

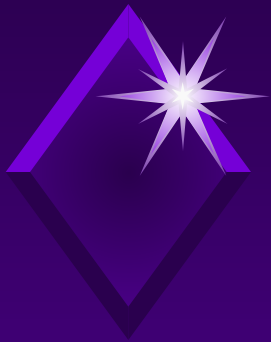


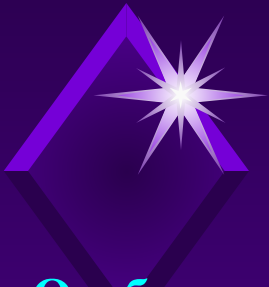
Модели олигополии: обзор. Часть 1. Олигополия без сговора

Филатов А.Ю.

Институт систем энергетики им.Л.А.Мелентьева,
Иркутский государственный университет

<http://math.isu.ru/filatov>,
<http://polnolunie.baikal.ru/me>,
http://fial_.livejournal.com,
alexander.filatov@gmail.com





Олигополия

Особенности:

- Небольшое количество фирм (максимальное число которых зависит от информационной открытости рынка).
- Однородный (нефть) либо дифференцированный (сотовая связь) продукт.
- **Стратегическое взаимодействие между производителями.**
- Наличие барьеров входа.

Олигополия без сговора – каждая из фирм, ориентируясь на действия конкурентов, самостоятельно максимизирует прибыль, управляя своей ценой и объемом поставок продукции.

Виды олигополии без сговора:

- **Количественная олигополия** (более адекватна в ситуации, когда фирмам после принятия плана относительно трудно изменить производственные мощности, а, следовательно, и объем поставок).
- **Ценовая олигополия** (более адекватна, когда фирмы в состоянии за небольшое время существенно изменить объем поставок на рынок, в том числе, при возможности, завоевать весь рынок).



Модель Курно (1838)

n олигополистов с объемами поставок продукции q_1, \dots, q_n и функциями издержек $TC_1(q_1), \dots, TC_n(q_n)$. Отраслевой спрос задан некоторой функцией $Q = D(p) \Leftrightarrow p = D^{-1}(Q)$. Прибыль каждого i -олигополиста зависит от объемов поставок конкурентов q_{-i} и составляет

$$\pi_i(q_i, q_{-i}) = TR_i(q_i, q_{-i}) - TC_i(q_i) = p q_i - TC_i(q_i) = D^{-1}\left(q_i + \sum_{j \neq i} q_j\right) q_i - TC_i(q_i) \rightarrow \max_{q_i}$$

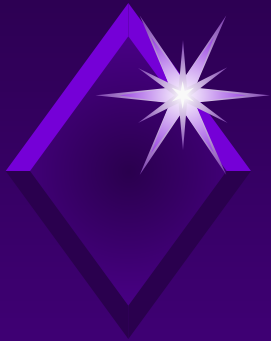
Кривые реакции – оптимальные отклики каждого олигополиста на меняющиеся условия функционирования рынка

$$q_i(q_1, \dots, q_{i-1}, q_{i+1}, \dots, q_n).$$

Равновесие Курно в чистых стратегиях существует не всегда!

Гарантировать существование, в частности, можно вогнутостью функции прибыли по выпуску, однако это предположение не выполняется даже при возрастающих предельных издержках, если функция спроса достаточно выпукла.

Равновесие Курно не всегда единственно!



Дуополия Курно.

Линейный спрос, линейные издержки

$$p = a - bQ, \quad Q = q_1 + q_2, \quad TC_i(q_i) = c_i q_i, \quad i = \{1, 2\}$$

Кривые реакции:

$$\pi_1 = TR_1(q_1, q_2) - TC_1(q_1) = (a - b(q_1 + q_2))q_1 - c_1 q_1 \rightarrow \max_{q_1},$$

$$\pi_2 = TR_2(q_1, q_2) - TC_2(q_2) = (a - b(q_1 + q_2))q_2 - c_2 q_2 \rightarrow \max_{q_2},$$

