

ПРЕДЕЛЫ МИРОВОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА И ПОТРЕБЛЕНИЯ

проф. А. Акаев

МГУ им. М.В. Ломоносова

**Институт математических исследований
сложных систем им. И.Р. Пригожина**

ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ РОСТ НАСЕЛЕНИЯ ЗЕМЛИ И ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ С.П. КАПИЦЫ, ОСНОВАННАЯ НА «ДЕМОГРАФИЧЕСКОМ ИМПЕРАТИВЕ»

1. Уравнение Т. Мальтуса (1798 г.)

$$\frac{dN}{dt} = aN \quad (1)$$

N - численность населения Земли;

Решение

$$N = N_0 e^{at} \quad (2)$$

a - константа; N_0 - начальное значение.

2. Уравнение Капицы (1992 г.)

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N^2}{C} \quad (3)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{C}{(T_0 - t)^2} \quad (5)$$

Решение

$$N = \frac{C}{T_0 - t} \quad (4)$$

Х. фон Ферстер, 1960 г.

$$C = 0,2 \cdot 10^{12}; T_0 = 2025 \text{ г}$$

Режим с обострением.

3. Модифицированное уравнение Капицы (регуляризация решения)

Решение

$$\frac{dN}{dt} = \frac{C}{(T_1 - t)^2 + \tau^2} \quad (6)$$

$$N = K^2 \operatorname{arcctg} \left(\frac{T_1 - t}{\tau} \right) \quad (7)$$

4. Темпы роста населения Земли по модели С.П. Капицы

$$q_N = \frac{\dot{N}}{N} = \frac{\text{arcctg}^{-1}\left(\frac{T_1 - t}{\tau}\right)}{\tau \left[1 + \left(\frac{T_1 - t}{\tau}\right)^2 \right]}$$

Выше:

τ - параметр, характеризующий продолжительность демографического перехода;

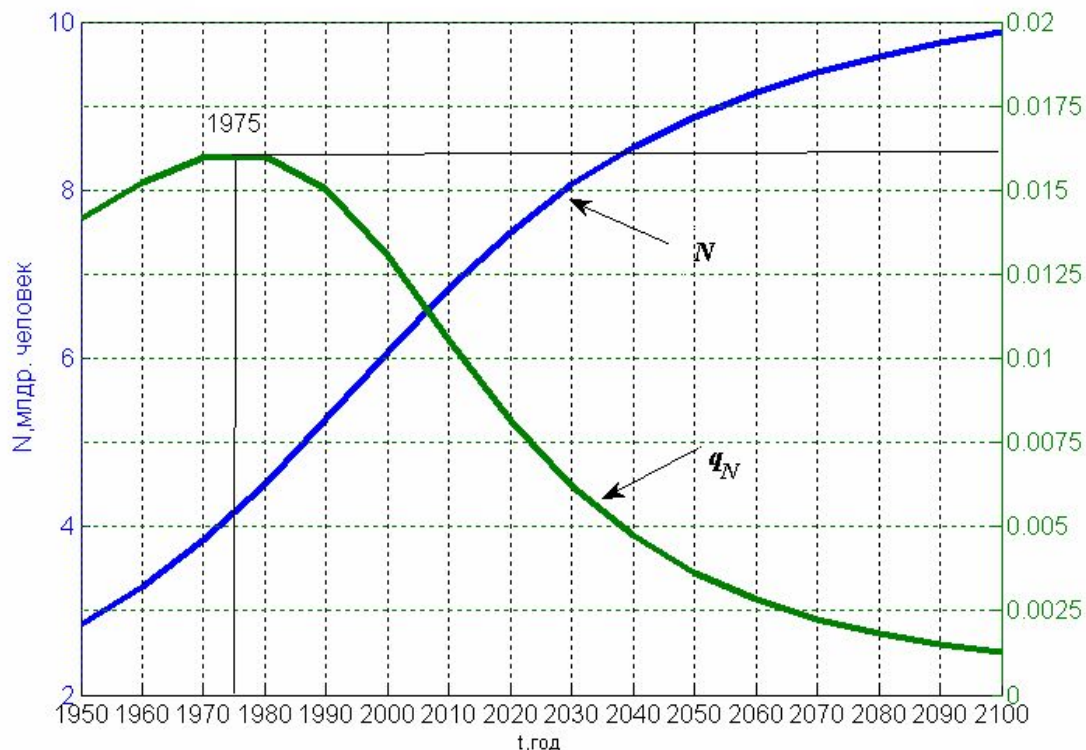
$K = \sqrt{\frac{C}{\tau}}$ - число Капицы;
 T_1 - критический год.

По Капице:

$T_1 = 1995$ г.;

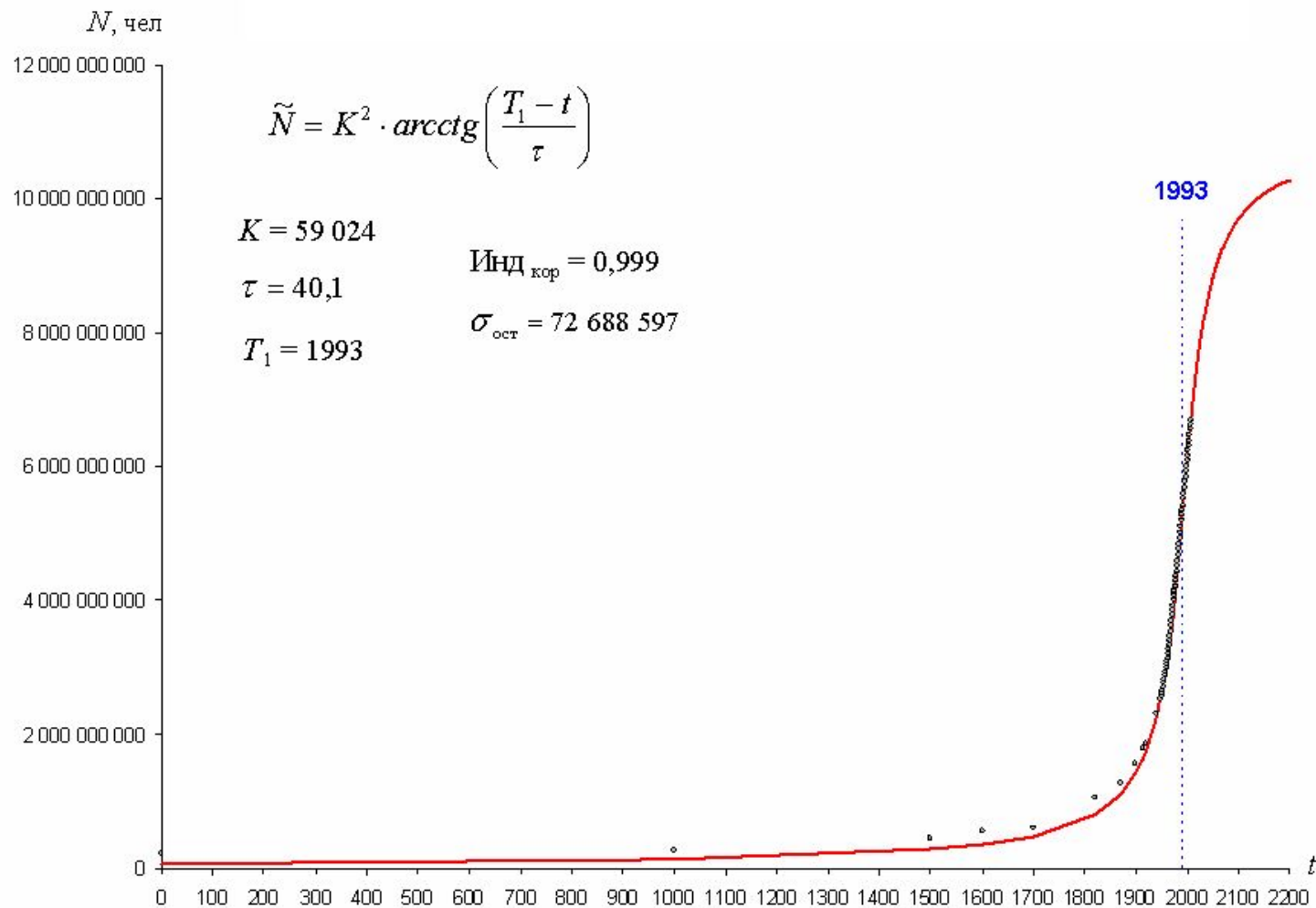
$\tau = 45$ лет;

