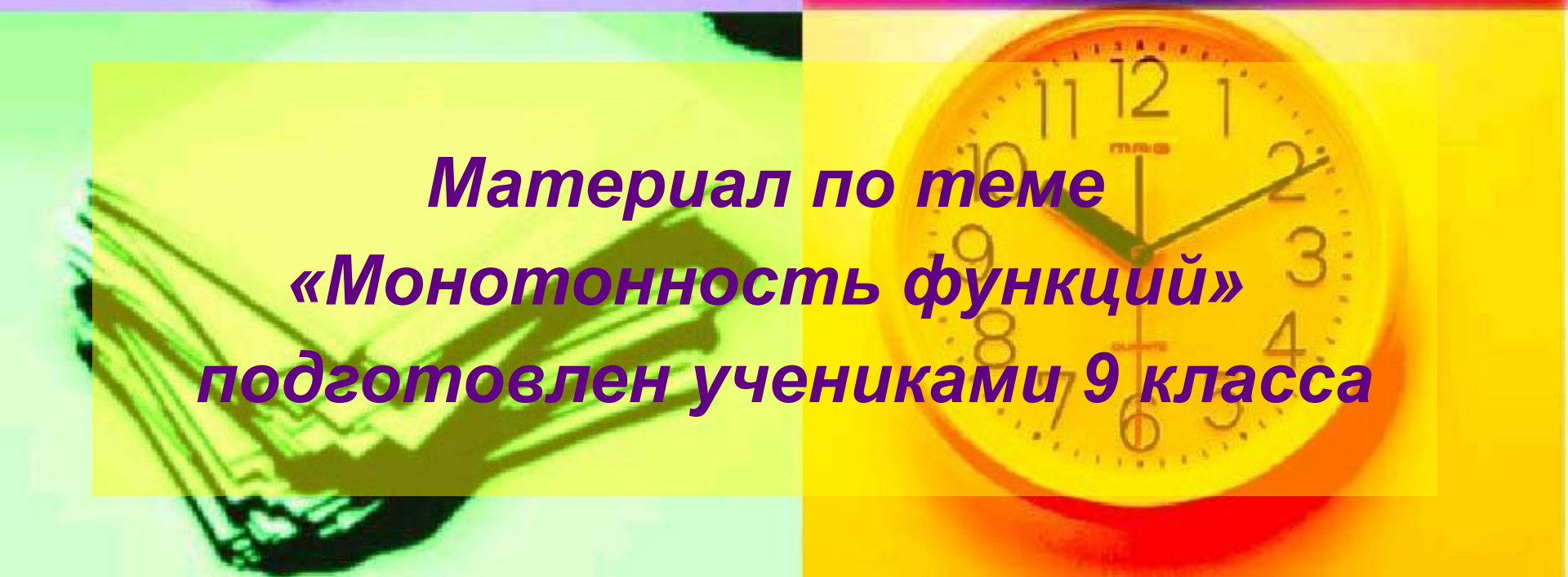


Исследование функций на монотонность.



*Материал по теме
«Монотонность функций»
подготовлен учениками 9 класса*

План показа:

- Введение.
- 1. Определения возрастающей и убывающей функций. Графики функций.
- 2. Алгоритм исследования функции на монотонность.
- 3. Примеры исследования функций на монотонность.
- Выводы.



Введение.

**Только с алгеброй начинается
строгое математическое учение.**

Н.И. Лобачевский

- **Мы изучаем алгебру по комплектам учебников (под рук. Мордковича А.Г.), где учебный материал излагается по схеме:**

функция - уравнения – преобразования.

В 7-м и 8-м классах мы учились читать графики, описывая некоторые свойства функций.

В 9-м классе узнали много новых определений и научились применять их для исследования функций. Таким образом, появилась возможность, ответить на многие вопросы без построения графиков функций и, наоборот, по графикам – определить свойства функций.

Замечательным свойством функции является монотонность. Наш показ посвящен этому свойству.

1. Определения возрастающей и убывающей функций.

Функцию $y = f(x)$ называют **возрастающей** на множестве $X \subset D(f)$, если для любых двух точек x_1 и x_2 множества X , таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.

Функцию $y = f(x)$ называют **убывающей** на множестве $X \subset D(f)$, если для любых двух точек x_1 и x_2 множества X , таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.

Термины **«возрастающая функция»** и **«убывающая функция»** объединяют общим названием **монотонная функция**.

3. Алгоритм исследования функции на монотонность.

1. Найти область определения функции $y = f(x)$: множество $X \subset D(f)$.
2. Выбрать произвольные значения аргумента x_1 и x_2 множества X такие, что $x_1 < x_2$.
3. Найти значения функции $f(x_1)$ и $f(x_2)$.
4. Если из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) < f(x_2)$, то заданная функция **возрастает** на $D(f)$; если из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) > f(x_2)$, то заданная функция **убывает** на $D(f)$.

4. Примеры исследования функций на монотонность.

- **Исследовать на монотонность функцию:**
 1. $y = 2 - 5x$;
 2. $y = x^3 + 4$;
 3. $y = x^3 + 2x^2$;
 4. $y = -3x^3 - x$;
 5. $y = x^{0,5} + x^5$;
 6. $y = -x^3 - x^{0,5}$.




$$1. y = 2 - 5x.$$

Решение.

