ПРЕДЕЛЫ МИРОВОГО ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА И ПОТРЕБЛЕНИЯ

проф. А. Акаев

МГУ им. М.В. Ломоносова
Институт математических исследований сложных систем им. И.Р. Пригожина

ГИПЕРБОЛИЧЕСКИЙ РОСТ НАСЕЛЕНИЯ ЗЕМЛИ И ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ С.П. КАПИЦЫ, ОСНОВАННАЯ НА «ДЕМОГРАФИЧЕСКОМ ИМПЕРАТИВЕ»

1. Уравнение Т. Мальтуса (1798 г.)

$$\frac{dN}{dt} = aN \qquad (1)$$

N - численность населения Земли; a - константа; N_0 - начальное значение.

Решение

$$N = N_0 e^{at} \qquad (2)$$

2. Уравнение Капицы (1992 г.)

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N^2}{C} \qquad (3)$$

$$\frac{dN}{dt} = \frac{C}{(T_0 - t)^2} \qquad (5)$$

Решение

$$N = \frac{C}{T_0 - t} \qquad (4)$$

Х. фон Ферстер, 1960 г.

$C = 0{,}2 \cdot 10^{12}; T_0 = 2025$ г.

Режим с обострением.

3. Модифицированное уравнение Капицы (регуляризация решения)

$$\frac{dN}{dt} = \frac{C}{(T_1 - t)^2 + \tau^2} \qquad (6)$$

Решение

$$N = K^2 arcctg\left(\frac{T_1 - t}{\tau}\right) \qquad (7)$$

4. Темпы роста населения Земли по модели С.П. Капицы

$$q_N = \frac{\dot{N}}{N} = \frac{arcctg^{-1}\left(\frac{T_1 - t}{\tau}\right)}{\tau\left[1 + \left(\frac{T_1 - t}{\tau}\right)^2\right]} \qquad (8)$$

Выше:

τ - параметр, характеризующий продолжительность демографического перехода;

$K = \sqrt{\frac{C}{\tau}}$ - число Капицы;

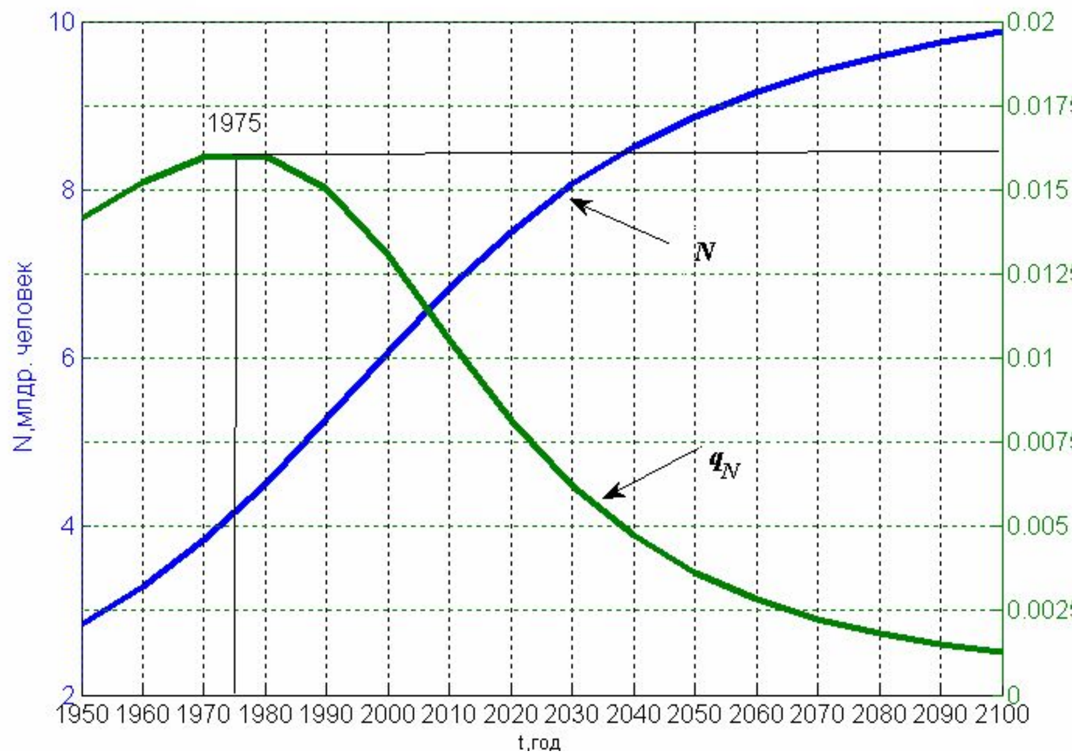
T_1 - критический год.

По Капице:

T_1 = 1995 г.;

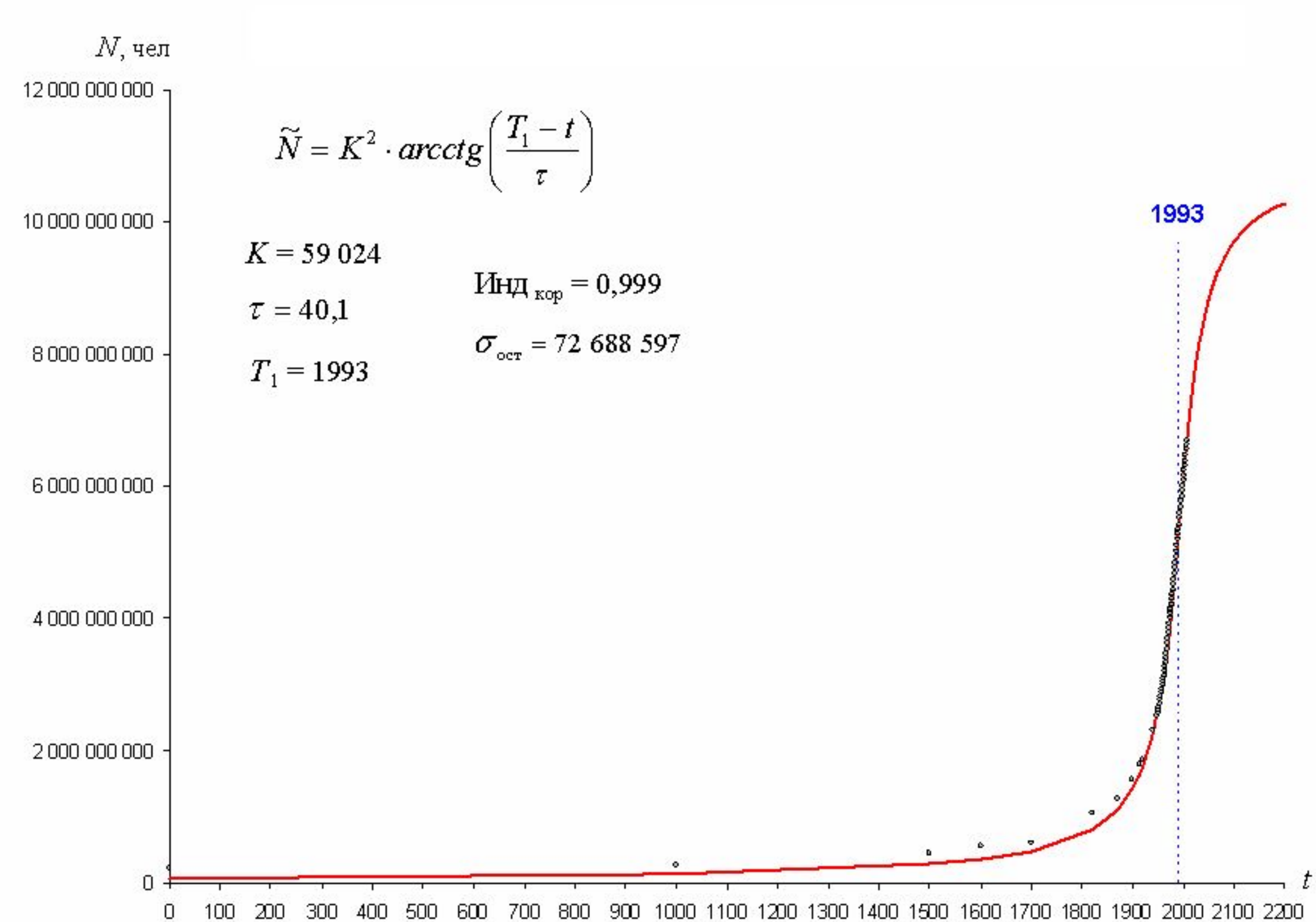
τ = 45 лет;