$K = 60100$.

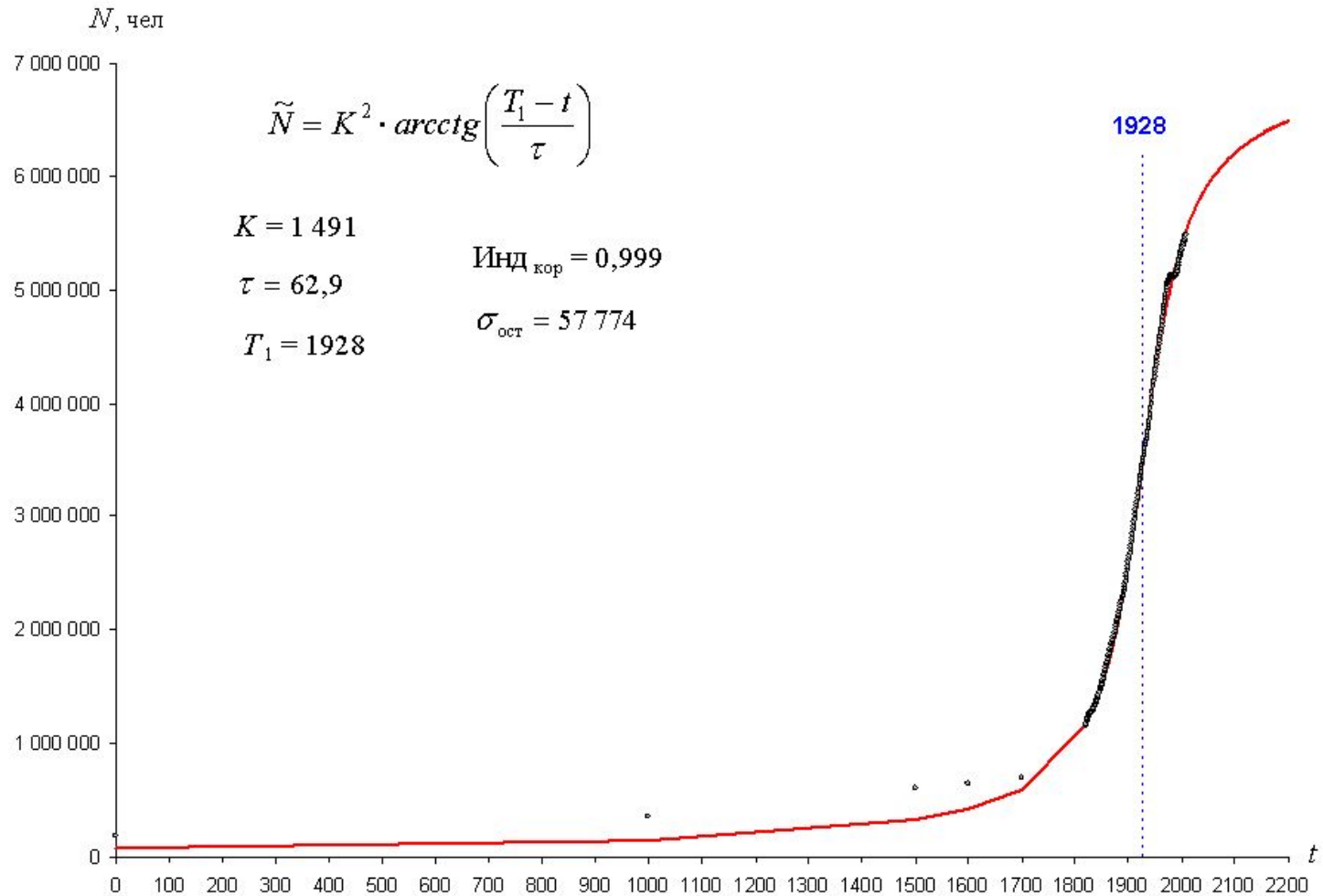


Прогноз динамики роста населения в 21 веке

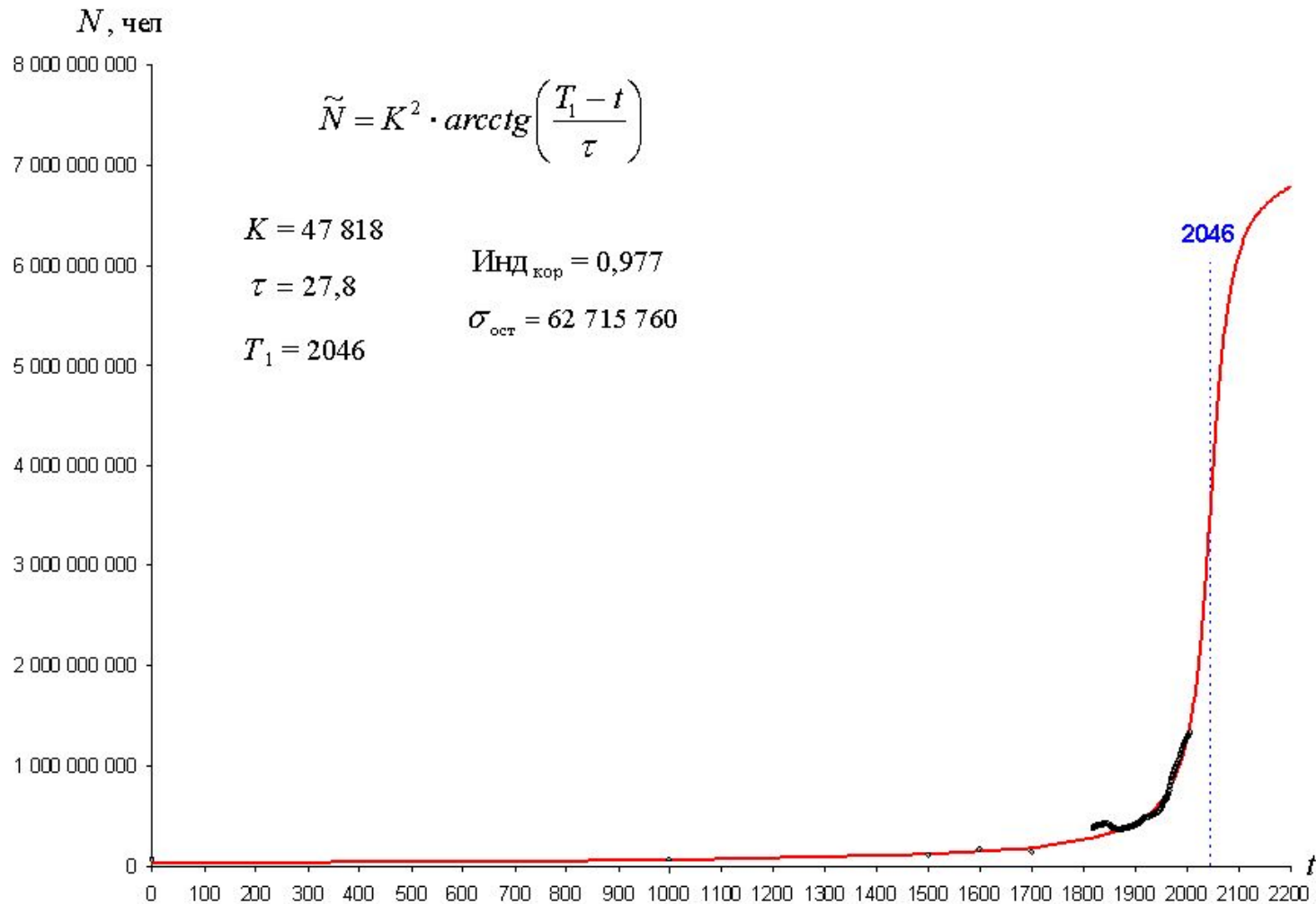
ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ МИРА