$$q_1 = \frac{a - c_1}{2b} - \frac{q_2}{2}.$$

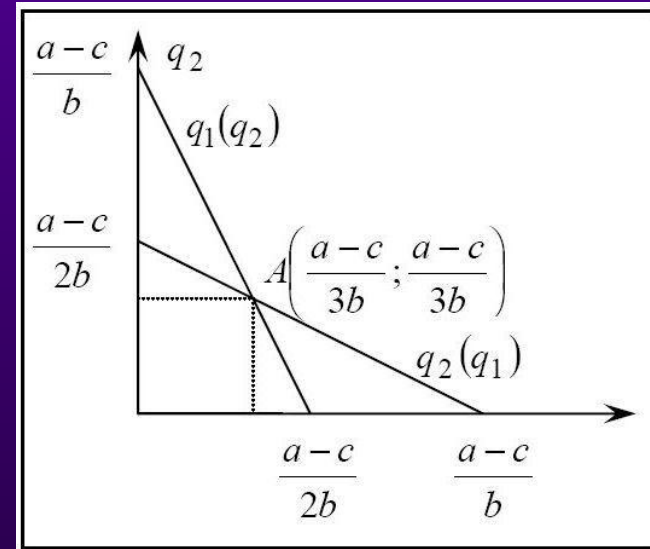
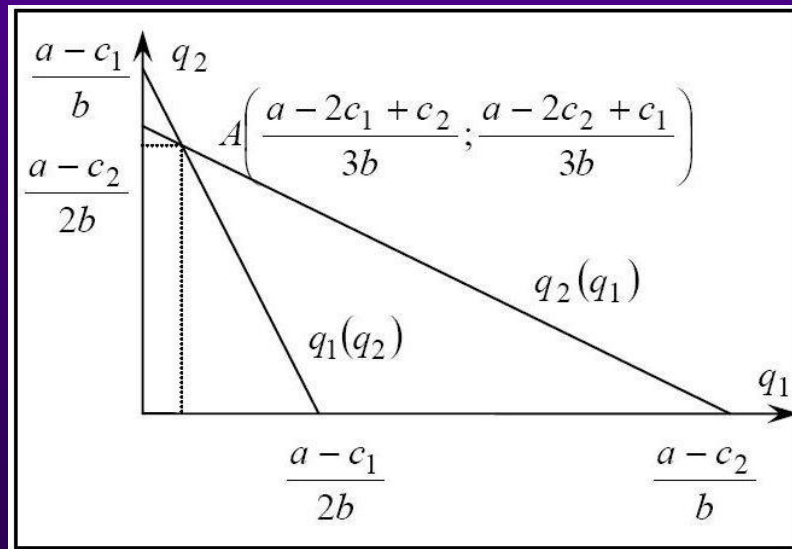
$$q_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2}.$$

Равновесие Курно при различных и одинаковых функциях издержек:

$$q_1 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{3b}, \quad q_2 = \frac{a - 2c_2 + c_1}{3b}.$$

$$q_1 = q_2 = \frac{a - c}{3b}.$$

Кривые реакции при различных и одинаковых функциях издержек:





Дуополия Курно.

Линейный спрос, линейные издержки

$$p = a - bQ, \quad Q = q_1 + q_2, \quad TC_i(q_i) = c_i q_i, \quad i = \{1, 2\}$$

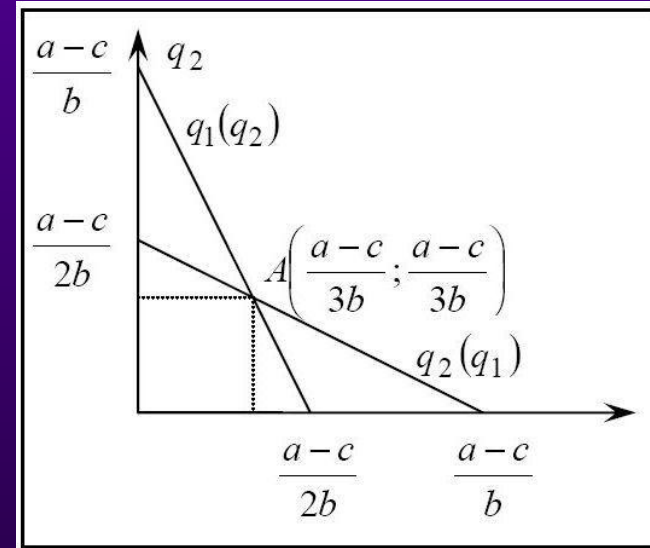
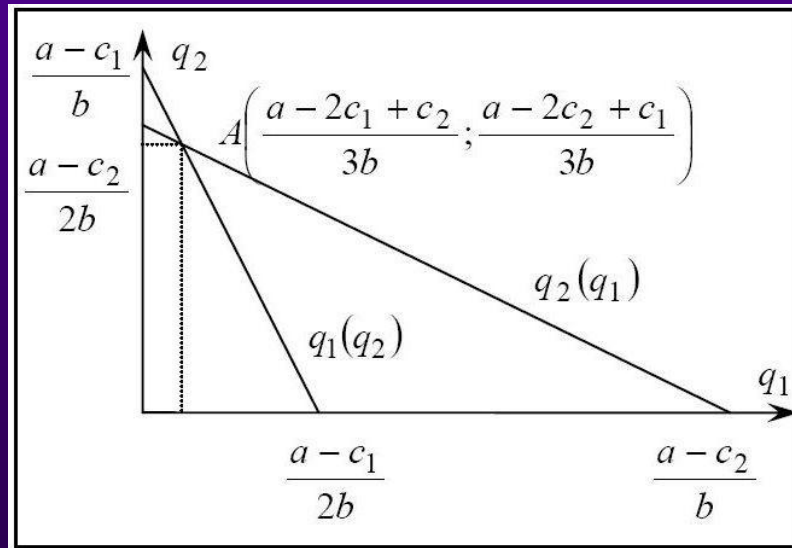
Снижение издержек второй фирмой:

$$\frac{a - c_2}{2b} > \frac{a - c_1}{b} \Leftrightarrow 2c_1 - c_2 > 0 \Leftrightarrow c_1 > \frac{a + c_2}{2} \Rightarrow q_1 = 0, \quad q_2 = (a - c_2)/2b.$$

