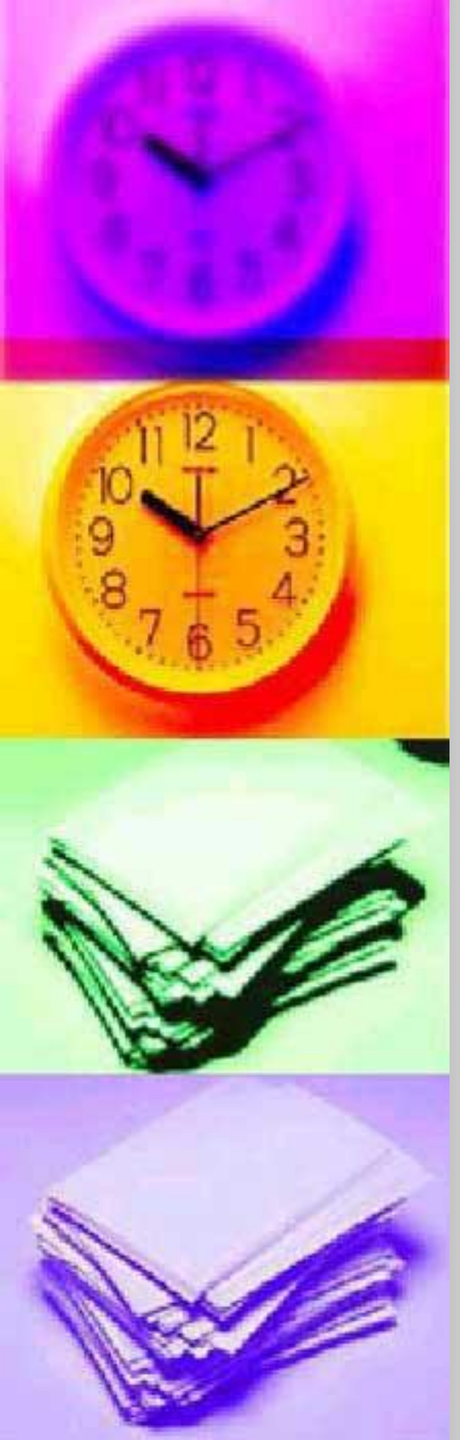
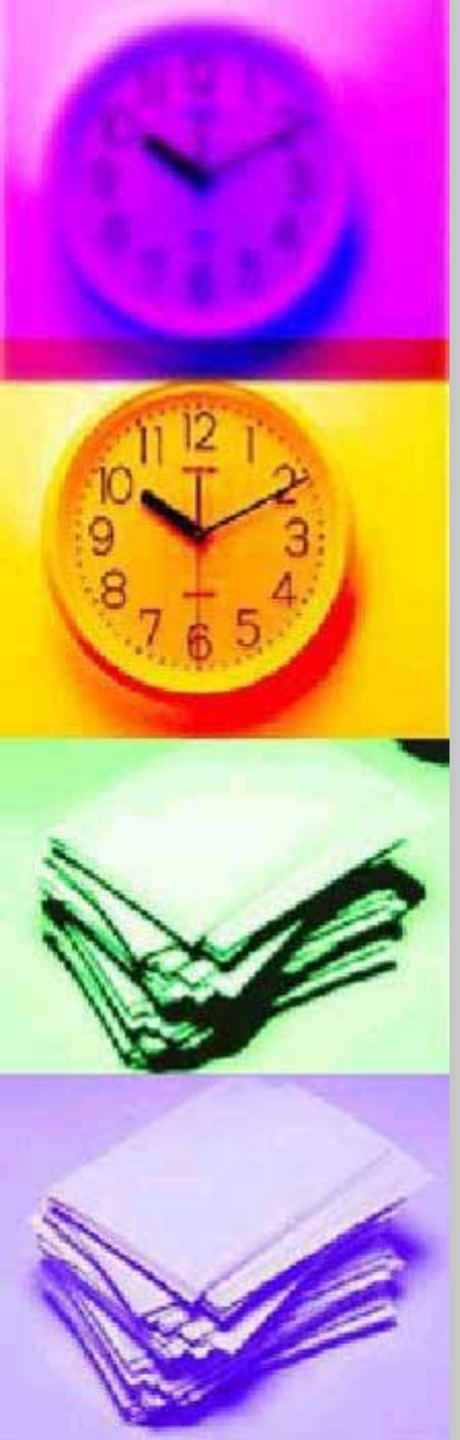
Исследование функций на монотонность.