K = 60100.

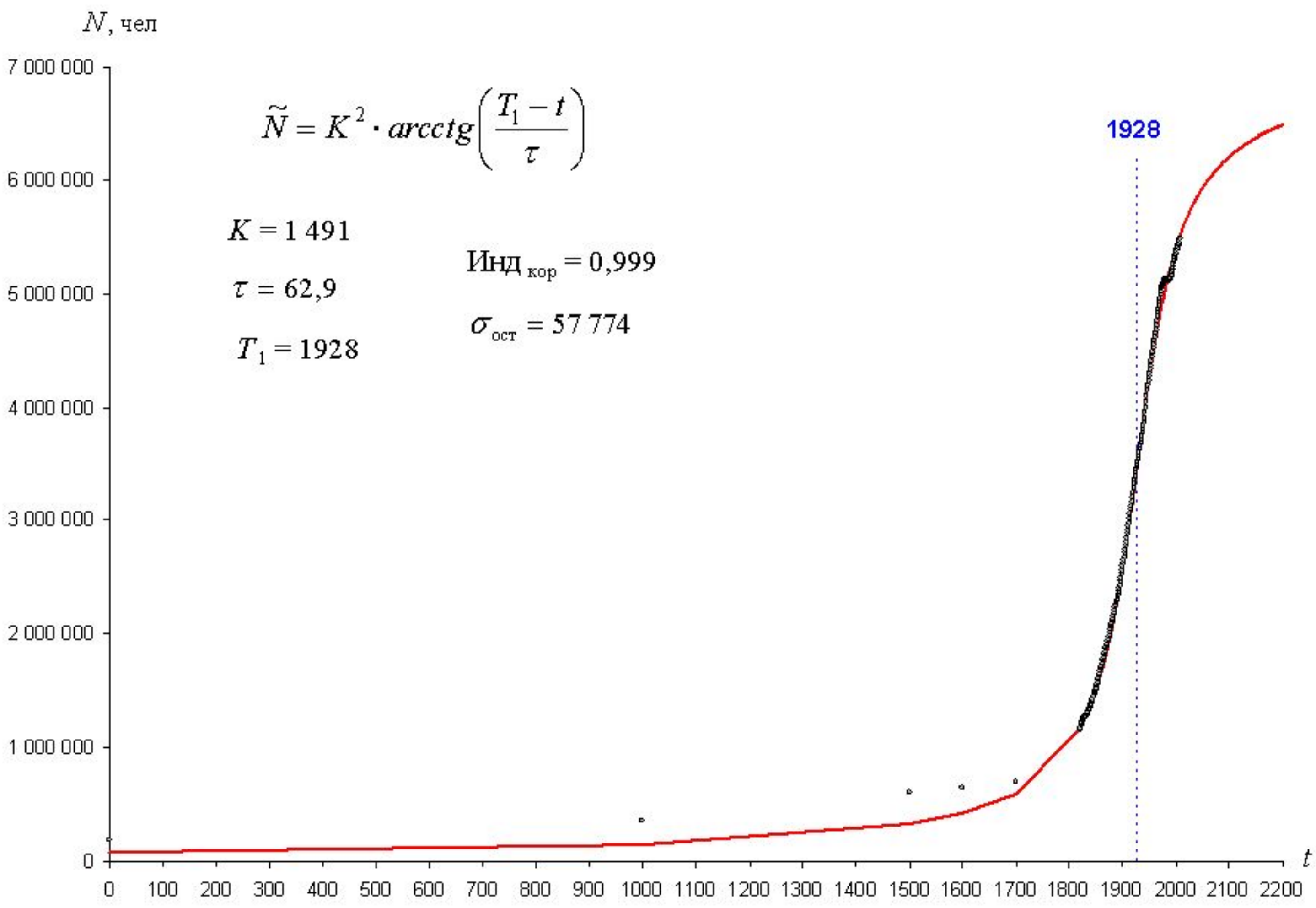


Прогноз динамики роста населения в 21 веке

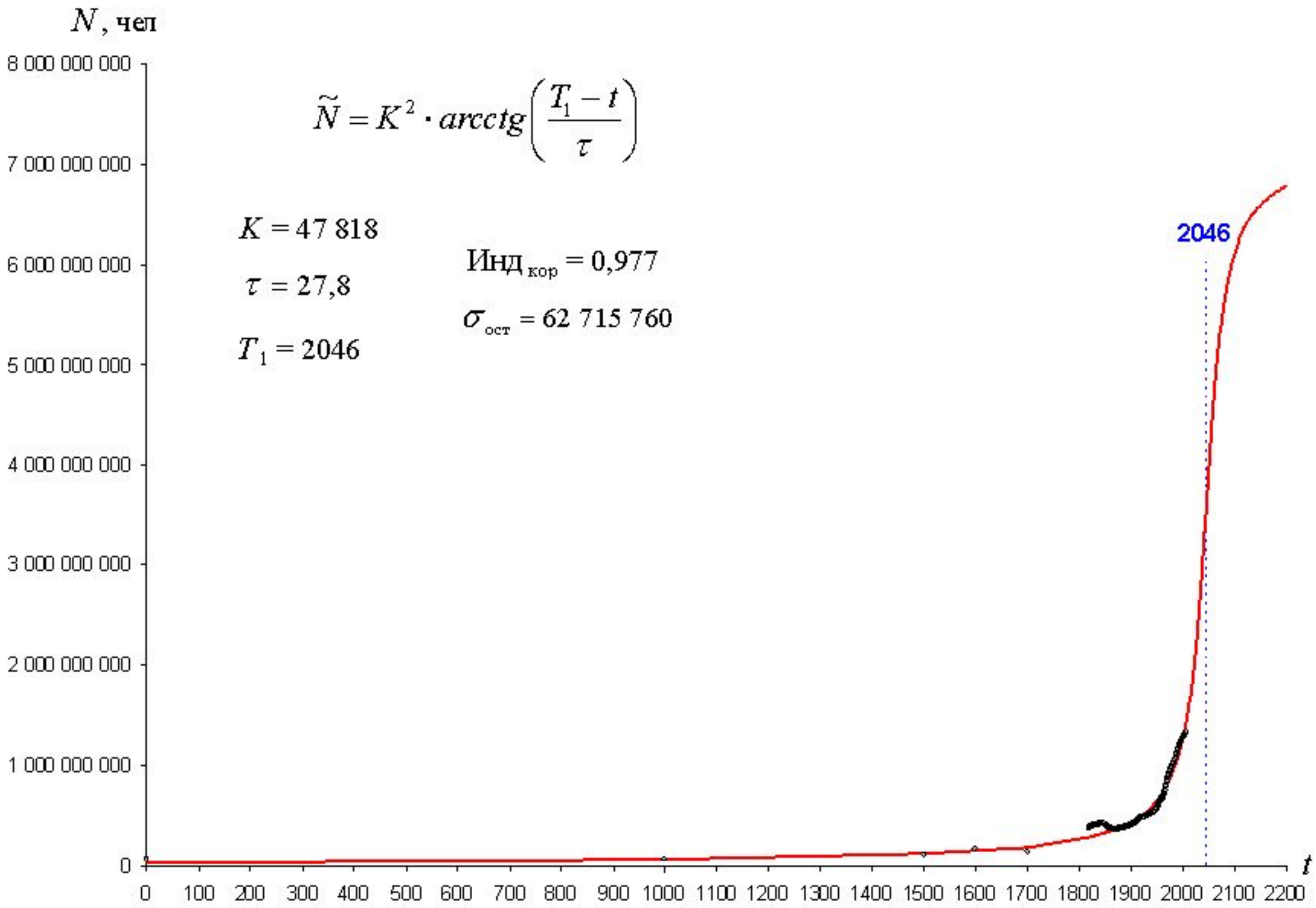
ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ МИРА