Если обе фирмы сохраняют свое присутствие на рынке:

$$Q = q_1 + q_2 = \frac{2}{3} \frac{a - \bar{c}}{b}, \quad p = a - bQ = \frac{1}{3} a + \frac{2}{3} \bar{c}, \quad \bar{c} = \frac{c_1 + c_2}{2}.$$

Кривые реакции при различных и одинаковых функциях издержек:





Дуополия Курно.

Линейный спрос, квадратичные издержки

$$p = a - bQ, \quad Q = q_1 + q_2, \quad TC_i(q_i) = d_i q_i^2 + c_i q_i + f_i, \quad i = \{1, 2\}$$

Кривые реакции:

$$\pi_1 = (a - bq_1 - bq_2)q_1 - d_1 q_1^2 - c_1 q_1 - f_1 \rightarrow \max_{q_1}$$

$$\pi_2 = (a - bq_1 - bq_2)q_2 - d_2 q_2^2 - c_2 q_2 - f_2 \rightarrow \max_{q_2}$$

$$q_1 = \frac{a - c_1 - bq_2}{2(b + d_1)}$$

$$q_2 = \frac{a - c_2 - bq_1}{2(b + d_2)}$$

Равновесие Курно при одинаковых функциях переменных издержек:

$$q = \frac{a - c - bq}{2(b + d)}, \quad q = \frac{a - c}{3b + 2d}, \quad Q = 2q = \frac{2(a - c)}{3b + 2d}$$

$$p = a - b \frac{2(a - c)}{3b + 2d} = \frac{ab + 2ad + 2bc}{3b + 2d} = \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}c + \frac{4}{3}d \frac{a - c}{3b + 2d}$$

$$p = \frac{1}{3}a + \frac{2}{3}c + \frac{2}{3}dQ$$

$d \uparrow$ на 1, $b \downarrow$ на $2/3 \Leftrightarrow$ объем продаж неизменен, цена увеличивается.

Повышение цены пропорционально d и сложившемуся объему продаж.



Олигополия Курно.

Линейный спрос, линейные издержки

$$p = a - bQ, \quad Q = q_1 + \dots + q_n, \quad TC_i(q_i) = c_i q_i, \quad i = \{1, \dots, n\}$$

Кривые реакции:

$$\pi_i = TR_i(q_i, q_{-i}) - TC_i(q_i) = \left(a - b \left(q_i + \sum_{j \neq i} q_j \right) \right) q_i - c_i q_i \rightarrow \max_{q_i}, \quad i = 1, \dots, n.$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a - c_i - b \sum_{j \neq i} q_j - 2bq_i = 0, \quad q_i = \frac{a - c_i}{2b} - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} q_j.$$

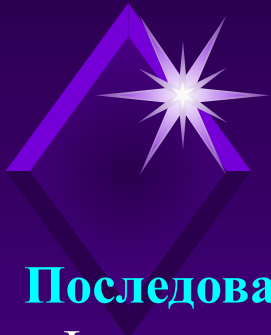
Равновесие Курно при одинаковых функциях издержек $c_1 = \dots = c_n = c$:

$$q_1 = \dots = q_n = q, \quad q = \frac{a - c}{2b} - \frac{n-1}{2} q,$$

$$q = \frac{1}{n+1} \frac{a - c}{b}, \quad Q = nq = \frac{n}{n+1} \frac{a - c}{b}, \quad p = a - bQ = \frac{1}{n+1} a + \frac{n}{n+1} c.$$

Совершенная конкуренция: $n \rightarrow \infty, \quad p \rightarrow c, \quad Q \rightarrow Q_{СК} = (a - c)/b.$

Монополия: $n = 1, \quad p = (a + c)/2, \quad Q = (a - c)/2b = Q_{СК}/2.$



Дуополия Штакельберга

Последовательное принятие решений:

«Фирма-лидер» понимает, что расширением своих поставок и, как следствие, снижением цены делает отрасль менее прибыльной и заставляет конкурента сокращать свой объем производства. Рационально действующий конкурент («фирма-последователь») максимизирует свою прибыль, действуя по Курно.