Материал по теме «Монотонность функций» подготовлен учениками 9 класса



План показа:

- Введение.
- 1. Определения возрастающей и убывающей функций. Графики функций.
- 2. Алгоритм исследования функции на монотонность.
- 3. Примеры исследования функций на монотонность.
- Выводы.



Введение.

Только с алгеброй начинается строгое математическое учение.

Н.И. Лобачевский

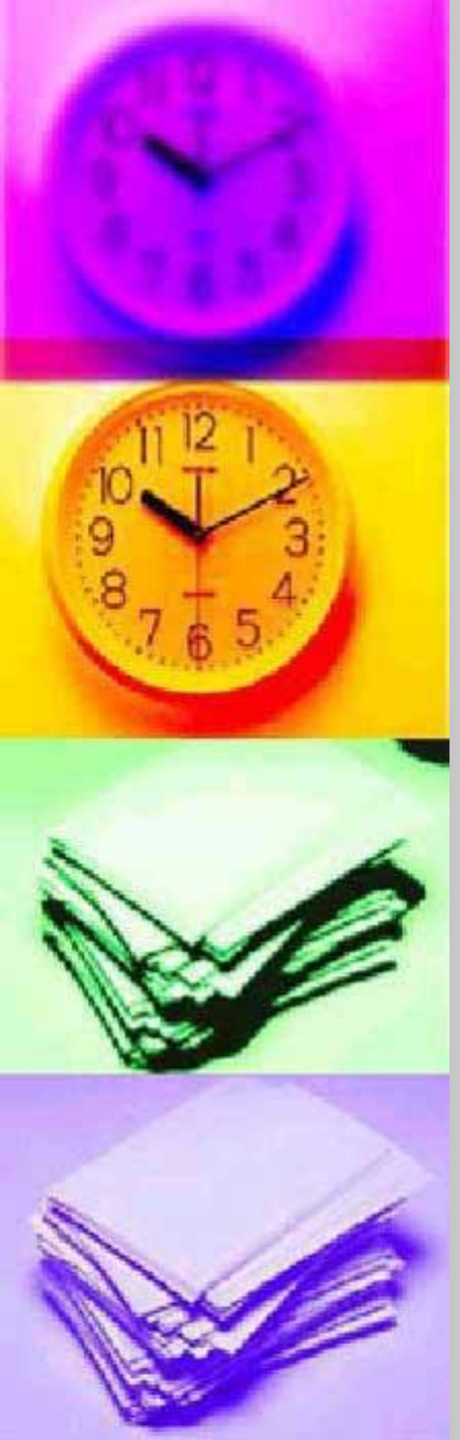
- **Мы изучаем алгебру по комплектам учебников (под рук. Мордковича А.Г.), где учебный материал излагается по схеме:**

функция - уравнения – преобразования.

В 7-м и 8-м классах мы учились читать графики, описывая некоторые свойства функций.

В 9-м классе узнали много новых определений и научились применять их для исследования функций. Таким образом, появилась возможность, ответить на многие вопросы без построения графиков функций и, наоборот, по графикам – определить свойства функций.

Замечательным свойством функции является монотонность. Наш показ посвящен этому свойству.

