



# Обобщающий урок

по теме

# сфера



# План урока

- Презентация учащихся (домашнее задание)
- Устная работа
- Составь задачу
- Самостоятельная работа



# Вы хотите:

- Начать презентацию снова;
- Закончить работу.

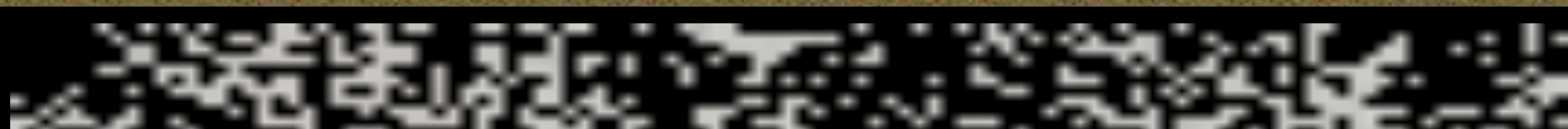
# Заключение



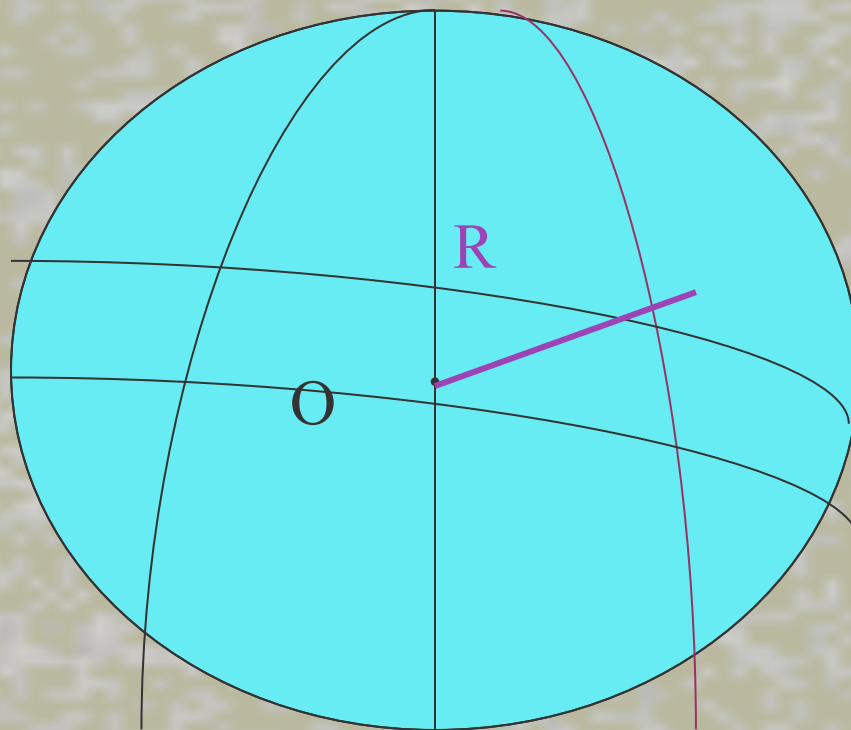
**На этом наш  
урок закончен**

**Спасибо за работу**

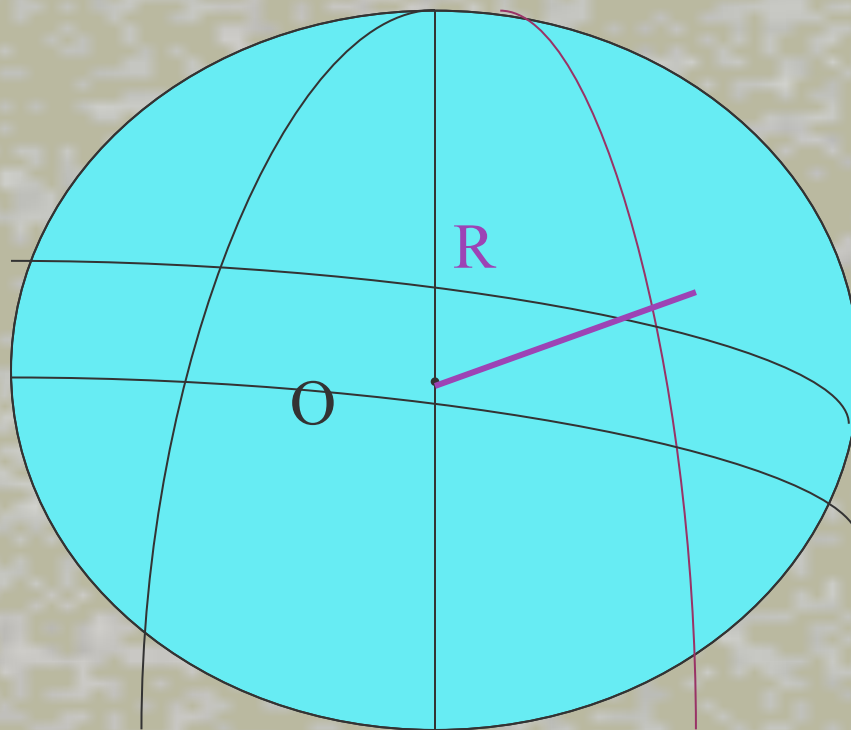




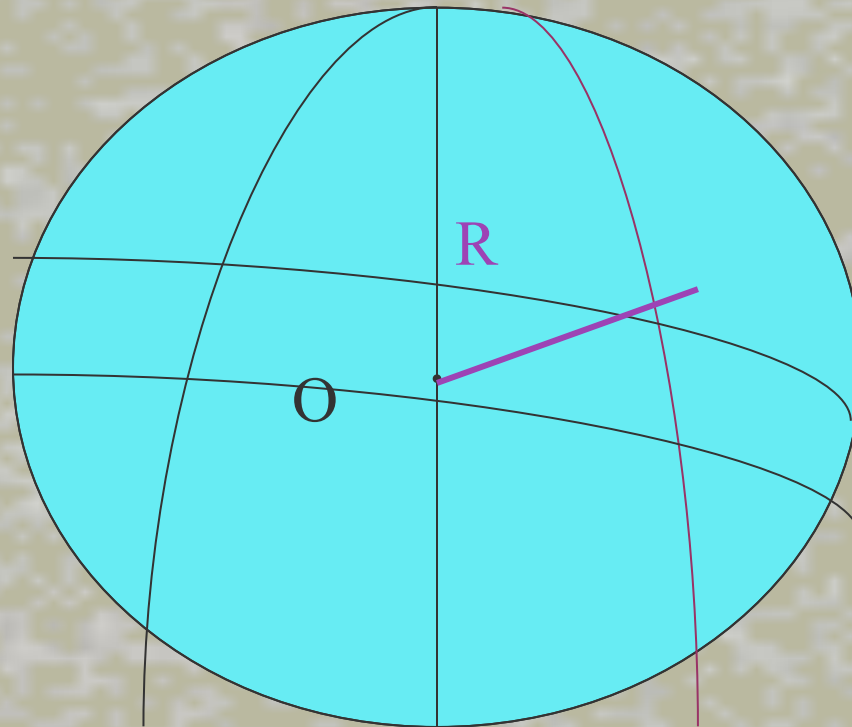
# 1. Вспомните определение сферы, шара.