$$\pi_1(q_1, q_2(q_1)) \rightarrow \max_{q_1}, \quad q_2(q_1) = \arg \max_{q_2} \pi_2(q_1, q_2).$$
$$\pi_1 = TR_1(q_1, q_2) - TC_1(q_1) = \left(a - b \left(q_1 + \left(\frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2} \right) \right) \right) q_1 - c_1 q_1 \rightarrow \max_{q_1}.$$
$$q_1 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{2b}, \quad q_2 = \frac{a - c_2}{2b} - \frac{q_1}{2} = \frac{a - 3c_2 + 2c_1}{4b}, \quad Q = q_1 + q_2 = \frac{3a - 2c_1 - c_2}{4b}, \quad p = a - bQ = \frac{a + 2c_1 + c_2}{4}.$$

Равновесие Штакельберга при одинаковых функциях издержек $c_1 = \dots = c_n = c$:

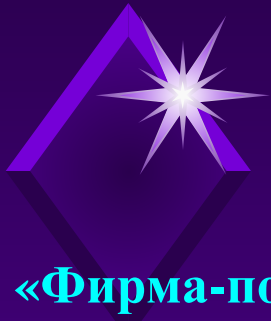
$$q_1 = \frac{1}{2} \frac{a - c}{b}, \quad q_2 = \frac{1}{4} \frac{a - c}{b}, \quad Q = \frac{3}{4} \frac{a - c}{b} = \frac{3}{4} Q_{СК}, \quad p = \frac{1}{4} a + \frac{3}{4} c.$$

Эффекты, возникающие при различных функциях издержек:

$$q_1 < q_2, \text{ если } c_1 > \frac{1}{6} a + \frac{5}{6} c_2.$$

Уход с рынка:

$$q_1 = 0, \text{ если } c_1 > (a + c_2)/2. \quad q_2 = 0, \text{ если } c_2 > (a + 2c_1)/3.$$



Неравновесие Штакельберга

«Фирма-последователь» может пожелать увеличить свои прибыли за счет конкурента, начав играть роль «лидера» и расширяя поставки продукции.

$$Q = q_1 + q_2 = \frac{a - 2c_1 + c_2}{2b} + \frac{a - 2c_2 + c_1}{2b} = \frac{2a - c_1 - c_2}{2b}, \quad p = a - bQ = a - b \frac{2a - c_1 - c_2}{2b} = \frac{c_1 + c_2}{2}.$$

При $c_1 = c_2 = c$ оба дуополиста продают свою продукцию строго по издержкам. В противном случае одна из фирм несет убытки.

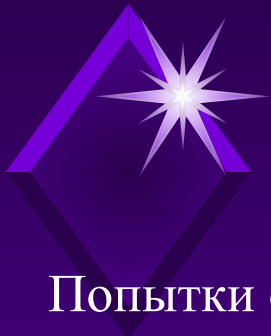
Олигополия Штакельберга

$$q_i = \frac{a - c_i}{2b} - \frac{1}{2} \sum_{j \neq i} q_j, \quad i = 2, \dots, n.$$

$$c_1 = \dots = c_n = c \Rightarrow q_2 = \dots = q_n = q^*, \quad q^* = \frac{a - c}{2b} - \frac{q_1 + (n-2)q^*}{2}, \quad q^* = \frac{a - c}{nb} - \frac{q_1}{n}$$
$$\pi_1 = (a - b(q_1 + (n-1)q^*))q_1 - cq_1 \rightarrow \max, \quad \pi_1 = \left(a - b \left(q_1 + \frac{n-1}{n} \left(\frac{a-c}{b} - q_1 \right) \right) \right) q_1 - cq_1 \rightarrow \max_{q_1}$$
$$q_1 = \frac{a - c}{2b} = \frac{1}{2} Q_{СК}, \quad q^* = \frac{a - c}{nb} - \frac{a - c}{2nb} = \frac{a - c}{2nb}$$

«Лидер», независимо от числа конкурентов, ведет себя как монополист.
«Фирмы-последователи» делят между собой оставшуюся половину рынка.

Если «лидеров» хотя бы двое, то объем привезенной ими продукции настолько велик, что цена падает ниже себестоимости, и все олигополисты несут убытки.



Борьба за лидерство

Попытки стать лидером могут не ограничиваться простым установлением монопольного объема продаж. Лидер может просто помнить, что увеличение собственных поставок сокращает поставки конкурентов. Для дуополии

$$dq_2/dq_1 = dq_1/dq_2 = -1/2.$$

Максимизация прибыли:

$$\begin{cases} \pi_1 = (a - b(q_1 + q_2(q_1)))q_1 - cq_1 = aq_1 - cq_1 - bq_1^2 - bq_1q_2(q_1) \rightarrow \max_{q_1}, \\ \pi_2 = (a - b(q_2 + q_1(q_2)))q_2 - cq_2 = aq_2 - cq_2 - bq_2^2 - bq_2q_1(q_2) \rightarrow \max_{q_2}. \end{cases}$$