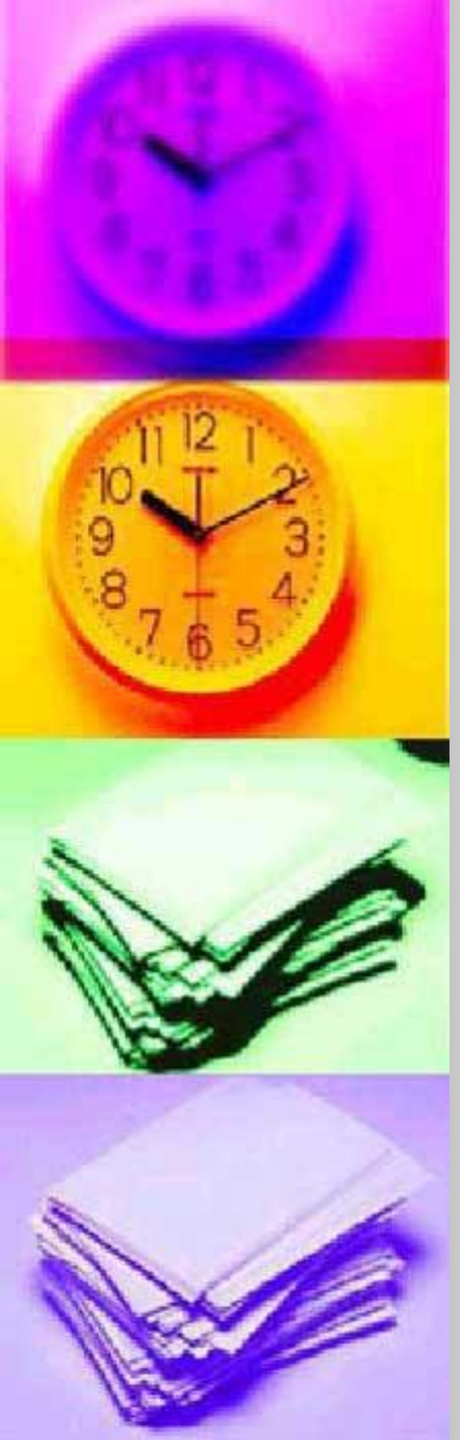


1.Определения возрастающей и убывающей функций.

Функцию $y = f(x)$ называют ***возрастающей*** *на множестве $X \subset D(f)$, если для любых двух точек x_1 и x_2 множества X, таких, что $x_1 < x_2$ выполняется неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.*

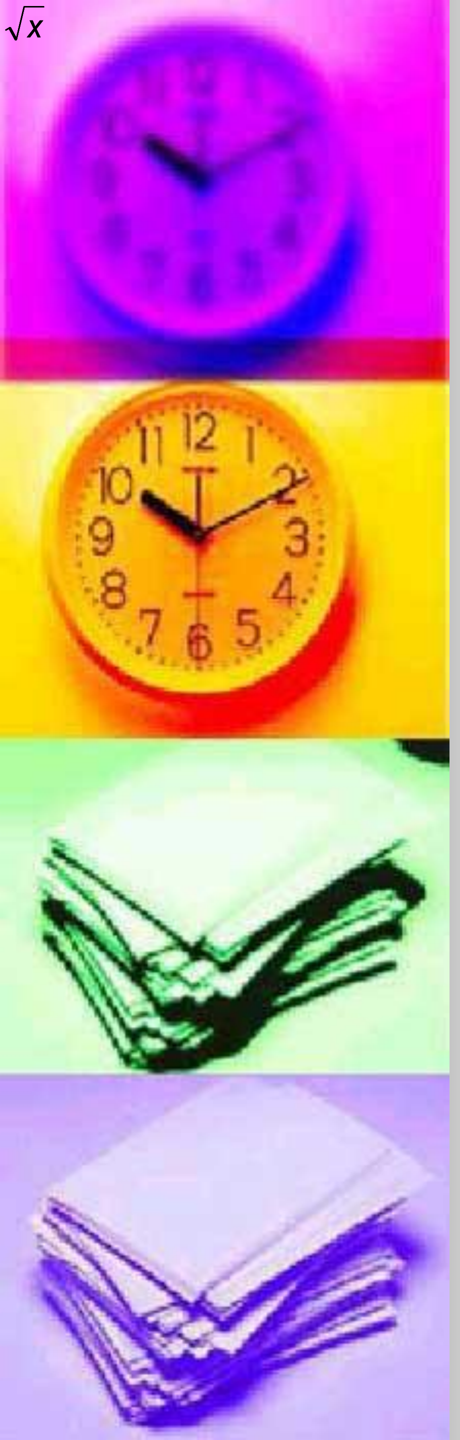
Функцию $y = f(x)$ называют ***убывающей*** *на множестве $X \subset D(f)$, если для любых двух точек x_1 и x_2 множества X, таких, что $x_1 < x_2$ выполняется неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.*

