

# Золотое сечение

Презентация учителя математики ЗСОШ №1  
Чернокнижниковой Л.М.

# Окружающий нас мир многообразен

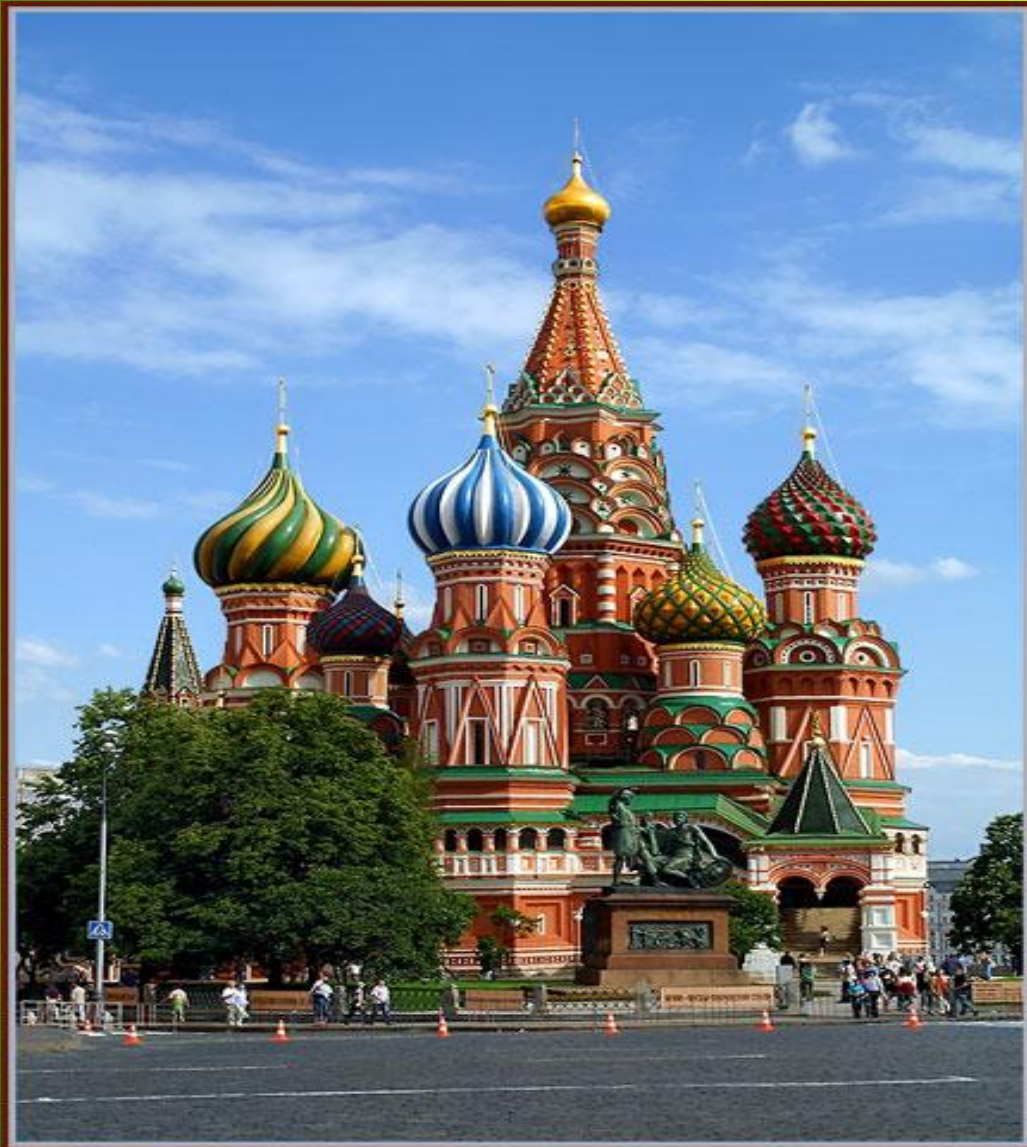








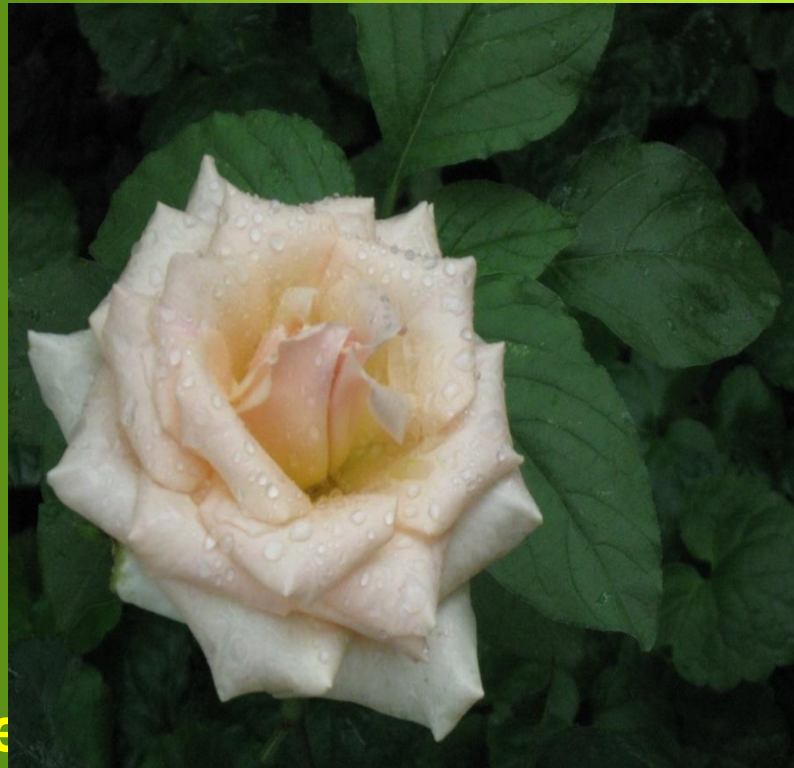












**Вы, наверное, заметили, что мы неодинаково относимся к предметам и явлениям окружающей действительности. Беспорядочность, бесформенность, несоразмерность воспринимаются нами как безобразное и производят отталкивающее впечатление. А предметы и явления, которым свойственна мера, целесообразность и гармония воспринимаются как красивое и вызывают у нас чувство восхищения, радости, поднимают**

Людей с давних времён волновал вопрос, подчиняются ли такие неуловимые вещи как красота и гармония, каким-либо математическим расчётам.

**Можно ли «проверить алгеброй гармонию?» – как сказал А.С. Пушкин.**

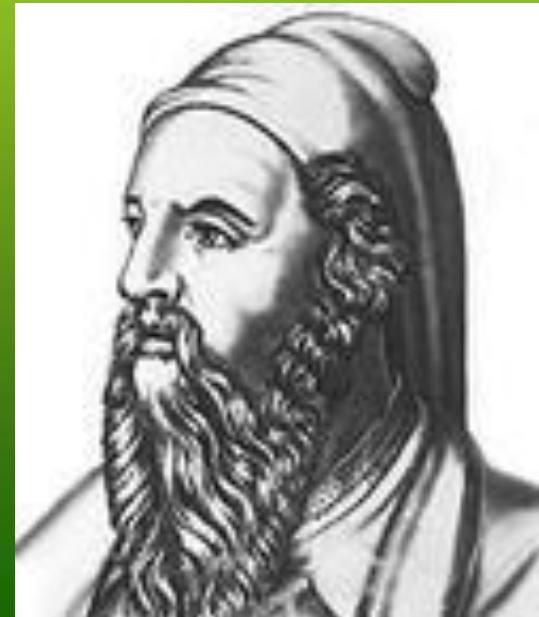
Конечно, все законы красоты невозможно вместить в несколько формул, но, изучая математику, мы можем открыть некоторые слагаемые прекрасного.



## Эпиграф урока:

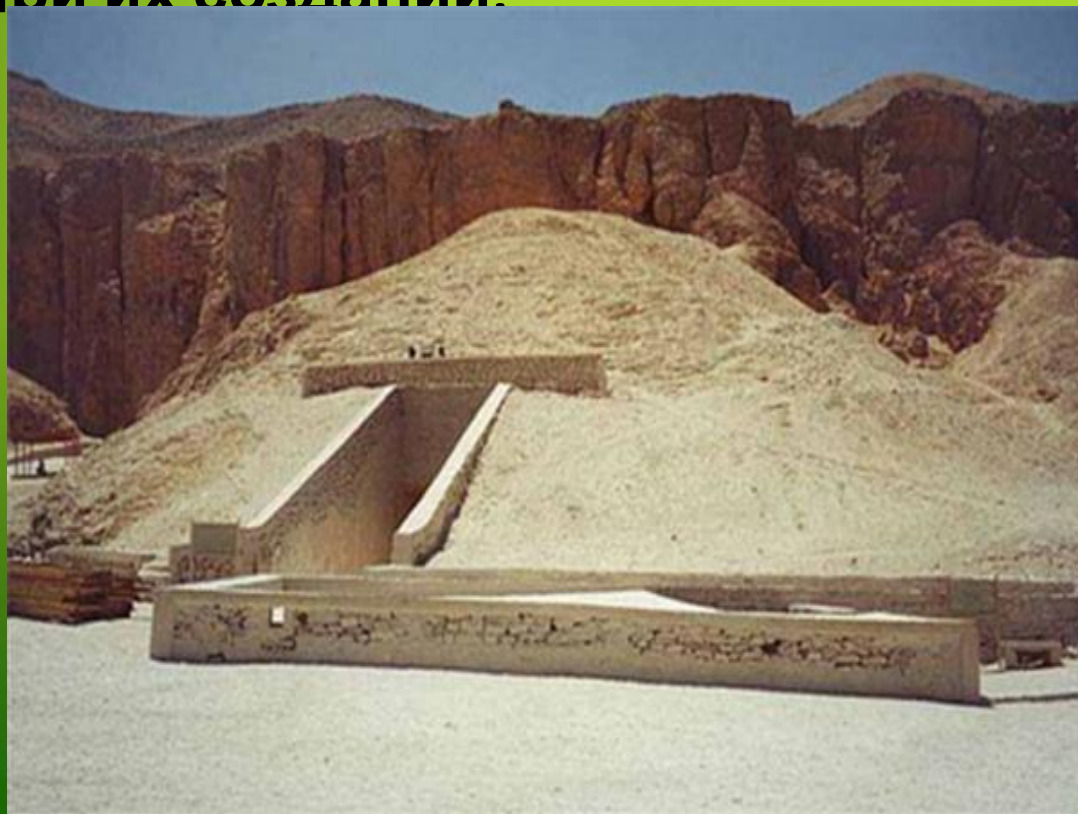
«...Геометрия владеет двумя сокровищами – теоремой Пифагора и золотым сечением, и если первое из них можно сравнить с мерой золота, то второе – с драгоценным камнем...».