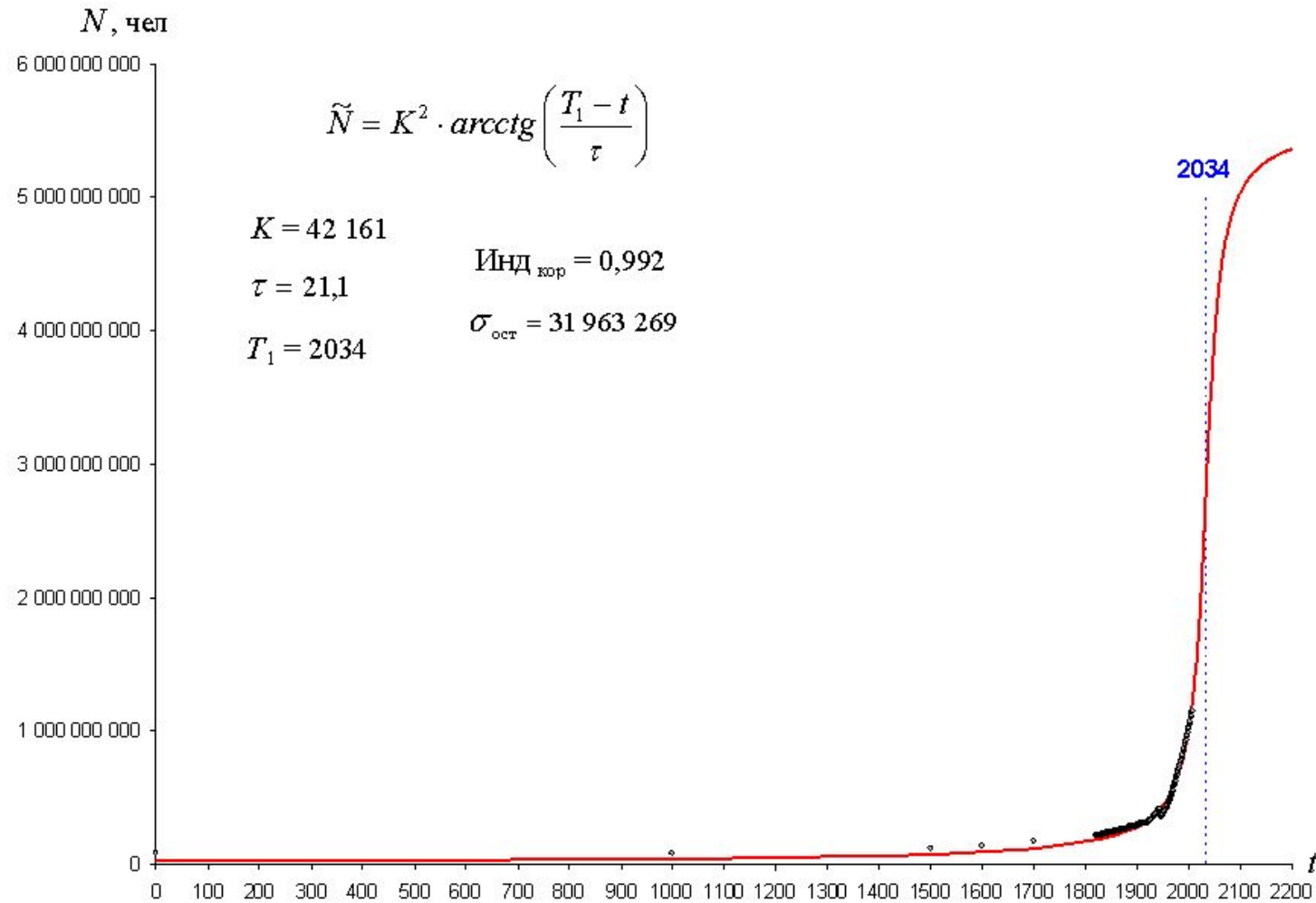
ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ ДАНИИ