Термины *«возрастающая функция»* и *«убывающая функция»* объединяют общим названием *монотонная функция.*



3. Алгоритм исследования функции на монотонность.

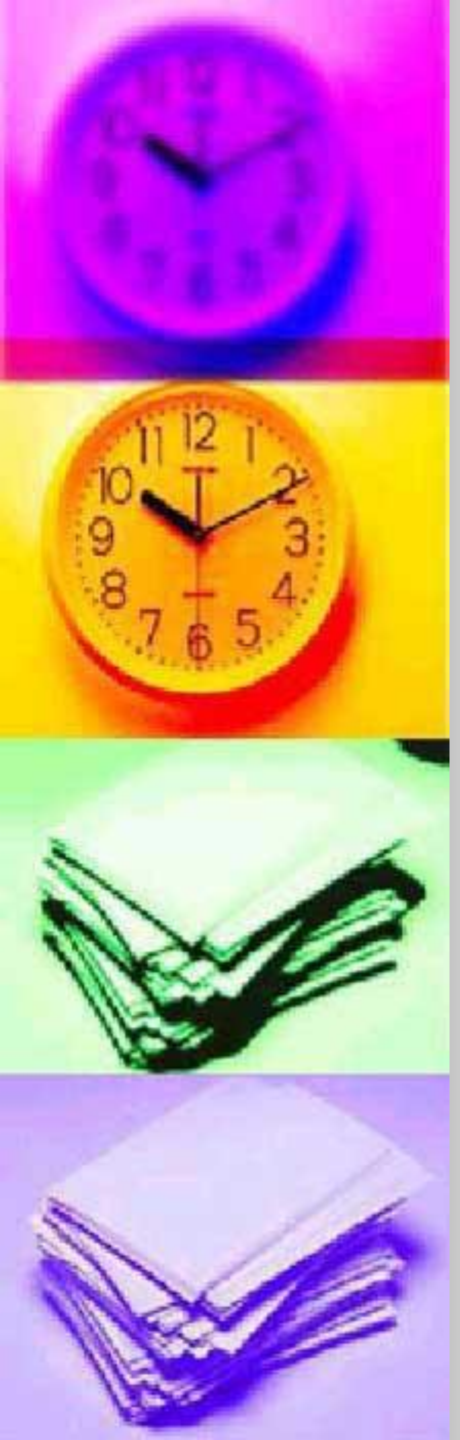
1. Найти область определения функции $y = f(x)$: множество $X \subset D(f)$.
2. Выбрать произвольные значения аргумента x_1 и x_2 множества X такие, что $x_1 < x_2$.
3. Найти значения функции $f(x_1)$ и $f(x_2)$.
4. Если из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) < f(x_2)$, то заданная функция **возрастает** на $D(f)$; если из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) > f(x_2)$, то заданная функция убывает на $D(f)$.



4. Примеры исследования функций на монотонность.

- ***Исследовать на монотонность функцию:***

- 1. $y = 2 - 5x$;
- 2. $y = x^3 + 4$;
- 3. $y = x^3 + 2x^2$;
- 4. $y = -3x^3 - x$;
- 5. $y = x^{0,5} + x^5$;
- 6. $y = -x^3 - x^{0,5}$.



1. y = 2 – 5x.