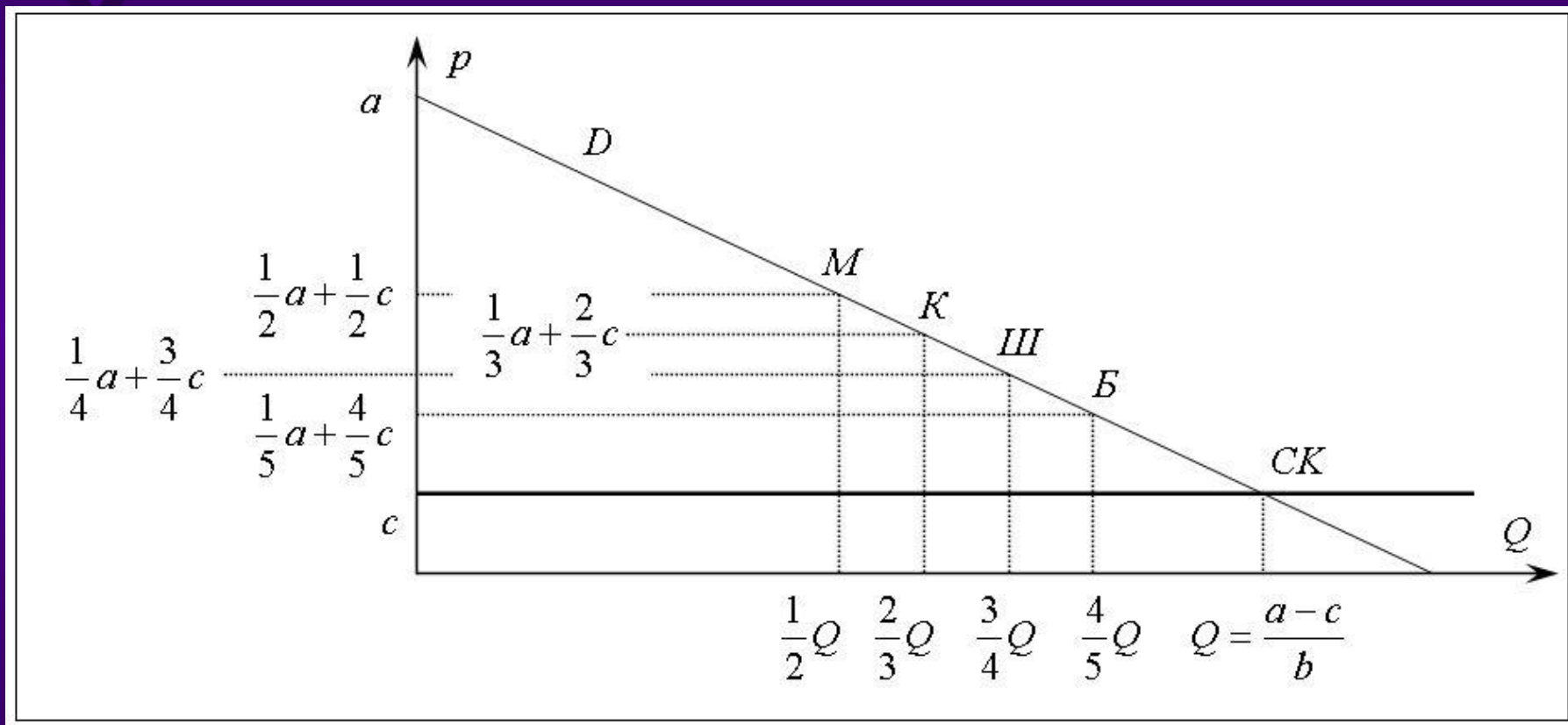
Кривые реакции:

$$\begin{cases} a - c - 2bq_1 - bq_2 + \frac{1}{2}bq_1 = 0, \\ a - c - 2bq_2 - bq_1 + \frac{1}{2}bq_2 = 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} q_1 = \frac{2}{3} \frac{a - c}{b} - \frac{2}{3}q_2, \\ q_2 = \frac{2}{3} \frac{a - c}{b} - \frac{2}{3}q_1. \end{cases}$$

Равновесие в модели «борьба за лидерство»:

$$q_1 = q_2 = \frac{2}{5} \frac{a - b}{c}, \quad Q = \frac{4}{5} \frac{a - b}{c} = \frac{4}{5} Q_{СК}, \quad p = \frac{1}{5}a + \frac{4}{5}c.$$

Ситуации равновесия в моделях количественной олигополии



СК – совершенная конкуренция,
Б – борьба за лидерство,
Ш – дуополия Штакельберга,

К – дуополия Курно,
М – монополия.



Модель Бертрана (1883)

Олигополисты конкурируют по ценам. Весь спрос делится между теми продавцами, которые устанавливают минимальную цену на рынке.

