвей Федорович в своем творчестве широко использовал “золотое сечение”. Его талант был многогранным, но в большей степени он раскрылся в многочисленных осуществленных проектах жилых домов и усадеб. Например золотое сечение можно обнаружить в архитектуре здания сената в Кремле. По проекту Казакова построена в Москве Голицынская больница, которая в настоящее время называется “Первая клиническая” больница имени Пирогова.



**Москва. Голицынская больница.
1794-1801 гг.**



**Здание Сената. Кремль.
1776-1778 гг.**

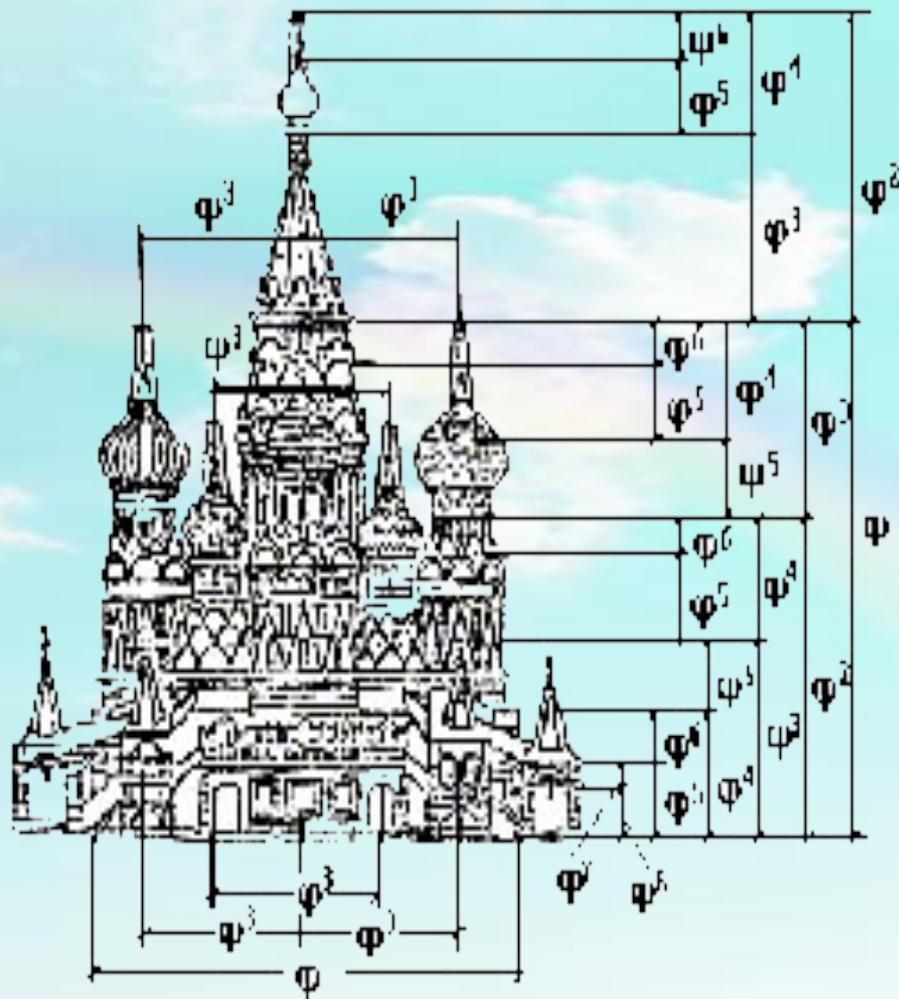
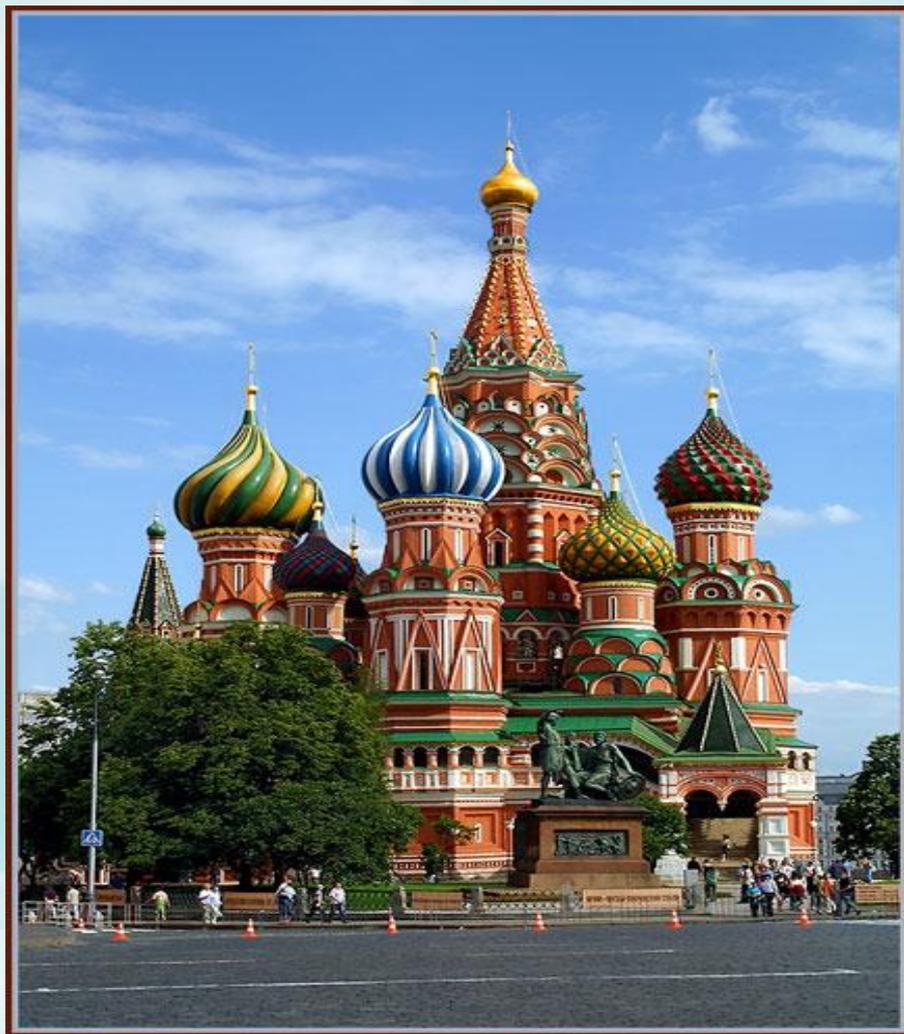


Петровский дворец в Москве. Построен по проекту М.Ф. Казакова.



**Еще один архитектурный шедевр
Москвы - дом Пашкова - является одним
из наиболее совершенных произведений
архитектора В.Баженова.**

Храм Василия Блаженного



Пропорции храма Василия Блаженного в Москве определяются восемью членами золотого сечения: $1, \varphi, \varphi^2, \varphi^3, \varphi^4, \varphi^5, \varphi^6, \varphi^7$



Из всего сказанного можно сделать выводы:
во-первых, золотое сечение – это один из
основных основополагающих принципов
природы;
во-вторых, человеческое представление о
красивом явно сформировалось под
влиянием того, какой порядок и гармонию
человек видит

