

**ПРЕЗЕНТАЦИЯ НА ТЕМУ:  
ЭЛЕМЕНТЫ  
КОМБИНАТОРИКИ!!!**

- ▣ Студента Группы ПР – **101(К)**  
Савченко А.А
- ▣ Проверила Малыгина Г.С.

# Комбинаторика!

- ▣ (Комбинаторный анализ) — раздел математики, изучающий дискретные объекты, множества (сочетания, перестановки, размещения и перечисления элементов) и отношения на них (например, частичного порядка). Комбинаторика связана со многими другими областями математики — алгеброй, геометрией, теорией вероятностей, и имеет широкий спектр применения в различных областях знаний (например в генетике, информатике, статистической физике).
- ▣ Термин «комбинаторика» был введён в математический обиход Лейбницем, который в 1666 году опубликовал свой труд «Рассуждения о комбинаторном искусстве».

# Методы Комбинаторики

- Перестановкой из  $n$  элементов (например чисел  $1, 2, \dots, n$ ) называется всякий упорядоченный набор из этих элементов. Перестановка также является размещением из  $n$  элементов по  $n$ .
- Сочетанием из  $n$  по  $k$  называется набор  $k$  элементов, выбранных из данных  $n$  элементов. Наборы, отличающиеся только порядком следования элементов (но не составом), считаются одинаковыми, этим сочетания отличаются от размещений.
- Композицией числа  $n$  называется всякое представление  $n$  в виде упорядоченной суммы целых положительных чисел.
- Разбиением числа  $n$  называется всякое представление  $n$  в виде неупорядоченной суммы целых положительных чисел.

# Комбинаторные задачи

- ▣ Комбинаторика – от латинского слова *combinare*, что означает «соединять, сочетать».
- ▣ Методы комбинаторики находят широкое применение в физике, химии, биологии, экономики и др. областях знания.
- ▣ Комбинаторику можно рассматривать как часть теории множеств – любую комбинаторную задачу можно свести к задаче о конечных множествах и их отображениях.

# I. Уровни решения комбинаторных задач

## 1. Начальный уровень.

Задачи поиска хотя бы одного решения, хотя бы одного расположения объектов, обладающих заданным свойствами

- отыскание такого расположения десяти точек на пяти отрезках, при котором на каждом отрезке лежит по четыре точки;
- такого расположения восьми ферзей на шахматной доске, при котором они не бьют друг друга.

Иногда удаётся доказать, что данная задача не имеет решения

(например, нельзя расположить 10 шаров в 9 урнах так, чтобы в каждой урне было не более одного шара – хотя бы в одной урне окажется не менее двух шаров).

## 2. Второй уровень.

Если комбинаторная задача имеет несколько решений, то возникает вопрос о подсчете числа таких решений, описании всех решений данной задачи.