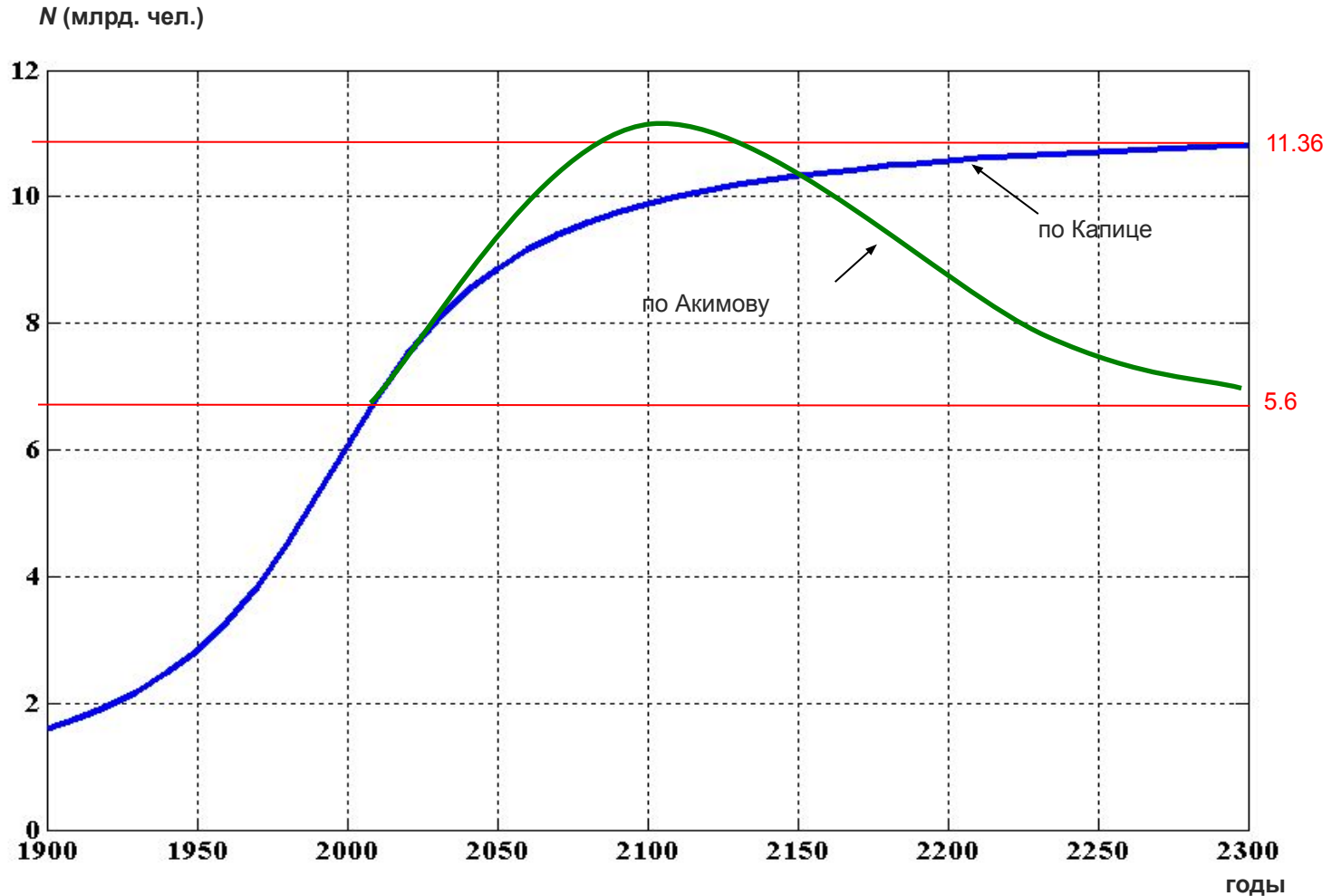
ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ КИТАЯ



ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ ИНДИИ



РАЗЛИЧНЫЕ СЦЕНАРИИ РАЗВИТИЯ ДИНАМИКИ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ ЗЕМЛИ В ПЕРИОД с 2000 по 2300 гг.



МОДЕЛЬ РОСТА НАСЕЛЕНИЯ ЗЕМЛИ И ТЕХНОЛОГИИ М. КРЕМЕРА (экономико-технологический императив)

1. Производственная функция Кремера: $Y = rTN^\alpha$ (1)

где Y - общий объем производственного
 T - уровень
 технологий;
 α - параметр;
 r - константа.

2. В модели Кремера динамика заложена в уравнение для технологического роста.

Уравнение Кузнеца-Кремера («Большее население означает большее количество потенциальных изобретателей» - Кузнец С.):

$$\frac{dT}{dt} = cNT \quad \text{или} \quad q_T = \frac{\dot{T}}{T} = cN$$

Вывод: Технологический рост в XXI веке движется к насыщению!

3. Кремер показал, что если $Y = rTN^\alpha$, то $\frac{\dot{N}}{N} = \frac{1}{1-\alpha} \frac{\dot{T}}{T}$ (4).

Отсюда, пользуясь уравнением (2) он получил:

$$\frac{\dot{N}}{N} = \frac{c}{1-\alpha} N \quad (5) \quad \text{или} \quad \frac{dN}{dt} = \frac{c}{1-\alpha} N^2 \quad \text{- уравнение Капицы.}$$

ПРОИЗВОДСТВО ВВП НА ДУШУ НАСЕЛЕНИЯ КАК ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ РАЗВИТИЯ ТЕХНОЛОГИИ

Коротаев А.В., Малков А.С., Халтурина Д.А. (КМХ)

«Уровень технологии = производство ВВП на душу человека»

$$(1) \quad A = \frac{Y}{N}$$

2.«Население мира создает избыточный продукт пропорциональный его численности»:

$$S = \gamma N, \quad (2)$$

где $\gamma = 1,04 \cdot 10^{-6}$

Данное соотношение также вытекает из модели Кремера.

3.Приближенная формула для расчета динамики мирового ВВП:

$$Y \cong SN = \gamma N^2 \quad (3)$$

Для современной мировой экономики выполняется с большой точностью.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МАКРОМОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО, КУЛЬТУРНОГО И ДЕМОГРАФИЧЕСКОГО РОСТА МИР-СИСТЕМЫ ОТ КОРОТАЕВА-МАЛКОВА-ХАЛТУРИНОЙ (КМХ)

$$\begin{aligned} \text{а) } \frac{dN}{dt} &= aS(1-L)N; \\ \text{б) } \frac{dS}{dt} &= bLN; \\ \text{в) } \frac{dL}{dt} &= cS(1-L)L. \end{aligned} \quad (1)$$

В данной модели учтено, что грамотное население делает больше технологических инноваций, чем неграмотное.

Здесь L - доля грамотного населения;

a , b и c - константы.

Данная модель неплохо работает для эпохи модернизации, когда решающим фактором экономического роста становится человеческий капитал.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ КАЧЕСТВЕННОГО И КОЛИЧЕСТВЕННОГО АНАЛИЗА ДИНАМИКИ МИРОВОГО ВВП

1. Для расчета динамики мирового ВВП воспользуемся формулами Капицы и КМХ:

$$N = K^2 \operatorname{arctg} \left(\frac{T_1 - t}{\tau} \right) \quad \text{и} \quad Y = \gamma N^2$$

Отсюда получаем: $Y = \gamma K^4 \operatorname{arctg}^2 \left(\frac{T_1 - t}{\tau} \right); \quad Y_{\max} = \gamma \pi^2 K^4 = 134 \text{ трлн. долл. (3)}$

2. Темпы экономического роста:

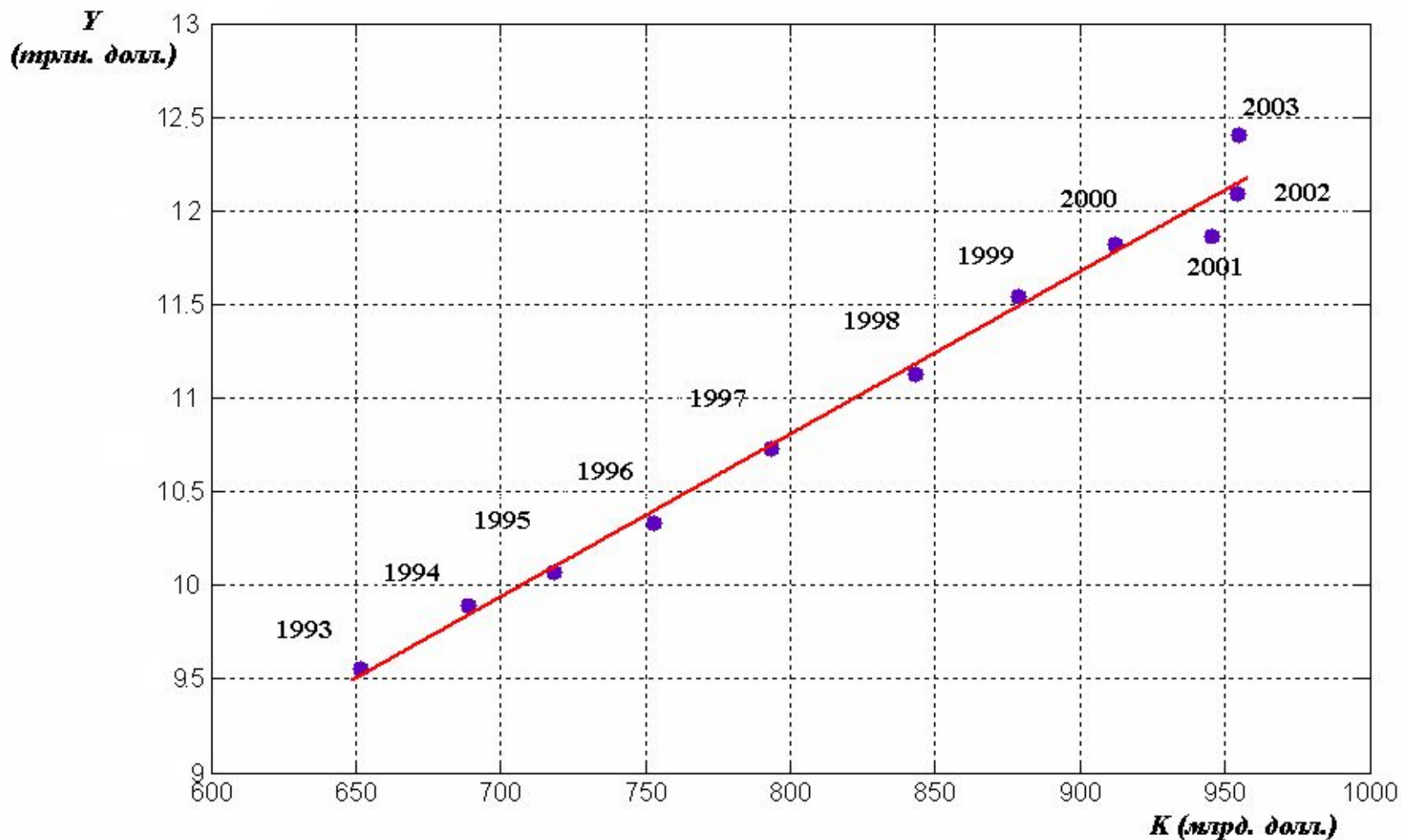
$$(4) \quad q_Y = \frac{\dot{Y}}{Y} = 2 \frac{\dot{N}}{N} = 2q_N$$

3. Для определения динамики физического капитала (K), необходимого для обеспечения производства ВВП (3), воспользуемся стилизованным фактом Калдора

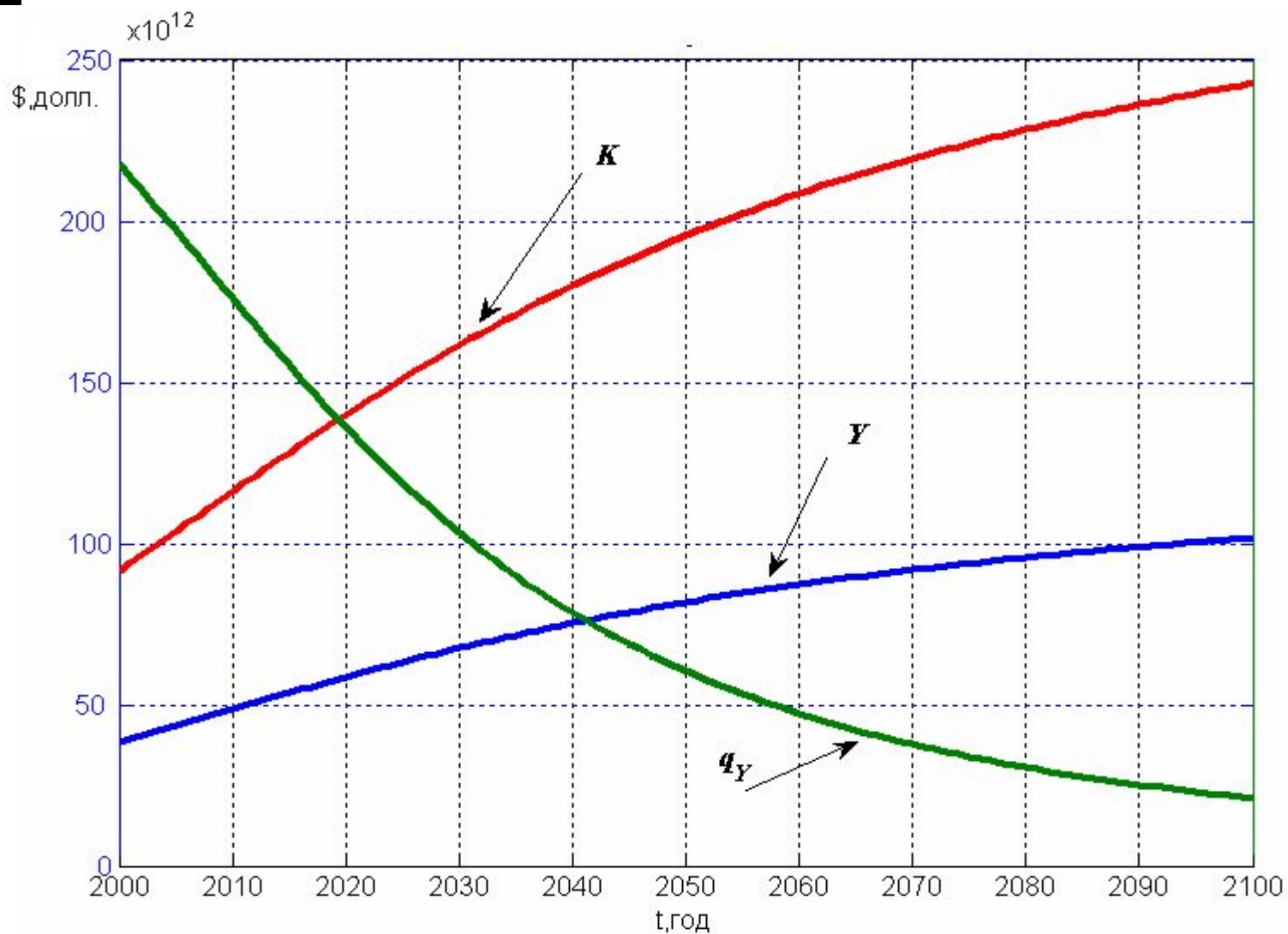
$$(5) \quad K = c_K Y = c_K \gamma N^2$$

где $c_K = c_L \frac{\tilde{k}_0}{\bar{y}_0}; \quad c_L = 0,65; \quad \tilde{k}_0$ - капиталовооруженность одного работника;
 \bar{y}_0 - мировое ВВП на душу населения.

КОРРЕЛЯЦИЯ МЕЖДУ ОСНОВНЫМИ ФОНДАМИ И ВВП ДЛЯ США, 1993-2003 гг.