*Иоганн Кеплер*

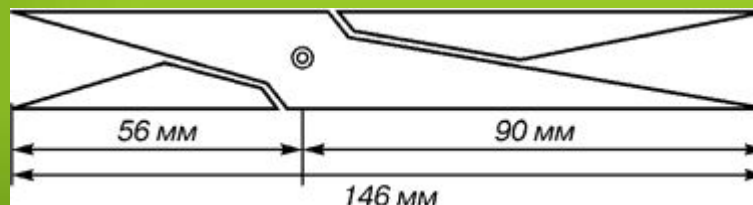
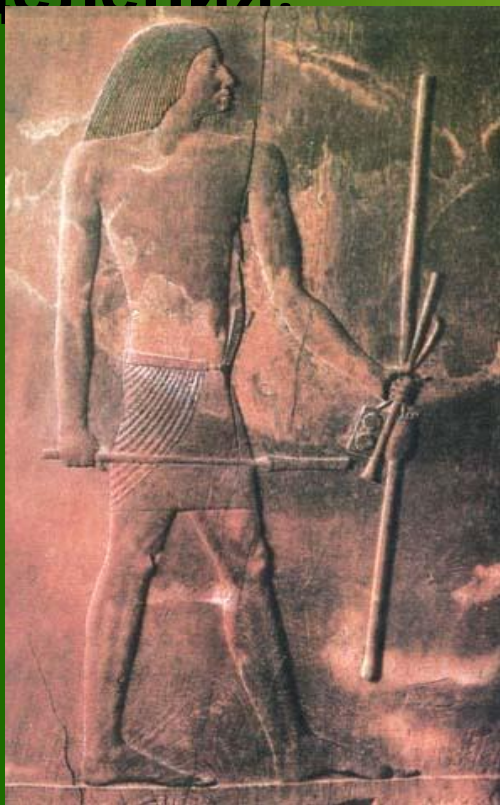


Все живое и все красивое — все подчиняется божественному закону, имя которому — **«золотое сечение»**. Так что же такое **«золотое сечение»**?.. Что это за идеальное, божественное сочетание? Может быть, это закон красоты? Или все-таки он — мистическая тайна? Научный феномен или этический принцип? Ответ неизвестен до сих пор. Точнее — нет, известен. **«Золотое сечение»** — это и то, и другое, и третье. Только не по отдельности, а одновременно... И в этом его подлинная загадка, его

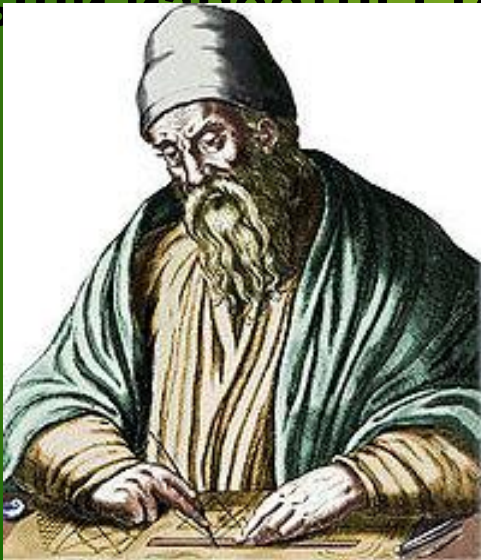
**Есть предположение, что впервые знание золотого деления имелись у египтян и вавилонян. И действительно, пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого деления при их создании.**



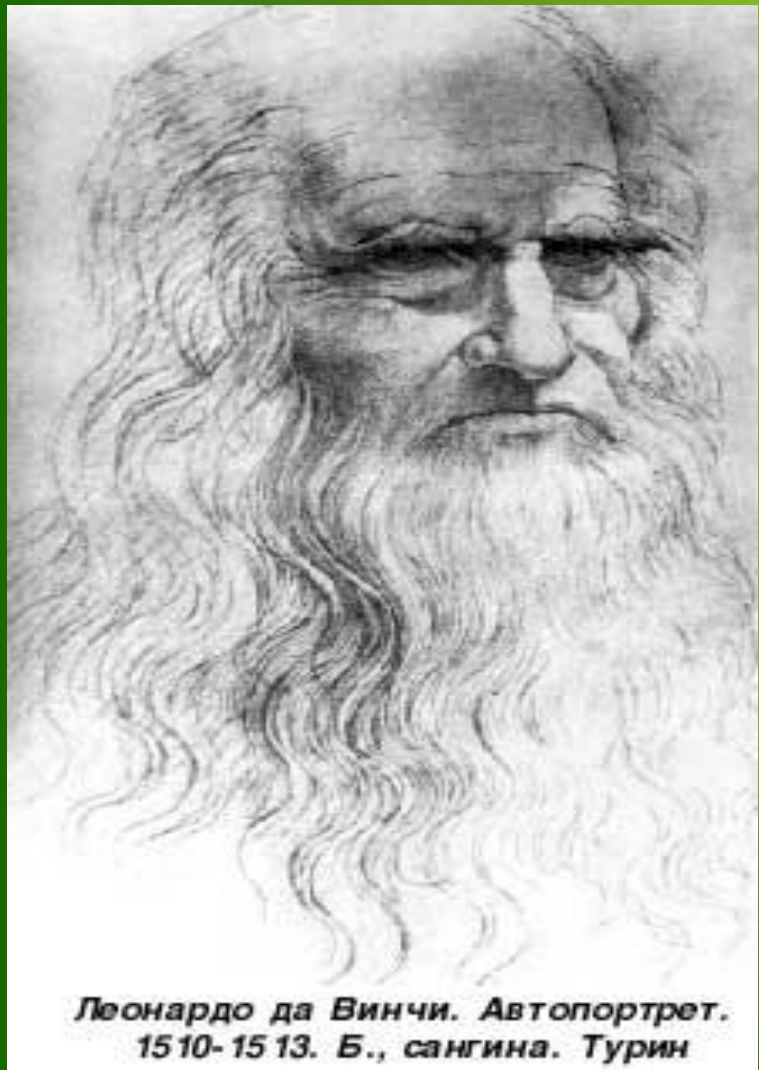
**Зодчий Хесира, изображенный на рельефе деревянной доски из гробницы его имени, держит в руках измерительные инструменты, в которых зафиксированы пропорции золотого деления.**



В дошедшей до нас античной литературе золотое деление впервые упоминается в «Началах» Евклида. Во 2-й книге «Начал» дается геометрическое построение золотого деления. После Евклида исследованием золотого деления занимались Гипсикл (II в. до н.э.), Папп (III в. н.э.) и др. В средневековой Европе с золотым делением познакомились по арабским переводам «Начал» Евклида. Секреты золотого деления ревностно оберегались, хранились в строгой тайне. Они были известны только посвященным.



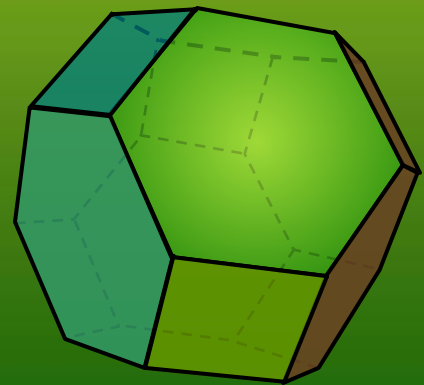
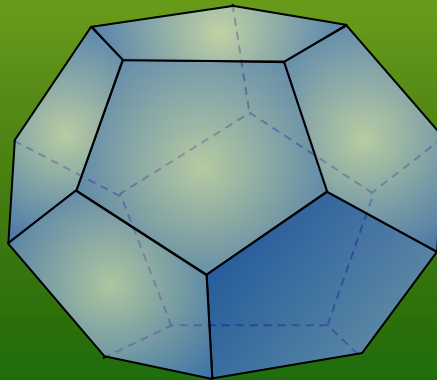
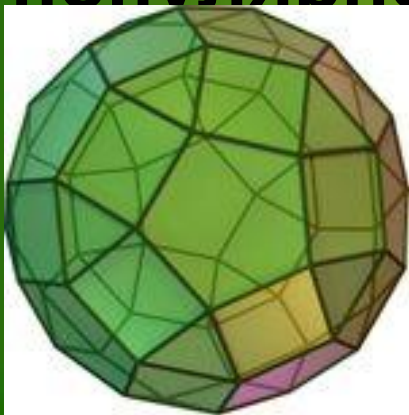




*Леонардо да Винчи. Автопортрет.  
1510-1513. Б., сангина. Турин*

**Интерес к золотому сечению необычайно возрос в эпоху Возрождения (XV - XVII). В 1509 году итальянский математик, монах Лука Пачоли (1445 – ок.1514), друг Леонардо да Винчи (1452 – 1519), написал целую книгу "О божественной пропорции". Леонардо выполнил иллюстрации к этой книге.**

Леонардо да Винчи также много внимания уделял изучению золотого деления. Он производил сечения стереометрического тела, образованного правильными пятиугольниками, и каждый раз получал прямоугольники с отношениями сторон в золотом делении. Поэтому он дал этому делению название **золотое сечение**. Так оно и держится до сих пор как самое популярное.



Золотое сечение в математике.

Золотое сечение в природе.

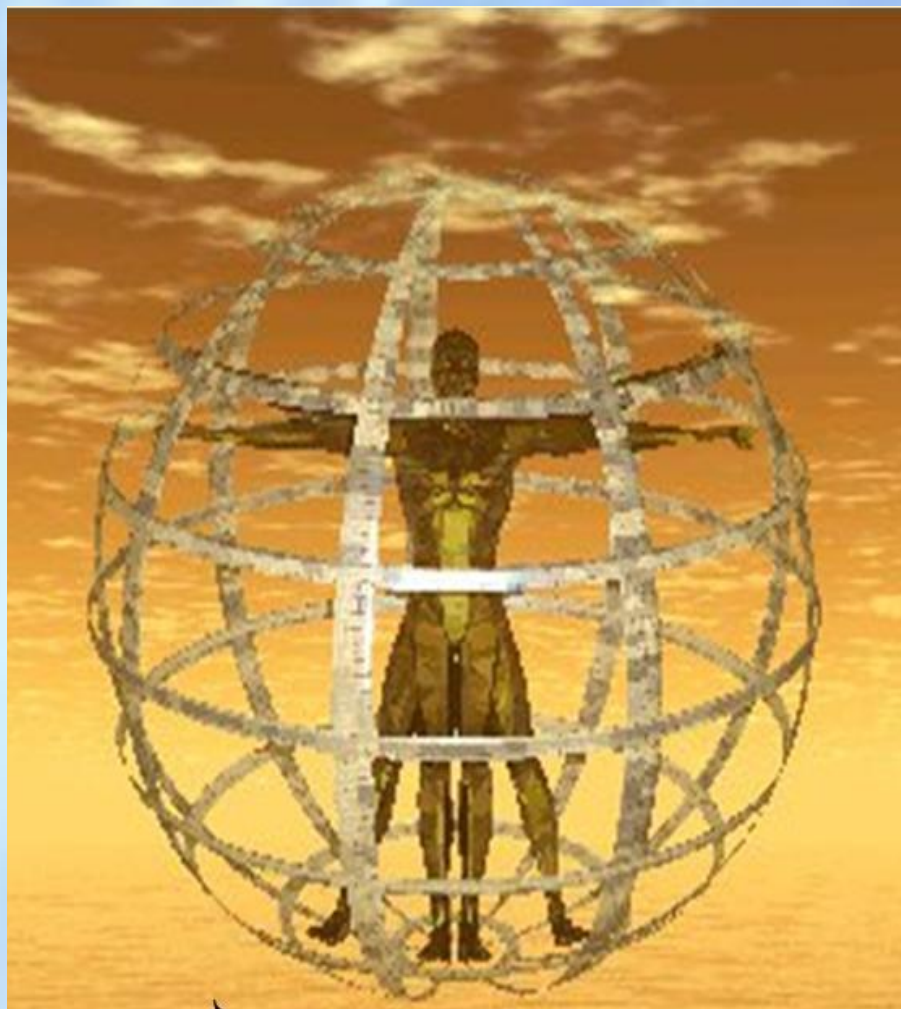
Золотое сечение в скульптуре и живописи.

Золотое сечение в архитектуре.