## ▣ 3. Третий уровень.

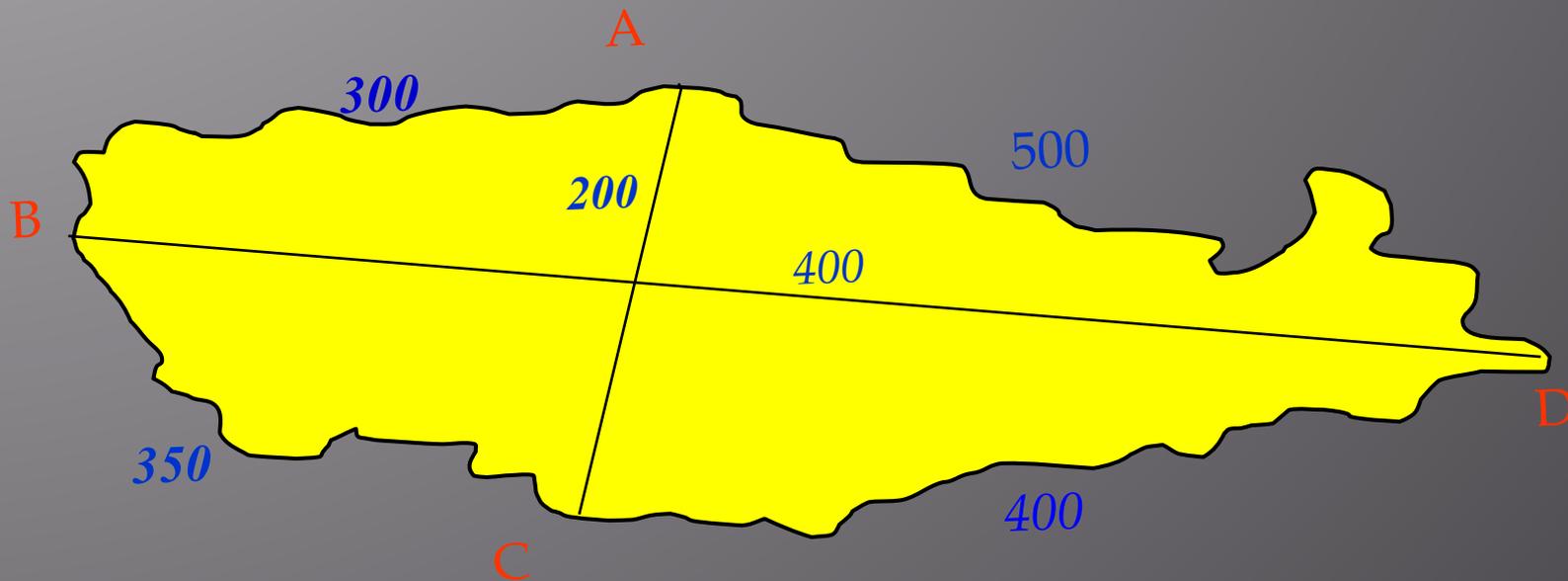
Решения данной комбинаторной задачи отличаются друг от друга некоторыми параметрами. В этом случае возникает вопрос отыскания оптимального варианта решения такой задачи.

Например:

*Путешественник хочет выехать из города А, посетить города В, С, и D. После чего вернуться в город А.*

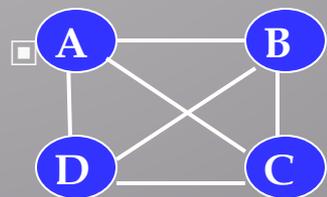
На рис. изображена схема путей, связывающих эти города. Различные варианты путешествий отличаются друг от друга порядком посещения городов В, С, и D. Существует шесть вариантов путешествия. В таблице указаны варианты и длин каждого пути:

| Путь         | Длина пути | Путь         | Длина пути |
|--------------|------------|--------------|------------|
| <i>ABCD</i>  | 1555       | <i>ACDBA</i> | 1300       |
| <i>ABDCA</i> | 1300       | <i>ADBCA</i> | 1450       |
| <i>ACBDA</i> | 1450       | <i>ADCBA</i> | 1550       |



# Правила суммы и произведения

- 1. Сколько различных коктейлей можно составить из четырёх напитков, смешивая их в равных количествах по два?



AB, AC, AD, BC, BD, CD – всего 6 коктейлей

- 2. Сколько различных двузначных чисел можно составить из цифр 0, 1, 2, 3?

Первой цифрой двузначного числа может одна из цифр 1, 2, 3 (цифра 0 не может быть первой). Если первая цифра выбрана, то вторая может быть любая из

цифр 0, 1, 2, 3. Т.к. каждой выбранной первой соответствует четыре способа выбора второй, то всего имеется