ПРОГНОЗ ДИНАМИКИ МИРОВОГО ВВП В 21 ВЕКЕ



ТЕХНИЧЕСКИЙ ПРОГРЕСС И КАПИТАЛОВЛОЖЕНИЯ

1. Движение

инвестиций:

$$I^K = \frac{dK}{dt} = (1 - \mu_K) K$$

$$\frac{I^K}{N} = c_K (s(\mu_K + 2q_N))$$

где μ_K - коэффициент выбытия капитала.

2. Для определения технического прогресса воспользуемся классической

моделью роста Р. Солоу:

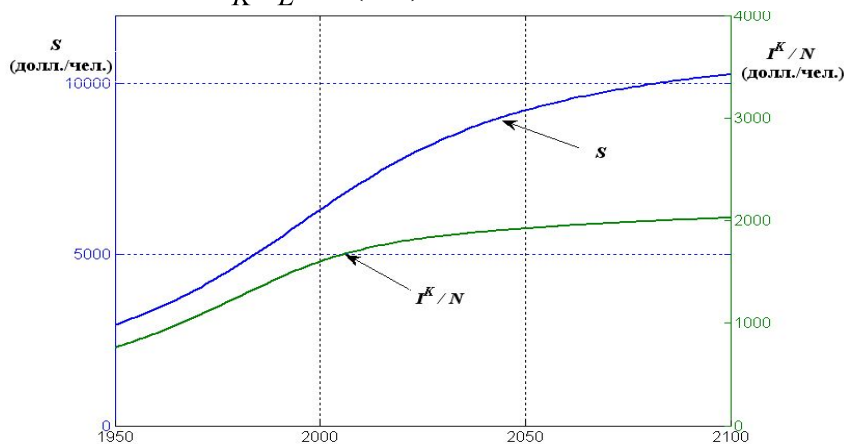
$$Y = A \cdot K^\alpha \cdot L^{1-\alpha},$$

$$I = c_L N$$

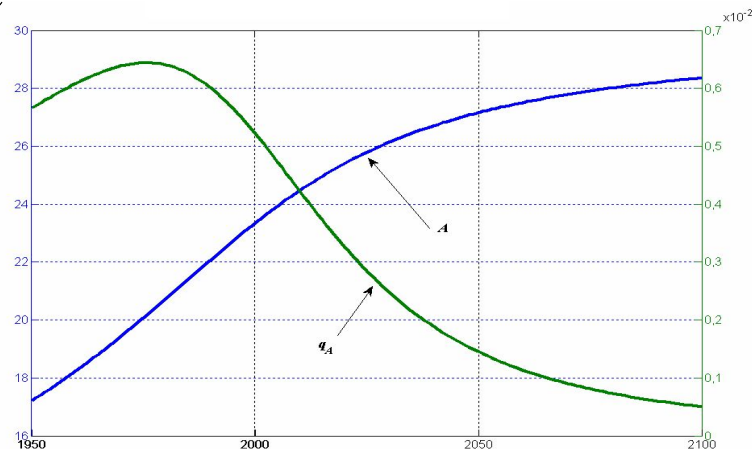
Отсюда следует:

$$A = \frac{1}{c_K c_L} \left(\frac{Y}{N} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$q_A = \frac{dA}{A dt} = (1 - \alpha) q_N$$



динамика капиталовложений



Технический прогресс и его динамика

ДИНАМИКА МИРОВОГО ВВП С УЧЕТОМ ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО КАПИТАЛА

Модель Мэнкью Г., Ромера Д., Уэйла Д. с человеческим капиталом и техническим прогрессом
нейтральным по Харроду:

$$Y(t) = K^\alpha(t) H^\beta(t) [A(t)L(t)]^{1-\alpha-\beta} \quad (1)$$

где H - человеческий капитал.

2. Рассматривая экономику в устойчивом состоянии, находим для сбалансированного роста:

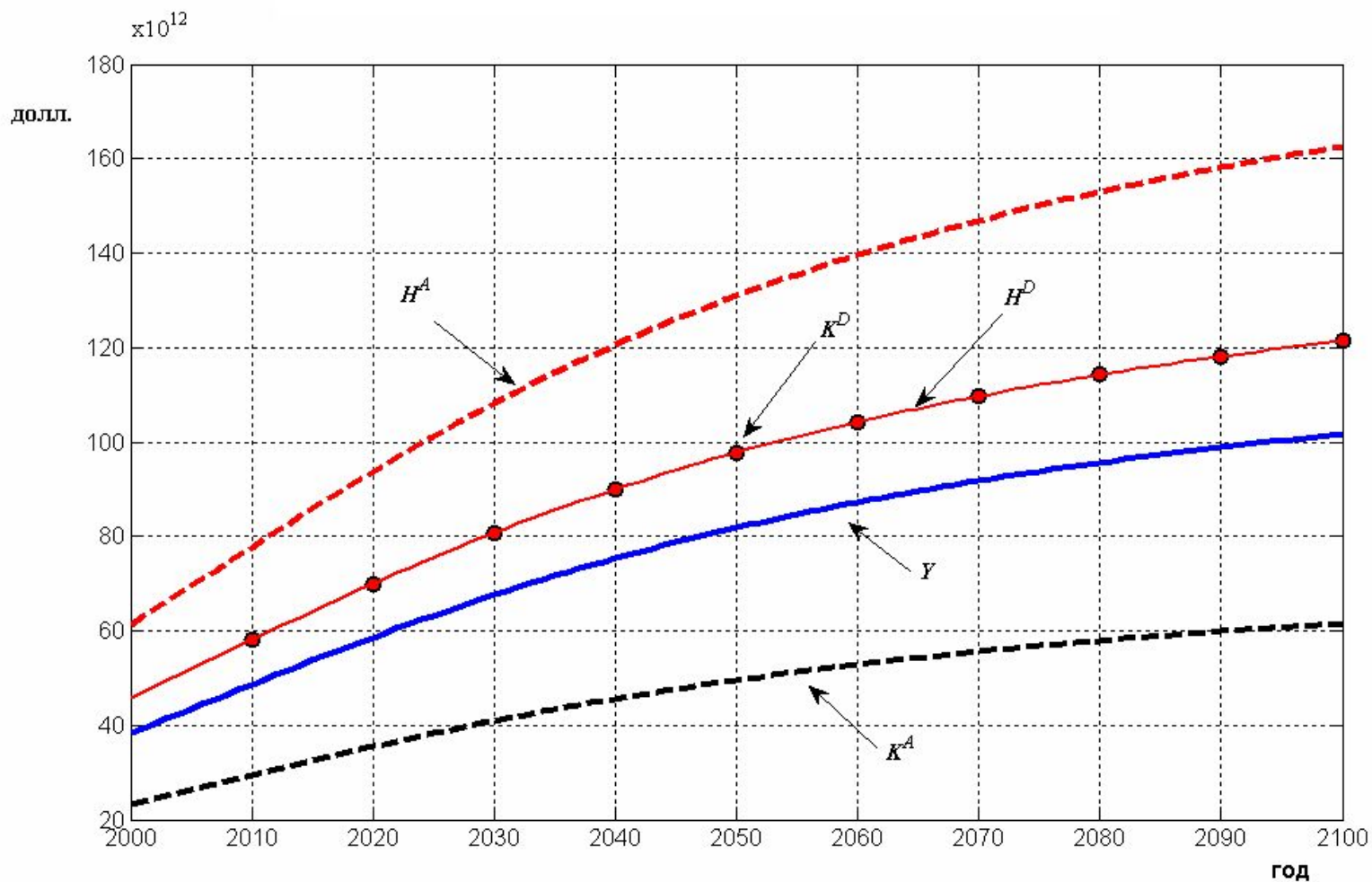
$$Y = \gamma N^2, \quad (2) \quad K = c'_K \gamma N^2, \quad H = c'_H \gamma N^2, \quad (4) \quad A = c_L^{-1} c_K^{-\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} c_H^{-\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} \left(\frac{Y}{N} \right) \quad (5)$$

$$\text{где } c'_K = \frac{c_K}{1 + \frac{\beta}{\alpha}}; \quad c'_H = \frac{c_K}{1 + \frac{\alpha}{\beta}}; \quad c_K = c_L \frac{\tilde{k}_0}{\bar{y}_0} \quad (3)$$

а) Для развивающихся стран: $c_L = 0,65; \alpha = \beta = 0,3$.

