



Математическое описание экосистемы пелагиали озера Байкал

Зоркальцев В.И.

(д.т.н., Иркутск)

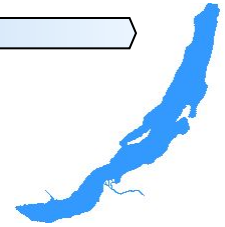
Казаева А.В.

(ИГУ, асп., Иркутск)

Мокрый И.В.

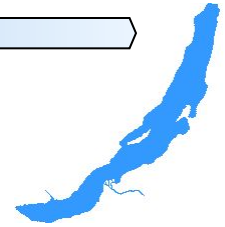
(ИСЭМ СО РАН, с.н.с., Иркутск)

Цели



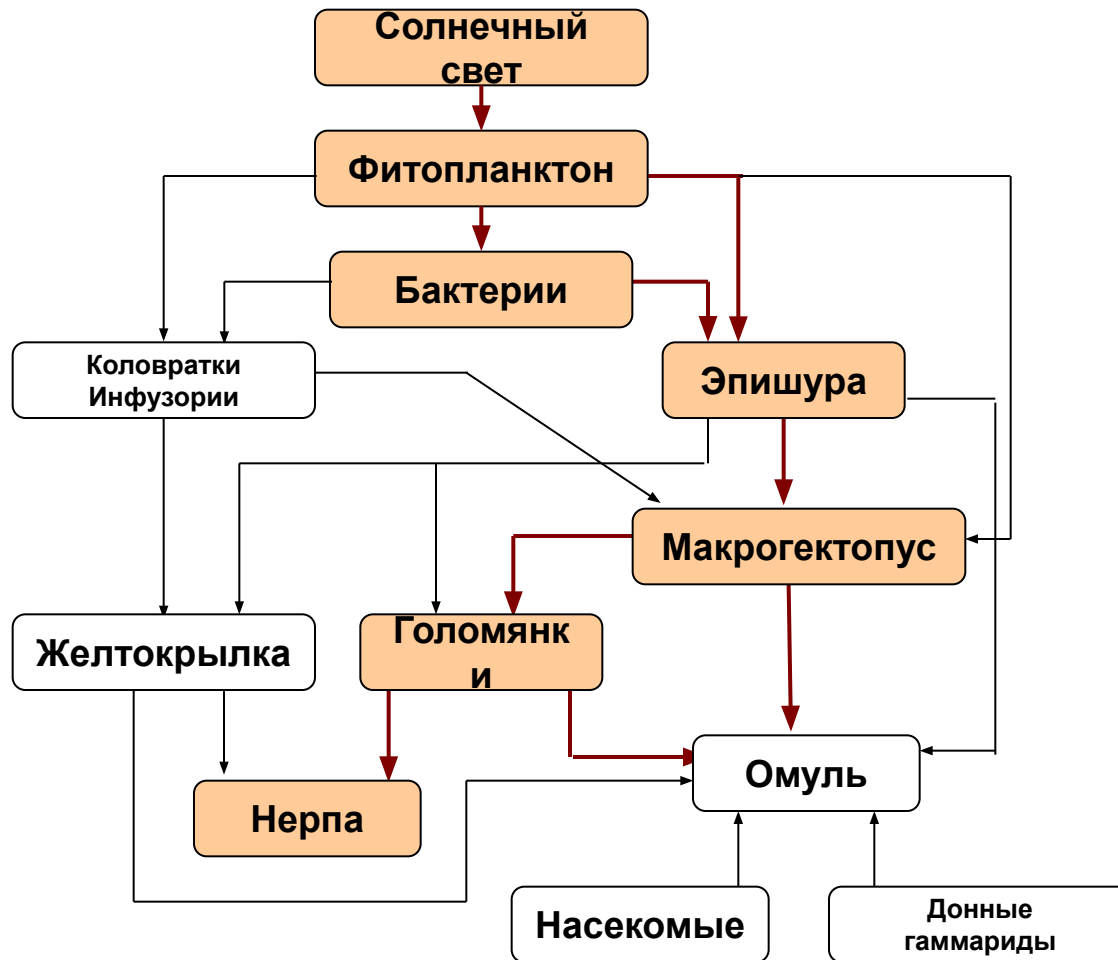
1. Выработка системы (количественно и понятийно взаимосвязанных) представлений о динамике жизнедеятельности отдельных видов организмов пелагиали оз. Байкал и их взаимодействиях.
2. Систематизация накопленных данных и освоение знаний. Оценка параметров динамики жизнедеятельности и взаимодействия организмов по имеющимся экспериментальным данным.
3. Анализ полноты и надежности (в т.ч. противоречивости) накопленных данных отдельных экспериментальных исследований.

Цели



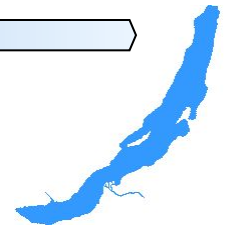
4. Построение имитационной модели функционирования экосистемы пелагиали оз. Байкал (динамики жизнедеятельности и взаимодействия основных видов).
5. Изучение механизмов функционирования экосистемы оз. Байкал на имитационной модели:
 - для выработки гипотез относительно механизмов взаимодействия основных видов организмов;
 - верификация имеющихся данных и оценка адекватности вариантов модели;
 - для уточнения направлений проведения натурных экспериментов.

Схема трофических взаимоотношений между популяциями организмов пелагиали оз. Байкал:



Характеристика модели

(планируемой к разработке в ближайшее время)



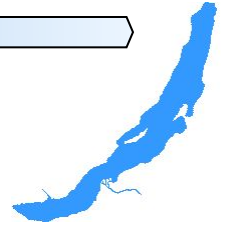
- Состав:
- Эпишура;
 - Макрогектопус;
 - Большая голомянка;
 - Малая голомянка.

В основу построения модели положены уравнения Лотке – Вольтерра.

Модель учитывает динамику развития особи и описывает каждую популяцию в виде взаимодействующих возрастных групп.

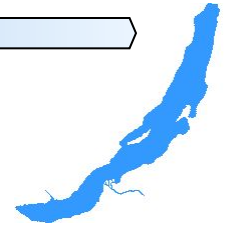
Степень подробности: годовая и сезонная модели.

Инструменты

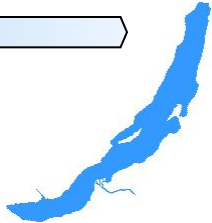



- Для расчета параметров стационарного состояния и начальных условий используется Microsoft Excel.
 - Для конструирования моделей динамики популяций используется система моделирования Dynamo (реализованная И.В.Мокрым в ИСЭМ СО РАН).
-

План исследования



- 1. Разработка методов оценки параметров динамики популяций в стационарном состоянии.
- 2. Построение модели межгодовой динамики численности популяций макрогектопус, большая и малая голомянки.
- 3. Построение межгодовой модели взаимодействия потоков биомасс в трофическом звене популяций макрогектопуса, большой и малой голомянок.
- ---
- 4. Оценка параметров и построение стационарной модели сезонной динамики популяций эпишуры и макрогектопуса.
- 5. Построение обобщенной модели динамики популяций эпишуры, макрогектопуса, большой и малой голомянок.