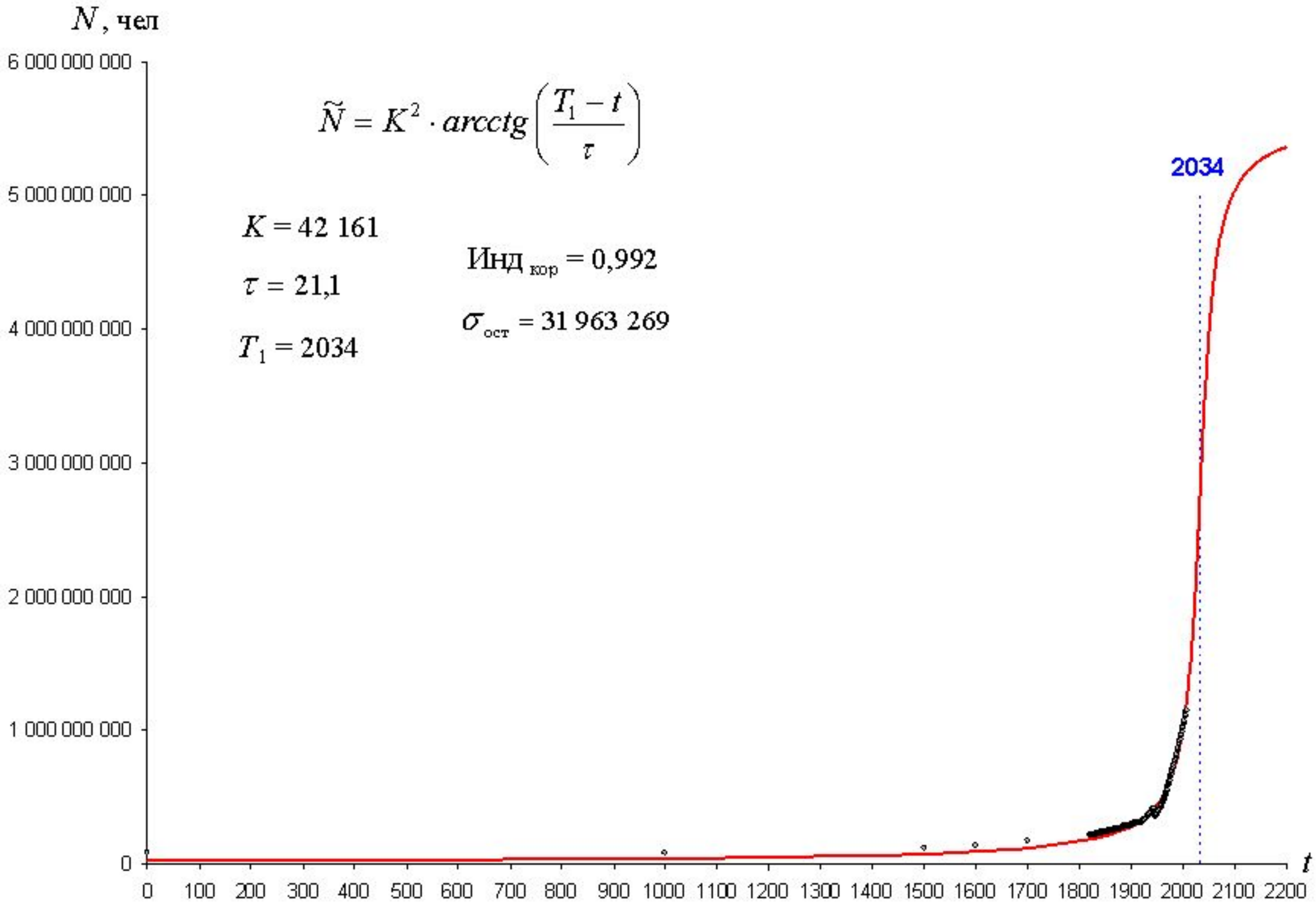
ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ ДАНИИ