2. Сколько плоскостей можно провести  
через 2 точки поверхности сферы?  
через 3 точки?

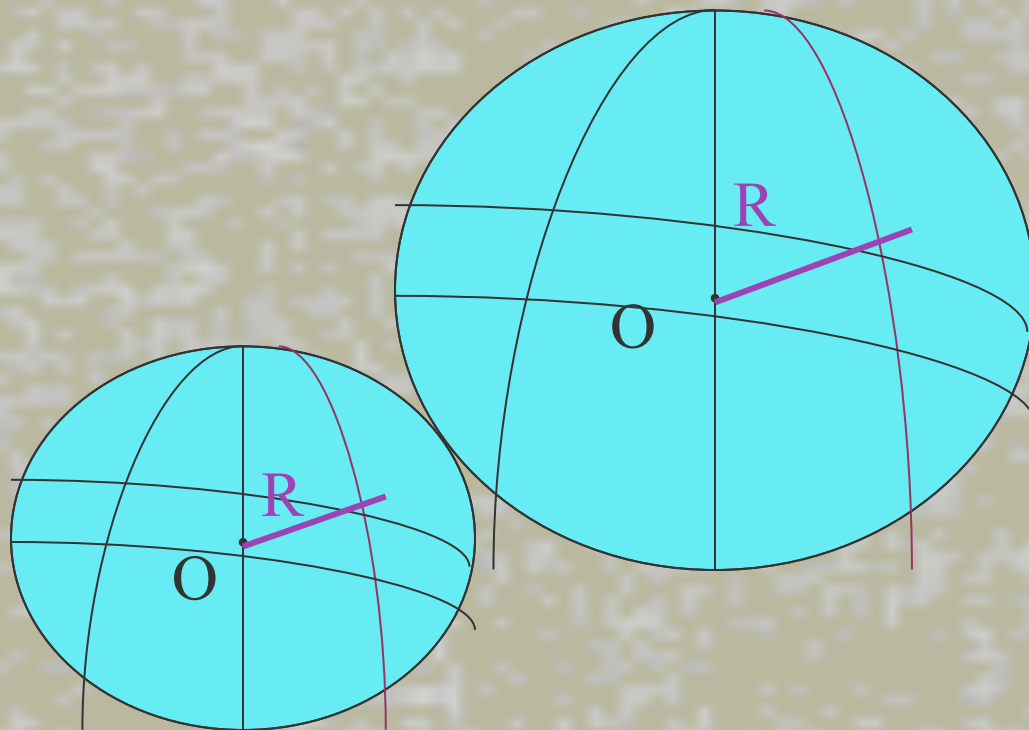


3. Через какие 2 точки сферы можно провести бесконечное число больших кругов?

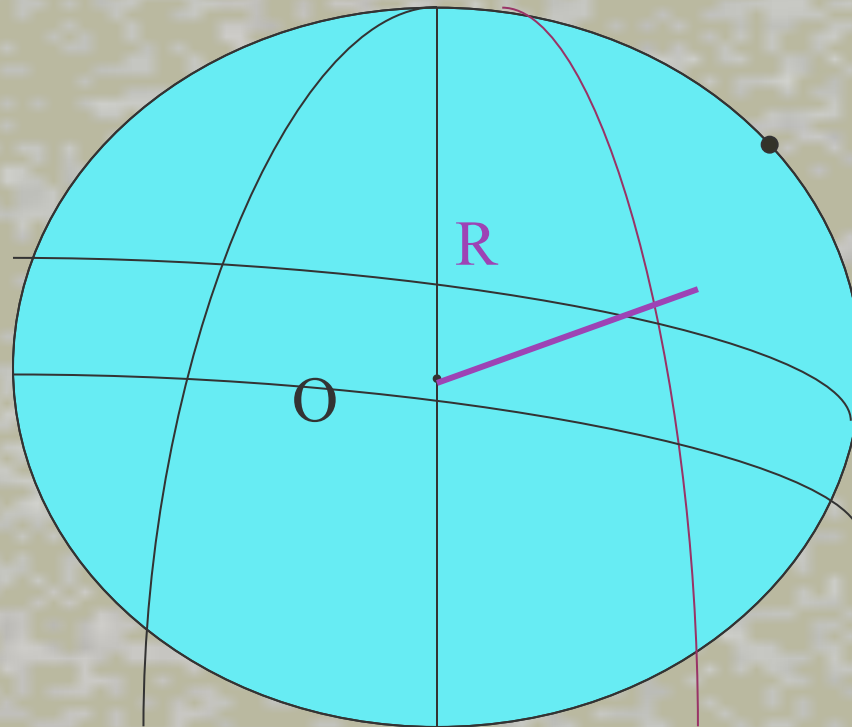




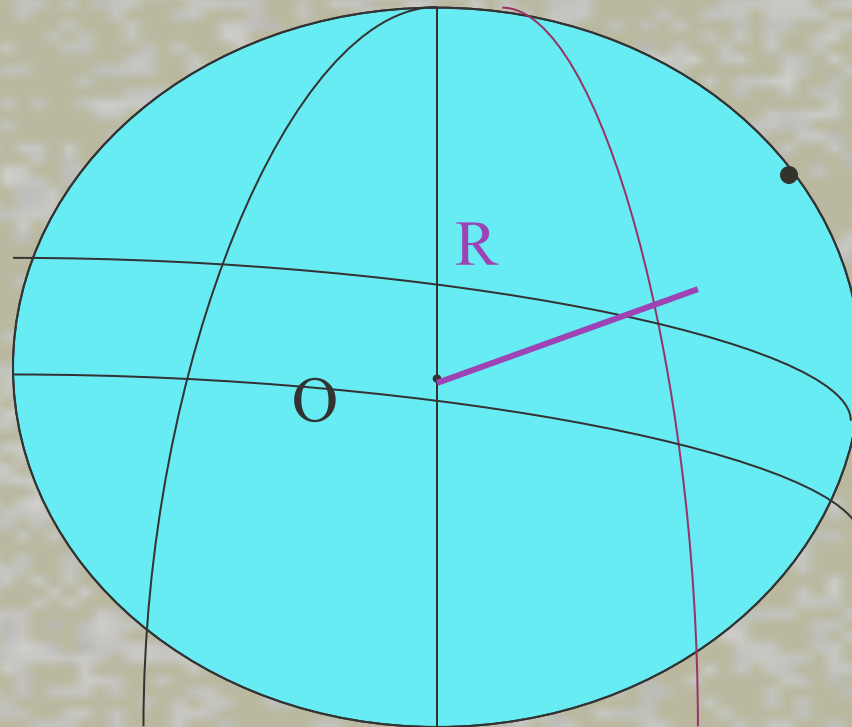
4. Две сферы внешне касаются.  
Сколько они имеют общих  
касательных?