**Золотое сечение**

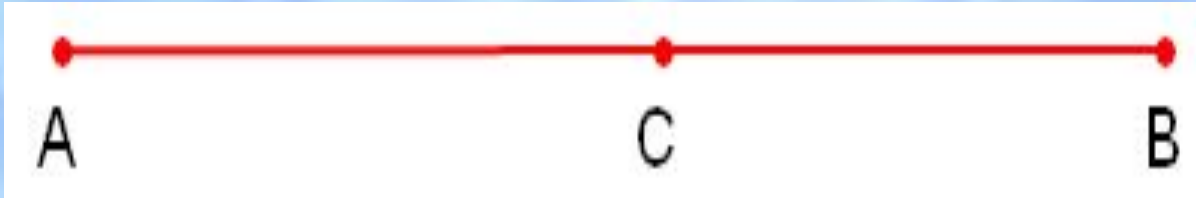
**В математике**

**С давних времен люди занимались поисками гармонии и совершенства. Древние греки считали, что мир устроен по законам гармонии и задача познания мира, таким образом, является задачей поиска гармонии.**





**Одним из вопросов, волновавших древних ученых, был вопрос о нахождении наилучшего соотношения неравных частей, составляющих вместе единое целое. Его решение связывают с именем Пифагора, который установил, что наиболее совершенным делением целого на две неравные части является такое деление, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая часть относится ко всему целому.**



Выясним, каким числом выражается золотое сечение. Для этого выберем произвольный отрезок и примем его длину за единицу. Разобьем этот отрезок на две неравные части. Большую обозначим через  $x$ . Тогда меньшая часть равна  $1-x$ .

По определению золотого сечения должно выполняться равенство

$$\frac{1-x}{x} = \frac{x}{1-x}.$$

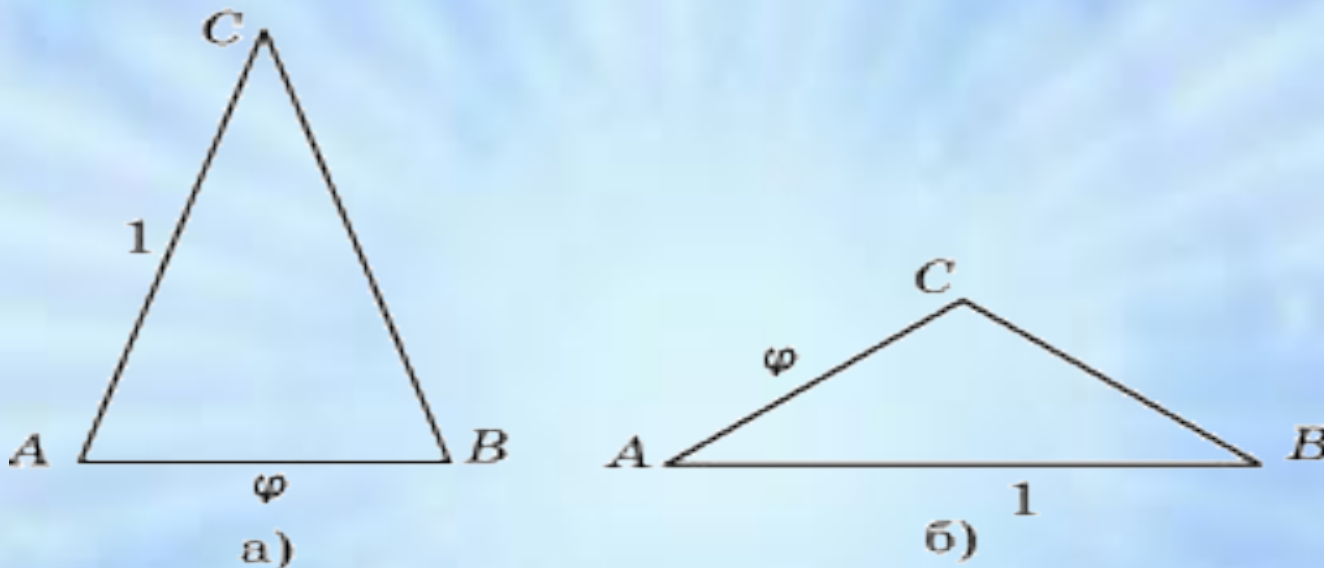
Мы получили уравнение относительно  $x$  которое легко свести к

квадратному  $x^2+x-1 = 0$ .

Положительный корень этого уравнения выражается формулой

$$x = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} \approx 0,6$$

# Золотой треугольник



Возможны два типа золотых треугольников (рис. а, б)

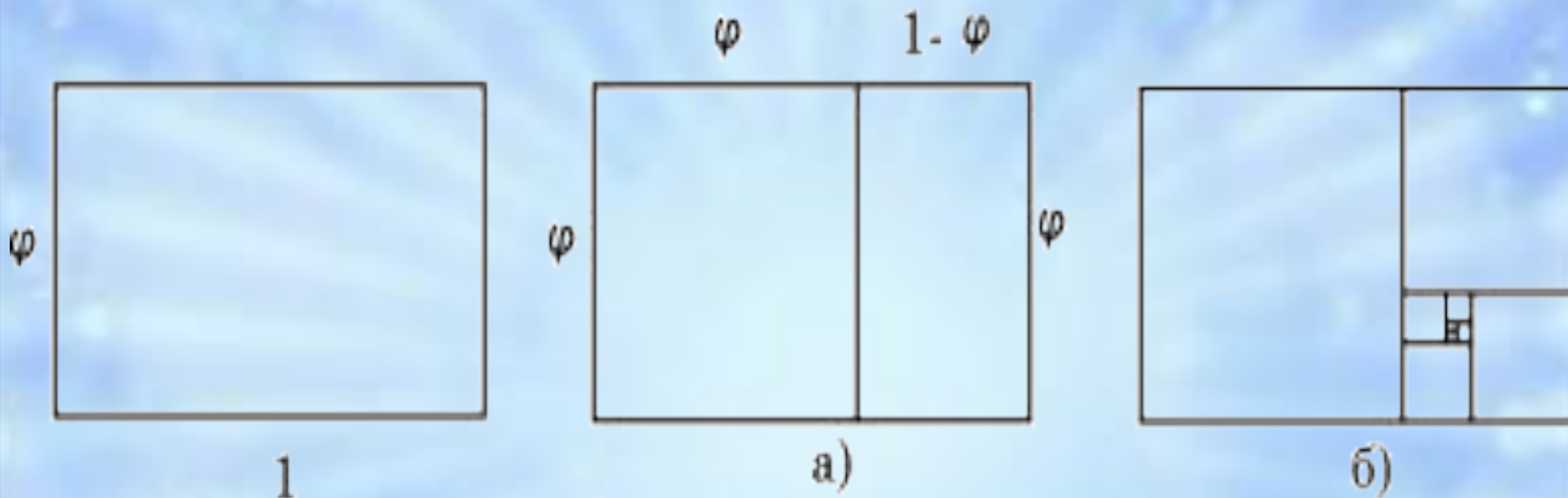
В первом случае  $AB/AC = \varphi$

Во втором случае  $AC/AB = \varphi$

$$\varphi = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$



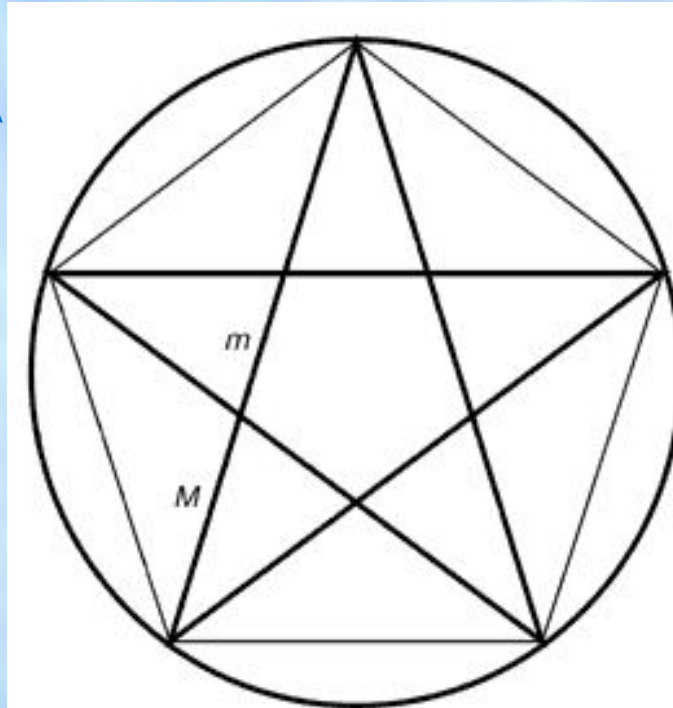
# Золотые прямоугольники



Прямоугольник, стороны которого находятся в золотом отношении называют золотым прямоугольником. Золотые прямоугольники обладают многими интересными свойствами.

# Пентаграмм

а



Все диагонали пятиугольника делят друг друга на отрезки, связанные между собой золотой пропорцией. Каждый конец пятиугольной звезды представляет собой золотой треугольник. Его стороны образуют угол  $36^\circ$  при вершине, а основание, отложенное на боковую сторону, делит ее в пропорции золотого сечения.

# Ряд Фибоначчи



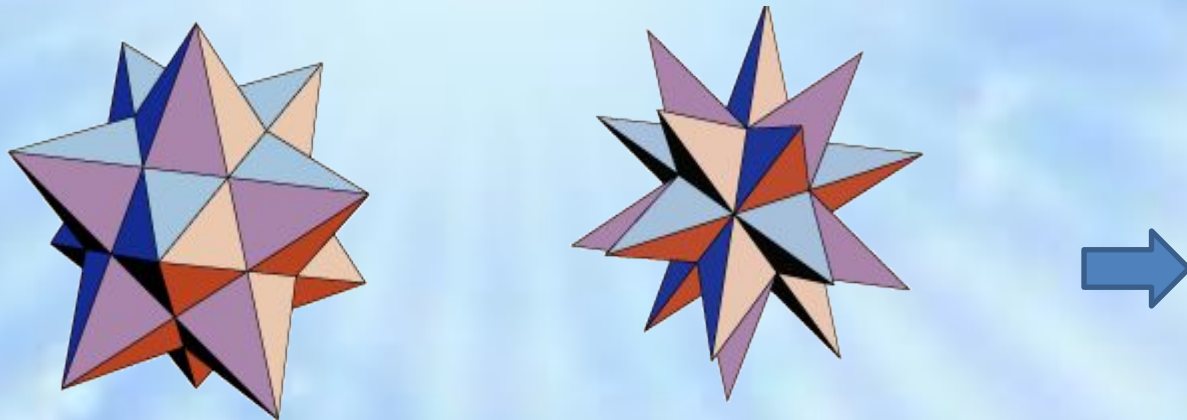
С историей золотого сечения косвенным образом связано имя итальянского математика монаха Леонардо из Пизы, более известного под именем Фибоначчи (сын Боначчи). Он много путешествовал по Востоку, познакомил Европу с индийскими (арабскими) цифрами. В 1202 г вышел в свет его математический труд «Книга об абак» (счетной доске), в котором были собраны все известные на то время задачи.

Одна из задач гласила «Сколько пар кроликов в один год от одной пары родится». Размышляя на эту тему, Фибоначчи выстроил такой ряд цифр:


Месяцы	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Пары кроликов	0	1	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

Ряд чисел 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13... известен как ряд Фибоначчи. Отношения между числами последовательности составляют также золотое сечение.