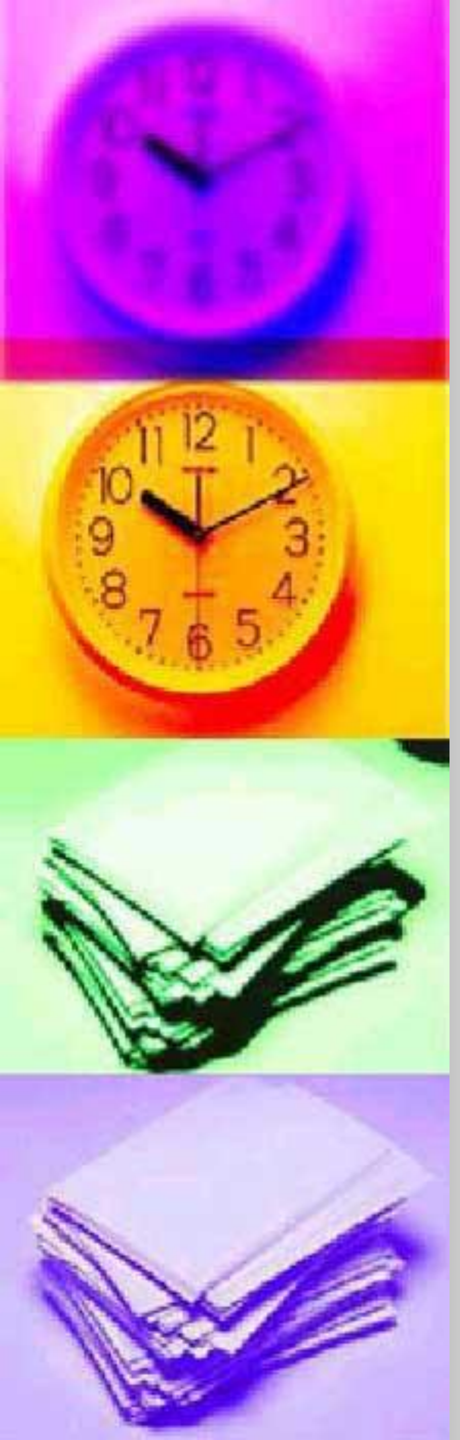
Решение.

1. ***Область определения функции $y = 2 - 5x$: $D(y) = (-\infty; +\infty)$.***
2. **Выберем произвольные значения аргумента x_1 и x_2 из *D(y) такие, что* $x_1 < x_2$.**
3. **Найдем значения функции $f(x_1) = 2 - 5x_1$ *и* $f(x_2) = 2 - 5x_2$.**
4. ***По свойствам числовых неравенств имеем:* $-x_1 > -x_2$; $2 - 5x_1 > 2 - 5x_2{}^3$.**
5. ***Итак, из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) > f(x_2)$, то заданная функция* убывает *на D(y).***

2. $y = x^3 + 4$.

Решение.