Часть I

Разработка методов оценки параметров
динамики популяций в стационарном
состоянии


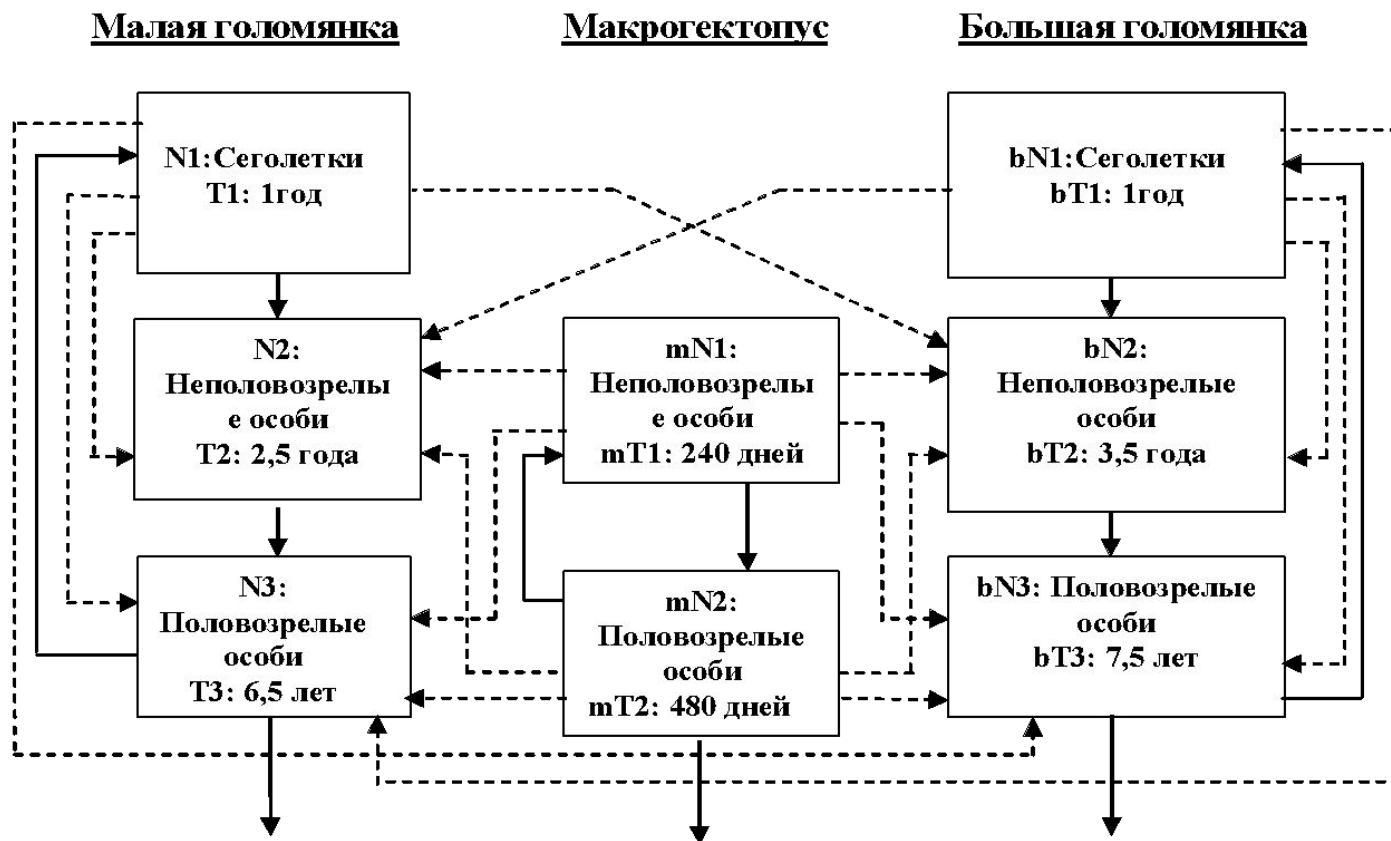
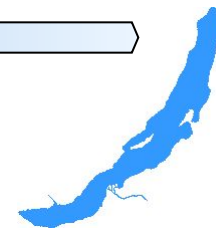


Схема трофических взаимоотношений между возрастными группами макрогектопуса, большой и малой голомянок

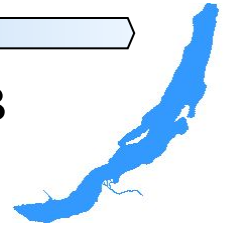


Обозначения

:

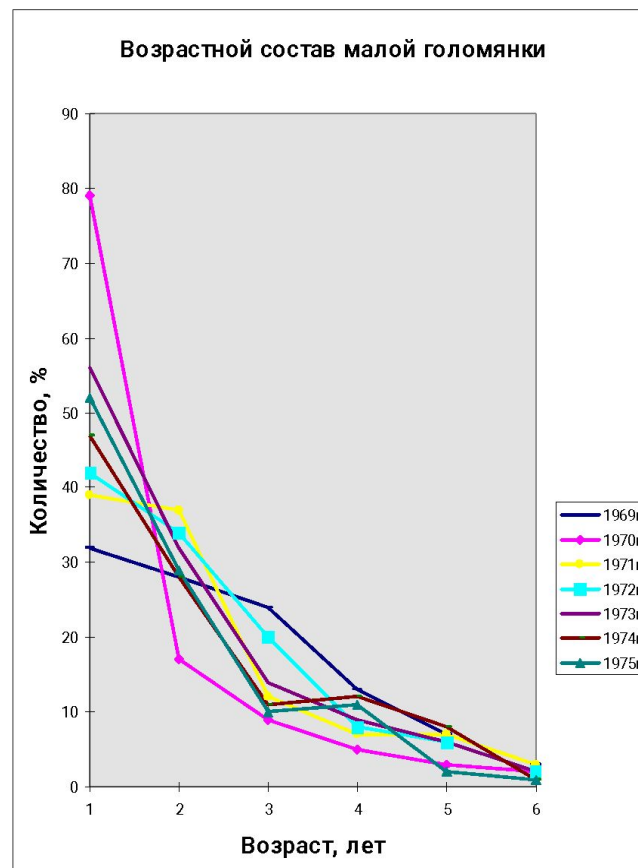
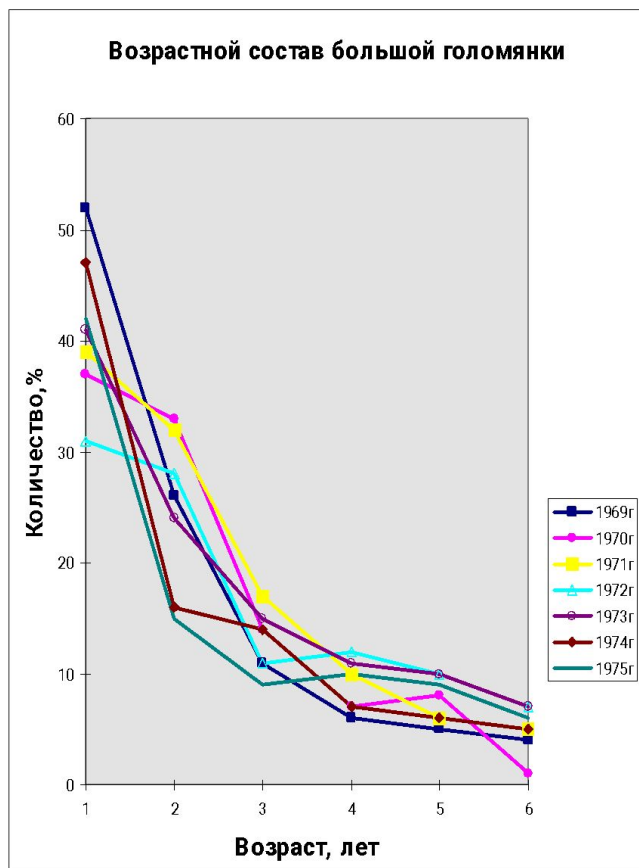
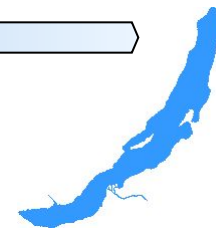
————— потоки, связанные со смертностью за счет выедания;
 - - - - - потоки, связанные с рождением или переходом в другую возрастную группу.