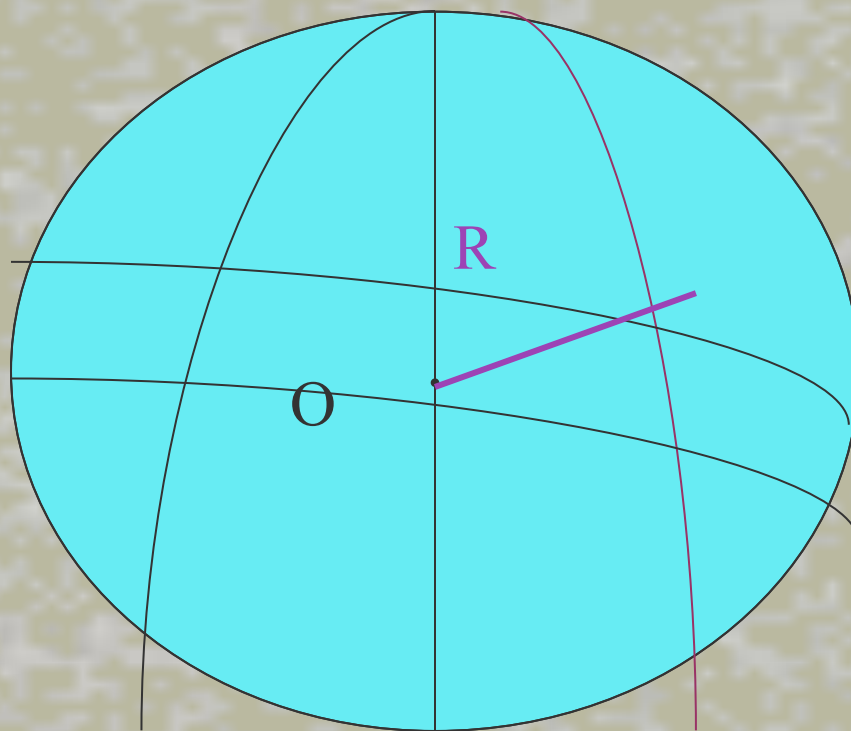
5. Сколько плоскостей, касательных к сфере, можно провести через точку, взятую на сфере? вне сферы?



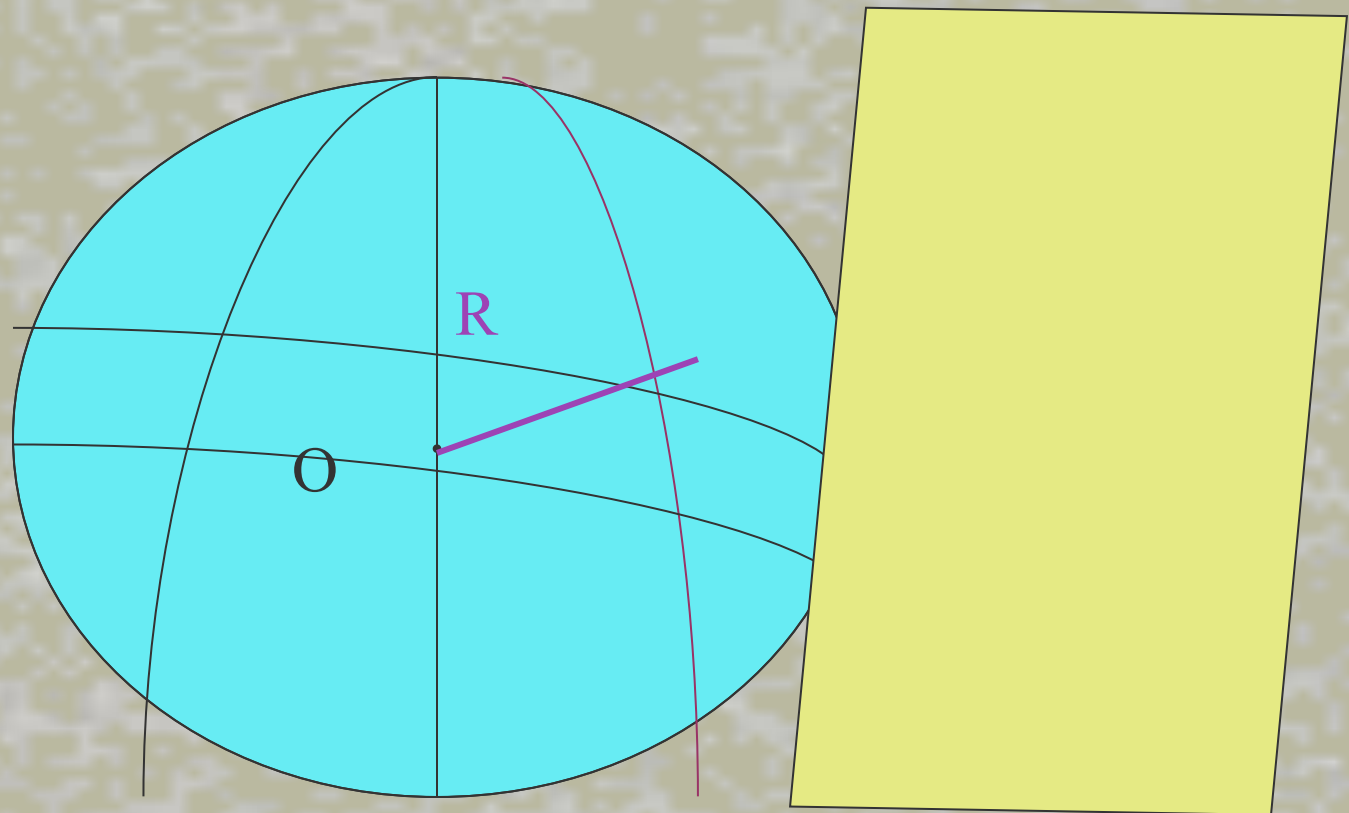
6. Сколько прямых, касательных к сфере, можно провести через точку, взятую на сфере? вне сферы?