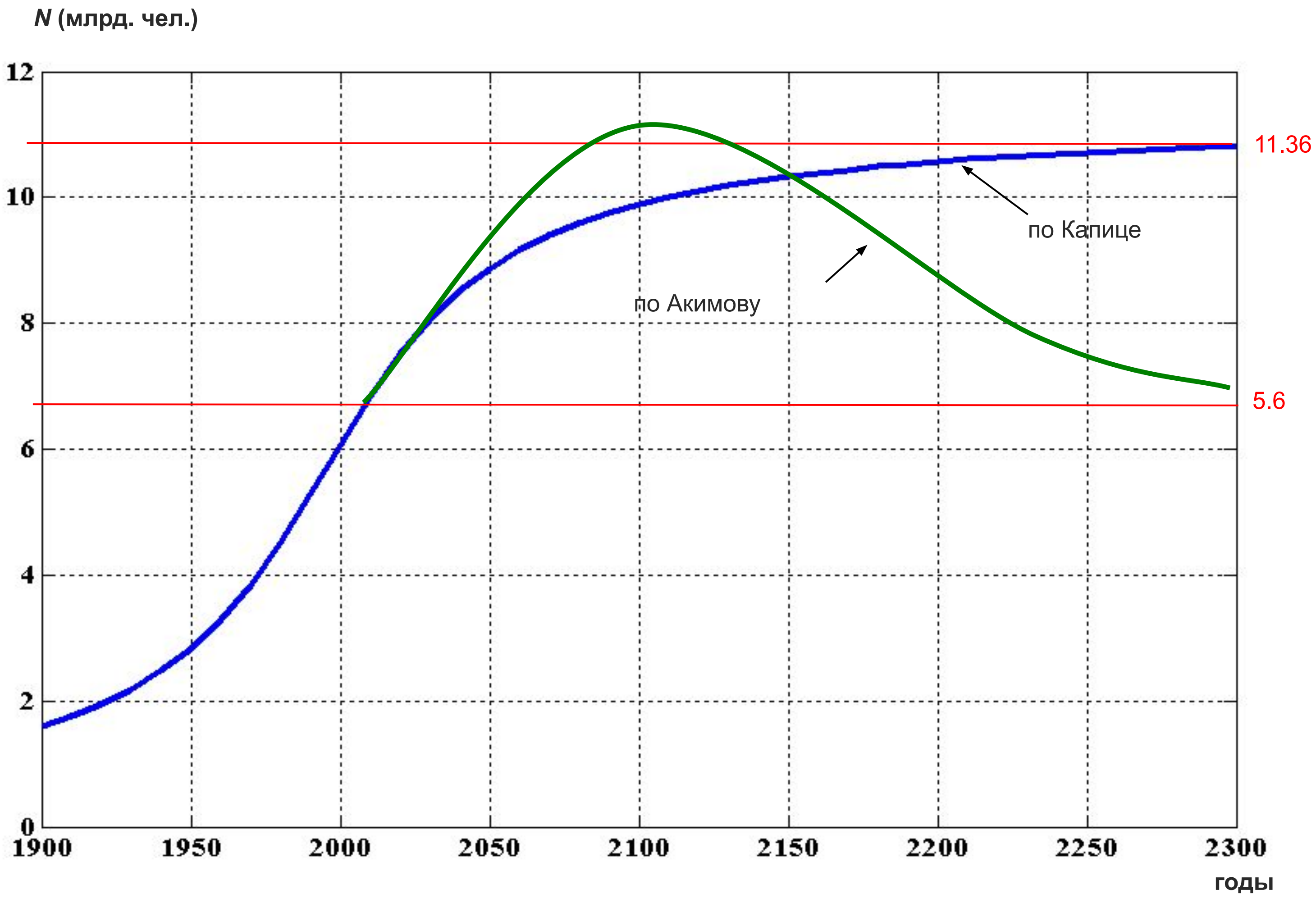
ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ КИТАЯ



ЭВОЛЮЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ ИНДИИ



РАЗЛИЧНЫЕ СЦЕНАРИИ РАЗВИТИЯ ДИНАМИКИ ЧИСЛЕННОСТИ НАСЕЛЕНИЯ ЗЕМЛИ В ПЕРИОД с 2000 по 2300 гг.



МОДЕЛЬ РОСТА НАСЕЛЕНИЯ ЗЕМЛИ И ТЕХНОЛОГИИ М. КРЕМЕРА (экономико-технологический императив)

1.Производственная функция Кремера: $Y = rTN^{\alpha}$ (1)

где Y - общий объем производственного продукта;
T - уровень технологии;
α - параметр;
r - константа.

2. В модели Кремера динамика заложена в уравнение для технологического роста.

Уравнение Кузнеца-Кремера («Большее население означает большее количество потенциальных изобретателей» - Кузнец С.):

$$\frac{dT}{dt} = cNT \quad (2)$$ или $$q_T = \frac{\dot{T}}{T} = cN \quad (3)$$

Вывод: Технологический рост в XXI веке движется к насыщению!

3. Кремер показал, что если $Y = rTN^{\alpha}$, то $\frac{\dot{N}}{N} = \frac{1}{1-\alpha}\frac{\dot{T}}{T}$ (4).

Отсюда, пользуясь уравнением (2) он получил:

$$\frac{\dot{N}}{N} = \frac{c}{1-\alpha}N \quad (5)$$ или $$\frac{dN}{dt} = \frac{c}{1-\alpha}N^2$$ - **уравнение Капицы**.

ПРОИЗВОДСТВО ВВП НА ДУШУ НАСЕЛЕНИЯ КАК ПОКАЗАТЕЛЬ УРОВНЯ РАЗВИТИЯ ТЕХНОЛОГИИ

Коротаев А.В., Малков А.С., Халтурина Д.А. (КМХ)

.«Уровень технологии = производство ВВП на душу человека»

(1) $$A = \frac{Y}{N}$$

2.«Население мира создает избыточный продукт пропорциональный его численности»:

$$S = \gamma N \, , \qquad (2)$$

где $\gamma = 1{,}04 \cdot 10^{-6}$

Данное соотношение также вытекает из модели Кремера.

3.Приближенная формула для расчета динамики мирового ВВП:

$$Y \cong SN = \gamma N^2 \qquad (3)$$

Для современной мировой экономики выполняется с большой точностью.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МАКРОМОДЕЛЬ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКОГО, КУЛЬТУРНОГО И ДЕМОГРАФИЧЕСКОГО РОСТА МИР-СИСТЕМЫ ОТ КОРОТАЕВА-МАЛКОВА-ХАЛТУРИНОЙ (КМХ)

а) $\frac{dN}{dt} = aS(1-L)N$;

б) $\frac{dS}{dt} = bLN$; (1)

в) $\frac{dL}{dt} = cS(1-L)L$.

В данной модели учтено, что грамотное население делает больше технологических инноваций, чем неграмотное.

Здесь L - доля грамотного населения; a, b и c - константы.

Данная модель неплохо работает для эпохи модернизации, когда решающим фактором экономического роста становится человеческий капитал.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ КАЧЕСТВЕННОГО И КОЛИЧЕСТВЕННОГО АНАЛИЗА ДИНАМИКИ МИРОВОГО ВВП

1.Для расчета динамики мирового ВВП воспользуемся формулами Капицы и КМХ:

$$N = K^2 arcctg\left(\frac{T_1 - t}{\tau}\right) \quad (2) \qquad \text{и} \qquad Y = \gamma N^2 \quad (1)$$

Отсюда получаем: $$Y = \gamma K^4 arcctg^2\left(\frac{T_1 - t}{\tau}\right); \quad Y\max = \gamma \pi^2 K^4 = 134$$ **трлн.долл.** (3)

2. Темпы экономического роста:

(4) $$q_Y = \frac{\dot{Y}}{Y} = 2\frac{\dot{N}}{N} = 2q_N$$

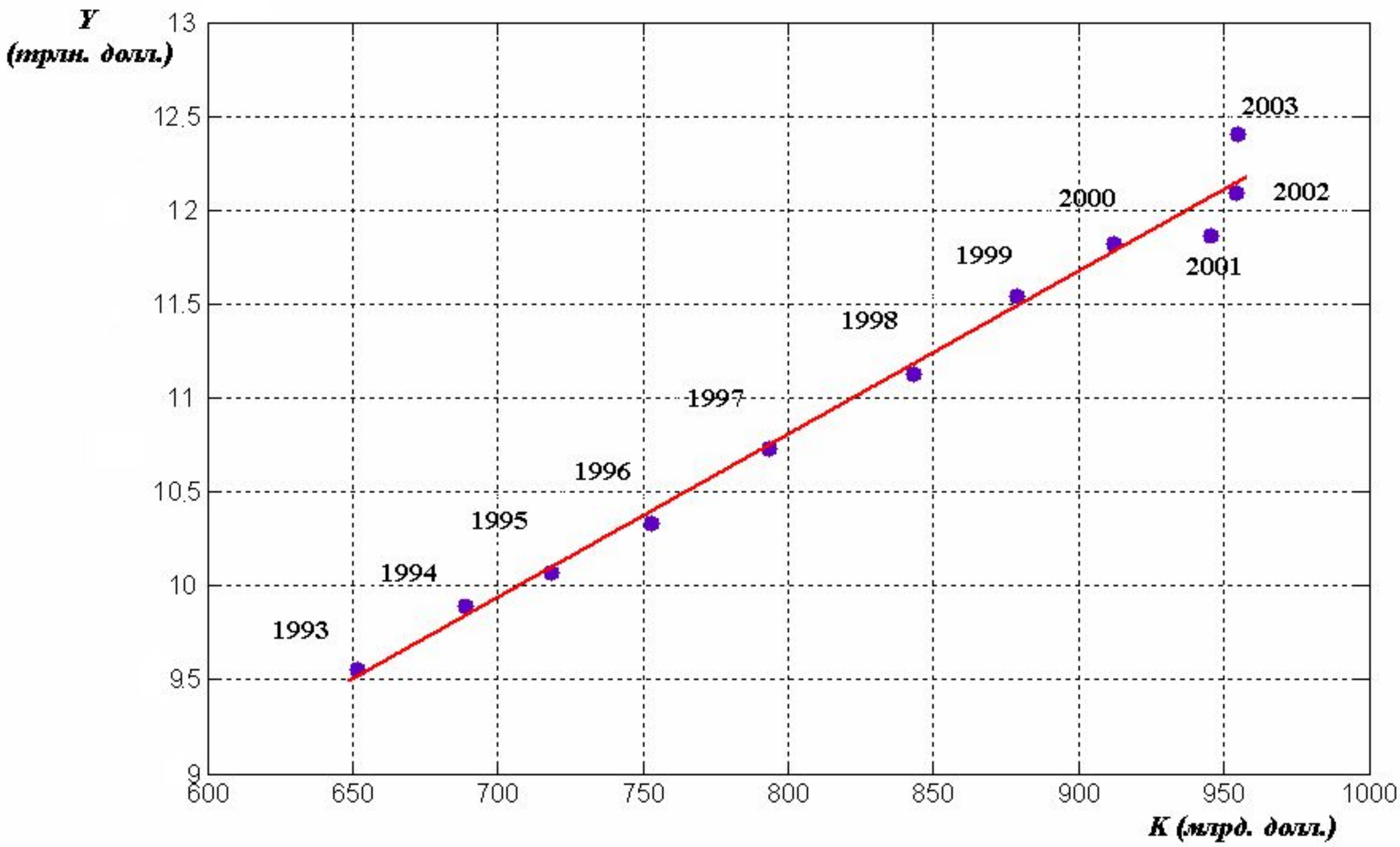
3. Для определения динамики физического капитала (K), необходимого для обеспечения производства ВВП (3), воспользуемся стилизованным фактом Калдора

(5) $$K = c_K Y = c_K \gamma N^2$$

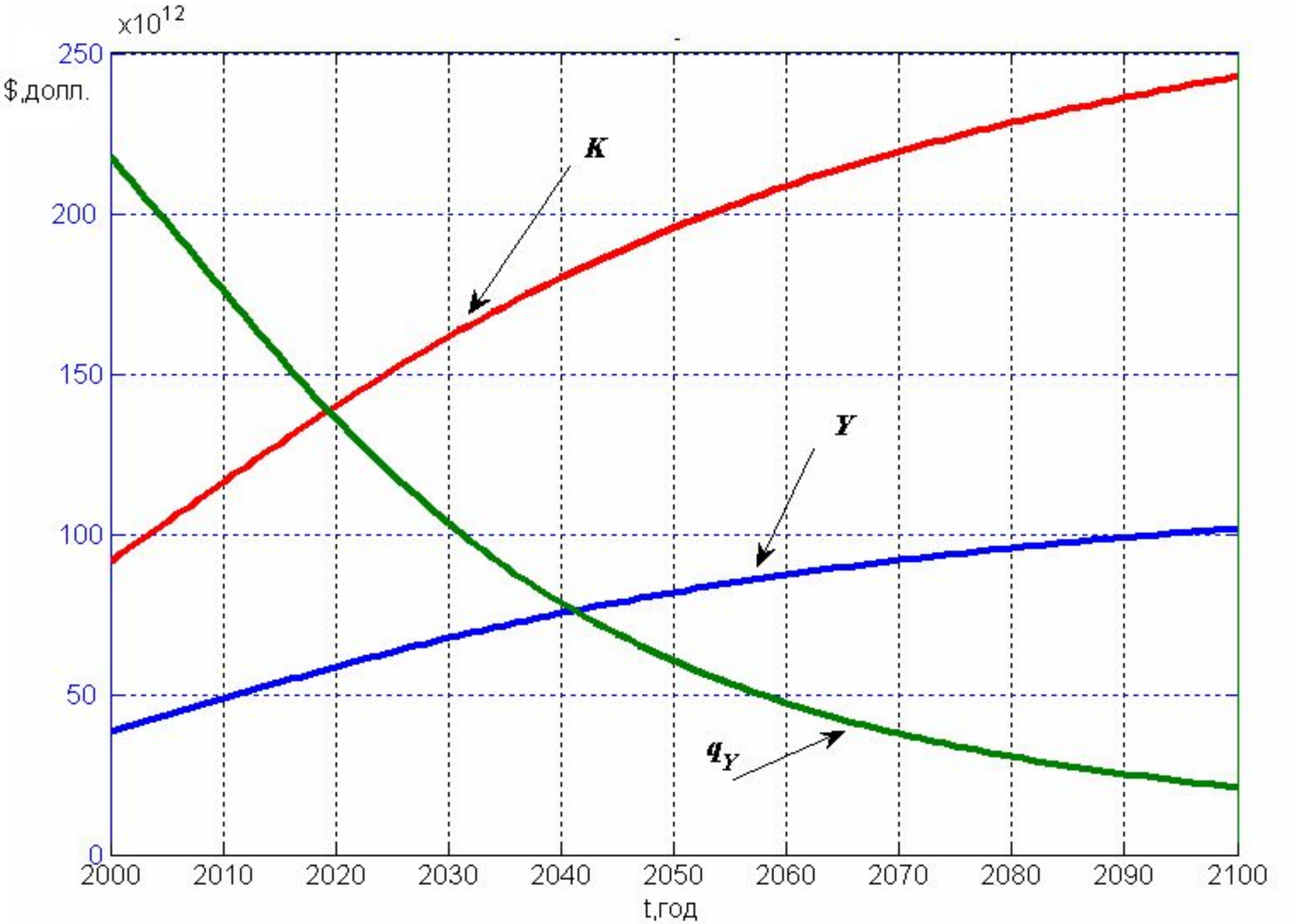
где $c_K = c_L \frac{\tilde{k}_0}{\overline{y}_0}$; $c_L = 0,65$; $\tilde{k}_0$ - капиталовооруженность одного работника;

$\overline{y}_0$ -мировое ВВП на душу населения.

КОРРЕЛЯЦИЯ МЕЖДУ ОСНОВНЫМИ ФОНДАМИ И ВВП ДЛЯ США, 1993-2003 гг.



ПРОГНОЗ ДИНАМИКИ МИРОВОГО ВВП В 21 ВЕКЕ



ТЕХНИЧЕСКИЙ ПРОГРЕСС И КАПИТАЛОВЛОЖЕНИЯ

1.Движение инвестиций:

$$I^K = \frac{dK}{dt} - \mu_K K \quad (1)$$

$$\frac{I^K}{N} = c_K S(\mu_K + 2q_N) \quad (2)$$

где μ_K - коэффициент выбытия капитала.