Основные гипотезы для оценки параметров в стационарном состоянии



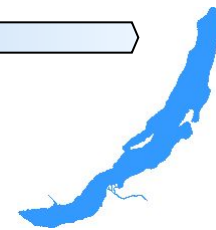
1. Особи популяции характеризуются только возрастом и усреднены по всем остальным параметрам, в том числе по половому признаку.
2. Смертность особей одной возрастной группы определяется единым коэффициентом смертности для данной возрастной группы.
3. Для каждой популяции функция репродуктивности определяется тремя параметрами: временем полового созревания, периодом репродуктивности и постоянным коэффициентом репродуктивности.
4. Коэффициент смертности для каждой возрастной группы не меняется во времени.
5. Численность особей в каждой из возрастных групп не меняется во времени.

Исходные данные



Графики процентного соотношения рыб разных возрастов для популяций большой и малой голомянок соответственно. /Стариков В.Г./

Полученные оценки

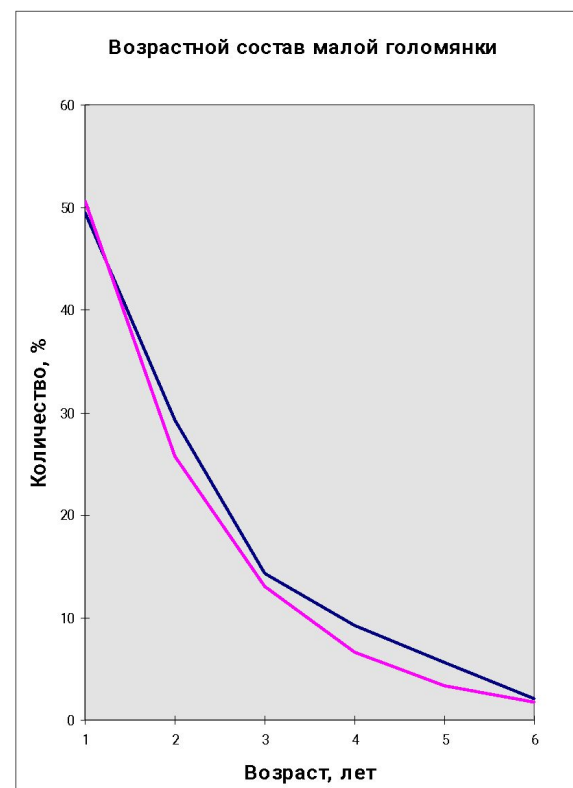
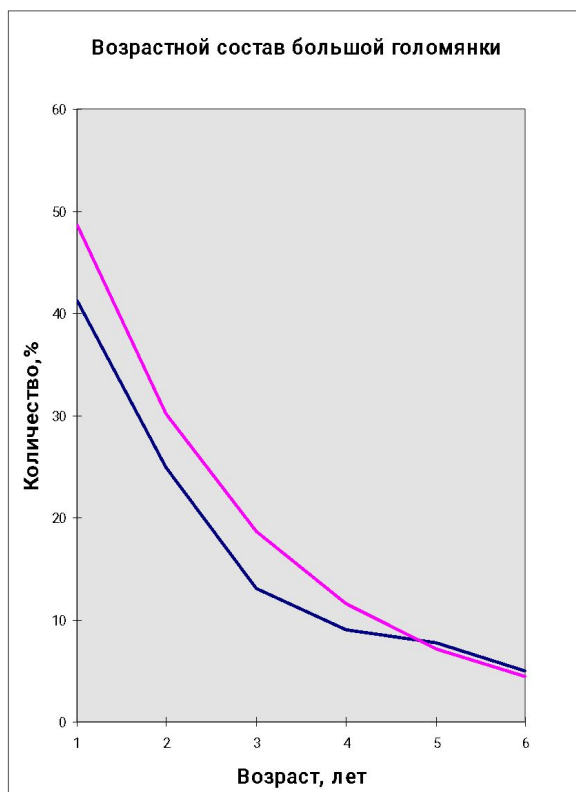
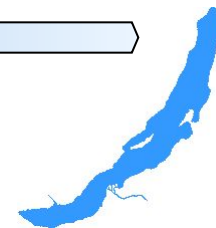


На основании гипотезы - кривая возрастного состава описывается функцией $e^{-\lambda\tau}$, где λ - коэффициент смертности, а τ - возраст, кривые возрастного состава были прологарифмированы и методом наименьших квадратов были получены следующие оценки коэффициентов смертности для взрослых особей:



$\lambda = 0,68$ - для малой голомянки ;

$\lambda = 0,48$ - для большой голомянки .

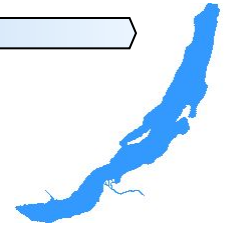
Полученные оценки



Усредненные кривые возрастного состава для популяций большой и малой голомянок соответственно (аналитический и эмпирический варианты).

-  функция $e^{-\lambda\tau}$, с полученными оценками $\lambda=0,48$ и $\lambda=0,68$ соответственно
-  среднее геометрическое рядов данных

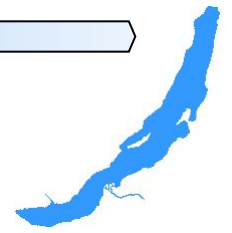
Методики оценки коэффициентов смертности



- через P/V -коэффициент (показывает отношение продукции популяции к ее биомассе), основан на фактических данных о продукции и биомассе популяции;
- через функцию репродуктивности, в основу метода положены перечисленные гипотезы и коэффициенты рождаемости*.

* Коэффициенты рождаемости имеют интервальный характер. Они получены на основе анализа разных публикаций. Единой методики нет.

Полученные оценки

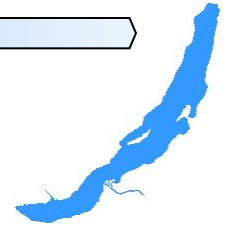


Коэффициентов рождаемости:

- особи большой голомянки – 500 личинок/год
- особи малой голомянки – 597,6 личинок/год
- особи макрогектопуса – [87-206] яиц/год

Коэффициентов смертности:

- взрослых особей большой голомянки – 0,48;
- взрослых особей малой голомянки – 0,68;
- сеголеток большой и малой голомянок $\approx 5,69$.
- особей обеих возрастных групп популяции макрогектопуса $\approx 5,69$.