7. Вращением какой геометрической фигуры можно получить сферу, шар?



8. В каком взаимном расположении могут находиться плоскость и сфера?

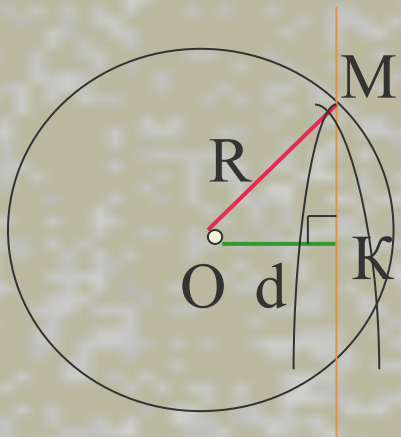


К плану  
урока



К плану урока

# Составьте всевозможные задачи по данному чертежу.



## ■ Дано:

Сфера  $R = 5$  см

т.О(-4; 6; 2)

Секущая плоскость на расстоянии  $d = 3$  см от центра.

## ■ Найти:

1. Уравнение сферы.

2. Радиус и площадь круга, полученного в сечении.

3. Площадь сферы.

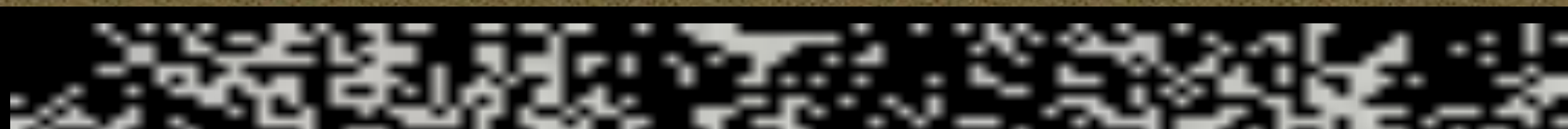
## ■ Решение:

$$(x+4)^2 + (y-6)^2 + (z-2)^2 = 25$$

$$r = 4 \text{ см}$$


$$S_{\text{сеч}} = 16\pi \text{ см}^2$$

$$S_{\text{сф}} = 4\pi 5^2 = 100\pi \text{ см}^2$$




К плану урока






Задача 1. Плоскость находится на расстоянии 6 см от центра шара, радиус которого равен 10 см. Найти радиус круга, полученного в сечении.

- Дано:
- Рисунок:
- Найти:
- Решение:
- Ответ.




Задача 2. В шаре радиусом 6 см найдите площадь сечения, проходящего через середину радиуса.

- Дано:
- Рисунок:
- Найти:
- Решение:
- Ответ.



**Задача 3.** В шаре радиусом 10 см проведено сечение, диаметр которого 12 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости сечения.


- Дано:
- Рисунок:
- Найти:
- Решение:
- Ответ.



**Задача 4.** Длина линии пересечения сферы радиусом 13 см и плоскости равна  $10\pi$  см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости.




- Дано:
- Рисунок:
- Найти:
- Решение:
- Ответ.




**Задача 5.** Сечение шара плоскостью, удалённой от его центра на 12 см, имеет площадь  $25\pi$  см<sup>2</sup>. Найти площадь поверхности шара.

- Дано:
- Рисунок:
- Найти:
- Решение:
- Ответ.




Задача 6. Площадь сечения сферы, проходящей через её центр, равна  $9\pi$  м<sup>2</sup>. Найти площадь сферы.

- Дано:
- Рисунок:
- Найти:
- Решение:
- Ответ.



**Задача 7.** Найти расстояние между двумя параллельными плоскостями сечения шара, радиусом 13 см. Радиусы сечений 5 см и 12 см.


- Дано:
- Рисунок:
- Найти:
- Решение:
- Ответ.



**Задача 8.** Вершины прямоугольного треугольника ABC лежат на шаровой поверхности, радиус которой 13 см. Найти расстояние от центра шара до плоскости ABC, если  $AB = 6$  см,  $BC = 8$  см, угол  $B = 90^\circ$ .


- Дано:
- Рисунок:
- Найти:
- Решение:
- Ответ.





Задача 9. Радиус сферы равен 20 см.  
Найти площадь поверхности куба,  
вписанного в сферу.

- Дано:
- Рисунок:
- Найти:
- Решение:
- Ответ.



**Задача 10.** Стороны прямоугольного параллелепипеда 3 см, 4 см, 12 см. Найти площадь поверхности описанной сферы.

- Дано:
- Рисунок:
- Найти:
- Решение:
- Ответ.



# К плану урока



Дано:

Шар

$R=10$  см

$\alpha$  - секущая плоскость,

$d=6$  см

к условию задачи



найти:

$$r_{\text{сеч}} = ?$$

к условию задачи

# Решение:

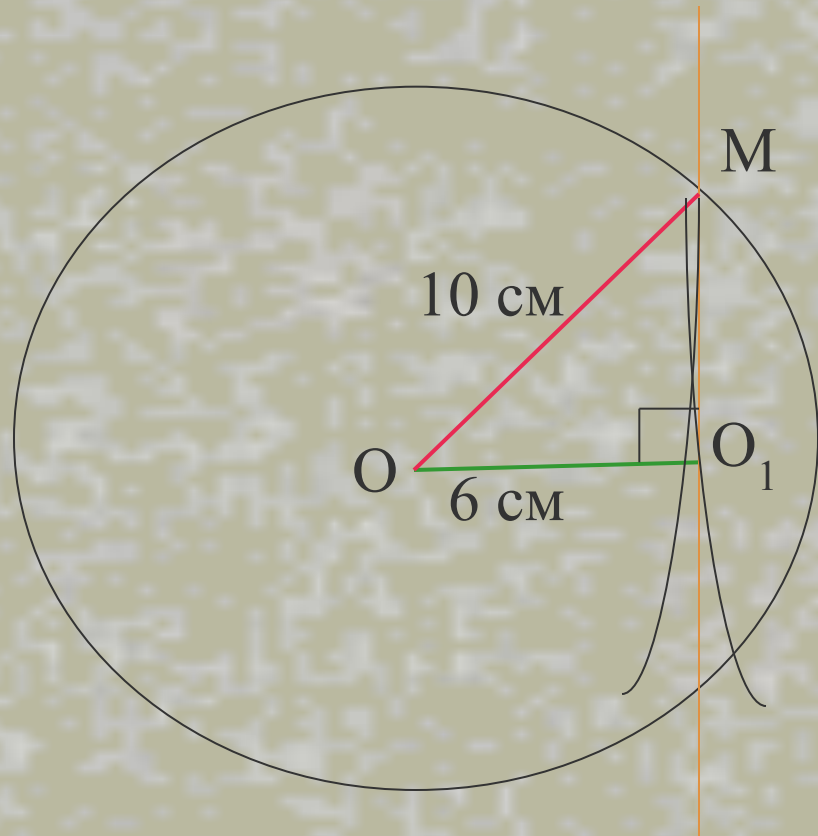
1.  $OO_1$ -расстояние от центра  $O$  до  $\alpha$ , где  $O_1$ - центр круга, полученного в сечении.
2.  $OO_1 \perp \alpha$ ,  $OM \in \alpha$ , значит  $OO_1 \perp O_1M$ .
3. Треугольник  $OO_1M$ - прямоугольный,  
 $O_1M = \sqrt{OM^2 - OO_1^2} = \sqrt{100 - 36} = 8$  см