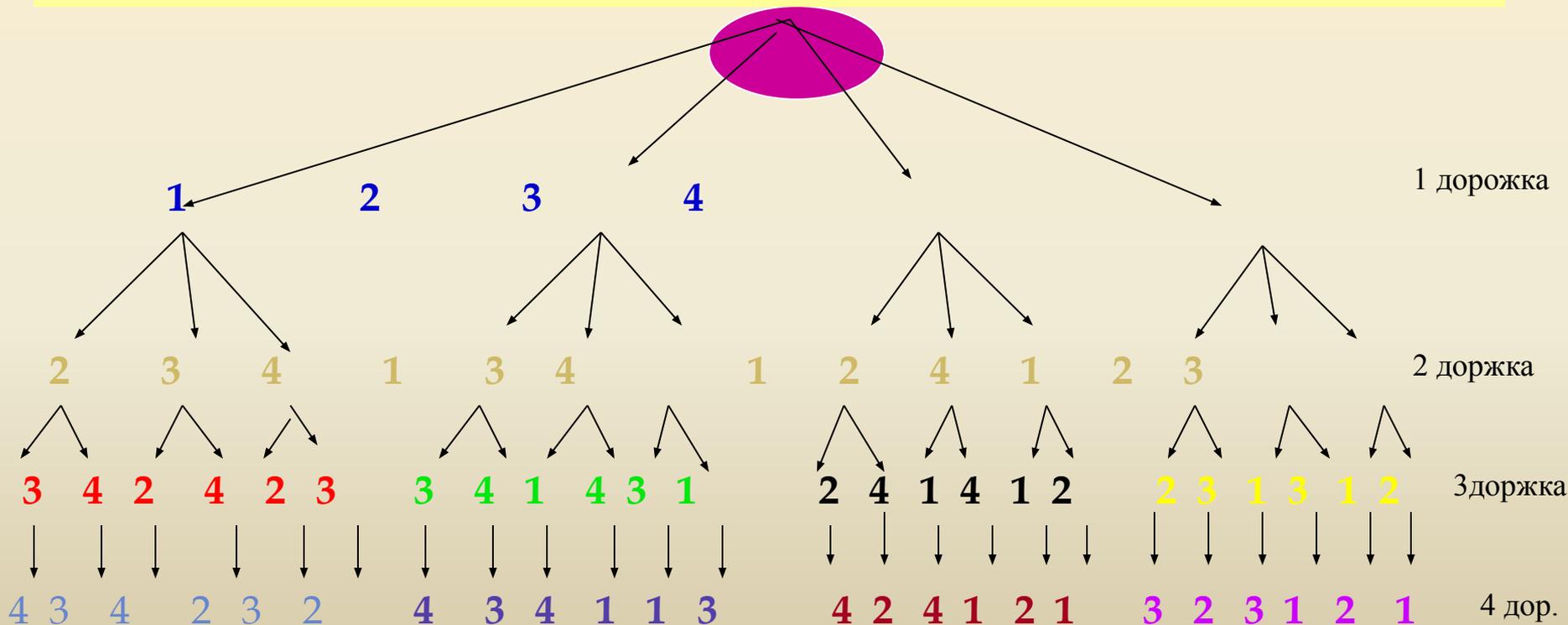
$$4 + 4 + 4 = 4 \cdot 3 = 12 \text{ различных двузначных чисел.}$$



*«Примеры решения комбинаторных задач: перебор вариантов, правило суммы, правило умножения».*

1. Сколькими способами могут быть расставлены 4 участниц финального забега на четырёх беговых дорожках?

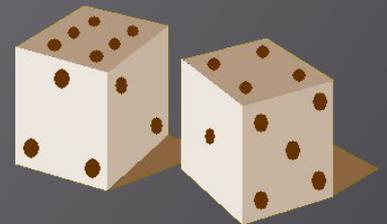
$P_n = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$  способа (перестановки из 4-х элементов)