Часть II

Построение модели межгодовой динамики
численности популяций макрогектопус,
большая и малая голомянки

Общий вид балансового уравнения для численности одной из возрастных групп макрогектопуса, большой или малой голомянки

$$\frac{dN_i}{dt} = n_{i-1} - \lambda_i N_i - n_i$$

где i – индекс возрастной группы;

n_{i-1} – поток численности особей перешедших из предыдущей группы или поток вновь родившихся, в случае 1-ой возрастной группы ;

λ_i – коэффициент смертности данной возрастной группы;

N_i – численность данной возрастной группы;

n_i – количество особей перешедших в следующую возрастную группу (в случае последней возрастной группы – количество умерших по достижении предельного возраста), где

$n_i = \frac{1}{\tau_i} N_i$, $\frac{1}{\tau}$ – параметр, определяющий максимальное время пребывания особи в данной группе.

Структура вспомогательных моделей динамики численности популяций макрогектопуса, большой и малой голомянок

Для малой голомянки:

$$\frac{d}{dt} N_1 = Re N_3 - \lambda_1 N_1 - \frac{1}{\tau_1} N_1$$

$$\frac{d}{dt} N_2 = \frac{1}{\tau_1} N_1 - \lambda_2 N_2 - \frac{1}{\tau_2} N_2$$

$$\frac{d}{dt} N_3 = \frac{1}{\tau_2} N_2 - \lambda_3 N_3 - \frac{1}{\tau_3} N_3$$

Для большой голомянки:

$$\frac{d}{dt} N_1^b = Re^b N_3^b - \lambda_1 N_1^b - \frac{1}{\tau_1^b} N_1^b$$

$$\frac{d}{dt} N_2^b = \frac{1}{\tau_1^b} N_1^b - \lambda_2^b N_2^b - \frac{1}{\tau_2^b} N_2^b$$

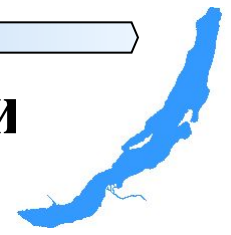
$$\frac{d}{dt} N_3^b = \frac{1}{\tau_2^b} N_2^b - \lambda_3^b N_3^b - \frac{1}{\tau_3^b} N_3^b$$

Для макрогектопуса:

$$\frac{d}{dt} N_1^m = Re^m N_2^m - \lambda_1 N_1^m - \frac{1}{\tau_1^m} N_1^m$$

$$\frac{d}{dt} N_2^m = \frac{1}{\tau_1^m} N_1^m - \lambda_1 N_2^m - \frac{1}{\tau_2^m} N_2^m$$

Значения параметров моделей в состоянии равновесия популяций



В случае $\frac{dN}{dt} = 0$ система уравнений описывает равновесное состояние популяций.

Значения численностей возрастных групп популяций в состоянии равновесия рассчитываются по формулам:

$$N_1 = N_0 \frac{1 - e^{-\lambda_1 T_1}}{\lambda_1} \quad N_2 = N_0 e^{-\lambda_1 T_1} \frac{1 - e^{-\lambda_2 (T_2 - T_1)}}{\lambda_2} \quad N_3 = N_0 e^{-\lambda_1 T_1 - \lambda_2 (T_2 - T_1)} \frac{1 - e^{-\lambda_3 (T_3 - T_2)}}{\lambda_3}$$

Численные значения параметров:

Малая голомянка – $N_1^* = 37,33; N_2^* = 0,675; N_3^* = 0,36.$

$Re^* = 597; \lambda_1^* = 5,69; \lambda_2^* = 0,68; \lambda_3^* = 0,68; \tau_1 = 38,26; \tau_2 = 4,259; \tau_3 = 14,418.$

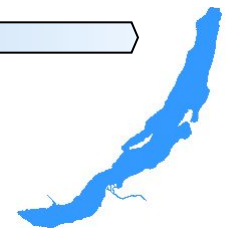
Большая голомянка – $N_1^{b*} = 10,33; N_2^{b*} = 0,326; N_3^{b*} = 0,12.$

$Re^{b*} = 500; \lambda_1^* = 5,69; \lambda_2^{b*} = 0,48; \lambda_3^{b*} = 0,48; \tau_1^b = 33,862; \tau_2^b = 6,794; \tau_3^b = 9,09.$

Макрогектопус – $N_1^{m*} = 227,35; N_2^{m*} = 4,85.$

$Re^{m*} = 244; \lambda_1^* = 5,69; \tau_1^m = 8,007; \tau_2^m = 6,53;$

Начальные условия для моделей динамики численности популяций макрогектопуса, большой и малой голомянок в точке равновесия



Для малой голомянки:

$$N_1^0 = N_1^* + \Delta N_1$$

$$N_2^0 = N_2^* + \Delta N_2$$

$$N_3^0 = N_3^* + \Delta N_3$$

Для большой голомянки:

$$N_1^{b0} = N_1^{b*} + \Delta N_1^b$$

$$N_2^{b0} = N_2^{b*} + \Delta N_2^b$$

$$N_3^{b0} = N_3^{b*} + \Delta N_3^b$$

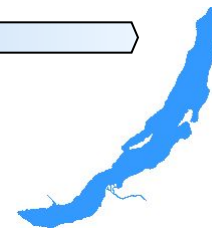
Для макрогектопуса:

$$N_1^{m0} = N_1^{m*} + \Delta N_1^m$$

$$N_2^{m0} = N_2^{m*} + \Delta N_2^m$$

Модели находятся в устойчивом равновесии.

Обратные связи в модели динамики численности популяций макрогектопуса, большой и малой ГОЛОМЯНОК



Коэффициент смертности динамически зависит от численности старших возрастных групп голомянок:

$$\lambda_1 = \lambda_1^* \left(0,223 \frac{bN_2 + bN_3}{bN_2^* + bN_3^*} + 0,078 + 0,698 \frac{N_2 + N_3}{N_2^* + N_3^*} \right)$$

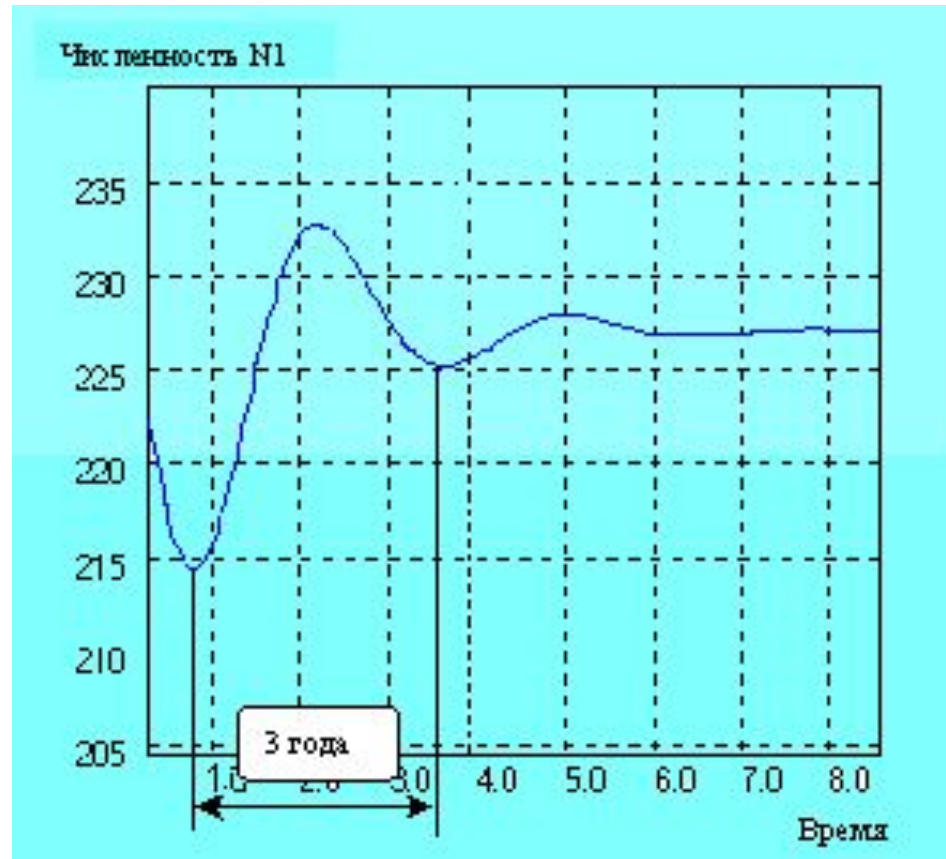
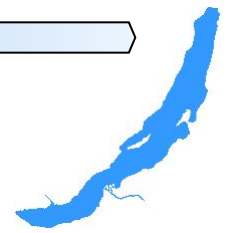
Коэффициент репродуктивности для макрогектопуса – величина постоянная; для голомянок он пересчитывается динамически, согласно гипотезе - репродуктивность особи пропорциональна рациону :