к условию задачи



Ответ:  $r_{\text{сеч}} = 8 \text{ см}$

к условию задачи



к условию задачи





Дано:

Шар

$R=6$  см

$\alpha$  - секущая плоскость,  
проходящая через  
середину радиуса.

к условию задачи



найти:



$$S_{\text{сеч}} = ?$$

к условию задачи

## Решение:

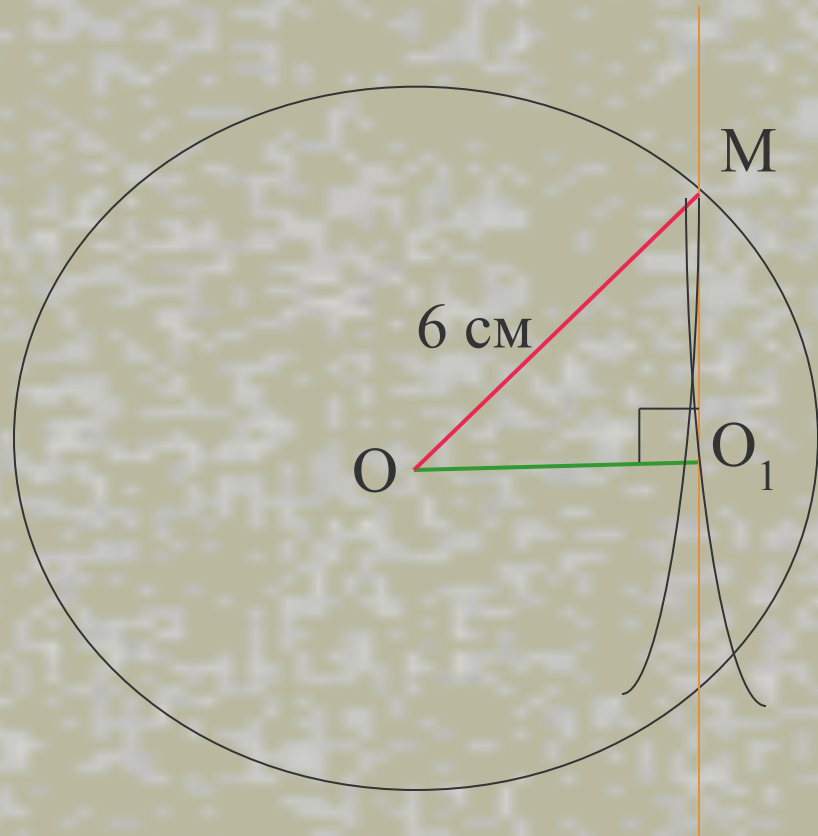
1. Найдем на каком расстоянии от центра находится плоскость:  $d = 6 : 2 = 3$  см
2.  $OO_1 \perp \alpha$ ,  $OM \in \alpha$ , значит  $OO_1 \perp O_1M$ .
3. треугольник  $OO_1M$  - прямоугольный,  
 $O_1M = \sqrt{OM^2 - OO_1^2} = \sqrt{36 - 9} = 27$  см
4.  $S_{\text{сеч}} = \pi r^2$ ,  $S_{\text{сеч}} = \pi 27^2 = 27\pi$  см<sup>2</sup>

[к условию задачи](#)



Ответ:  $S_{\text{сеч}} = 27\pi \text{ см}^2$

к условию задачи



к условию задачи



Дано:

Шар

$R=10$  см

$\alpha$  - секущая плоскость,  
диаметр сечения = 12 см.

к условию задачи



найти:

$d$  - расстояние от точки  $O$  до  $\alpha$ .

к условию задачи

## Решение:

1. т.к. диаметр круга в сечении равен 12 см, то радиус круга равен 6 см.
2.  $OO_1 \perp \alpha$ ,  $OM \in \alpha$ , значит  $OO_1 \perp O_1M$ .
3. треугольник  $OO_1M$  - прямоугольный,  
 $d = \sqrt{OM^2 - MO_1^2}$   
 $d = \sqrt{100 - 36} = 8 \text{ см}$

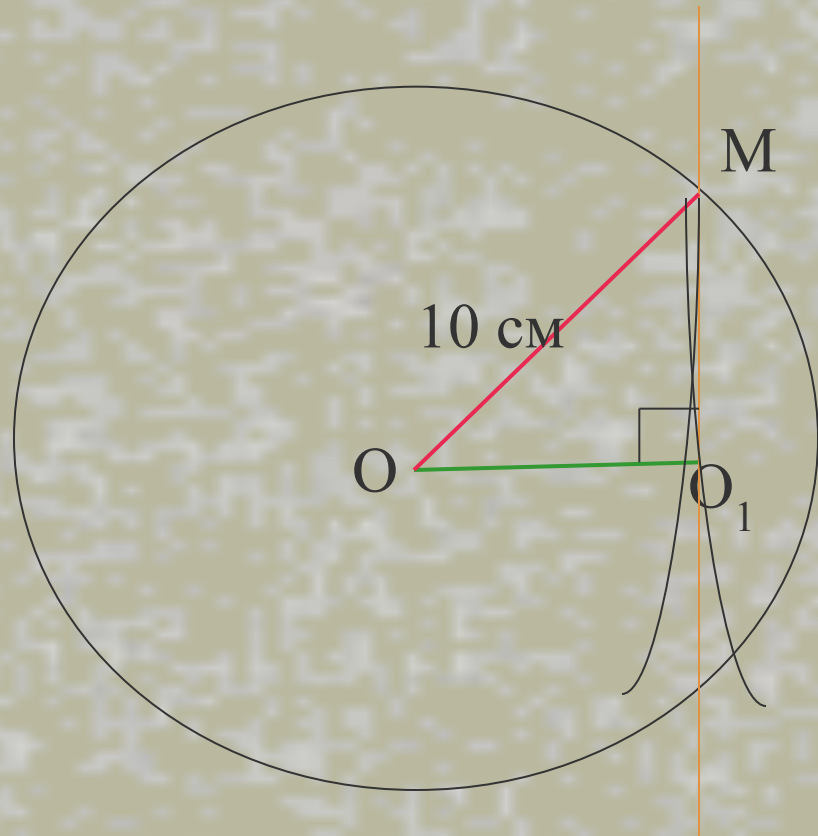
к условию задачи





Ответ:  $d = 8$  см.