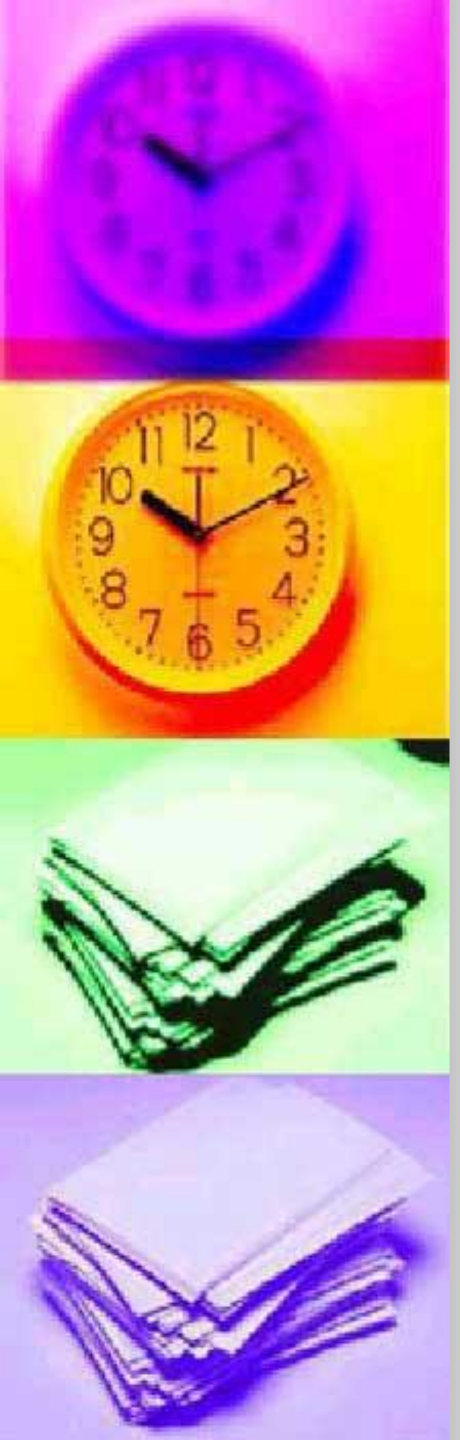
1. ***Область определения функции $y = x^3 + 4$: $D(y) = (-\infty ; +\infty)$.***
2. **Выберем произвольные значения аргумента x_1 и x_2 из *$D(y)$ такие, что $x_1 < x_2$*.**
3. **Найдем значения функции** $f(x_1) = x_1^3 + 4$ *и* $f(x_2) = x_2^3 + 4$.
4. ***По свойствам числовых неравенств имеем:*** $x_1^3 < x_2^3$; $x_1^3 + 4 < x_2^3 + 4$.
5. ***Итак, из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) < f(x_2)$, то заданная функция*** **возрастает на $D(y)$.**



3. $y = x^3 + 2x^2$.

Решение.

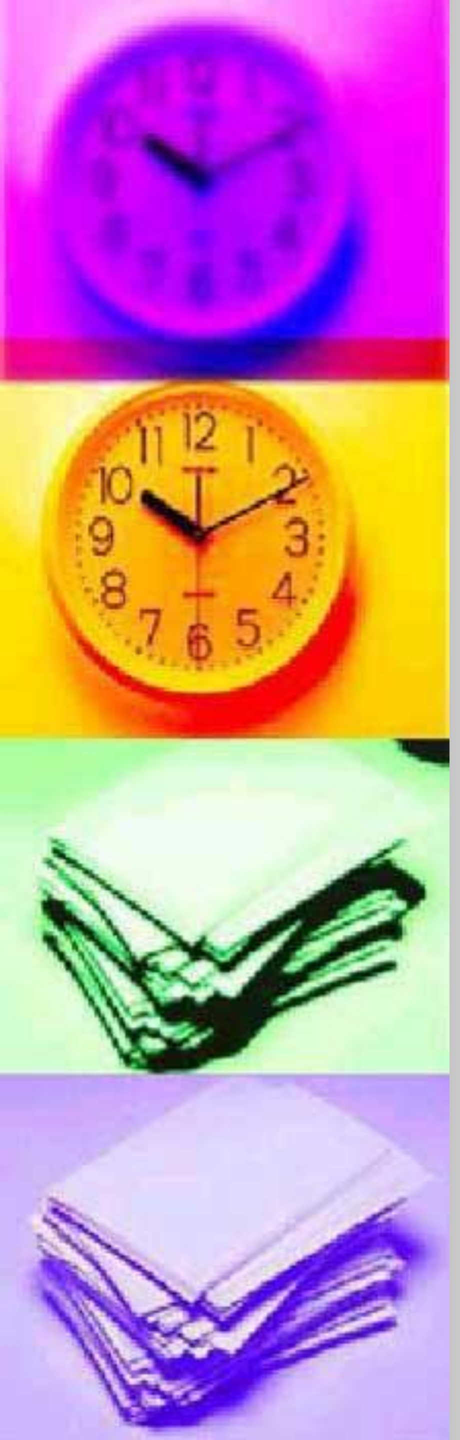
- ***Область определения функции $y = x^3 + 2x^2$: $D(y) = (-\infty; +\infty)$.***
- **Выберем произвольные значения аргумента x_1 и x_2 из *$D(y)$ такие, что $x_1 < x_2$.***
- **Найдем значения функции *$f(x_1) = x_1^3 + 2x_1^2$ и $f(x_2) = x_2^3 + 2x_2^2$.***
- ***По свойствам числовых неравенств имеем: $x_1^3 < x_2^3$; $x_1^3 + 2x_1^2 < x_2^3 + 2$.***
- ***Итак, из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) < f(x_2)$, то заданная функция* возрастает *на $D(y)$.***



4. $y = -3x^3 - x$.