Для случая двух фирм $q_1 = \begin{cases} Q, & p_1 < p_2 & \text{- захват рынка} \\ Q/2, & p_1 = p_2 & \text{- дележ рынка} \\ 0, & p_1 > p_2 & \text{- потеря рынка} \end{cases}$


Оптимальная стратегия: удешевление продукции с целью захвата всего рынка при любых ценах конкурентов, превышающих себестоимость.

Парадокс Бертрана:

Равновесие на рынке с небольшим количеством фирм достигается при продаже продукции по издержкам. Фирмы не в состоянии обеспечить себе положительную прибыль, производя однородную продукцию.

Выходы из парадокса Бертрана:

1. Динамическая ценовая конкуренция.
2. Модель Эджворта.
3. Модели с возрастающими предельными издержками.
4. Модели с дифференцированным продуктом.



Динамическая ценовая конкуренция

Фирма 1 \ Фирма 2	Высокая цена	Низкая цена
Высокая цена	$(\pi_1; \pi_1)$	$(\pi_3; \pi_2)$
Низкая цена	$(\pi_2; \pi_3)$	$(\pi_4; \pi_4)$

Зависимость прибылей фирм от выбранных стратегий: $\pi_2 > \pi_1 > \pi_4 > \pi_3$

Если взаимодействие фирм может продолжаться бесконечно долго, доминирующими могут быть, по крайней мере, следующие две стратегии:

Стратегия «Око за око» – назначить высокую цену в момент t , если другая фирма назначила высокую цену в момент $(t-1)$; и назначить низкую цену в противном случае.

Стратегия «хищничества» – назначать низкую цену в любой момент времени вне зависимости от действий конкурента.

ρ – заданная вероятность того, что игра будет продолжена.

δ – дисконтирующий множитель, связанный со ставкой дисконтирования r формулой $\delta = 1/(1+r)$.



Динамическая ценовая конкуренция

Стратегия «Око за око»: $NPV_1 = \pi_1 + \pi_1 \rho \delta + \pi_1 \rho^2 \delta^2 + \dots = \frac{\pi_1}{1 - \rho \delta}$.

Стратегия «хищничества»: $NPV_2 = \pi_2 + \pi_4 \rho \delta + \pi_4 \rho^2 \delta^2 + \dots = \pi_2 + \pi_4 \frac{\rho \delta}{1 - \rho \delta} = \pi_2 - \pi_4 + \frac{\pi_4}{1 - \rho \delta}$.

$$NPV_1 > NPV_2 \Leftrightarrow \frac{\pi_1 - \pi_4}{1 - \rho \delta} > \pi_2 - \pi_4 \Leftrightarrow \frac{\pi_2 - \pi_1}{\pi_2 - \pi_4} < \rho \delta.$$

Фирмы отказываются от ценовой войны, если

1. Увеличивается вероятность дальнейшего взаимодействия.
2. Если увеличивается значимость будущих прибылей.
3. Одностороннее снижение цены приводит к незначительному увеличению прибыли, а взаимное снижение цены крайне неприятно для обеих фирм.

Эмпирические исследования (Р.Аксельрод). Требования к стратегиям:

Добрая – не должна предавать, пока этого не сделает оппонент.

Мстительная – не должна быть слепым оптимистом.

Прощающая – отомстив, должна вернуться к сотрудничеству.

Не завистливая – не должна пытаться выиграть больше оппонента.



Модель Эджворта (1897)

$$p = a - bQ, \quad Q = q_1 + q_2, \quad TC_i(q_i) = c_i q_i, \quad i = \{1, 2\}$$

Ограничения на производственные мощности:

$$q_1 \leq K_1, \quad q_2 \leq K_2, \quad K_1 \leq K_2 < (a - c)/b.$$

Продажа продукции по издержкам не является равновесием Нэша!

Возможные стратегии поведения:

1. Установление низкой цены и продажа продукции в объеме K_i .
2. Установление оптимальной цены и работа на остаточном спросе.

Схемы случайного, эффективного и анти-эффективного рационирования:

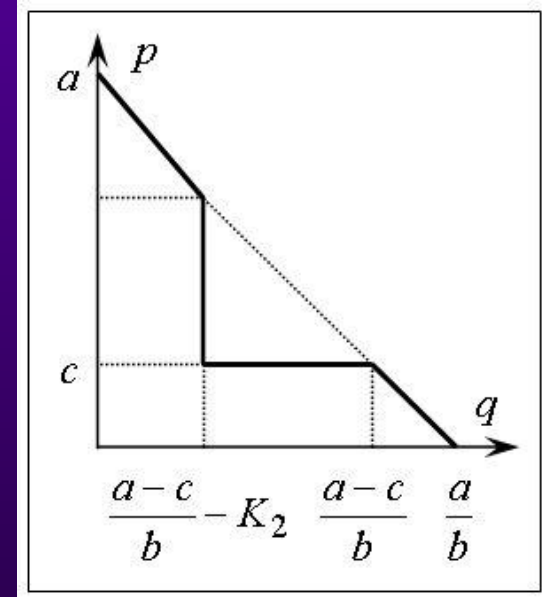
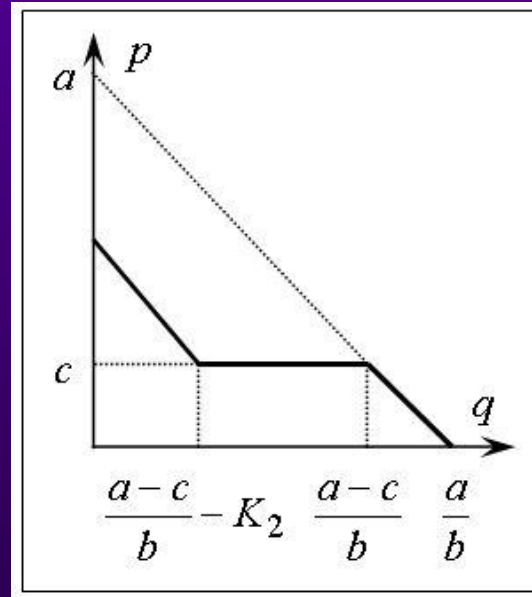
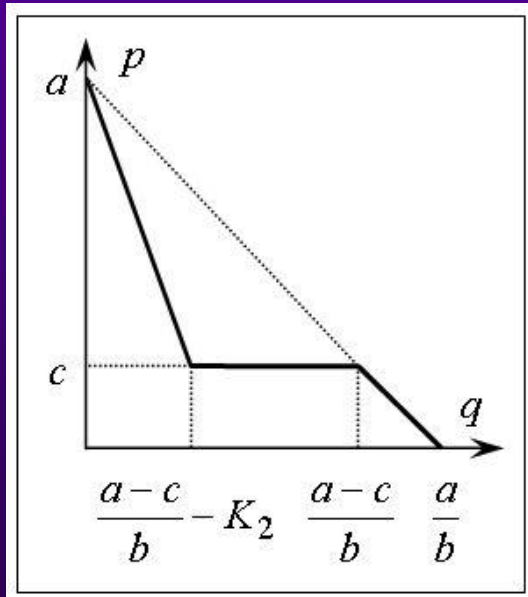




Схема случайного рационарирования

$$p_1 = (a+c)/2, \quad q_1 = (a-c)/2b - K_2/2, \quad \pi_1 = (p_1 - c)q_1 > 0.$$

$$p_2 = p_1, \quad q_2 = K_2.$$

... ценовая война до уровня цены $p_2 = p^*$.

$$p_1 = (a+c)/2, \quad q_1 = (a-c)/2b - K_2/2, \quad \pi_1 = (p_1 - c)q_1 > 0.$$

Прибыли при 2 стратегиях поведения:

1. Снижение цены и захват рынка:

$$\pi_1^- = (p - c)K_1.$$

2. Повышение цены до монопольного уровня (на остаточном спросе):

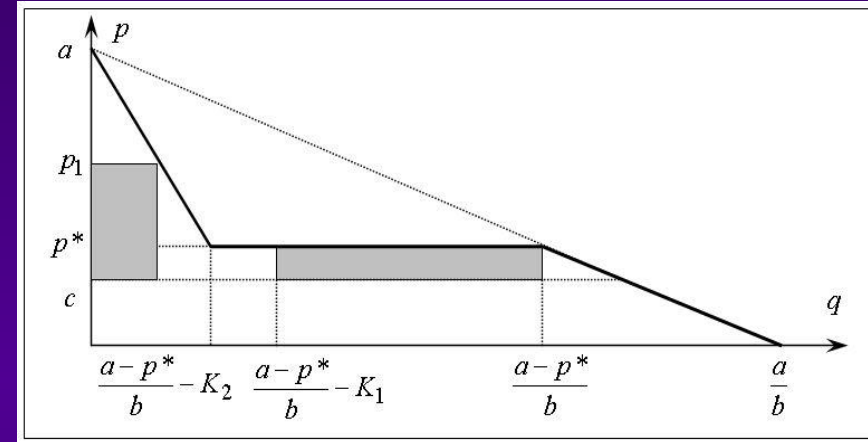
$$q_1 = \frac{\frac{a-p}{b} - K_2}{\frac{a-p}{b}} \cdot \frac{a-p_1}{b} = \frac{(a-p-bK_2)(a-p_1)}{b(a-p)} = (a-p_1) \left(\frac{1}{b} - \frac{K_2}{a-p} \right),$$

$$\pi_1^+ = (p_1 - c)q_1 = \frac{(a-c)^2}{4} \left(\frac{1}{b} - \frac{K_2}{a-p} \right).$$

Цена p^* находится из равенства $\pi_1^- = \pi_1^+$ и решения квадратного уравнения.

Замечание 1. В модели Эджворта нет статического равновесия!

