

Представление числовой информации в ПК

Мясникова О.К.

Представление числовой информации в ПК

```
graph TD; A[Представление числовой информации в ПК] --> B[Формат с фиксированной точкой  
(только целые)]; A --> C[Формат с плавающей точкой  
(вещественные)];
```

**Формат с
фиксированной
точкой**
(только целые)

**Формат с
плавающей
точкой**
(вещественные)

Представление чисел в формате с фиксированной запятой

- **Целые числа.** Каждому разряду ячейки памяти соответствует всегда один и тот же разряд числа, запятая находится справа после младшего разряда.
- Для хранения целых неотрицательных чисел отводится одна ячейка памяти (8 бит), 2 ячейки памяти (16 бит).
- В **k-разрядной** ячейке может храниться 2^k различных значений целых чисел. (из 2х - $2^2=4$, из 3х - $2^3=8$, из 4х - $2^4=16$ и т.д.)

Например, число $A_2=11110000$ будет храниться в ячейке следующим образом:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|

- Максимальное значение достигается, когда во всех ячейках будут 1.

Для **n-разрядного** представления 2^n-1

Представление чисел в формате с фиксированной запятой

- Целые числа **без знака** в двухбайтовом формате могут принимать значения

От 0 до $2^{16}-1$ (до 65535)

- Целые числа **со знаком** в двухбайтовом формате могут принимать значения

От -2^{15} до $+2^{15}-1$ (от -32768 до +32767)

- Например, **19** (10011_2) в 16-разрядном представлении в памяти ПК записывается так:



Алгоритм внутреннего представления
целого положительного числа N ,
хранящегося
в k -разрядном машинном слове:

1. Перевести число N в двоичную СС
2. Полученный результат дополнить слева
незначащими нулями до k разрядов.

Пример 1. Получить внутреннее представление целого положительного числа 1607 в 2-х байтовой ячейке.

Решение

1. $N = 1607_{10} = 11001000111_2$

2. Внутреннее представление числа:

0000 0110 0100 0111

3. Шестнадцатеричная форма внутреннего представления числа:

0647

Представление целого отрицательного числа

Формирование дополнительного кода

- 1. Дополнительный код** позволяет заменить арифметическую операцию вычитания операцией сложения.
- 2. Дополнительный код отрицательного числа A , хранящегося в n ячейках, равен**

$$2^n - |A|$$

Дополнение модуля отрицательного числа A до 0

Алгоритм внутреннего представления целого отрицательного числа N , хранящегося в k -разрядном машинном слове:

1. Получить внутреннее представление положительного числа N .
2. Получить обратный код этого числа заменой 0 на 1 и 1 на 0 .
3. К полученному числу добавить 1 .

Данная форма представления целого отрицательного числа называется **дополнительным кодом**.

код отрицательного числа - 2002 для 16-разрядного компьютерного представления.

| | | |
|--------------------|---------------------|---|
| Прямой код модуля | $ -2002_{10} $ | $0000011\ 111010010_2$ |
| Обратный код | Инвертирование | 1111100000101101_2 |
| | Прибавление единицы | 1111100000101101_2 + 0000000000000001_2 |
| Дополнительный код | | 1111100000101110_2 |

Примеры. Выполнить арифметическое действие $3000_{10} - 5000_{10}$ в 16-ти разрядном компьютерном представлении.

1) Представим положительное число в прямом, а отрицательное число в дополнительном коде:

| Десятичное число | Прямой код | Обратный код | Дополнительный код |
|------------------|------------------|------------------|---|
| 3000 | 0000101110111000 | | |
| -5000 | 0001001110001000 | 1110110001110111 | 1110110001110111 +0000000000000001 1110110001111000 |

2) Сложим прямой код положительного числа с дополнительным кодом отрицательного числа. Получим результат в дополнительном коде:

| | | | |
|-----------|--|--|------------------|
| 3000-5000 | | | 1111100000110000 |
|-----------|--|--|------------------|

3) Переведем полученный дополнительный код в десятичное число:

- Инвертируем дополнительный код: 0000011111001111
- Прибавим к полученному коду 1 и получим модуль отрицательного числа:

$$\begin{array}{r}
 0000011111001111 \\
 + 0000000000000001 \\
 \hline
 0000011111010000
 \end{array}$$
- Переведем в десятичное число и припишем знак отрицательного числа: -2000.