б) Для стран ОЭСР (развитых стран): $c_L = 0,6; \alpha = 0,14; \beta = 0,37$.

ДИНАМИКА МИРОВОГО ВВП И ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ ЕЕ ФИЗИЧЕСКИЙ И ЧЕЛОВЕЧЕСКИЙ КАПИТАЛ



ИЗБЫТОЧНЫЙ МИРОВОЙ ПРОДУКТ (ДОХОД) НА ДУШУ НАСЕЛЕНИЯ И ЕГО РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

1. Душевой избыточный продукт:

$$S = \gamma N \quad (1)$$

2. Пользуясь уравнениями накопления капитала, определяем объемы требуемых инвестиций в физический (K) и человеческий (H) капитал:

$$\frac{I^K}{N} = s_K \gamma N = s_K S \quad ; (2) \quad \frac{I^H}{N} = s_H \gamma N = s_H S \quad ; (3)$$

причем $s_K = c'_K (\mu_K + 2q_N)$; $s_H = c'_H (\mu_H + 2q_N)$ (4)

Для мировой экономики: $c_L = 0,65$; $\alpha = \beta = 0,3$; $\mu_K = \mu_H = 0,08$; $\gamma = 1,04 \cdot 10^{-6}$

3. Инвестиции необходимые на природоохранные меры:

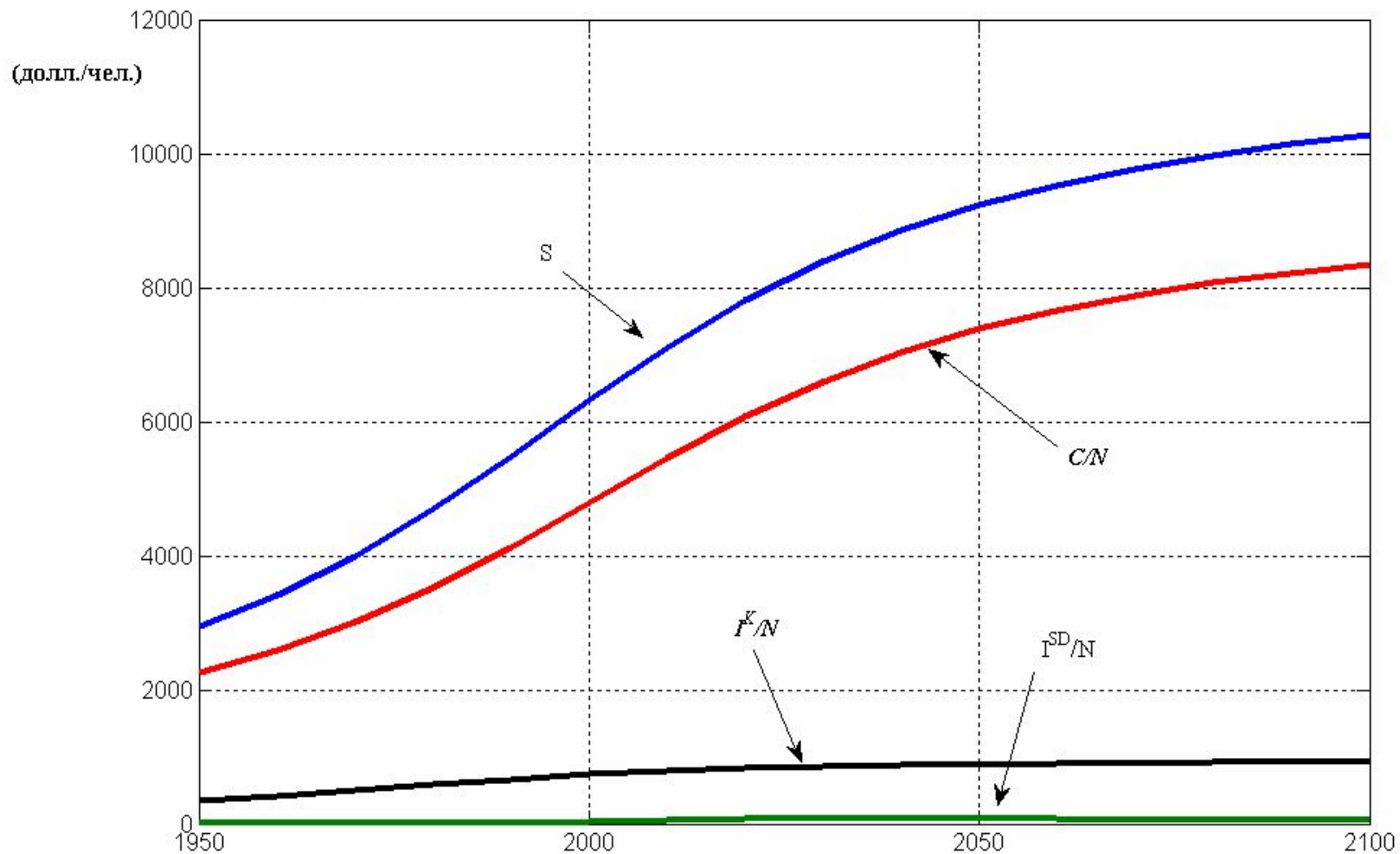
$$\frac{I^{SD}}{N} = \frac{I_M^{SD}}{N} \cdot \frac{I_0^{SD}}{I_0^{SD} + (\rho I_M^K - I_0^{SD}) \exp[-r(t - T_0)]} \quad (5)$$

Здесь $I_M^{SD} = \rho I_M^K$; $T_0 = 2000$ г; $I_0^{SD} = 0,25$ трлн.долл. США; $r = 0,1$.