**Ученые продолжали активно развивать теорию чисел Фибоначчи и золотого сечения. Возникают изящные методы решения ряда кибернетических задач (теории поиска, игр, программирования) с использованием чисел Фибоначчи и золотого сечения. В США создается даже Математическая Фибоначчи-ассоциация, которая с 1963 года выпускает специальный журнал.**



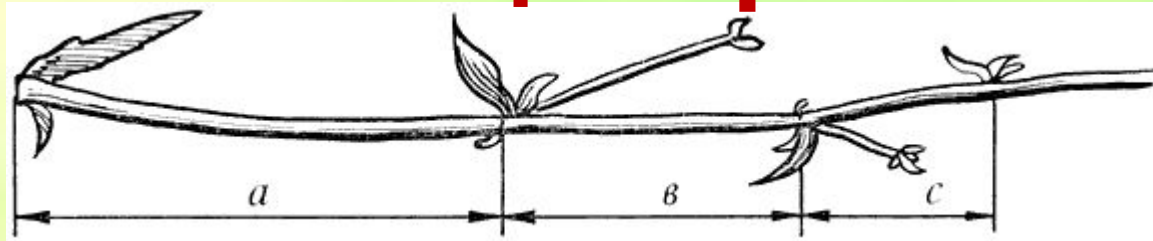




**Все живое и все красивое — все подчиняется божественному закону, имя которому — «золотое сечение». ... Странная, загадочная, необъяснимая вещь: эта божественная пропорция мистическим образом сопутствует всему живому. Вы непременно увидите эту пропорцию и в изгибах морских раковин, и в форме цветов, и в облике жуков, и в красивом человеческом теле.**



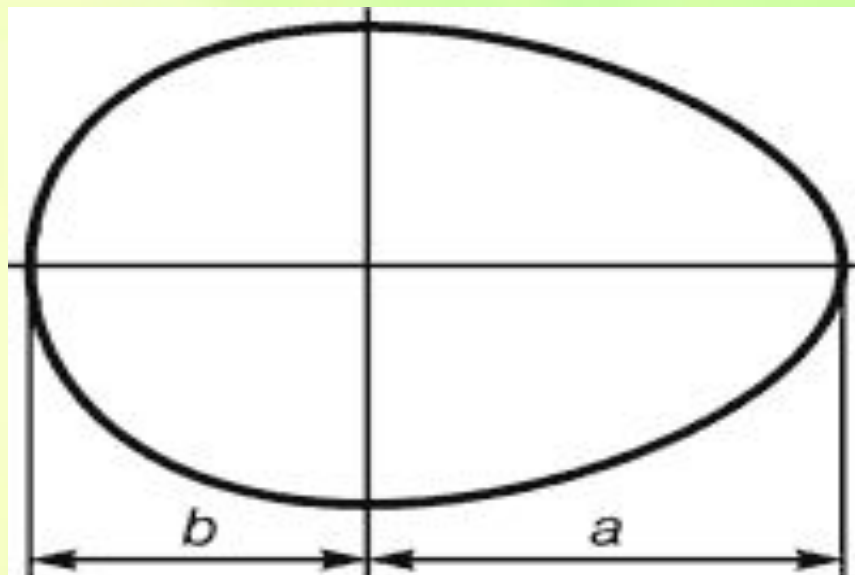
# Цикорий



Среди придорожных трав растет ничем не примечательное растение – цикорий. Приглядимся к нему внимательно. От основного стебля образовался отросток. Тут же расположился первый листок. Отросток делает сильный выброс в пространство, останавливается, выпускает листок, но уже короче первого, снова делает выброс в пространство, но уже меньшей силы, выпускает листок еще меньшего размера и снова выброс. Если первый выброс принять за 100 единиц, то второй равен 62 единицам, третий – 38, четвертый – 24 и т.д. Длина лепестков тоже подчинена золотой пропорции. В росте, завоевании пространства растение сохраняло определенные пропорции. Импульсы его роста постепенно уменьшались в пропорции золотого сечения.

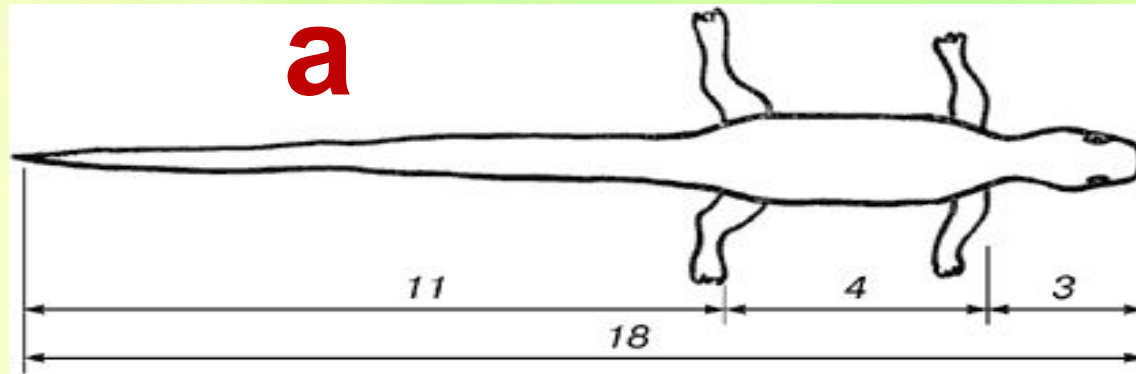


# Яйцо птицы



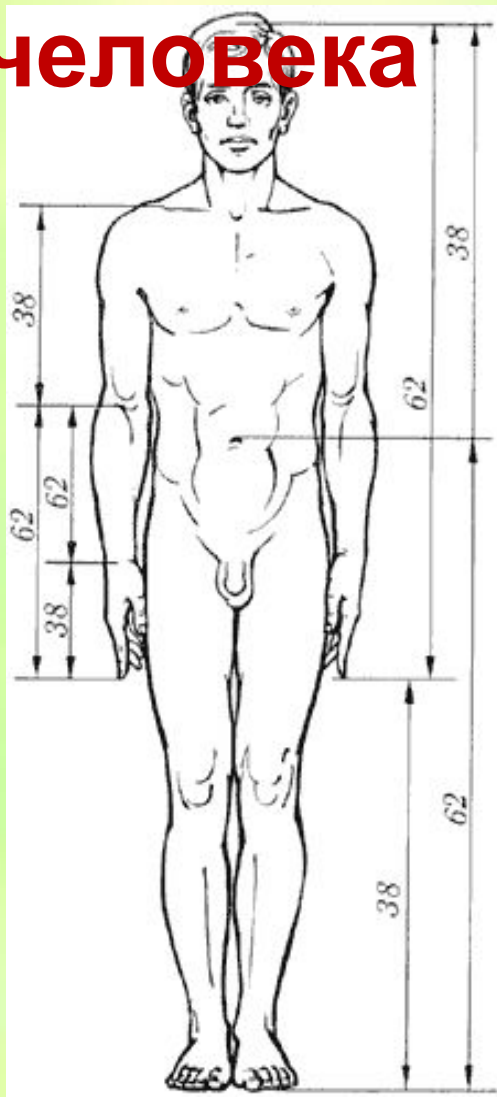
Природа осуществила деление на симметричные части и золотые пропорции. В частях проявляется повторение строения целого.

# Ящериц



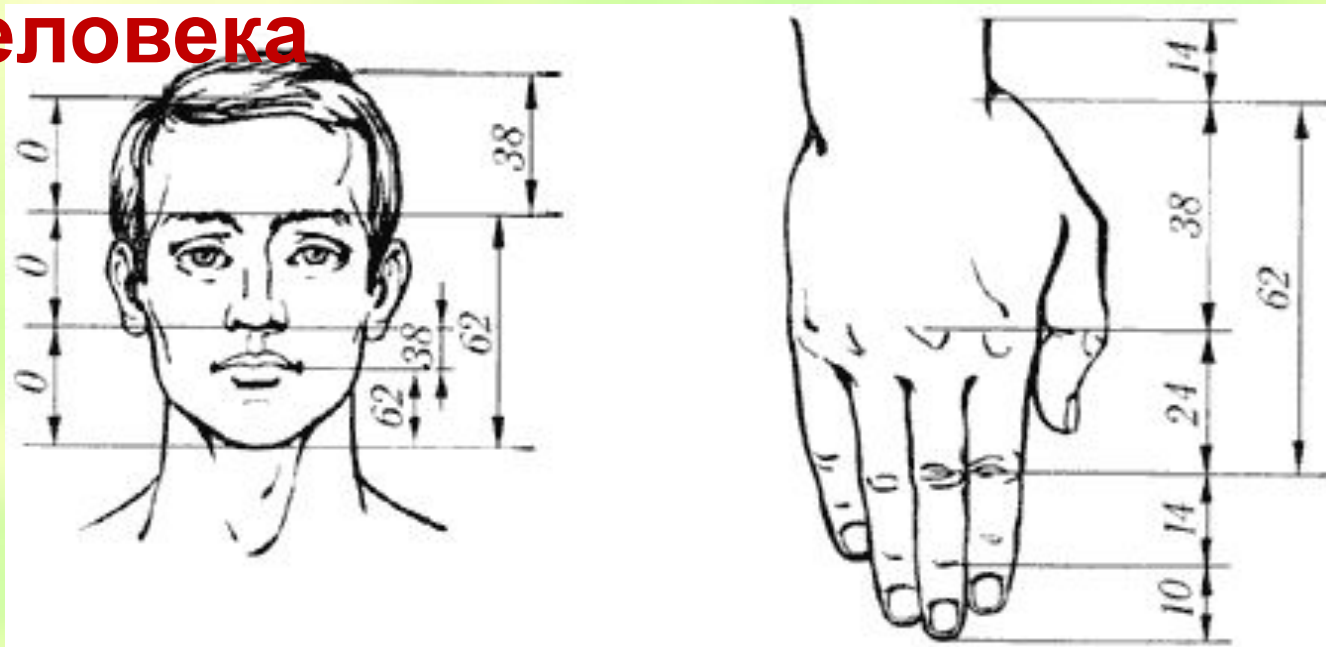
**В ящерице с первого взгляда улавливаются приятные для нашего глаза пропорции – длина ее хвоста так относится к длине остального тела, как 38 к 62.**

# Золотые пропорции в фигуре человека



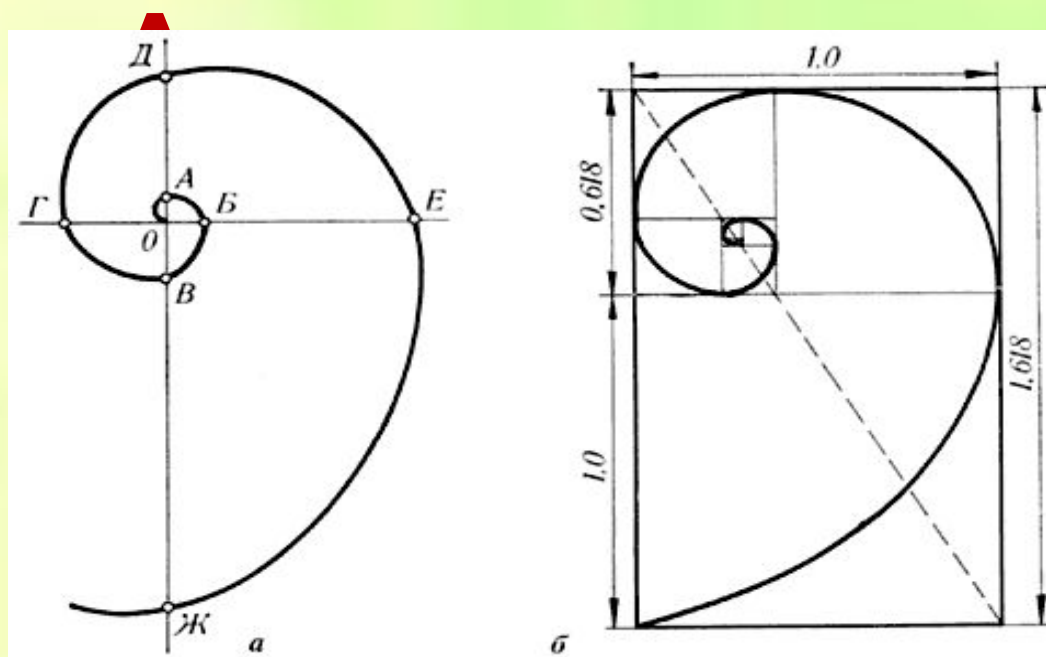
Деление тела точкой пупа – важнейший показатель золотого сечения. Пропорции мужского тела колеблются в пределах среднего отношения  $8 : 13 = 0,615$  и несколько ближе подходят к золотому сечению, чем пропорции женского тела, в отношении которого среднее значение пропорции выражается в соотношении  $5 : 8 = 0,625$ . У новорожденного пропорция составляет отношение  $1 : 1$ , к 13 годам она равна  $0,641$ , а к 21 году равняется мужской.