Для малой голомянки –
$$Re = Re^* \left(0,07 \frac{N_1 + bN_1}{N_1^* + bN_1^*} + 0,93 \left(\frac{mN_1 + mN_2}{mN_1^* + mN_2^*} \right) \right)$$

Для большой голомянки –
$$b Re = b Re^* \left(0,37 \frac{N_1 + bN_1}{N_1^* + bN_1^*} + 0,63 \left(\frac{mN_1 + mN_2}{mN_1^* + mN_2^*} \right) \right)$$

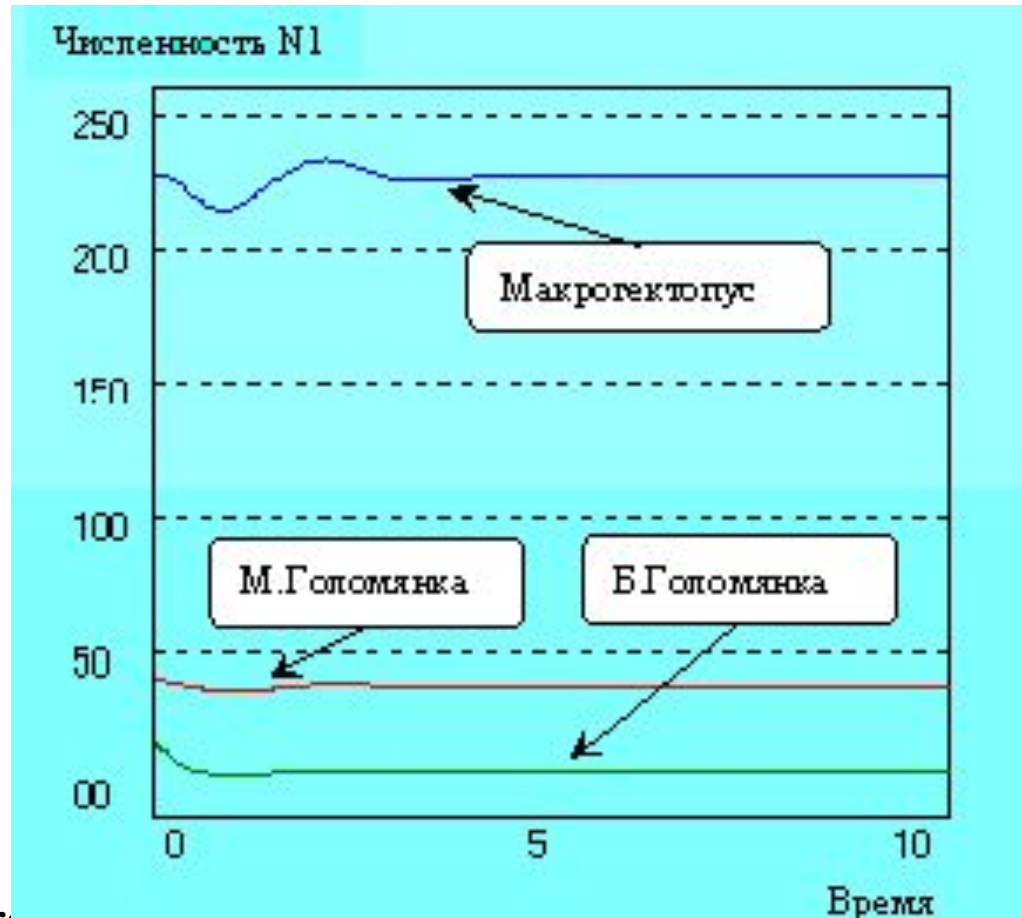
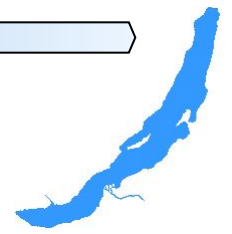
В данной модификации модель ведет себя устойчиво.

Расчеты модели динамики численности



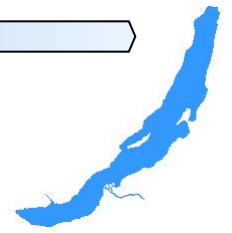
- Период колебания численности популяций на примере популяции малой голомянки .

Расчеты модели динамики численности

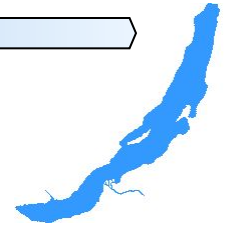


- График колебания численности популяции макрогектопуса, большой и малой голомянок.

Результаты



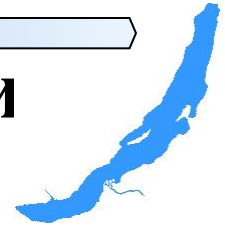
1. Разработана модель динамики численности популяций макрогектопуса, малой голомянки и большой голомянки.
2. Модель построена на трех вспомогательных моделях: модели макрогектопуса, большой и малой голомянки. Каждая из вспомогательных моделей описывает стационарное состояние популяций.
3. Обратные связи устанавливаются через изменение коэффициента смертности для макрогектопуса и сеголеток голомянок и через коэффициенты репродуктивности для большой и малой голомянок.
4. Модель ведет себя устойчиво.
5. Поведение модели не противоречит поведению реальной системы:
 - период колебаний полученной модели составляет 3 года;
 - соотношения численностей популяций макрогектопуса, большой и малой голомянок соответствуют известным экспериментальным данным.



Часть III

Построение межгодовой модели
взаимодействия потоков биомасс в
трофическом звене популяций макрогектопуса,
большой и малой голомянок.