к условию задачи



к условию задачи



Дано:

Сфера,  
 $R=13$  см

$\alpha$  – секущая плоскость,  
Длина линии пересечения  
сферы и  $\alpha = 10\pi$  см.

к условию задачи



найти:

$d$  - расстояние от точки  $O$  до  $\alpha$ .

к условию задачи

## Решение:

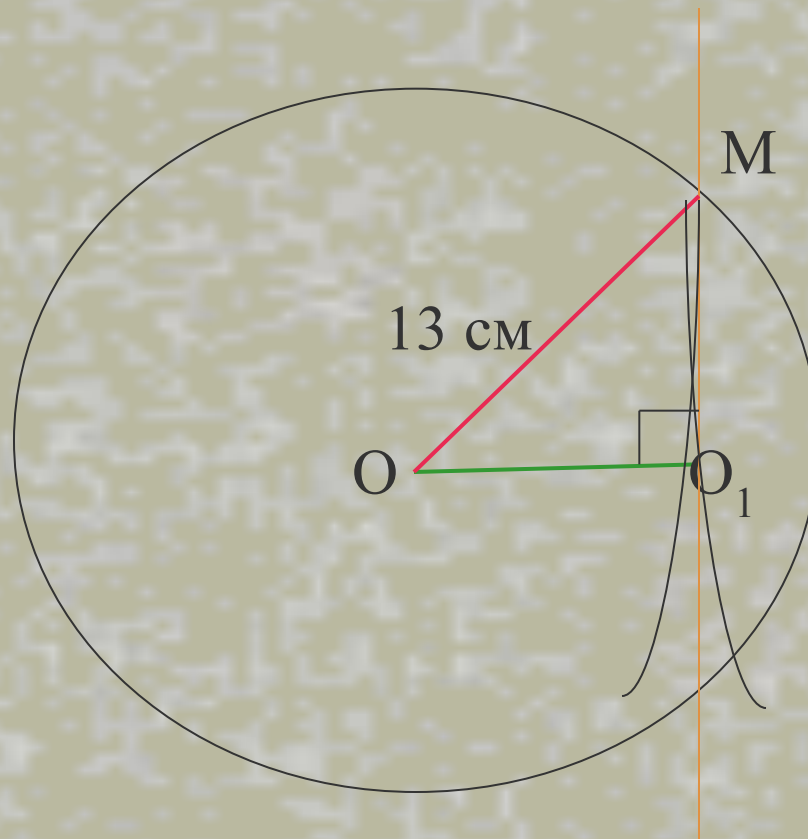
1. Длина окружности  $C=10\pi$ . Найдем радиус окружности из формулы  $C=2\pi r$ , отсюда  $r=5$  см
2.  $OO_1 \perp \alpha$ ,  $OM \in \alpha$ , значит  $OO_1 \perp O_1M$ .
3. треугольник  $OO_1M$ - прямоугольный,  
 $d = \sqrt{OM^2 - OO_1^2}$   
 $d = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$  см

[к условию задачи](#)



Ответ:  $d = 12$  см.

к условию задачи



к условию задачи



Дано:

Шар,

$\alpha$  - секущая плоскость, проходящая на расстоянии  $d=12$  см от центра  $O$ .

$$S_{\text{сеч}} = 25\pi \text{ см}^2$$

к условию задачи





найти:



$$S_{\text{шара}} = ?$$

к условию задачи

## Решение:

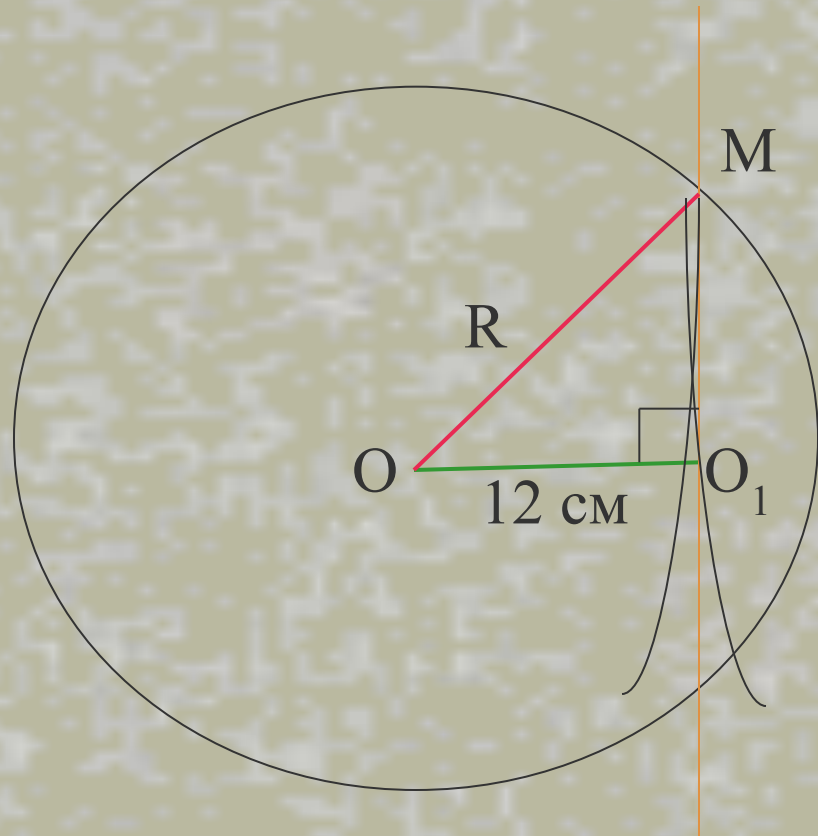
1. т.к.  $S_{\text{сеч}} = \pi r^2$ ,  $S_{\text{сеч}} = 25\pi$ , то  $r = 5$  см.
2.  $OO_1 \perp \alpha$ ,  $OM \in \alpha$ , значит  $OO_1 \perp O_1M$ .
3. треугольник  $OO_1M$ - прямоугольный,  
 $OM = \sqrt{O_1M^2 + OO_1^2} = \sqrt{44 + 25} = 13$  см
4.  $S_{\text{шара}} = 4\pi R^2$ ,  
 $S_{\text{шара}} = 4\pi 169 = 676\pi$  см<sup>2</sup>