## Золотые пропорции в частях тела человека

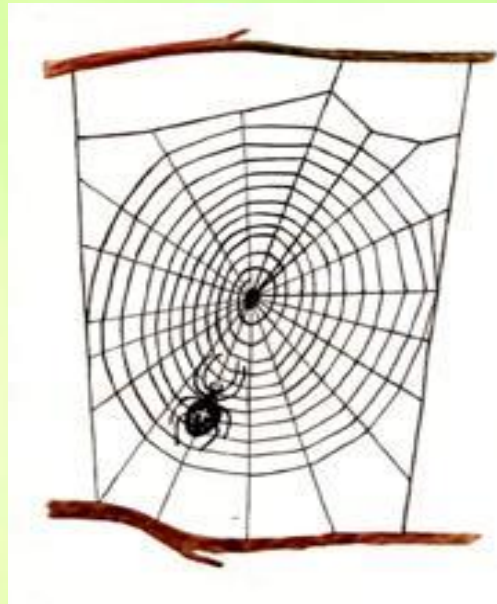
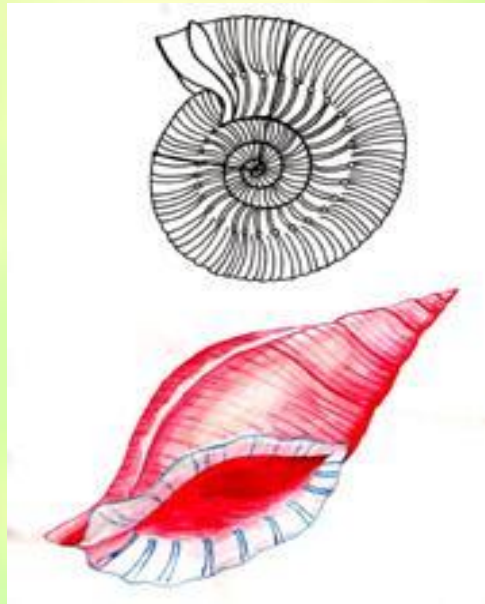


Пропорции золотого сечения проявляются и в отношении других частей тела – длина плеча, предплечья и кисти, кисти и пальцев и т.д. Эти закономерности а также проявляются в биоритмах и функционировании головного мозга и зрительного восприятия.

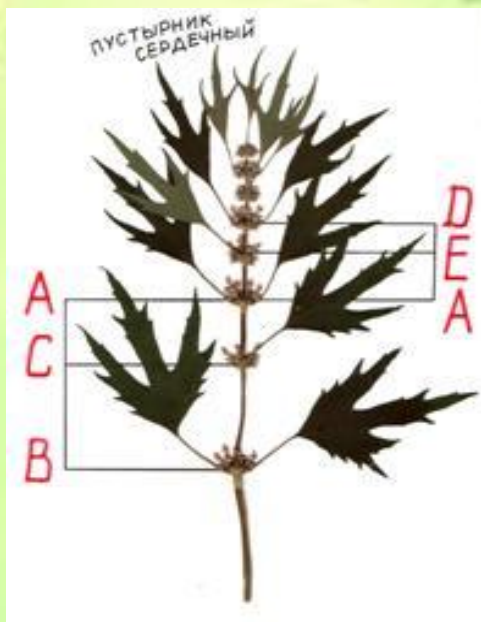
# Спираль



Спирали очень распространены в природе. Представление о золотом сечении будет неполным, если не сказать о спирали. Форма спирально завитой раковины привлекла внимание Архимеда. Он изучал ее и вывел уравнение спирали. Спираль, вычерченная по этому уравнению, называется его именем.



**По золотой спирали свёрнуты раковины многих улиток и моллюсков, некоторые пауки, сплетая паутину, закручивают нити вокруг центра по золотым спиралям. Рога архаров закручиваются по золотым спиралям.**



**Винтообразное и спиралевидное расположение листьев на ветках деревьев подметили давно. Спираль увидели в расположении семян подсолнечника, в шишках сосны, ананасах, кактусах и т.д. Совместная работа ботаников и математиков пролила свет на эти удивительные явления природы. Выяснилось, что в расположении листьев на ветке (филотаксис), семян подсолнечника, шишек сосны проявляет себя ряд Фибоначчи, а стало быть,**

# ЗАКОН УГЛОВ



$$\frac{\alpha}{\beta} \approx \varphi$$

В 1850 г. немецкий учёный А. Цейзинг открыл так называемый закон углов, согласно которому средняя величина углового отклонения ветки растения равна примерно  $138^\circ$ .

Таким образом, величина среднего углового отклонения ветки соответствует меньшей из двух частей, на которые делится полный угол при золотом сечении.





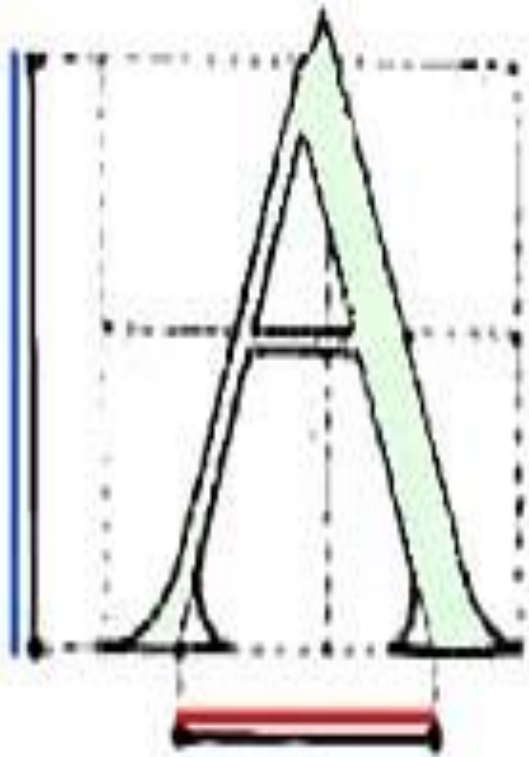
**Закономерности золотого сечения проявляются в энергетических переходах элементарных частиц, в строении некоторых химических соединений, в планетарных и космических системах, в генных структурах живых организмов.**



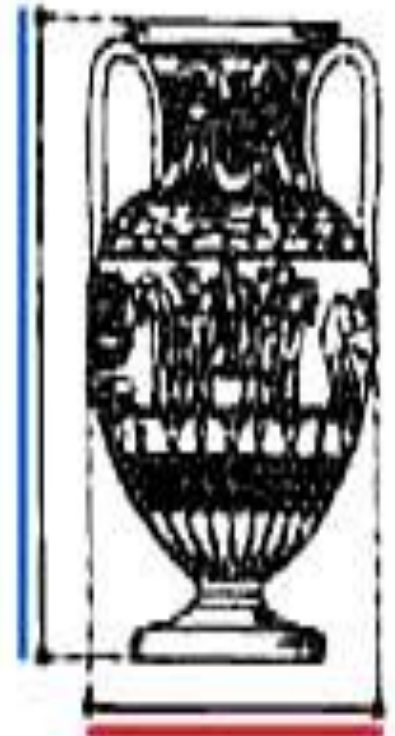
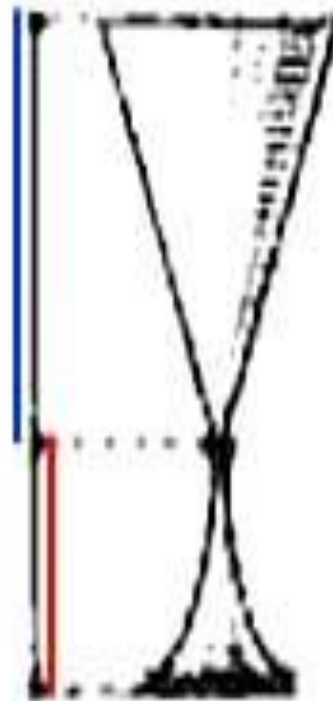
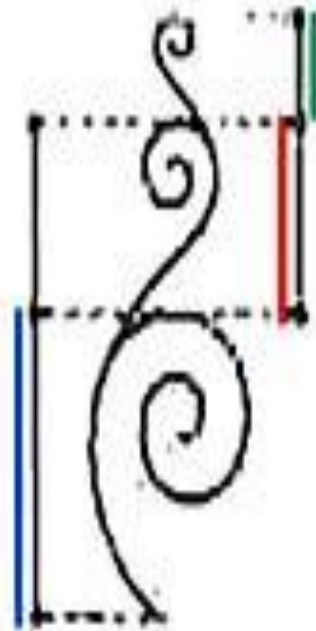
# **Золотое сечение в скульптуре и живописи.**

**Можно сказать, что золотое сечение, золотой прямоугольник, золотые треугольники и золотая спираль являются математическими символами идеального соотношения формы и роста.**