Оценки параметров модели динамики потоков биомасс

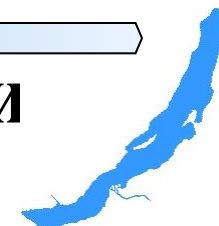


- Располагая функциями зависимости биомассы особи от возраста:
- - для особей голомянок зависимость задается таблично по данным Старикова В.Г.
- - для особей макрогектопуса

$$m(t) = 0,0085 \cdot (1 + 25,85 \cdot t)^{2,89} \frac{\text{мг}}{\text{год}}$$

- Можно получить :

Оценки параметров модели динамики потоков биомасс



Оценки средних биомасс особей возрастных групп и биомассы одной особи в переходном возрасте из одной группы в другую □						
Для большой голомянки □						
$(0 \div 1)M_1$ □	$(1 \div 3,5)M_2$ □	$(3,5 \div 7)M_3$ □	$m(0)$ □	$m(1)$ □	$m(3,5)$ □	$m(7)$ □
23,4 мг □	3775 мг □	26930 мг □	1,715 мг □	711,183 мг □	10985 мг □	46305 мг □
Для малой голомянки □						
$(0 \div 1)M_1$ □	$(1 \div 2,5)M_2$ □	$(2,5 \div 6)M_3$ □	$m(0)$ □	$m(1)$ □	$m(2,5)$ □	$m(6)$ □
13,92 мг □	1168 мг □	6466 мг □	0,787 мг □	455,625 мг □	4409,5 мг □	14621 мг □
Для макрогектопуса □						
$(0 \div 0,657)M_1$	$(0,657 \div 1,315)M_2$ □	□	$m(0)$ □	$m(0,657)$ □	$m(1,315)$ □	□
4,647 мг □	90,87 мг □	□	0,2 мг □	49,57 мг □	294 мг □	□

Общий вид балансового уравнения для биомасс возрастных групп макрогектопуса, большой и малой

ГОЛОМЯНОК

$$\frac{dB_i}{dt} = b(T_{i-1}) + P_i - \lambda_i B_i - b(T_i) \quad (2)$$

здесь B_i - биомасса i -ой возрастной группы;

$b(T_{i-1})$ - входящий поток биомассы из $i-1$ возрастной группы;

$$b(T_{i-1}) = n(T_{i-1}) * m(T_{i-1})$$

P_i - продукция i -ой возрастной группы;

$$P_i = (n(T_{i-1}) - n(T_i)) * M_i - (n(T_{i-1}) * m(T_{i-1}) - n(T_i) * m(T_i))$$

$-\lambda_i B_i$ - поток выбывающей биомассы за счет выедания;

$-\lambda_i B_i$ - поток выбывающей биомассы в связи с переходом в $i+1$ возрастную группу.

$-b(T_i)$

$$b(T_i) = n(T_i) * m(T_i)$$

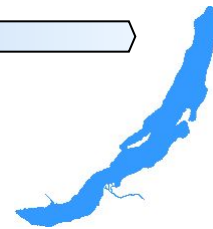
где

M_i - средняя биомасса особей i -ой возрастной группы;

$m(T_i)$ - биомасса одной особи в переходном возрасте из i -ой возрастной группы в $(i+1)$ -ю;

T_i - предельный возраст особи в i -ой возрастной группе.

Структура модели динамики потоков биомасс популяций макрогектопуса, большой и малой ГОЛОМЯНОК



- *Для малой голомянки:*

$$\frac{d}{dt} B_1 = b_0 + P_1 - \lambda_1 B_1 - b_1$$

$$\frac{d}{dt} B_2 = b_1 + P_2 - \lambda_2 B_2 - b_2$$

$$\frac{d}{dt} B_3 = b_2 + P_3 - \lambda_3 B_3 - b_3$$

- *Для большой голомянки:*

$$\frac{d}{dt} B_1^\beta = b_0^\beta + P_1^\beta - \lambda_1 B_1^\beta - b_1^\beta$$

$$\frac{d}{dt} B_2^\beta = b_1^\beta + P_2^\beta - \lambda_2^\beta B_2^\beta - b_2^\beta$$

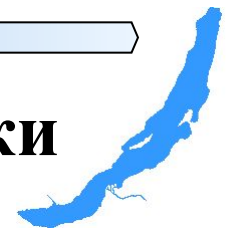
$$\frac{d}{dt} B_3^\beta = b_2^\beta + P_3^\beta - \lambda_3^\beta B_3^\beta - b_3^\beta$$

- *Для макрогектопуса:*

$$\frac{d}{dt} B_1^\mu = b_0^\mu + P_1^\mu - \lambda_1 B_1^\mu - b_1^\mu$$

$$\frac{d}{dt} B_2^\mu = b_1^\mu + P_2^\mu - \lambda_1 B_2^\mu - b_2^\mu$$

Конкретизированный вид модели динамики потоков биомасс



• Для малой голомянки:

$$\frac{d}{dt} B_1 = \rho \cdot B_3 + \alpha_1 \cdot B_1 - \lambda_1 \cdot B_1 - \gamma_1 \cdot B_1$$

$$\frac{d}{dt} B_2 = \gamma_1 \cdot B_1 + \sigma_2 \cdot B_2 \cdot R - \lambda \cdot B_2 - \gamma_2 \cdot B_2$$

$$\frac{d}{dt} B_3 = \gamma_2 \cdot B_2 + \sigma_3 \cdot B_3 \cdot R - \lambda \cdot B_3 - \gamma_3 \cdot B_3$$

Для большой голомянки:

$$\frac{d}{dt} B_1^\beta = \rho^\beta \cdot B_3^\beta + \alpha_1^\beta \cdot B_1^\beta - \lambda_1 \cdot B_1^\beta - \gamma_1^\beta \cdot B_1^\beta$$

$$\frac{d}{dt} B_2^\beta = \gamma_1^\beta \cdot B_1^\beta + \sigma_2^\beta \cdot B_2^\beta \cdot R - \lambda^\beta \cdot B_2^\beta - \gamma_2^\beta \cdot B_2^\beta$$

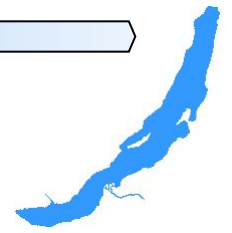
$$\frac{d}{dt} B_3^\beta = \gamma_2^\beta \cdot B_2^\beta + \sigma_3^\beta \cdot B_3^\beta \cdot R - \lambda^\beta \cdot B_3^\beta - \gamma_3^\beta \cdot B_3^\beta$$

• Для макрогектопуса:

$$\frac{d}{dt} B_1^\mu = \rho^\mu \cdot B_2^\mu + \alpha_1^\mu \cdot B_1^\mu - \lambda_1 \cdot B_1^\mu - \gamma_1^\mu \cdot B_1^\mu$$

$$\frac{d}{dt} B_2^\mu = \gamma_1^\mu \cdot B_1^\mu + \alpha_2^\mu \cdot B_2^\mu - \lambda_1 \cdot B_2^\mu - \gamma_2^\mu \cdot B_2^\mu$$

Параметры модели



- $\rho^\beta = \frac{m^\beta(0) \cdot \text{Re}^\beta}{M_3^\beta}$ $\rho = \frac{m(0) \cdot \text{Re}}{M_3}$ $\rho^\mu = \frac{m^\mu(0) \cdot \text{Re}^\mu}{M_2^\mu}$, где

- Re^β , Re , Re^μ - коэффициент репродуктивности (количество потомства в год от одной особи) для большой, малой голомянок и макрогектопуса соотв-но.