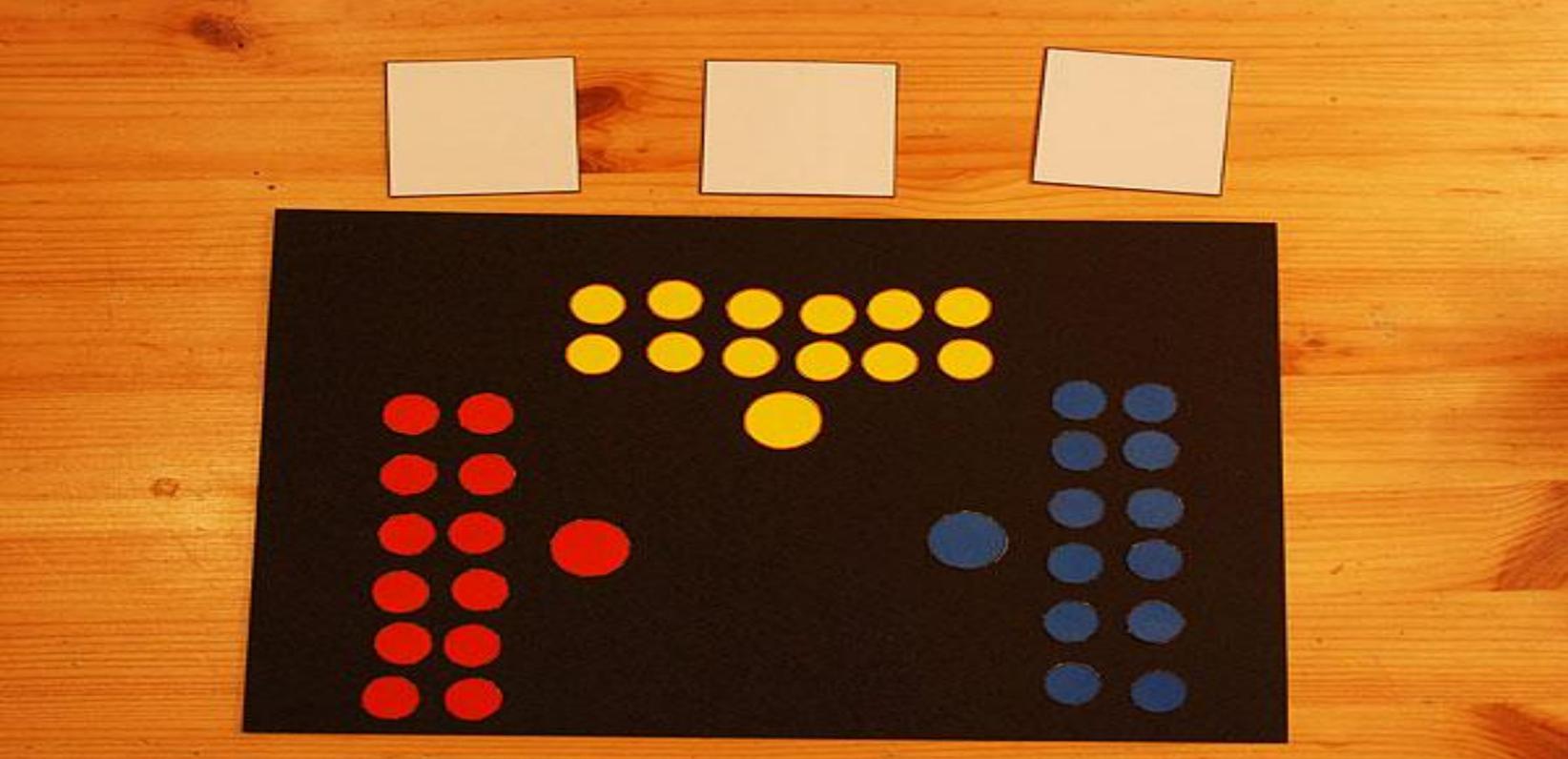


*Решено перебором вариантов*

# Пример Задачи Комбинаторики

- ▣ При игре в кости бросаются две кости, и выпавшие очки складываются; сколько существует комбинаций, таких, что сумма очков на верхних гранях равна двенадцати?
- ▣ Решение: Каждый возможный исход соответствует функции (аргумент функции — это номер кости, значение — очки на верхней грани). Очевидно, что лишь  $6+6$  даёт нам нужный результат 12. Таким образом существует лишь одна функция, ставящая в соответствие 1 число 6, и 2 число 6. Или, другими словами, существует всего одна комбинация, такая, что сумма очков на верхних гранях равна двенадцати.