к условию задачи



Ответ:  $S_{\text{шара}} = 676 \pi \text{ см}^2$

к условию задачи



к условию задачи



Дано:

Сфера

$\alpha$  - секущая плоскость,  
проходящая через центр  
сферы.

$$S_{\text{сеч}} = 9\pi \text{ м}^2$$

к условию задачи



найти:

$$S_{\text{сферы}} = ?$$



к условию задачи

## Решение:

1.  $S_{\text{сеч}} = \pi r^2$ ;  $S_{\text{сеч}} = 9\pi \text{ м}^2$ , отсюда  
найдем  $r = 3 \text{ м}$  и  $R = 3 \text{ м}$

2.  $S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$ ,  
 $S_{\text{сферы}} = 4\pi 3^2 = 36\pi \text{ м}^2$

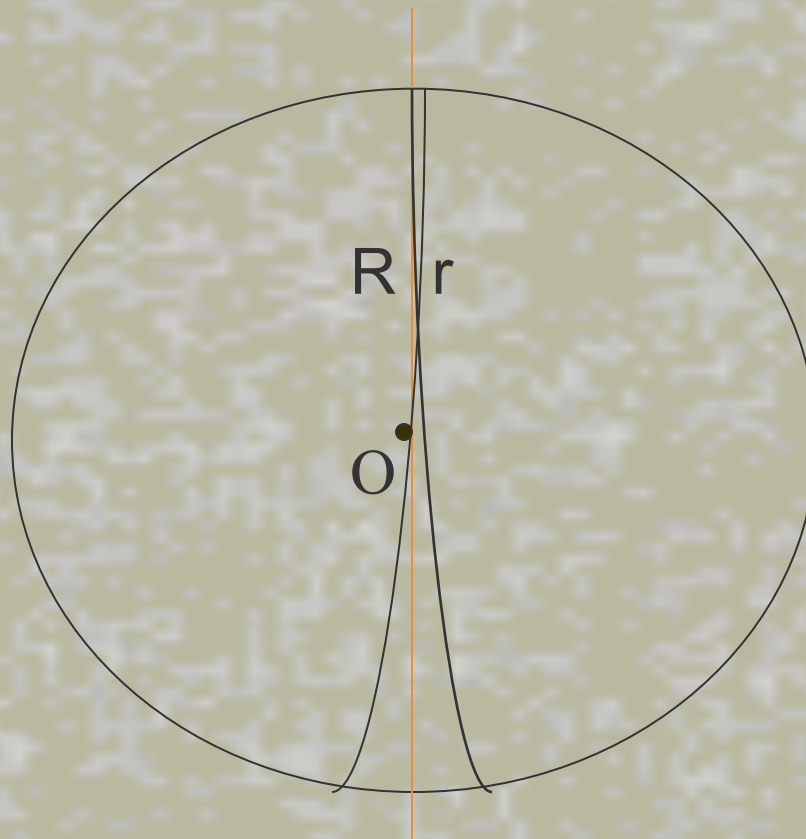
к условию задачи



Ответ:  $S_{\text{сферы}} = 36 \pi \text{ м}^2$

к условию задачи





к условию задачи



Дано:

Шар

$R=13$  см

Две параллельные секущие  
плоскости, радиусами  
5 см и 12 см.

к условию задачи



найти:

Расстояние между  
этими плоскостями.

к условию задачи

# Решение

1. Возможны 2 случая: 1)

$\alpha_1$  и  $\alpha_2$  расположены по разные стороны от центра;

2)  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  расположены по одну сторону от центра.

2. Рассмотрим треугольник  $OO_1A_1$  - прямоугольный,  
 $OO_1 = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$  см из  
треугольника  $OO_2A_2$  найдем  $OO_2 = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$   
см

3. Для 1 случая: расстояние между плоскостями  
равно  $(12 + 5)$  см = 17 см

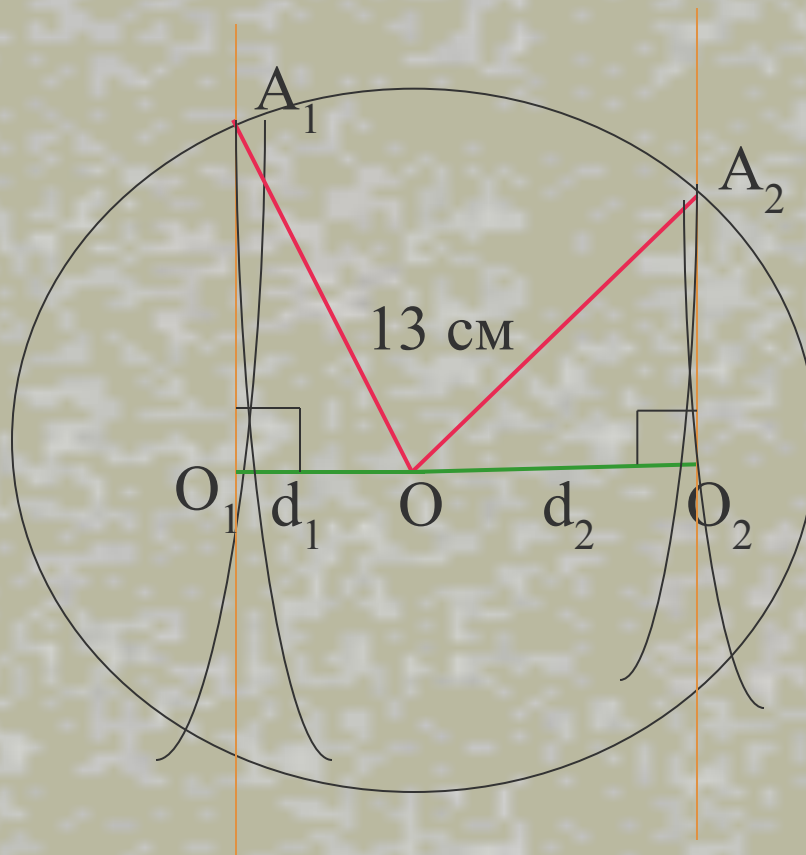
Для 2 случая: расстояние между плоскостями  
равно  $(12 - 5)$  см = 7 см

к условию задачи



Ответ: 17 см или 7 см.

к условию задачи



к условию задачи



Дано:

Шар

$R=13$  см

Вершины треугольника ABC  
принадлежат шаровой  
поверхности,

$\angle B=90^{\circ}$ ,  $AB=6$  см,  $BC=8$  см.