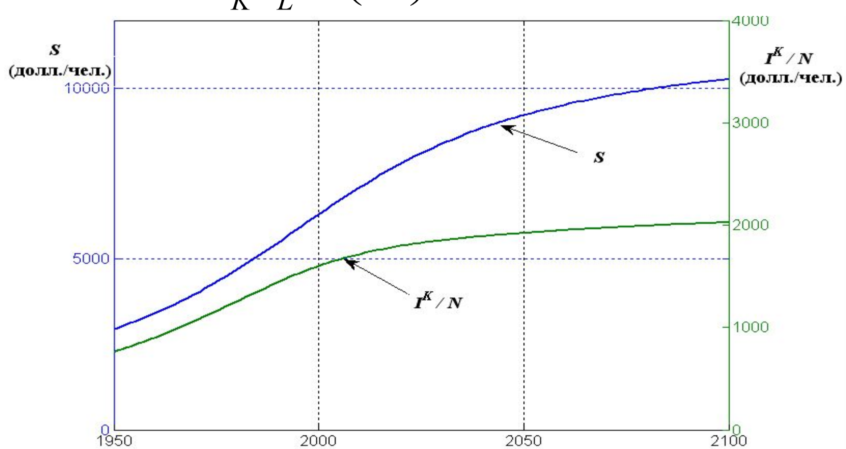
2.Для определения технического прогресса воспользуемся классической моделью роста Р. Солоу:

$$Y = A \cdot K^\alpha \cdot L^{1-\alpha}, \qquad L = c_L N \quad (3)$$

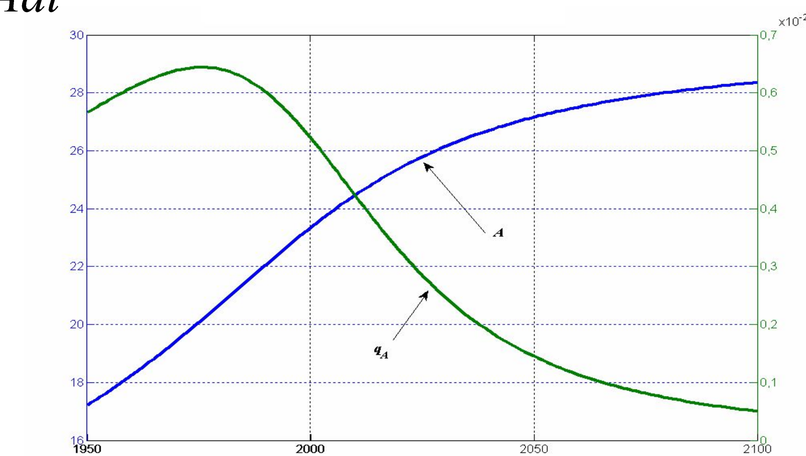
Отсюда следует:

$$A = \frac{1}{c_K^\alpha c_L^{1-\alpha}} \left(\frac{Y}{N}\right)^{1-\alpha} \quad (4)$$

$$q_A = \frac{dA}{Adt} = (1-\alpha)q_N \quad (5)$$



Динамика капиталовложений



Технический прогресс и его динамика

ДИНАМИКА МИРОВОГО ВВП
С УЧЕТОМ ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО КАПИТАЛА

.Модель Мэнкью Г., Ромера Д., Уэйла Д. с человеческим капиталом и техническим прогрессом
нейтральным по Харроду:

$$Y(t) = K^{\alpha}(t) H^{\beta}(t) \left[A(t) L(t) \right]^{1-\alpha-\beta} \quad (1)$$

где H - человеческий капитал.

2. **Рассматривая экономику в устойчивом состоянии, находим для сбалансированного роста:**

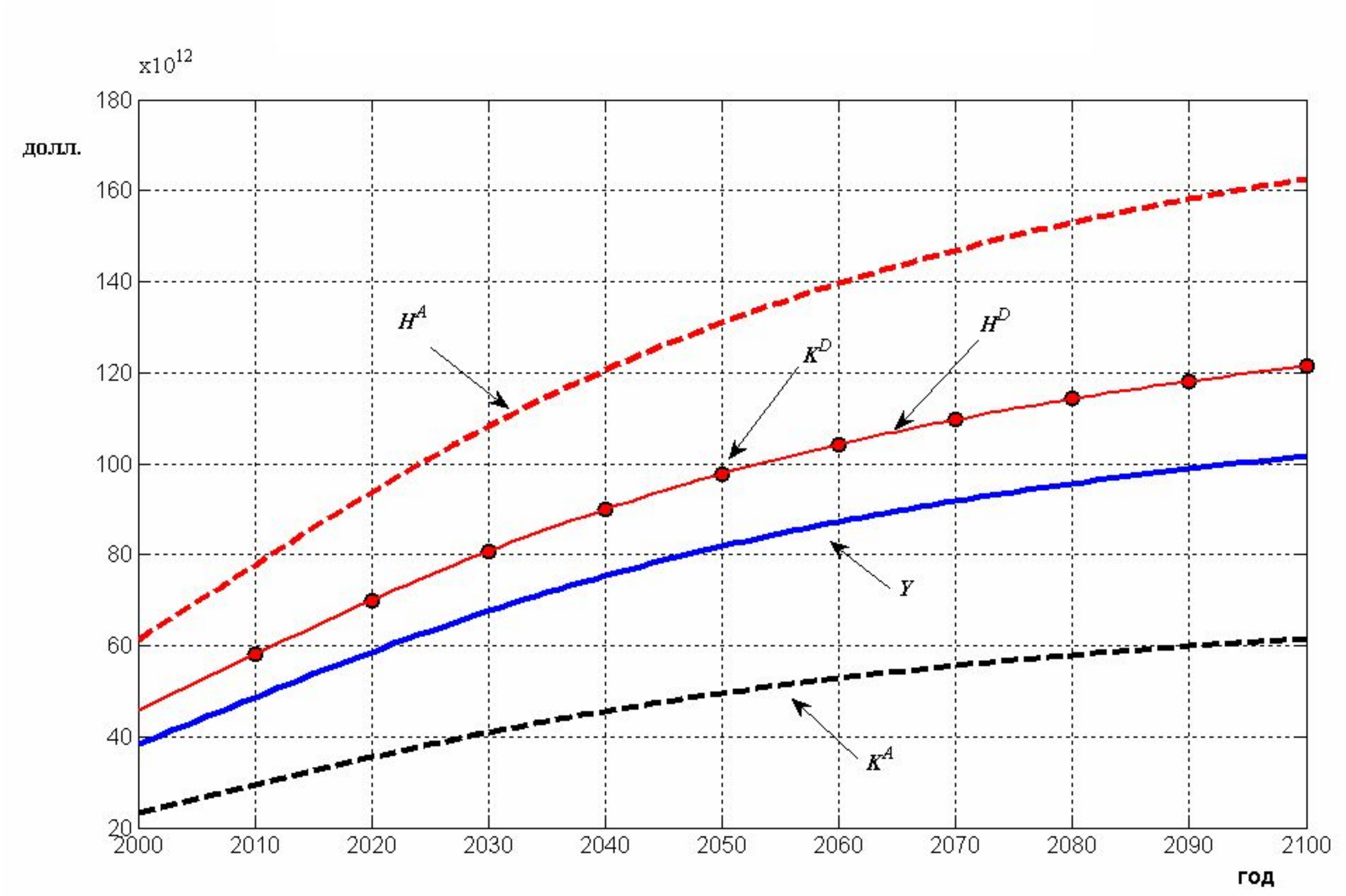
$$Y = \gamma N^2, \quad (2) \qquad K = c_K^{/} \gamma N^2, \quad (3) \qquad H = c_H^{/} \gamma N^2, \quad (4) \qquad A = c_L^{-1} c_K^{-\frac{\alpha}{1-\alpha-\beta}} c_H^{-\frac{\beta}{1-\alpha-\beta}} \left(\frac{Y}{N} \right) \quad (5)$$