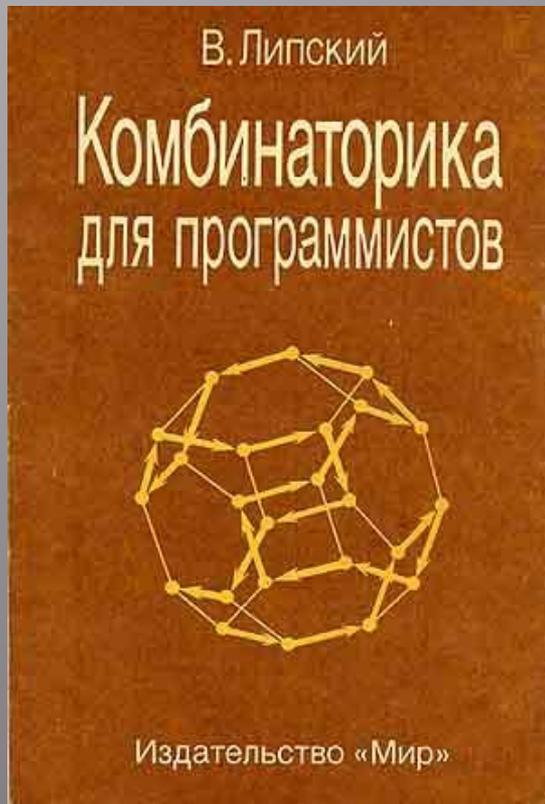


# Перечислительная комбинаторика

- ▣ Перечислительная комбинаторика (или исчисляющая комбинаторика) рассматривает задачи о *перечислении* или *подсчёте количества* различных конфигураций (например, перестановок) образуемых элементами конечных множеств, на которые могут накладываться определённые ограничения, такие как: различимость или неразличимость элементов, возможность повторения одинаковых элементов и т. п.
- ▣ Количество конфигураций, образованных несколькими манипуляциями над множеством, подсчитывается согласно правилам сложения и умножения.
- ▣ Типичным примером задач данного раздела является подсчёт количества перестановок. Другой пример — известная Задача о письмах.

# Вероятностная комбинаторика!

- Этот раздел отвечает на вопросы вида: какова вероятность присутствия определённого свойства у заданного



# Краткая историческая справка

- ▣ Первые работы, в которых зарождались основные понятия теории вероятностей,
- ▣ представляли собой попытки создания теории азартных игр (Кардано, Гюйгенс,
- ▣ Паскаль, Ферма и другие в XVI – XVII вв.).
- ▣ Следующий этап развития теории вероятностей связан с именем Якоба Бернулли
- ▣ (1654 – 1705). Доказанная им теорема, получившая впоследствии название «Закона
- ▣ больших чисел», была первым теоретическим обоснованием накопленных ранее
- ▣ фактов.
- ▣ Дальнейшими успехами теория вероятностей обязана Муавру, Лапласу, Гауссу,
- ▣ Пуассону и др.
- ▣ Новый, наиболее плодотворный период связан с именами П. Л. Чебышева
- ▣ (1821 – 1894) и его учеников А.А.Маркова(1856 – 1922) и А. М.Ляпунова
- ▣ (1857 – 1918). В этот период теория вероятностей становится стройной
- ▣ математической наукой. Ее последующее развитие обязано в первую очередь
- ▣ русским и советским математикам (С. Н. Бернштейн, В. И. Романовский, А. Н.

# ЛИТЕРАТУРА

- 1. В.Ф.Бутузов, Ю.М.Колягин, Г.Л. Луканкин, Э.Г.Позняк и др. «Математика» учебное пособие для 11кл общеобразовательных учреждений /рекомендовано Министерством образования РФ/ М., Просвещение, 1996.
- 2. Е.А. Бунимович, В.А. Булычёв: «Вероятность и статистика», пособие для общеобразовательных учебных заведений 5 - 9 классы / допущено Министерством образования Российской Федерации // Дрофа Москва 2002
- 3. Н.Я. Виленкин, Р.С. Гутер, С.И. Шварцбурд, Б.В. Овчинский, В.Г. Ашкенузе:  
«Алгебра» учебное пособие для IX - X классов средних школ с математической специализацией» / второе издание, «Просвещение», Москва 1972. 237 - 240)
- 4. Ю.Н. Макарычев, Н.Г.Миндюк «Алгебра: элементы статистики и теории вероятностей 7 - 9 классы» Под редакцией С.А.Теляковского М: Просвещение , 2006 г
- 5. Н.Я. Виленкин: «Индукция. Комбинаторика». Пособие для учителей. М., «Просвещение», 1976
- 6. В.Л. Лютикас: «Школьнику о теории вероятностей» Учебное пособие по факультативному курсу для учащихся 8 - 10 классов,/ М., «Просвещение» 1976
- 5.Журналы «Математика в школе»: № 10 - 2003 г, № 5 - 2004 г, № 6 - 2004 г, № 7 - 2004 г.
- 6. Математика 10-11 классы

Спасибо за Внимание