к условию задачи



найти:

$d$  - расстояние от центра  
шара до плоскости  
треугольника  $ABC$

[к условию задачи](#)



## Решение:

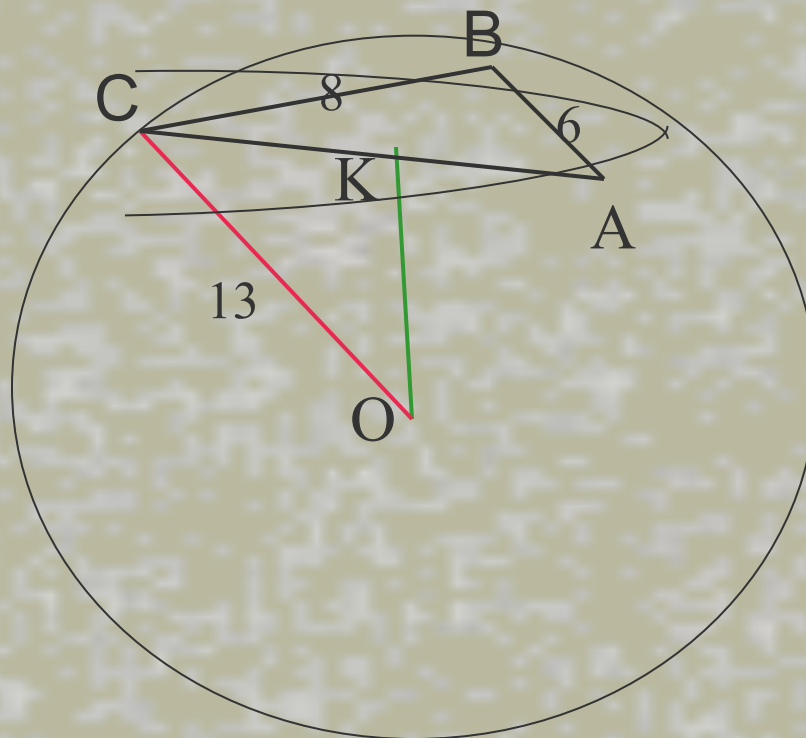
1. Треугольник ABC - прямоугольный, найдем  $AC = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$  см
2.  $OK \perp \alpha$ , K – центр круга, по которому происходит пересечение плоскости треугольника ABC, вписанного в круг.  $AK = KC = 5$  см.
3.  $d = OK = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$  см

к условию задачи



Ответ:  $d = 12$  см.

к условию задачи



к условию задачи



Дано:

Сфера,

$R=20$  см

Куб вписан в сферу.

к условию задачи



найти:

$$S_{\text{поверхности куба}} = ?$$

к условию задачи

# Решение:

1.  $S_{\text{пов куба}} = 6a^2$

2. т.к.  $D$  – диаметр шара; то  
 $D=2R$ ;  $D=40$  см.


3. с другой стороны  $D$  - диагональ  
вписанного куба, следовательно  
 $D^2=a^2+a^2+a^2=3a^2$ , отсюда  $a^2=D^2:3$ ,  
следовательно

$$S_{\text{куба}} = 6(D^2:3) = 2D^2;$$

3200 см<sup>2</sup>

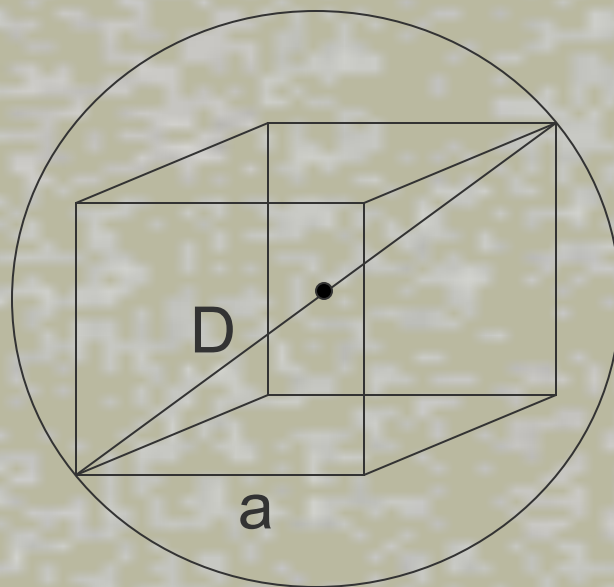
$$S_{\text{пов куба}} = S_{\text{пов}} =$$

к условию задачи



Ответ:  $S_{\text{пов. куба}} = 3200 \text{ см}^2$

к условию задачи



к условию задачи





# Дано:

сфера описана около  
прямоугольного  
параллелепипеда с  
измерениями:

$$a = 3 \text{ см}$$

$$b = 4 \text{ см}$$

$$c = 12 \text{ см.}$$

к условию задачи



найти:

$$S_{\text{сферы}} = ?$$


к условию задачи



# Решение:

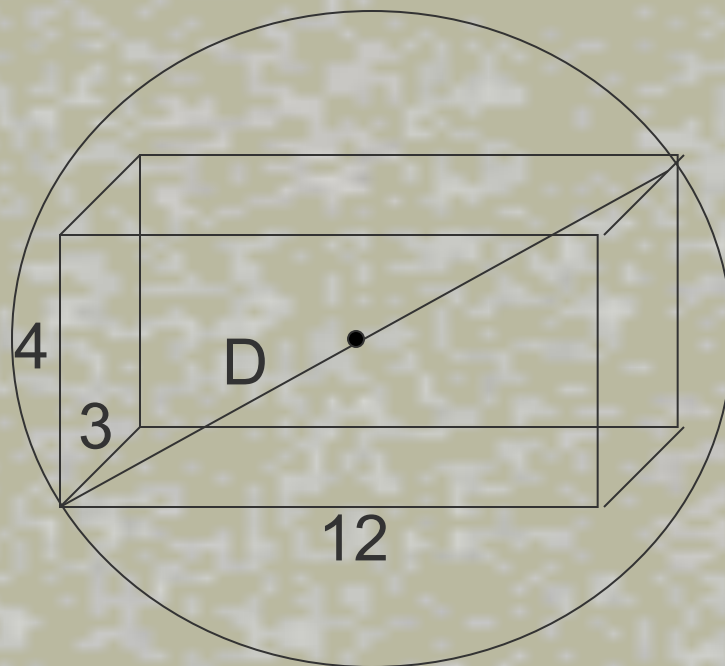
1.  $S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$
2. Диаметр  $D=2R$ ;
3. также диагональ  $D^2 = 4^2 + 3^2 + 12^2 = 169$ ,  
отсюда  $D=13$  см, а  $R=6,5$  см
4.  $S_{\text{сферы}} = 4\pi (6,5)^2 = 169\pi$  см<sup>2</sup>

к условию задачи



Ответ:  $S_{\text{сферы}} = 169\pi \text{ см}^2$

к условию задачи



к условию задачи

# К плану урока