Достоинства представления чисел в формате с фиксированной точкой

- *Простота*
- *Наглядность представления чисел*
- *Простота алгоритмов реализации арифметических операций*

Недостатки представления чисел в формате с фиксированной точкой

- *небольшой диапазон представления величин, недостаточный для решения математических, экономических и др. задач.*

Задания

- Компьютер работает только с целыми положительными числами. Каков диапазон изменения чисел, если для представления числа в памяти компьютера отводится 1 байт?

От 0 до 255

- Каков диапазон изменения целых чисел (положительных и отрицательных), если в памяти ПК для представления целого числа отводится 1 байт?

От -128 до 128

- Компьютер работает только с целыми положительными числами. Каков диапазон изменения чисел, если для представления числа в памяти компьютера отводится 4 байт?

От 0 до $2^{32}-1$

- Каков диапазон изменения целых чисел (положительных и отрицательных), если в памяти ПК для представления целого числа отводится 4 байта?

От -2^{31} до $2^{31}-1$

Индивидуальная работа

- **Получить двоичную форму внутреннего представления целого числа в 2-х байтовой ячейке.**
- **Получить шестнадцатеричную форму внутреннего представления целого числа в 2-х байтовой ячейке.**
- **По шестнадцатеричной форме внутреннего представления целого числа в 2-х байтовой ячейке восстановить само число.**

Представление чисел в формате с плавающей запятой

- Базируется на экспоненциальной форме записи числа:

$$A = m * q^n$$

m - мантисса числа

Q – основание СС

N – порядок числа

- Для единообразия представления чисел используется нормализованная форма:

$1/n \leq |m| \leq 1$ (правильная дробь и после запятой цифра, отличная от нуля.)

- **Пример.** Преобразуйте число 555,55, записанное в естественной форме, в экспоненциальную форму с нормализованной мантиссой: $555,55 = 0,55555 * 10^3$

Нормализованная мантисса: 0,55555

Порядок: n = 3

Пример

- Число в форме с плавающей точкой занимает в памяти компьютера **4 или 8 байт**.
- При записи числа с плавающей точкой выделяются разряды для хранения знака мантиссы, знака порядка, порядка и мантиссы.
- Любое вещественное число в современных ПК представляется в экспоненциальной форме с нормализованной мантиссой. При этом мантисса является правильной двоичной дробью, а порядок — целым числом.
- Преобразуйте десятичное число **888,888**, записанное в естественной форме, в экспоненциальную форму с нормализованной мантиссой.

$$888,888 = 0,888888 \times 10^3$$

Нормализованная мантисса $m_A = 0,888888$, порядок $P=3$.

Представление чисел в формате с плавающей запятой

- Занимает в памяти ПК **4** (обычная точность) или **8 байтов** (двойная точность)
- Выделяются разряды для хранения знака мантиссы, знака порядка, порядка и мантиссы.

1-й байт

2-й байт

3-й байт

4-й байт



Представление чисел в формате с плавающей запятой

1-й байт

2-й байт

3-й байт

4-й байт

| | | | |
|----------------|---------|-----|-----|
| ± маш. порядок | М А Н Т | И С | С А |
|----------------|---------|-----|-----|

|

- в старшем бите 1-го байта хранится знак числа

0 – обозначает плюс, 1 – минус;

- 7 бит содержат **машинный порядок**;
- в следующих трех байтах, хранятся **значащиеся цифры мантииссы** (24 разряда).

В оставшихся семи разрядах 1-го байта

Помещается двоичное число в диапазоне

от 0000000 до 1111111, т.е. машинный порядок изменяется в диапазоне от *0 до 127 (всего 128)*.

Порядок м.б. положительным и отрицательным, разумно 128 значений делить поровну: от *-64 до +63*.

Машинный порядок смещен относительно математического и имеет только положительные значения.

Смещение выбирается так, чтобы минимальному математическому значению соответствовал нуль.

$$M_p = P + 64$$

| Машинный порядок | десятичное число | | Математический порядок | Смещение |
|------------------|------------------|---|------------------------|----------|
| 0000000 | 0 | = | - 64 | -64 |
| ... | | | | |
| 0001010 | 10 | = | - 54 | +64 |
| ... | | | | |
| 1111111 | 127 | = | 63 | 64 |

Алгоритм записи внутреннего представления вещественного числа

1. Перевести модуль числа в двоичную СС с 24 значащими цифрами.
2. Нормализовать двоичное число.
3. Найти машинный порядок в двоичной СС.
4. Учитывая знак числа, записать его в 4-х байтовом машинном слове.

Пример 1 . Записать внутреннее представление числа 250,1875 в форме с плавающей точкой.