Решение.

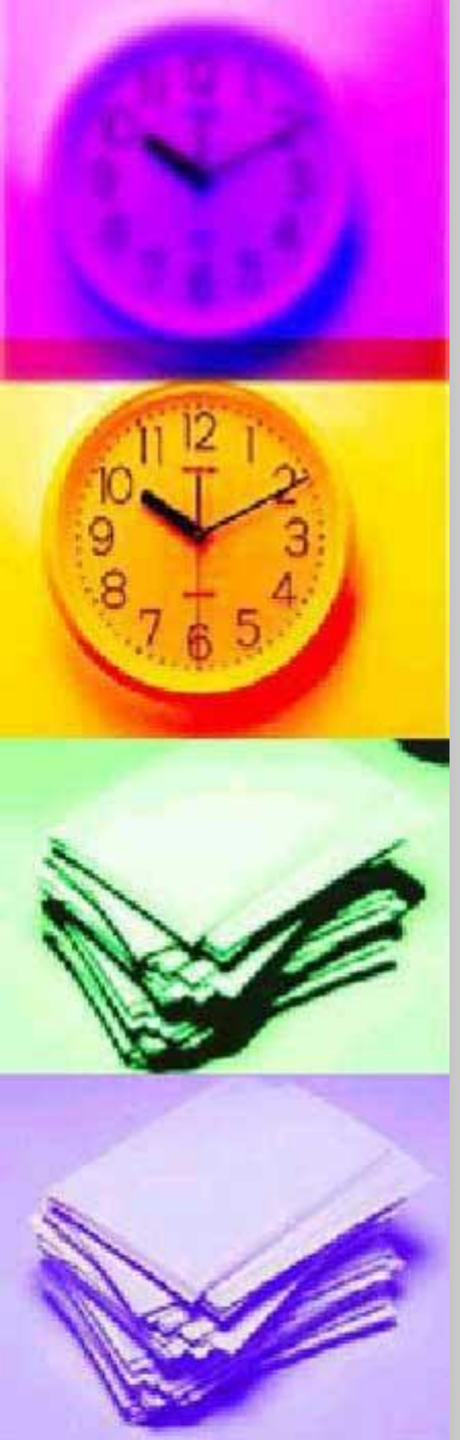
1. *Область определения функции* $y = -3x^3 - x$: $D(y) = (-\infty ; +\infty)$.
2. **Выберем произвольные значения аргумента** x_1 и x_2 из $D(y)$ *такие, что* $x_1 < x_2$.
3. **Вычислим значения функции** $f(x_1) = -3x_1^3 - x_1$ и $f(x_2) = -3x_2^3 - x_2$.
4. *По свойствам числовых неравенств имеем:* $-x_1^3 > -x_2^3$; $-x_1(3x_1^2 + 1) > -x_2(3x_2^2 + 1)$; $-3x_1^3 - x_1 > -3x_2^3 - x_2$.
5. *Итак, из* $x_1 < x_2$ *следует* $f(x_1) > f(x_2)$ *, то заданная функция* ***убывает*** *на* $D(y)$.



5. $y = x^{0,5} + x^5$.

Решение.