1. **Область определения функции $y = 2 - 5x$:
 $D(y) = (-\infty; +\infty)$.**
2. **Выберем произвольные значения аргумента x_1 и x_2 из $D(y)$ такие, что $x_1 < x_2$.**
3. **Найдем значения функции f
 $f(x_1) = 2 - 5x_1$ и $f(x_2) = 2 - 5x_2$.**
4. **По свойствам числовых неравенств имеем: $-x_1 > -x_2$; $2 - 5x_1 > 2 - 5x_2$.**
5. **Итак, из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) > f(x_2)$, то заданная функция **убывает** на $D(y)$.**



2. $y = x^3 + 4$.

Решение.

1. Область определения функции $y = x^3 + 4$:
 $D(y) = (-\infty ; +\infty)$.
2. Выберем произвольные значения аргумента x_1 и x_2 из $D(y)$ такие, что $x_1 < x_2$.
3. Найдем значения функции
 $f(x_1) = x_1^3 + 4$ и $f(x_2) = x_2^3 + 4$.
4. По свойствам числовых неравенств имеем:
 $x_1^3 < x_2^3$; $x_1^3 + 4 < x_2^3 + 4$.
5. Итак, из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) < f(x_2)$, то заданная функция **возрастает** на $D(y)$.


$$3. y = x^3 + 2x^2 .$$

Решение.

- Область определения функции $y = x^3 + 2x^2$:
 $D(y) = (-\infty ; +\infty)$.
- Выберем произвольные значения аргумента x_1 и x_2 из $D(y)$ такие, что $x_1 < x_2$.
- Найдем значения функции f
 $(x_1) = x_1^3 + 2x_1^2$ и $f(x_2) = x_2^3 + 2x_2^2$.
- По свойствам числовых неравенств имеем:
 $x_1^3 < x_2^3$; $x_1^3 + 2x_1^2 < x_2^3 + 2x_2^2$.
- Итак, из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) < f(x_2)$, то заданная функция **возрастает** на $D(y)$.


$$4. y = -3x^3 - x.$$


Решение.

1. Область определения функции $y = -3x^3 - x$:
 $D(y) = (-\infty ; +\infty)$.
2. Выберем произвольные значения аргумента x_1 и x_2 из $D(y)$ такие, что $x_1 < x_2$.
3. Вычислим значения функции $f(x_1) = -3x_1^3 - x_1$ и $f(x_2) = -3x_2^3 - x_2$.
4. По свойствам числовых неравенств имеем:
 $x_1^3 > -x_2^3$;
 $(3x_1^2 + 1) > -x_2(3x_2^2 + 1)$;
 $x_1^3 - x_1 > -3x_2^3 - x_2$.
 $-x_1$
 $-3x_1$
5. Итак, из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) > f(x_2)$, то заданная функция убывает на $D(y)$.


$$5. y = x^{0,5} + x^5.$$

Решение.

1. Область определения функции $y = x^{0,5} + x^5$:
 $D(y) = [0 ; +\infty)$.
2. Выберем произвольные значения аргумента x_1 и x_2 из $D(y)$ такие, что $x_1 < x_2$.
3. Найдем значения функции f
 $f(x_1) = x_1^{0,5} + x_1^5$ и $f(x_2) = x_2^{0,5} + x_2^5$
4. По свойствам числовых неравенств имеем:
 $x_1^{0,5} < x_2^{0,5}$; $x_1^5 < x_2^5$; $x_1^{0,5}$
 $+ x_1^5 < x_2^{0,5} + x_2^5$.
5. Итак, из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) < f(x_2)$, то заданная функция **возрастает** на $D(y)$.


$$6. y = -x^3 - x^{0,5}.$$

Решение.

1. Область определения функции $y = -x^3 - x^{0,5}$:
 $D(y) = [0; +\infty)$.
2. Выберем произвольные значения аргумента x_1 и x_2 из $D(y)$ такие, что $x_1 < x_2$.
3. Вычислим значения функции f
 $f(x_1) = -x_1^3 - x_1^{0,5}$ и $f(x_2) = -x_2^3 - x_2^{0,5}$.
4. По свойствам числовых неравенств имеем: $-x_1^3 > -x_2^3$; $-x_1^{0,5} > -x_2^{0,5}$;
 $-x_1^{0,5}(x_1^{2,5} + 1) > -x_2^{0,5}(x_2^{2,5} + 1)$;
 $-x_1^3 - x_1^{0,5} > -x_2^3 - x_2^{0,5}$.
5. Итак, из $x_1 < x_2$ следует $f(x_1) > f(x_2)$, то заданная функция убывает на $D(y)$.

Выводы.

Данный материал подготовлен как вводное повторение для урока по теме « Теорема о корне при решении уравнений».

Свойство монотонности функции будет в дальнейшем использоваться для решения нестандартных задач.

Если вы хотите научиться плавать, то смело входите в воду, а если хотите научиться решать задачи, то решайте их.

Д.Поля