**Великий немецкий поэт Иоган Вольфганг Гете считал их даже математическими символами жизни и духовного развития.**



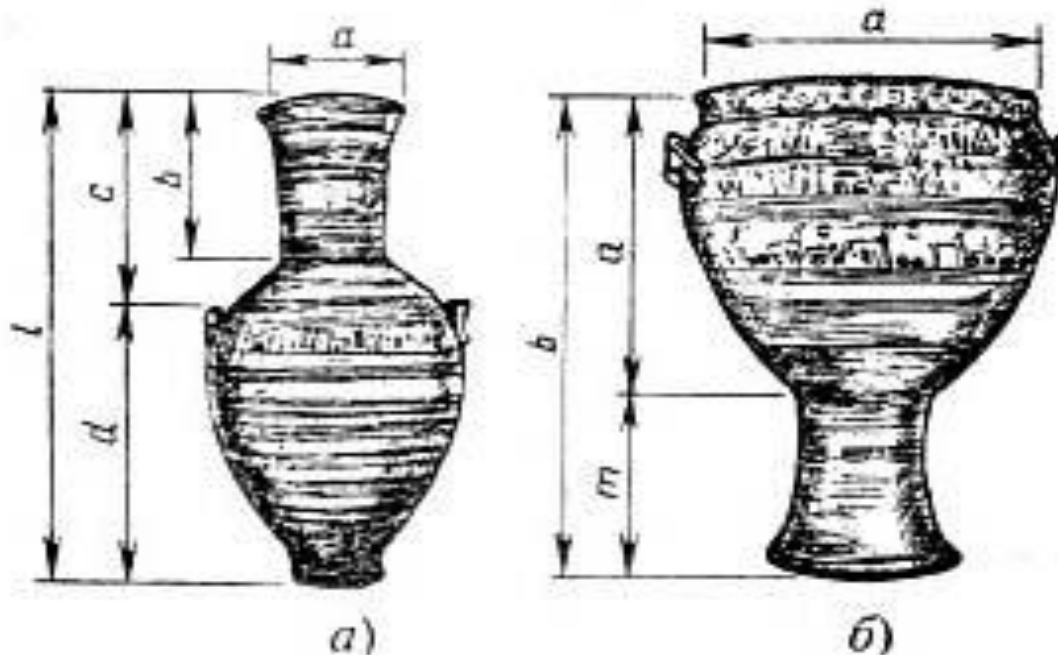
"Золотой" шрифт А.Дюрера



Древнегреческие изделия

**Золотое сечение в шрифтах и бытовых предметах.**

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{d}{l} = \varphi.$$

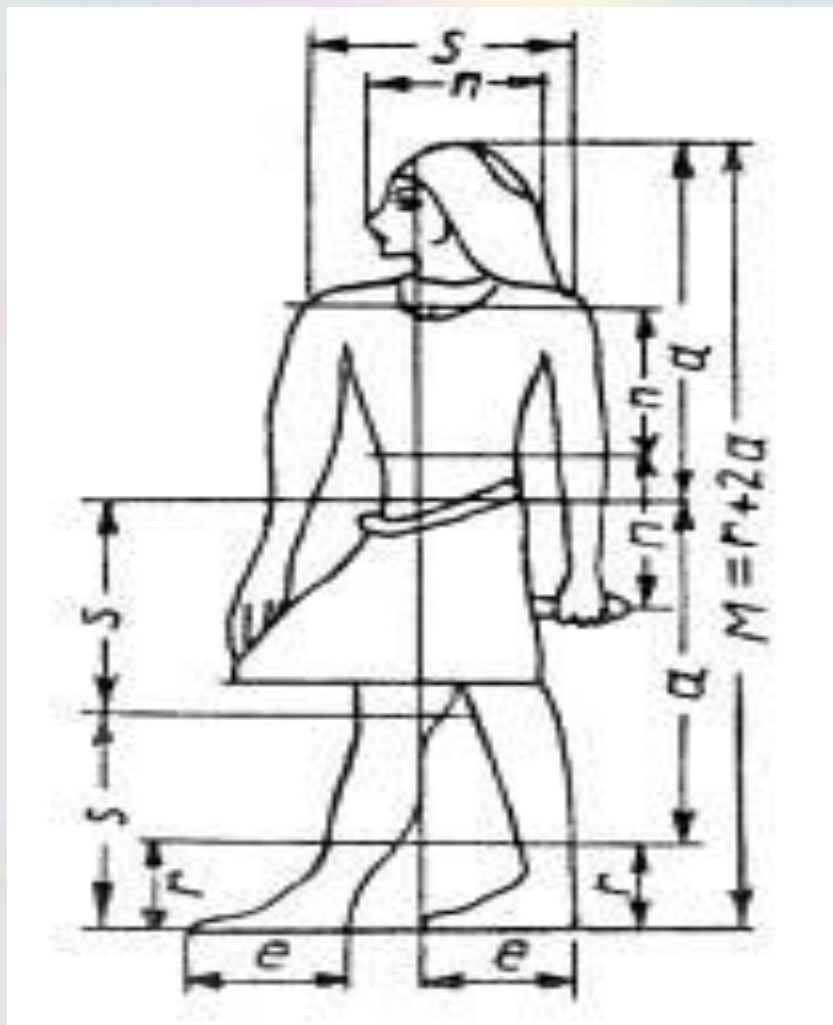


**Особый вид изобразительного искусства Древней Греции следует выделить изготовление и роспись всевозможных сосудов. В изящной форме легко угадываются пропорции золотого сечения .**

# “Золотое сечение” в скульптуре



**Скульптурные сооружения, памятники воздвигаются, чтобы увековечить знаменательные события, сохранить в памяти потомков имена прославленных людей их подвиги и деяния.**



**Перед вами канон изображения стоящего человека, все пропорции человека связаны формулой “золотого сечения”.**



**Великий древнегреческий скульптор Фидий часто использовал “золотое сечение” в своих произведениях.**

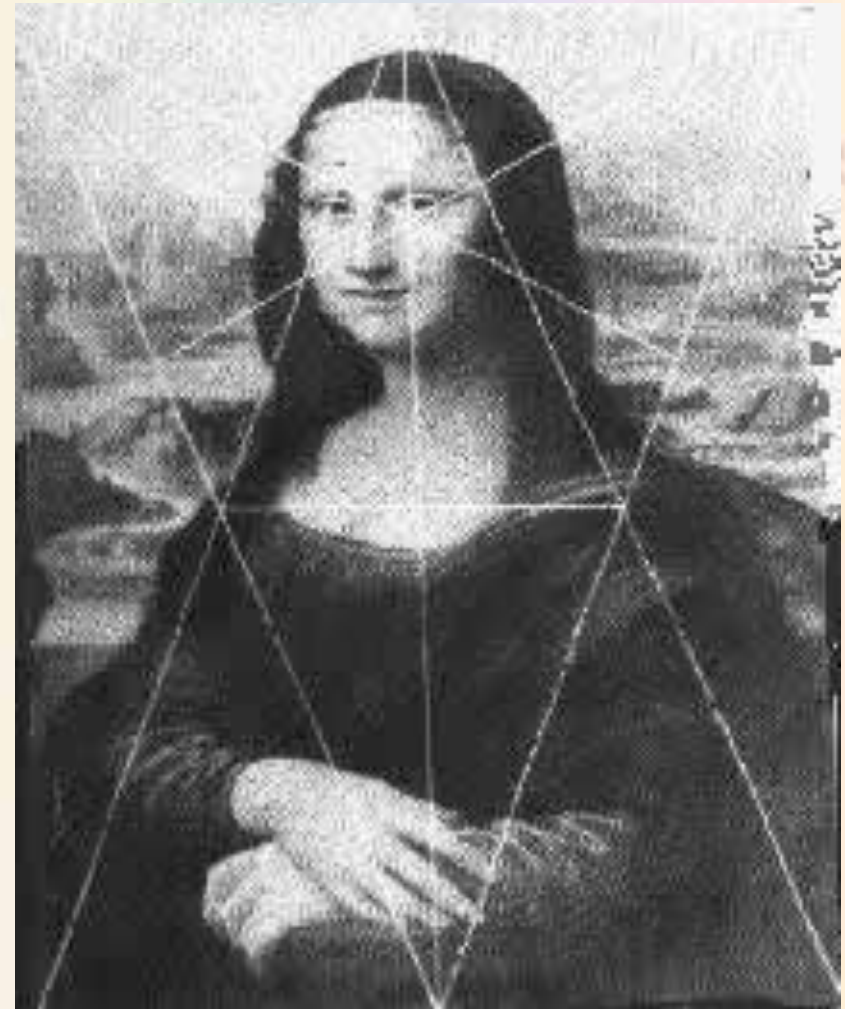
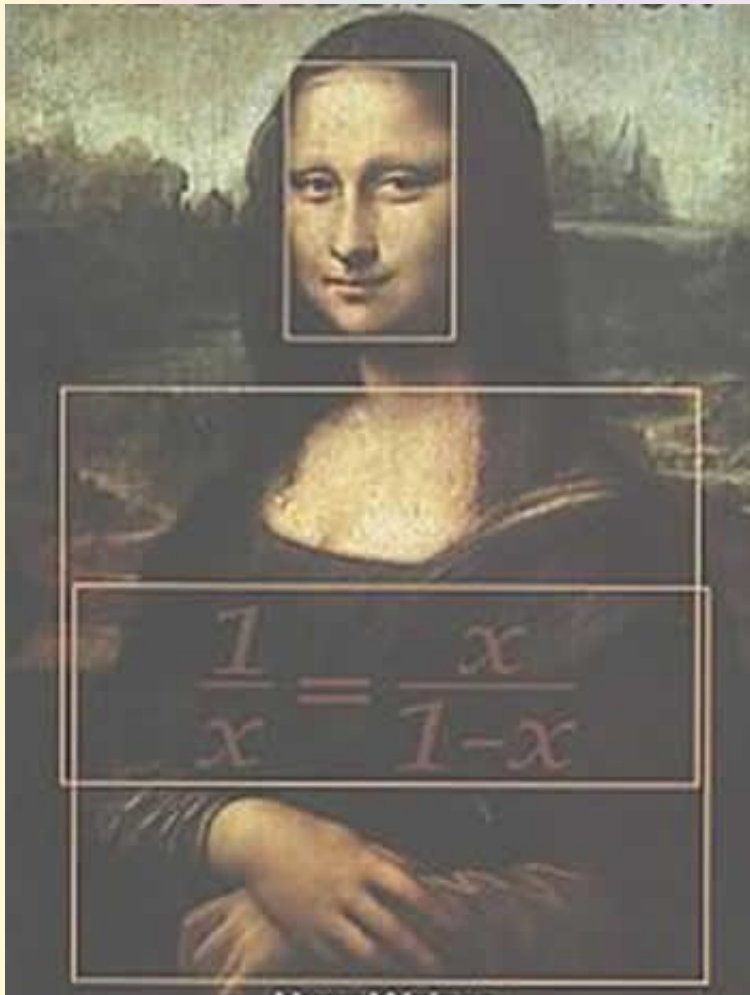
**Самая знаменитая из них была статуя Зевса Олимпийского, которая считалась одним из чудес света и статуя Афины Парфенос**



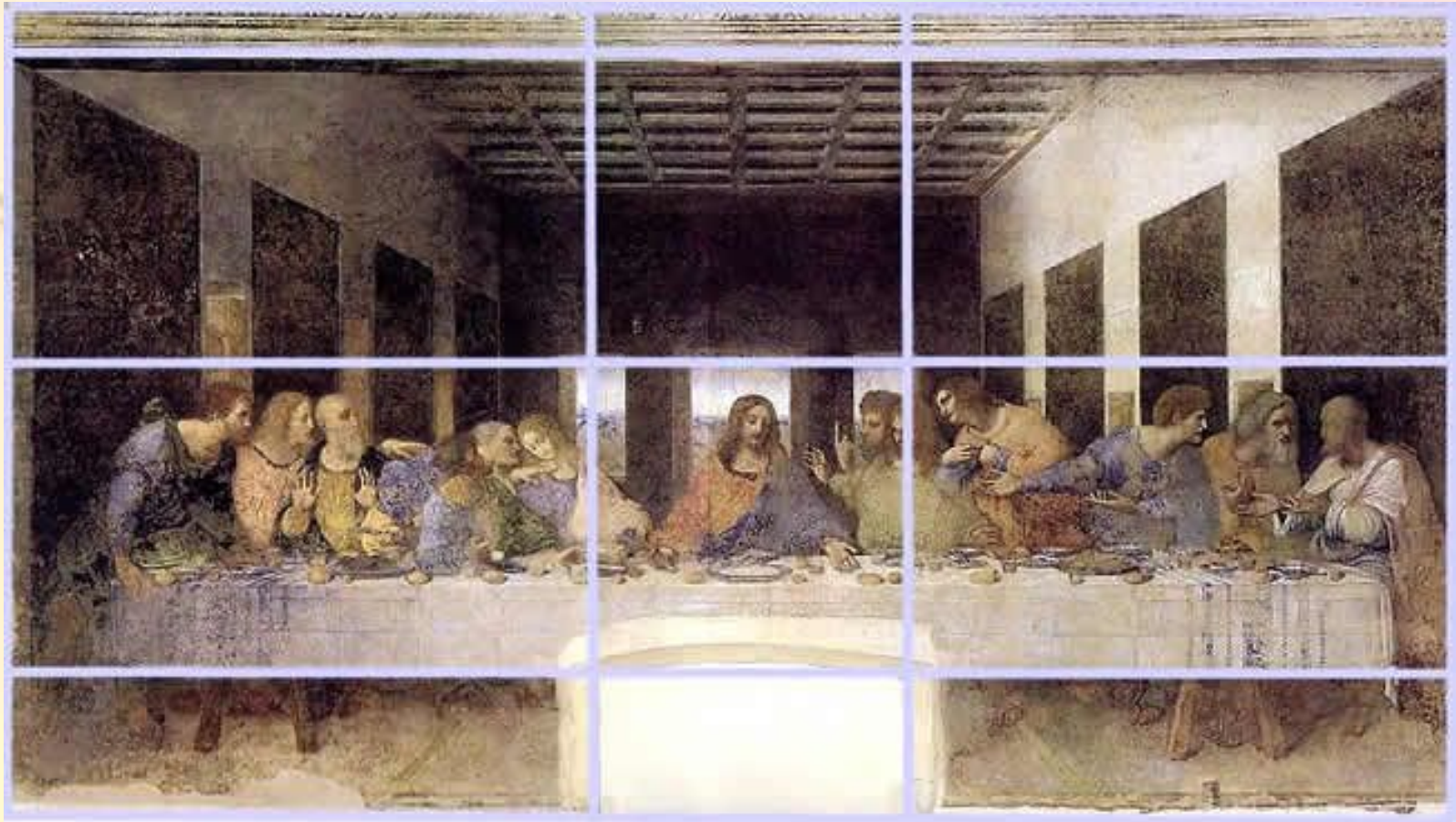


*Леонардо да Винчи. Автопортрет.  
1510-1513. Б., сангина. Турин*

**Переходя к примерам “золотого сечения” в живописи, нельзя не остановить своего внимания на творчестве Леонардо да Винчи. Его личность – одна из загадок истории. Сам Леонардо да Винчи говорил: “Пусть никто, не будучи математиком, не дерзнет читать мои труды”. Он снискал славу непревзойденного художника, великого ученого, гения, предвосхитившего многие изобретения, которые не были осуществлены**