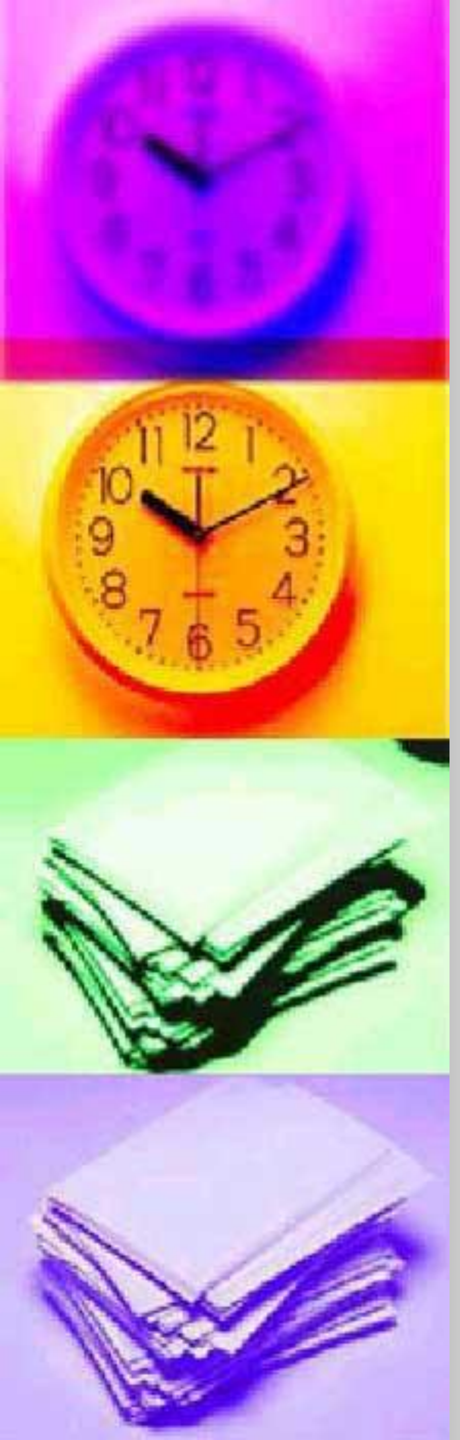
1. ***Область определения функции*** $y = x^{0,5} + x^5$: $D(y) = [\,0\ ;\ +\infty)$.
2. **Выберем произвольные значения аргумента** x_1 и x_2 **из** $D(y)$ ***такие, что*** $x_1 < x_2$.
3. **Найдем значения функции** $f(x_1) = x_1^{\,0,5} + x_1^{\,5}$ *и* $f(x_2) = x_2^{\,0,5} + x_2^{\,5}$
4. ***По свойствам числовых неравенств имеем:*** $x_1^{\,0,5} < x_2^{\,0,5}$; $x_1^{\,5} < x_2^{\,5}$; $x_1^{\,0,5} + x_1^{\,5} < x_2^{\,0,5} + x_2^{\,5}$.
5. ***Итак, из*** $x_1 < x_2$ ***следует*** $f(x_1) < f(x_2)$, ***то заданная функция*** ***возрастает*** ***на*** $D(y)$.



6. $y = - x^3 - x^{0,5}$.

Решение.

1. *Область определения функции* $y = – x^3 – x^{0,5}$: $D(y)= [\ 0; + \infty\ )$.
2. **Выберем произвольные значения аргумента** x_1 и x_2 из $D(y)$ *такие, что* $x_1 < x_2$.
3. **Вычислим значения функции** $f(x_1)= – x_1^{\ 3} – x_1^{0,5}$ *и* $f(x_2)= – x_2^{\ 3} – x_2^{\ 0,5}$.
4. *По свойствам числовых неравенств имеем:* $– x_1^{\ 3} > – x_2^{\ 3}$; $– x_1^{0,5} > – x_2^{0,5}$;
   $–x_1^{0,5}(x_1^{2,5} + 1) > – x_2(x_2^{2,5} +1)$;
   $– x_1^{\ 3} – x_1^{0,5} > – x_2^{\ 3} – x_2^{\ 0,5}$.
5. *Итак, из* $x_1 < x_2$ *следует* $f(x_1) > f(x_2)$ *, то заданная функция* **убывает** *на* $D(y)$.



Выводы.

Данный материал подготовлен как вводное повторение для урока по теме « Теорема о корне при решении уравнений».

Свойство монотонности функции будет в дальнейшем использоваться для решения нестандартных задач.

Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте их.

Д.Пойа