$$\alpha_1^\beta = \frac{P_1^{\beta*}}{B_1^{\beta*}} \quad \gamma_1^\beta = \frac{m^\beta(T_1^\beta)}{\theta_1^\beta \cdot M_1^\beta} \quad \gamma_2^\beta = \frac{m^\beta(T_2^\beta)}{\theta_2^\beta \cdot M_2^\beta} \quad \gamma_3^\beta = \frac{m^\beta(T_3^\beta)}{\theta_3^\beta \cdot M_3^\beta}$$

$$\alpha_1 = \frac{P_1^*}{B_1^*} \quad \gamma_1 = \frac{m(T_1)}{\theta_1 \cdot M_1} \quad \gamma_2 = \frac{m(T_2)}{\theta_2 \cdot M_2} \quad \gamma_3 = \frac{m(T_3)}{\theta_3 \cdot M_3}$$

$$\alpha_1^\mu = \frac{P_1^{\mu*}}{B_1^{\mu*}} \quad \alpha_2^\mu = \frac{P_2^{\mu*}}{B_2^{\mu*}} \quad \gamma_1^\mu = \frac{m^\mu(T_1^\mu)}{\theta_1^\mu \cdot M_1^\mu} \quad \gamma_2^\mu = \frac{m^\mu(T_2^\mu)}{\theta_2^\mu \cdot M_2^\mu}$$

- , где $\frac{1}{\theta}$ - параметр, определяющий максимальное время пребывания особи в данной возрастной группе.

Параметры модели

$$\sigma_2^\beta = \frac{P_2^{\beta*}}{B_2^{\beta*} \cdot R^*} \quad \sigma_3^\beta = \frac{P_3^{\beta*}}{B_3^{\beta*} \cdot R^*} \quad \sigma_2 = \frac{P_2^*}{B_2^* \cdot R^*} \quad \sigma_3 = \frac{P_3^*}{B_3^* \cdot R^*}$$

- где R^* - рацион рыб старших возрастов для стационарного случая

$$R^* = \lambda_1^* \cdot (B_1^* + B_1^{\beta*} + B_1^{\mu*} + B_2^{\mu*})$$

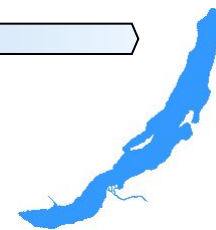
$$\lambda_1^* = 5,69 \quad \lambda^\beta = 0,48 \quad \lambda = 0,68$$

- Вспомогательные переменные модели:**

$$\lambda_1 = \frac{\lambda_1^*}{P^*} \left(\frac{P_2^{\beta*}}{B_2^{\beta*}} B_2^\beta + \frac{P_3^{\beta*}}{B_3^{\beta*}} B_3^\beta + \frac{P_2^*}{B_2^*} B_2 + \frac{P_3^*}{B_3^*} B_3 \right)$$

$$R = \lambda_1 \cdot (B_1 + B_1^\beta + B_1^\mu + B_2^\mu)$$

Значения параметров моделей в состоянии равновесия популяций



Малая голомянка – $B_1^* = 613,33$; $B_2^* = 933,71$; $B_3^* = 2723,05$.

$$\rho = 0,0727 \quad \alpha_1 = 5,9988 \quad \sigma_2 = 0,000023 \quad \sigma_3 = 0,000004$$

$$\gamma_1 = 0,6135 \quad \gamma_2 = 1,4478 \quad \gamma_3 = 0,1084 \quad \lambda = 0,68$$

Большая голомянка – $B_1^{\beta*} = 209,86$; $B_2^{\beta*} = 951,05$; $B_3^{\beta*} = 2495,53$.

$$\rho^{\beta} = 0,0352 \quad \alpha_1^{\beta} = 5,857 \quad \sigma_2^{\beta} = 0,000013 \quad \sigma_3^{\beta} = 0,0000053$$

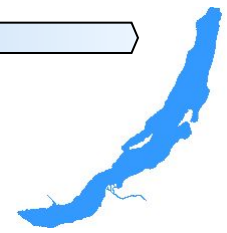
$$\gamma_1^{\beta} = 0,5697 \quad \gamma_2^{\beta} = 0,602 \quad \gamma_3^{\beta} = 0,1418 \quad \lambda^{\beta} = 0,48$$

Макрогектопус – $B_1^{\mu*} = 2890,26$; $B_2^{\mu*} = 1344,96$.

$$\rho^{\mu} = 0,5391 \quad \alpha_1^{\mu} = 6,9185 \quad \alpha_2^{\mu} = 2,957$$

$$\gamma_1^{\mu} = 1,4539 \quad \gamma_2^{\mu} = 0,4384$$

$$R^* = 73326,5 \quad \lambda_1^* = 5,69$$



Начальные условия модели динамики потоков биомасс популяций макрогектопуса, большой и малой голомянок

Для малой голомянки:

$$B_1 = B_1^* + \Delta B_1$$
$$B_2 = B_2^* + \Delta B_2$$
$$B_3 = B_3^* + \Delta B_3$$

Для большой голомянки:

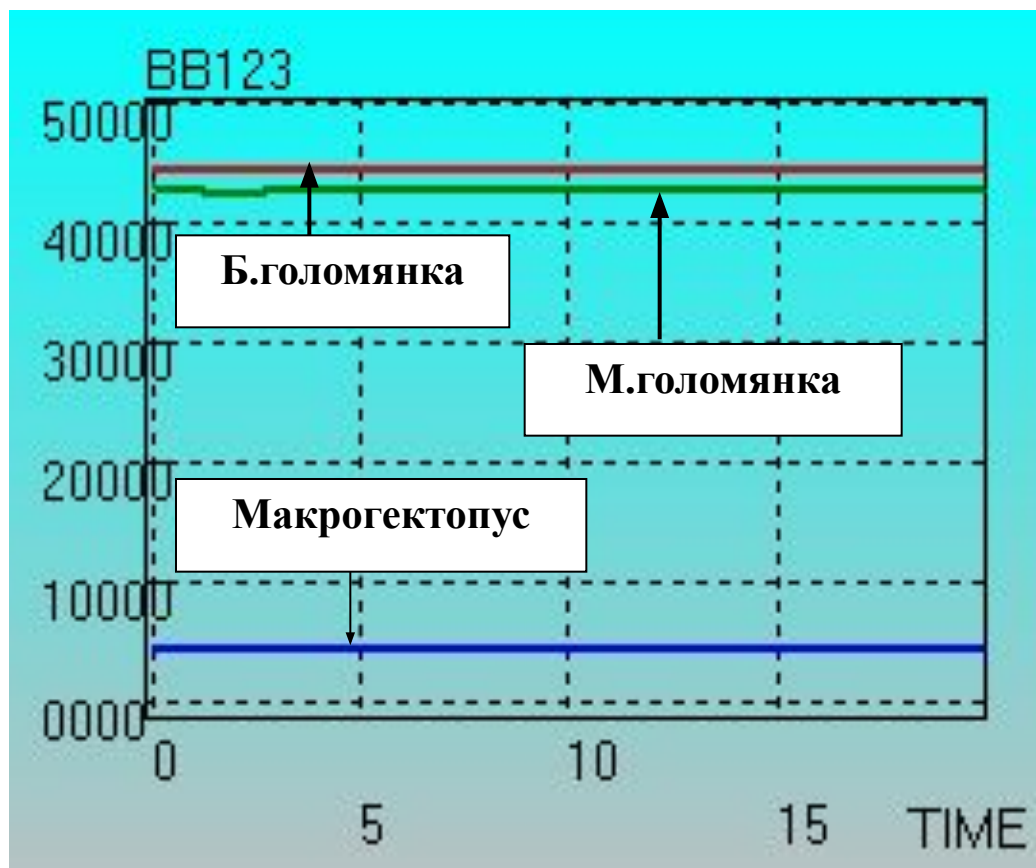
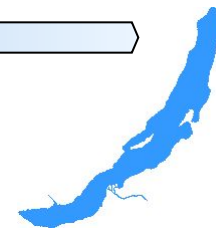
$$B_1^\beta = B_1^{\beta*} + \Delta B_1^\beta$$
$$B_2^\beta = B_2^{\beta*} + \Delta B_2^\beta$$
$$B_3^\beta = B_3^{\beta*} + \Delta B_3^\beta$$