Решение

1. Переведем в двоичную СС:

$$50,1875_{10} = 11111010,0011000000000000_2$$

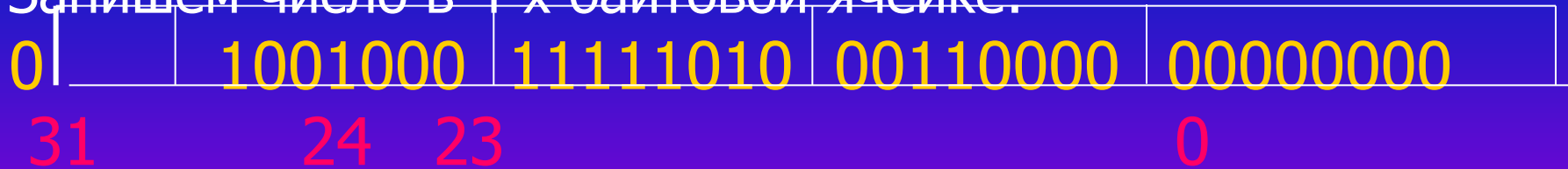
2. Запишем в форме нормализованного двоичного числа: $0,111110100011000000000000 * 10_2^{1000}$

(мантисса, основание СС $2_{10} = 10_2$ и порядок $8_{10} = 1000_2$)

3. Вычислим машинный порядок в двоичной СС:

$$M_p_2 = 1000 + 100\ 0000 = 100\ 1000$$

3. Запишем число в 4-х байтовой ячейке:



Шестнадцатеричная форма 48FA3000

Пример 2 . По шестнадцатеричной форме внутреннего представления числа в форме с плавающей точкой **CC98811000** восстановить число.

Решение

1. Перейдем к двоичному представлению числа:

1100 1001 1000 0001 0001 0000 0000 0000

| | | | | |
|-----------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| 1 | 1001001 | 10000001 | 00010000 | 00000000 |
| 31 | | 23 | | 0 |

2. В старшем разряде с номером 31 записана 1, значит получен код отрицательного числа. Получим порядок числа:

$$p = 1001001_2 - 1000000_2 - 10001_2 = 9_{10}$$

3. Запишем в виде нормализованного дв. числа с плавающей точкой с учетом знака числа: **$-0,100000010001000000000000 \cdot 2^{1001}$**

4. В двоичной системе СС число имеет вид: **$-100000010,001_2$**

5. Переведем число в десятичную СС:

$$-100000010,001_2 = -(1 * 2^8 + 1 * 2^1 + 1 * 2^{-2} - 3) = -258,125_{10}$$

Представление чисел в формате с плавающей запятой

- Занимает в памяти ПК **4** (обычная точность) или **8 байтов** (двойная точность)

- Выделяются разряды для хранения знака мантиссы, знака порядка, порядка и мантиссы.

- Максимальное значение порядка числа:

$$1111111^2 = 127_{10}$$

- Максимальное значение числа составляет:

$$2^{127} = 1,7014118346046923173168730371588 * 10^{38}$$

- Максимальное значение положительной мантиссы равно:

$$2^{23} - 1 \sim 2^{23} = 2^{(10 * 2,3)} \sim 1000^{2,3} = 10^{(2,3 * 3)} \sim 10^7$$

Максимальное значение чисел обычной точности вычислений составляет **1,701411 * 10³⁸**

Задания

1. Заполните таблицу:

| Десятичное число | Прямой код | Обратный код | Дополнительный код |
|---------------------|---------------|-----------------|-----------------------|
| -50 | | | |
| -500 | | | |

2. Определите диапазон представления целых чисел со знаком (2 байта памяти) в формате с фиксированной запятой.

3. Определите максимальное число и его точность для формата чисел двойной точности, если для хранения порядка и его знака отводится 11 разрядов, а для хранения мантиссы и ее знака - 53 разряда.

ОТВЕТЫ

2. От - 32 768 до 32 767.

3. Максимальное значение чисел двойной точности с учетом возможной точности вычислений составит $8,98846567431157 * 10^{307}$

(количество значащих цифр десятичного числа в данном случае ограничено 15-16 разрядами).

1.

| Десятичные числа | Прямой код | Обратный код | Дополнительный код |
|------------------|------------------|------------------|--------------------|
| -50 | 0000000000110010 | 1111111111001101 | 1111111111001110 |
| -500 | 0000000111110100 | 1111111000001011 | 1111111000001100 |