**Портрет Моны Лизы (Джоконда) Леонардо да Винчи привлекает тем, что композиция рисунка построена на «золотых треугольниках», точнее на треугольниках, являющихся кусками правильного звездчатого пятиугольника и «золотых прямоугольников».**



**Тайная вечеря**  
**Леонардо да Винчи (Leonardo da Vinci)**

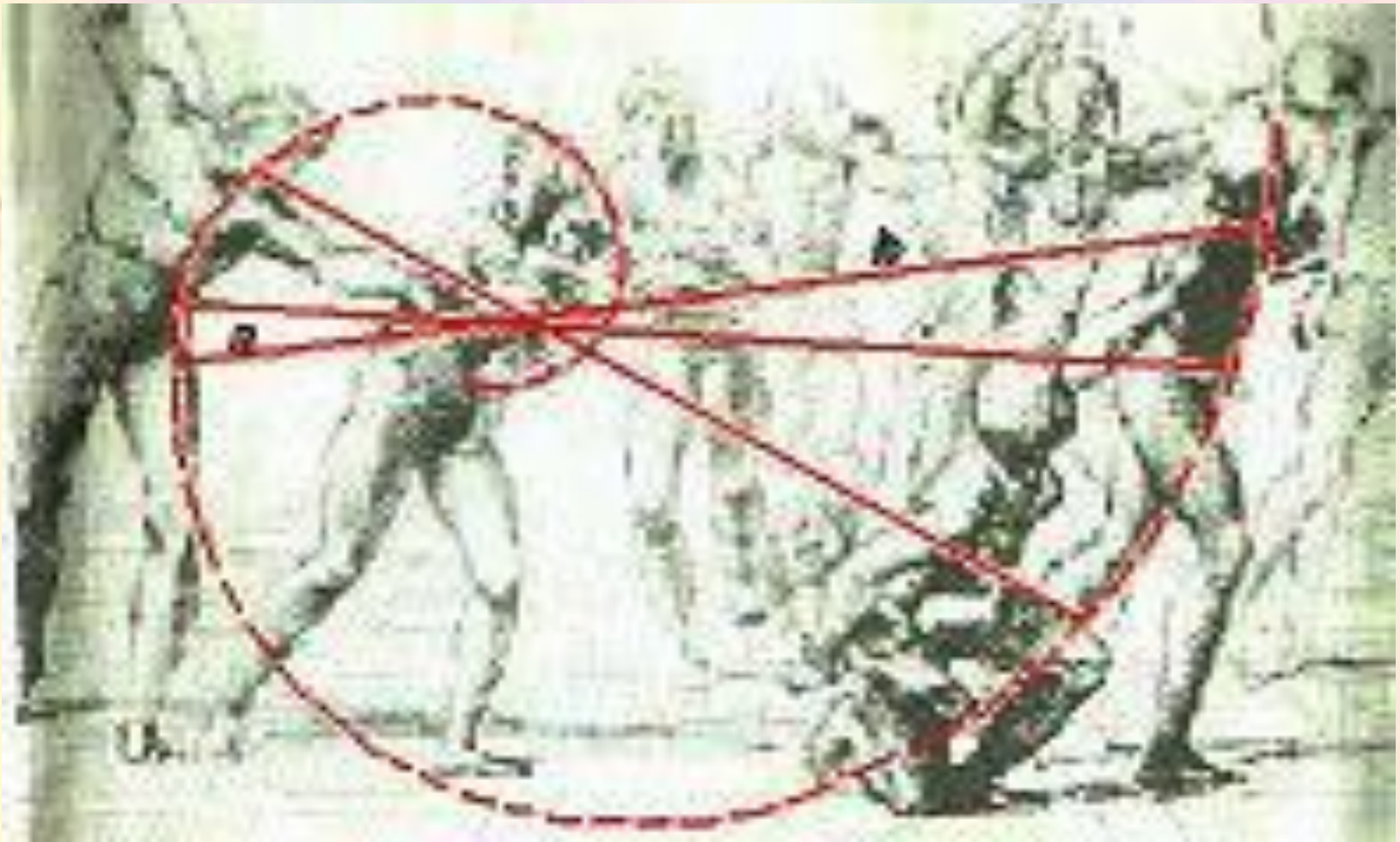


## **Рождение Венеры**

**БОТТИЧЕЛЛИ (Botticelli) Сандро (Алессандро ди Мариано Филиппеи) (1445 - 1510), итальянский живописец. Представитель Раннего Возрождения**



**Рафаэль Санти**  
**Афинская школа**



**Ощущение динамики, волнения проявляется, пожалуй, сильнее всего в другой простой геометрической фигуре - спирали. Многофигурная композиция в фреске "Избиение младенцев», выполненная в 1509 - 1510 годах Рафаэлем, отличается динамизмом и драматизмом сюжета.**



**На этой знаменитой картине И. И. Шишкина с очевидностью просматриваются мотивы золотого сечения. Ярко освещенная солнцем сосна (стоящая на первом плане) делит длину картины по золотому сечению. Справа от сосны - освещенный солнцем пригорок. Он делит по золотому сечению правую часть картины по горизонтали. Слева от главной сосны находится множество сосен - при желании можно с успехом продолжить деление картины по золотому сечению и дальше.**



**Мы убедились, что все-таки существует связь между математикой и живописью. И это не случайно, ведь каждому искусству присуще стремление к стройности, соразмерности, гармонии. Природа совершенна, и у нее есть свои законы, выраженные с помощью математики и проявляющие во всех искусствах. Эти свойства не выдуманы людьми. Они отражают свойства самой природы.**



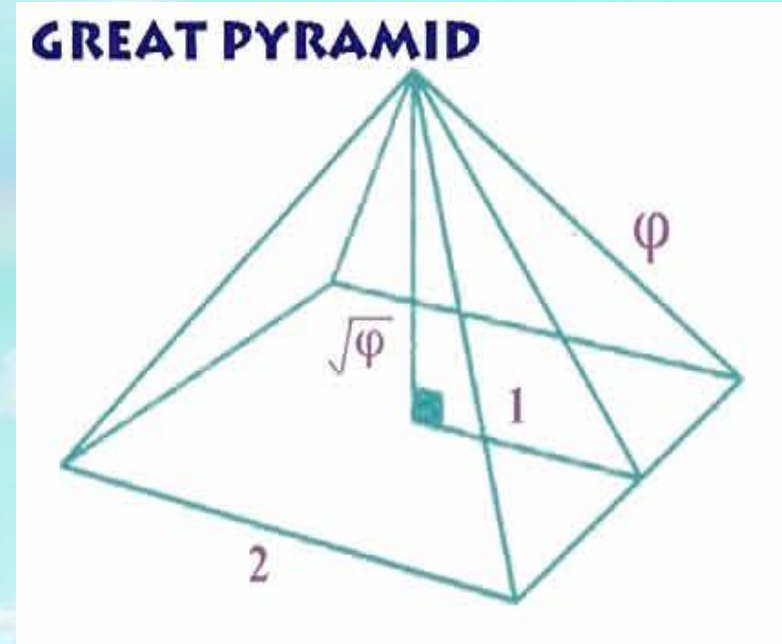
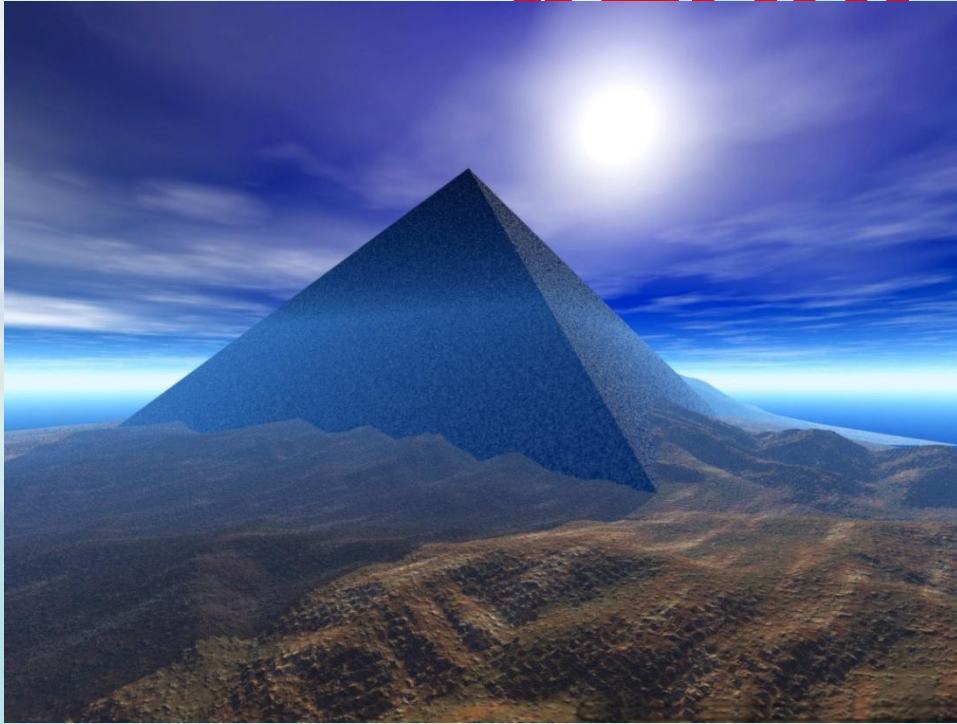




**“Архитектура –имеет три предмета:  
красоту, спокойность и прочность  
здания ... К достижению сего  
служит руководством знание  
пропорции , перспективы ,  
механики или вообще физики ,а  
всем им общим вождем является  
рассудок”**

**В.И. Баженов**

# Пирамида Хеопса



Принято считать, что понятие о золотом делении ввел в научный обиход Пифагор, древнегреческий философ и математик (VI в. до н.э.). Есть предположение, что Пифагор свое знание золотого деления позаимствовал у египтян и вавилонян. И действительно, пропорции пирамиды Хеопса, храмов, барельефов, предметов быта и украшений из гробницы Тутанхамона свидетельствуют, что египетские мастера пользовались соотношениями золотого деления при их создании.