Для макрогектопуса:

$$B_1^\mu = B_1^{\mu*} + \Delta B_1^\mu$$
$$B_2^\mu = B_2^{\mu*} + \Delta B_2^\mu$$

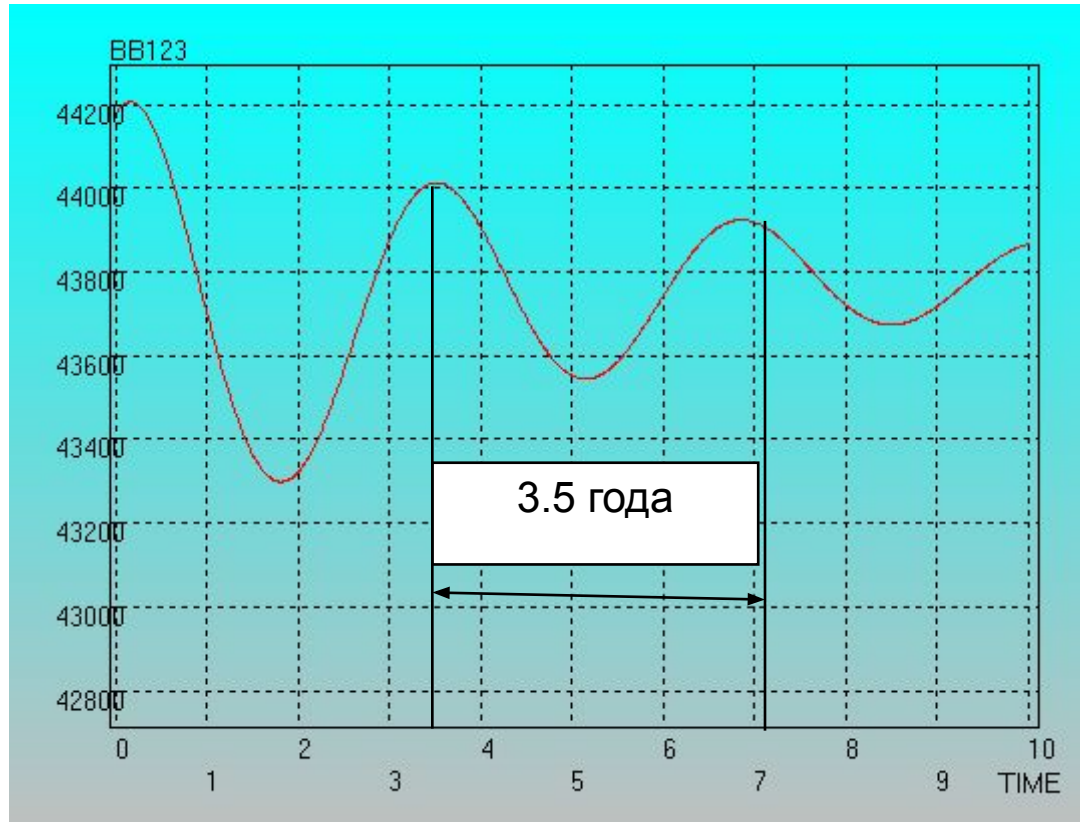
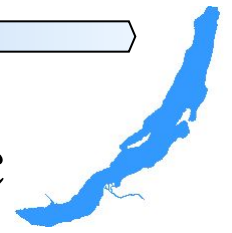
- Как показали экспериментальные расчеты, модель находится в устойчивом равновесии.

Расчеты модели динамики потоков биомасс



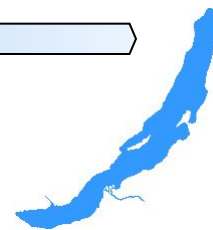
- Соотношение биомасс популяций макрогектопуса, большой и малой голомянок.

Расчеты модели динамики потоков биомасс



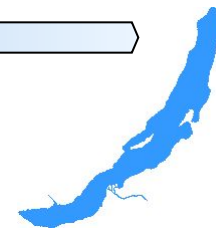
- Период колебаний биомасс популяций, на примере популяции большой голомянки.

Полученные результаты



- Построена модель, описывающая динамику потоков биомасс трофического звена «макрогектопус, большая и малая голомянки» экосистемы пелагиали озера Байкал.
- Период колебаний полученной модели составляет около 3,5 лет, что не противоречит поведению реальной системы.
- Соблюдаются соотношения биомасс популяций макрогектопуса, большой и малой голомянок.
- Модель ведет себя устойчиво.

Итоги на текущий момент



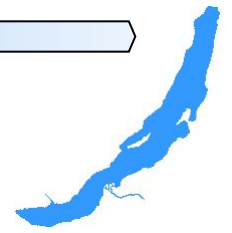
- **Разработаны:**

- Методики оценки коэффициентов смертности.

- **Получены оценки:**

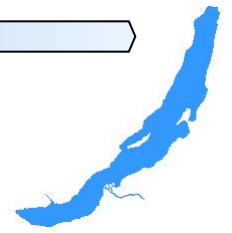
- - коэффициентов смертности для каждой возрастной группы популяций;
- - коэффициентов рождаемости для каждой возрастной группы популяций;
- - средней биомассы особи для каждой из возрастных групп популяций;
- - потоков биомасс для каждой из популяций.

Итоги на текущий момент



- **Построены модели:**
- - модель, описывающая годовую динамику численности популяций в трофическом звене «макрогектопус, большая и малая голомянки» экосистемы пелагиали озера Байкал.
- - модель, описывающая годовую динамику потоков биомасс в трофическом звене «макрогектопус, большая и малая голомянки» экосистемы пелагиали озера Байкал.
- **Результаты экспериментальных расчетов на моделях показали:**
- Период колебаний полученных моделей составляет около 3 - 3,5 лет, что не противоречит поведению реальной системы.
- Модели ведут себя устойчиво, после возмущений сходятся к одному и тому же равновесному состоянию.
- Соотношения численностей и биомасс популяций макрогектопуса, большой и малой голомянок близки к имеющимся экспериментальным данным.

Планы на ближайшее время



- Планируется развитие данной работы в следующих направлениях:
- - разработка более подробных моделей, учитывающих сезонную динамику при взаимодействии основных видов организмов (эпишура, макрогектопус, большая и малая голомянки);
- - подробное изучение полученных моделей. Выработка и проверка гипотез, позволяющих получить более полную картину о механизмах функционирования экосистемы пелагиали;
- - исследование движения и трансформации энергии и вещества в трофической цепи экосистемы пелагиали оз. Байкал.