4. Потребление на душу населения:

$$c = \frac{C}{N} = S - \frac{I^K}{N} - \frac{I^H}{N} - \frac{I^{SD}}{N}$$

ПРОГНОЗ ДИНАМИКИ ПОДУШЕВНОГО ИЗБЫТОЧНОГО ПРОДУКТА И ЕГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $\alpha = 0,5$

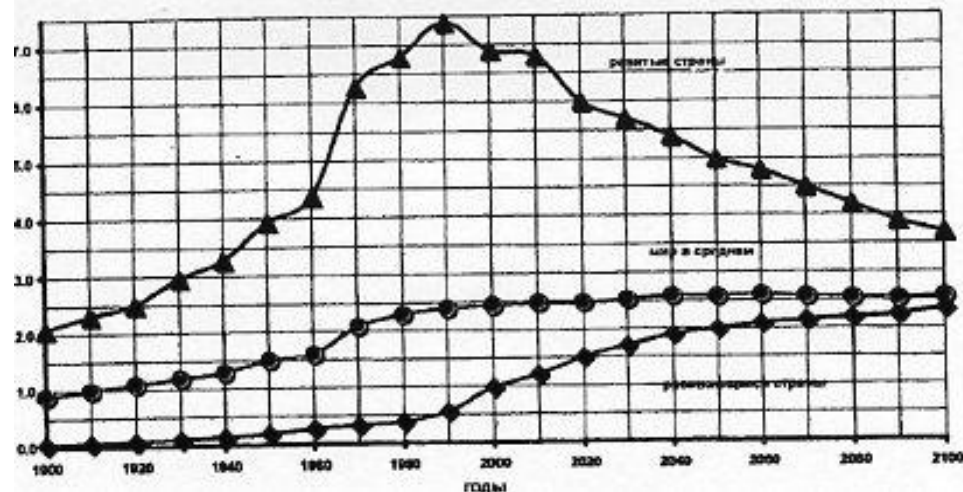


ВЛИЯНИЕ РЕСУРСОВ И ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА РОСТ МИРОВОЙ ЭКОНОМИКИ

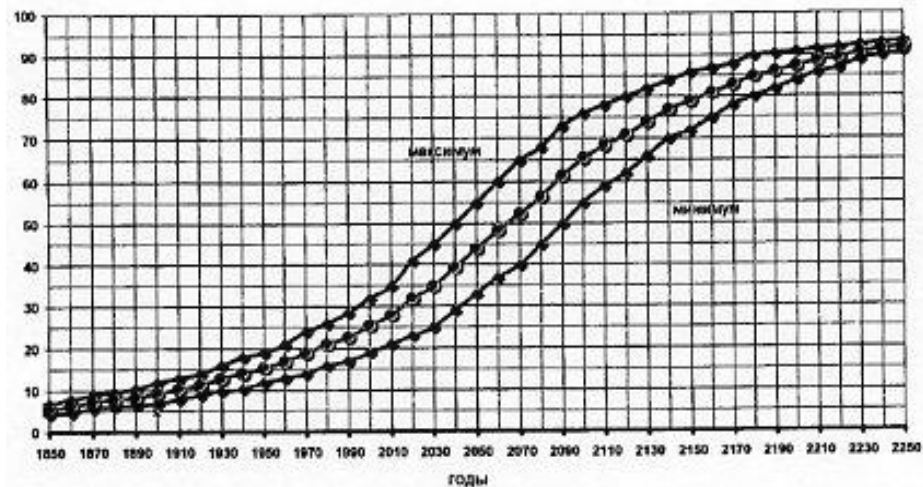
Связь роста населения мира и глобального потребления энергии E вплоть до 1970-х годов (Дж. Холдрен, 1991):⁽¹⁾

$$E = cN^2$$

После энергетического кризиса 1970 г. ситуация резко изменилась.
2. В XXI в. душевое потребление энергии в мире не будет увеличиваться, а стабилизируется на уровне 2 т.у.т. в год (Плаkitкин Ю.А., 2006 г.)



Прогноз душевого потребления энергии (т.у.т./чел.) в развитых и развивающихся странах



Прогноз коэффициента использования энергии (проценты) в развитых странах

ПРОГНОЗ ДИНАМИКИ ИНВЕСТИЦИОННОГО РЫНКА (2020 – 2050 гг.)

Показатели	2010	2020	2030	2040	2050
ГВП (трлн. долл.)	75	115	165	230	300
Динамика роста (к 2000 г. = 50 трлн. долл.)	в 1,5 р аз а	2,3	3,3	4,6	в 6 раз
Емкость мирового инвестиционного рынка (трлн. долл.)	24	42	60	80	110
Динамика роста (к 2010 г. = 12 трлн. долл.)	в 2 раза	3,5	5	6,7	в 9 раз
Сопоставление с ГВП (%)	32	37	36	35	36
Инвестиционное обеспечение энергоэкологического развития (трлн. долл.)	10	25	32	40	50
Динамика роста (к 2000 г. = 4 трлн. долл.)	2,5	6,2	8	10	12,5
Доля в мировом инвестиционном рынке (%)	42	60	53	50	46

Ищенко Е.Г. // В колл. монографии «Прогноз экономической динамики цивилизаций и трансформации глобализации» - Под ред. Ю.В. Яковца, Б.Н. Кузыка. – М. МИСК, 2009, стр.227-238

Модель устойчивого развития энергетики предполагает обеспечение одновременно энергетической и экологической безопасности!

ВОЗМОЖНО ЛИ БОЛЕЕ ПОЛНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ ПОТЕНЦИАЛ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ КУЗНЕЦА - КРЕМЕРА

1. Экономическое измерение и уравнение технологического развития в темповой записи

$$A = \frac{Y}{N} \quad (1)$$

$$\frac{dA}{A dt} = \frac{dY}{Y dt} - \frac{dN}{N dt} \quad (2)$$

$$\frac{dA}{A dt} = aN \quad (3)$$

2. Постоянный темп технологического развития:

$$\frac{dY}{Y dt} - \frac{dN}{N dt} = a_0 \quad (4)$$

$$\frac{Y}{N} = ce^{a_0 t} \quad (5)$$

3. Темп технологического развития в соответствии с уравнение Кузнецца- Кремера:

$$\frac{dY}{Y dt} - \frac{dN}{N dt} = aN \quad (6)$$

$$\frac{Y}{N} = \frac{ce^{a(t-T_1)N}}{\left[\tau^2 + (T_1 - t)^2\right] \frac{a\tau K^2}{2}} \quad (7)$$

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДУШЕВОГО ИЗБЫТОЧНОГО ПРОДУКТА (ДОХОДА) С УЧЕТОМ ТРЕБОВАНИЙ ПО ПОДДЕРЖАНИЮ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО БАЛАНСА

Инвестиции на природоохранные меры в расчете на душу населения:

$$g(t) = \frac{I^{SD}}{N} \quad (1)$$

2. Функционал, представляющий собой показатель полезности душевого потребления,

имеет вид:

$$J = \int_0^{\infty} \left\{ \gamma N - \frac{I^K}{N} - \frac{I^H}{N} - g \right\} \left(1 - \frac{g}{g_M} \right)^p dt \Rightarrow \max \quad (2)$$

3. Решая соответствующее уравнение Эйлера-Лагранжа для данного функционала,

получаем:

$$g = \frac{p}{p+1} \left(\gamma N - \frac{I^K}{N} - \frac{I^H}{N} \right) + \frac{g_M}{p+1}; \quad (3)$$

$$c = \frac{1}{p+1} \left(\gamma N - \frac{I^K}{N} - \frac{I^H}{N} \right) - \frac{g_M}{p+1} \quad (4)$$

Причем, $g_M = \rho \frac{I_M^K}{N}$; $I_M^K = I_{/t=2100}^K$; $p = \frac{1}{3}$; $\rho = 0,5$

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДУШЕВОГО ИЗБЫТОЧНОГО ПРОДУКТА