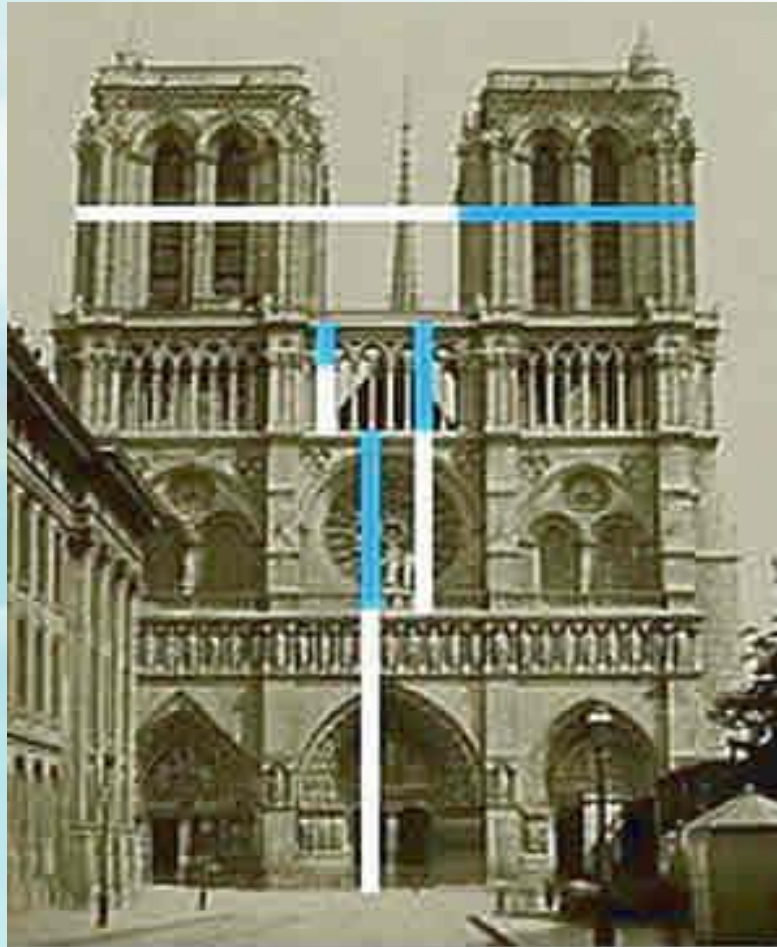
# Пантео

**Н** Другим примером из архитектурной древности является Пантеон, храм всех богов в Риме. На фасаде Пантеона также можно заметить "золотые прямоугольники"

# Парфено



Парфенон — главный храм в древних Афинах, посвященный покровительнице этого города и всей Аттики, богине Афине, один из красивейших произведений древнегреческой архитектуры. Строительством храма Парфенон руководил архитектор Фидий. На прямоугольной платформе (в 68,4 м длины и в 30,38 м ширины), сложенной из пирейского камня и на которую можно было со всех сторон подниматься по трем ступеням, высился построенный из пентелийского мрамора величественный периптер дорического стиля с восемью колоннами в каждом коротком фесе и с семнадцатью в каждом длинном. Вышиной эти колонны были в 11 м, диаметр их разреза в нижнем конце равнялся 1,8 м. Отношение длины здания Парфенона в Афинах к его



**Золотое соотношение мы можем увидеть и в здании собора Парижской Богоматери (Нотр-дам де Пари):**

# Архитектура нашей страны.

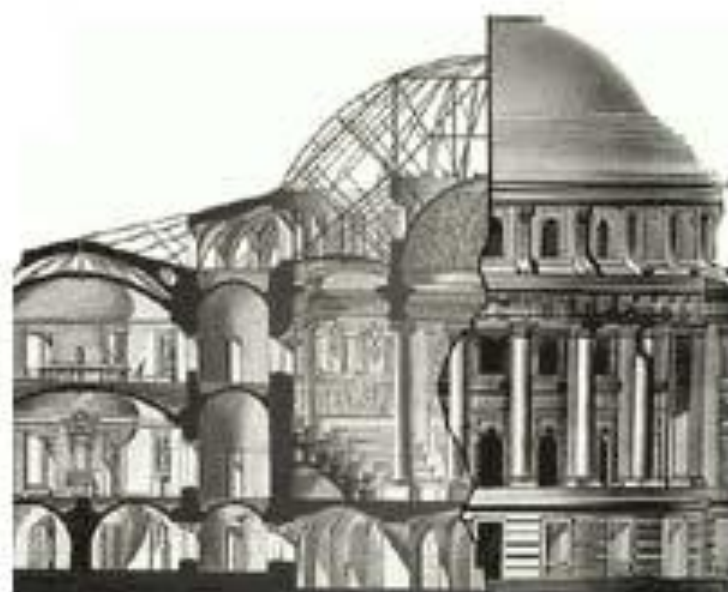


М.Ф. Казаков. 1738-1802 гг.

Известный русский архитектор Казаков Матвей Федорович в своем творчестве широко использовал “золотое сечение”. Его талант был многогранным, но в большей степени он раскрылся в многочисленных осуществленных проектах жилых домов и усадеб. Например золотое сечение можно обнаружить в архитектуре здания сената в Кремле. По проекту Казакова построена в Москве Голицынская больница, которая в настоящее время называется “Первая клиническая” больница имени Пирогова.



**Москва. Голицынская больница.  
1794-1801 гг.**



**Здание Сената. Кремль.  
1776-1778 гг.**



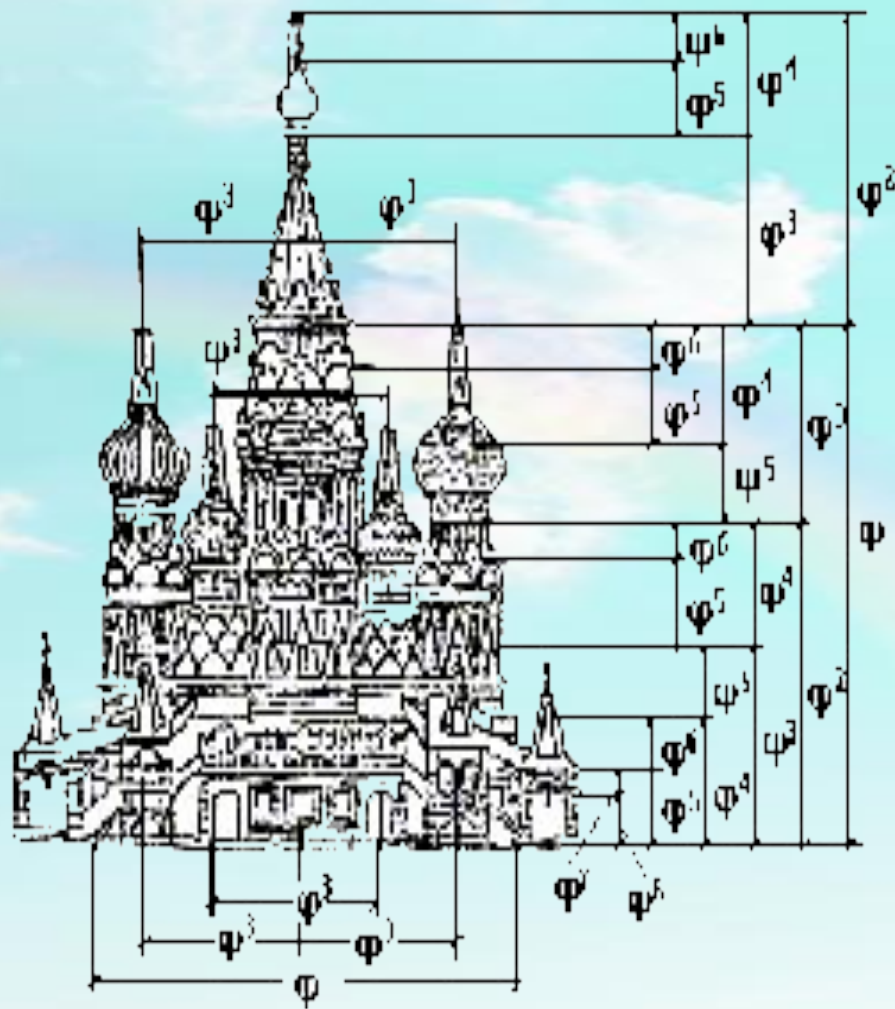
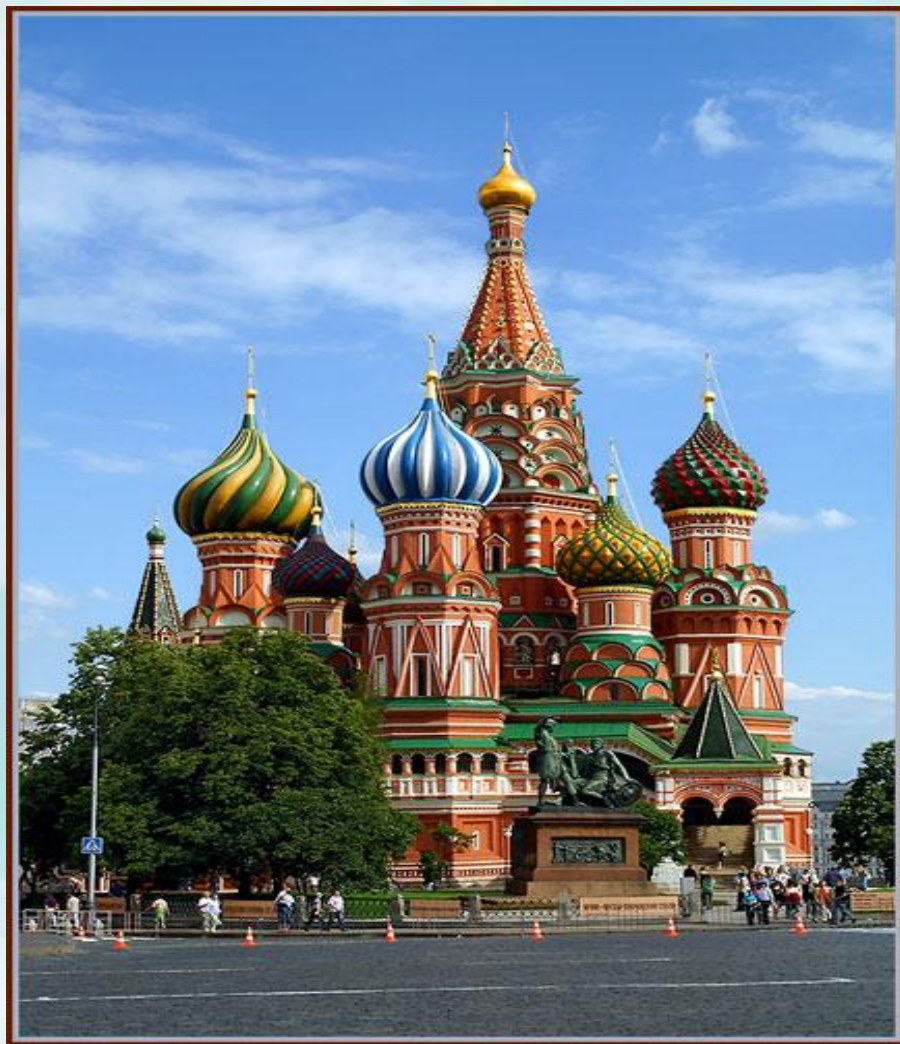


**Петровский дворец в Москве. Построен по проекту М.Ф. Казакова.**



**Еще один архитектурный шедевр  
Москвы - дом Пашкова - является одним  
из наиболее совершенных произведений  
архитектора В.Баженова.**

# Храм Василия Блаженного



Пропорции храма Василия Блаженного в Москве определяются восемью членами золотого сечения:  $1, \varphi, \varphi^2, \varphi^3, \varphi^4, \varphi^5, \varphi^6, \varphi^7$



**Из всего сказанного можно сделать выводы:**  
**во-первых, золотое сечение – это один из основных основополагающих принципов природы;**  
**во-вторых, человеческое представление о красивом явно сформировалось под влиянием того, какой порядок и гармонию человек видит**