где $c_K^{/} = \dfrac{c_K}{1+\dfrac{\beta}{\alpha}}; \qquad c_H^{/} = \dfrac{c_K}{1+\dfrac{\alpha}{\beta}}; \qquad c_K = c_L \dfrac{\tilde{k}_0}{\bar{y}_0}$

а) Для развивающихся стран: $c_L = 0{,}65; \alpha = \beta = 0{,}3.$

б) Для стран ОЭСР (развитых стран): $c_L = 0{,}6; \alpha = 0{,}14; \beta = 0{,}37.$

ДИНАМИКА МИРОВОГО ВВП И ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ ЕЕ ФИЗИЧЕСКИЙ И ЧЕЛОВЕЧЕСКИЙ КАПИТАЛ



ИЗБЫТОЧНЫЙ МИРОВОЙ ПРОДУКТ (ДОХОД) НА ДУШУ НАСЕЛЕНИЯ И ЕГО РАСПРЕДЕЛЕНИЕ

1.Душевой избыточный продукт:

$$S = \gamma N \tag{1}$$

2.Пользуясь уравнениями накопления капитала, определяем объемы требуемых инвестиций в физический (I^K) **и человеческий** (I^H) **капитал:**

$$\frac{I^K}{N} = s_K \gamma N = s_K S \quad ; \tag{2}$$

$$\frac{I^H}{N} = s_H \gamma N = s_H S \; ; \tag{3}$$

причем $s_K = c_K^{/}(\mu_K + 2q_N)$; $s_H = c_H^{/}(\mu_H + 2q_N)$ (4)

Для мировой экономики: $c_L = 0{,}65;\ \alpha = \beta = 0{,}3;\ \mu_K = \mu_H = 0{,}08;\ \gamma = 1{,}04 \cdot 10^{-6}$

3.Инвестиции необходимые на природоохранные меры:

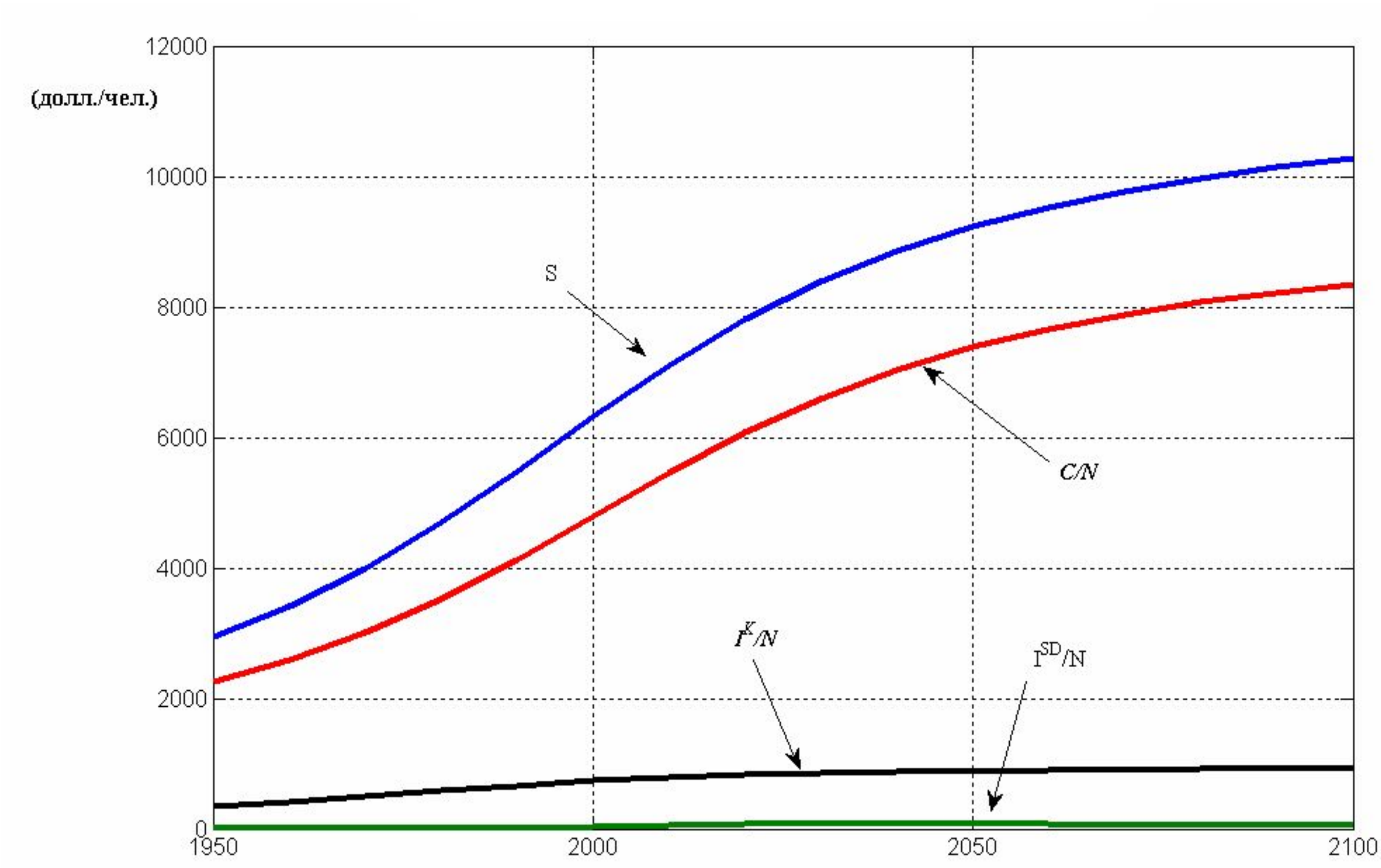
$$\frac{I^{SD}}{N} = \frac{I_M^{SD}}{N} \cdot \frac{I_0^{SD}}{I_0^{SD} + (\rho I_M^K - I_0^{SD}) \exp[-r(t - T_0)]} \tag{5}$$

Здесь: $I_M^{SD} = \rho I_M^K;\ T_0 = 2000$ г ; $I_0^{SD} = 0{,}25$ трлн.долл. США; $r = 0{,}1.$

4. **Потребление на душу населения**:

$$c = \frac{C}{N} = S - \frac{I^K}{N} - \frac{I^H}{N} - \frac{I^{SD}}{N} \tag{6}$$

ПРОГНОЗ ДИНАМИКИ ПОДУШЕВНОГО ИЗБЫТОЧНОГО ПРОДУКТА И ЕГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $\rho = 0,5$



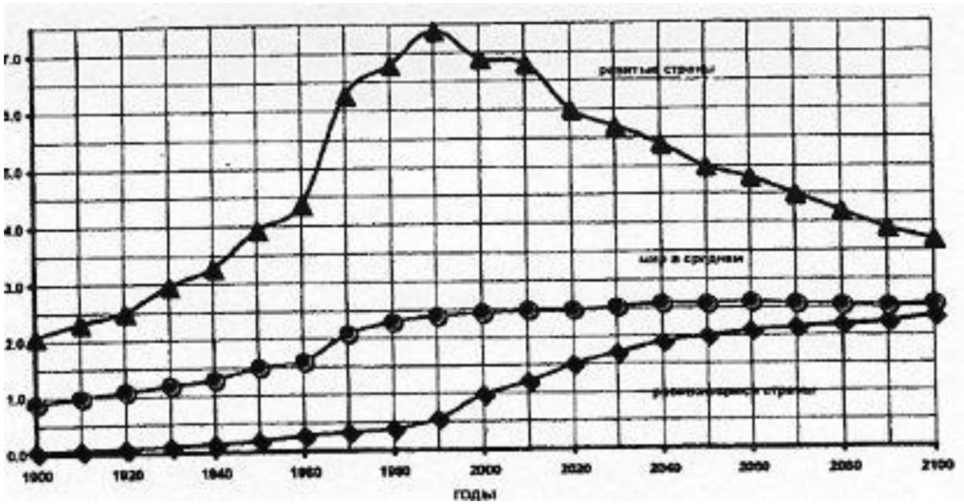
ВЛИЯНИЕ РЕСУРСОВ И ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ НА РОСТ МИРОВОЙ ЭКОНОМИКИ

1.Связь роста населения мира и глобального потребления энергии (E) вплоть до 1970-х годов (Дж. Холдрен, 1991):

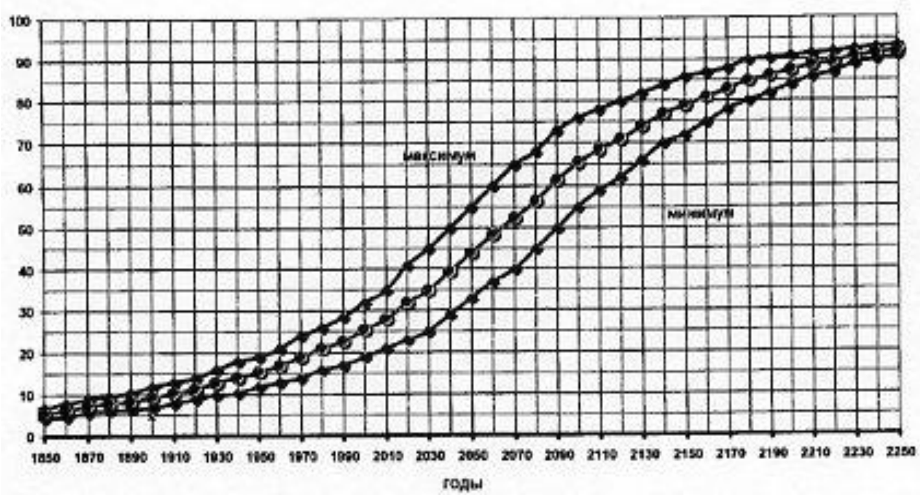
$$E = cN^2 \qquad (1)$$

После энергетического кризиса 1970 гг. ситуация резко изменилась.

2.В XXI в. душевое потребление энергии в мире не будет увеличиваться, а стабилизируется на уровне 2 т.у.т. в год (Плакиткин Ю.А., 2006 г.)



Прогноз душевого потребления энергии (т.у. т./чел.) в развитых и развивающихся странах



Прогноз коэффициента использования энергии (проценты) в развитых странах

ПРОГНОЗ ДИНАМИКИ ИНВЕСТИЦИОННОГО РЫНКА (2020 – 2050 гг.)

Показатели	2010	2020	2030	2040	2050
ГВП (трлн. долл.)	75	115	165	230	300
Динамика роста (к 2000 г. = 50 трлн. долл.)	в 1,5 раза	2,3	3,3	4,6	в 6 раз
Емкость мирового инвестиционного рынка (трлн. долл.)	24	42	60	80	110
Динамика роста (к 2010 г. = 12 трлн. долл.)	в 2 раза	3,5	5	6,7	в 9 раз
Сопоставление с ГВП (%)	32	37	36	35	36
Инвестиционное обеспечение энергоэкологического развития (трлн. долл.)	10	25	32	40	50
Динамика роста (к 2000 г. = 4 трлн. долл.)	2,5	6,2	8	10	12,5
Доля в мировом инвестиционном рынке (%)	42	60	53	50	46

Ищенко Е.Г. // В колл. монографии «Прогноз экономической динамики цивилизаций и трансформации глобализации» - Под ред. Ю.В. Яковца, Б.Н. Кузыка. – М. МИСК, 2009, стр.227-238

Модель устойчивого развития энергетики предполагает обеспечение одновременно энергетической и экологической безопасности!

ВОЗМОЖНО ЛИ БОЛЕЕ ПОЛНО ИСПОЛЬЗОВАТЬ ПОТЕНЦИАЛ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ КУЗНЕЦА - КРЕМЕРА

1. Экономическое измерение и уравнение технологического развития в темповой записи

$$A = \frac{Y}{N} \quad (1) \qquad \frac{dA}{Adt} = \frac{dY}{Ydt} - \frac{dN}{Ndt} \quad (2) \qquad \frac{dA}{Adt} = aN \quad (3)$$

2. Постоянный темп технологического развития:

$$\frac{dY}{Ydt} - \frac{dN}{Ndt} = a_0 \quad (4) \qquad \frac{Y}{N} = ce^{a_0 t} \quad (5)$$

3. Темп технологического развития в соответствии с уравнение Кузнеца- Кремера:

$$\frac{dY}{Ydt} - \frac{dN}{Ndt} = aN \quad (6) \qquad \frac{Y}{N} = \frac{ce^{a(t-T_1)N}}{\left[\tau^2 + (T_1 - t)^2\right]\frac{a\tau K^2}{2}} \quad (7)$$

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДУШЕВОГО ИЗБЫТОЧНОГО ПРОДУКТА (ДОХОДА) С УЧЕТОМ ТРЕБОВАНИЙ ПО ПОДДЕРЖАНИЮ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО БАЛАНСА

.Инвестиции на природоохранные меры в расчете на душу населения:

$$g(t) = \frac{I^{SD}}{N} \qquad (1)$$

2.**Функционал, представляющий собой показатель полезности душевого потребления,**

имеет вид:

$$J = \int_0^{\infty} \left\{ \gamma N - \frac{I^K}{N} - \frac{I^H}{N} - g \right\} \left(1 - \frac{g}{g_M} \right)^p dt \Rightarrow \max \qquad (2)$$

3.**Решая соответствующее уравнение Эйлера-Лагранжа для данного функционала,**

получаем:

$$g = \frac{p}{p+1}\left(\gamma N - \frac{I^K}{N} - \frac{I^H}{N} \right) + \frac{g_M}{p+1}; \qquad (3)$$

$$c = \frac{1}{p+1}\left(\gamma N - \frac{I^K}{N} - \frac{I^H}{N} \right) - \frac{g_M}{p+1} \qquad (4)$$

Причем, $g_M = \rho \frac{I_M^K}{N};\ I_M^K = I^K_{/t=2100\,ã.};\ \mathrm{p} = \frac{1}{3};\ \rho = 0{,}5$

ОПТИМАЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДУШЕВОГО ИЗБЫТОЧНОГО ПРОДУКТА