Замечание 2. Первой поднимать цену, уходя на остаточный спрос, всегда будет фирма с меньшими производственными мощностями!



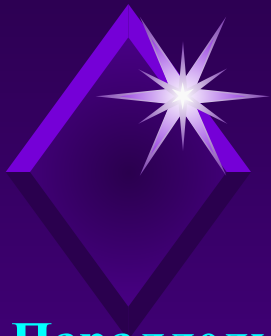


Схема эффективного рационарирования

Параллельный сдвиг функции спроса!

Критическая цена p^* окажется ниже, чем при случайном рационарировании!

Оптимальная цена ниже и зависит от K_2 :

$$p_1 = \frac{a + c - bK_2}{2}.$$

Прибыли при 2 стратегиях поведения:

1. Снижение цены и захват рынка:

$$\pi_1^- = (p - c)K_1.$$

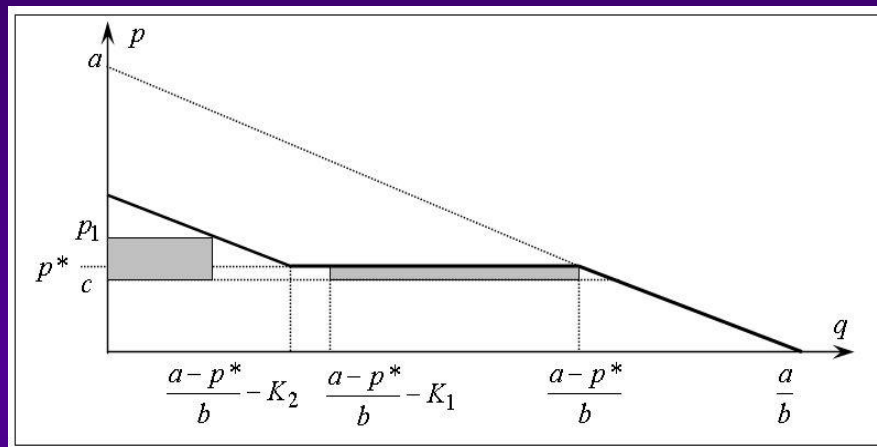
2. Повышение цены до монопольного уровня (на остаточном спросе):

$$q_1 = (a - p_1)/b - K_2,$$

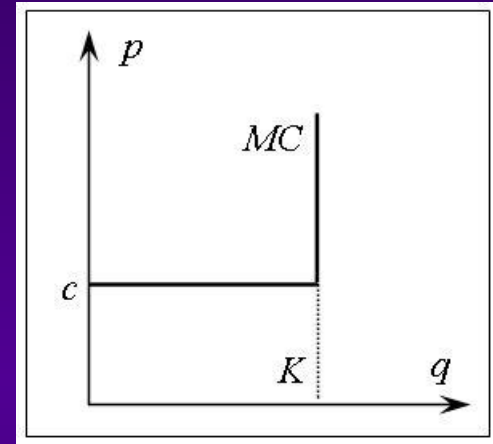
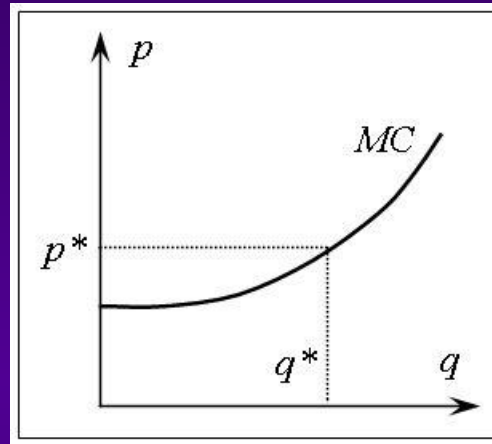
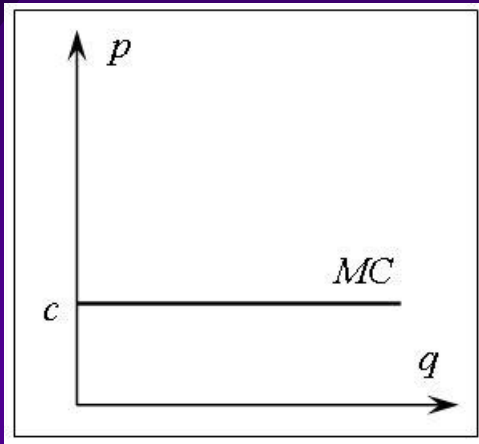
$$\pi_1^+ = (p_1 - c)q_1 = \frac{a - c - bK_2}{2} \left(\frac{a - c}{2b} - \frac{K_2}{2} \right) = \frac{(a - c - bK_2)^2}{4b}.$$

Нахождение критической цены p^* :

$$\frac{(a - c - bK_2)^2}{4b} = (p - c)K_1 \Leftrightarrow p^* = \frac{(a - c - bK_2)^2}{4bK_1} + c.$$

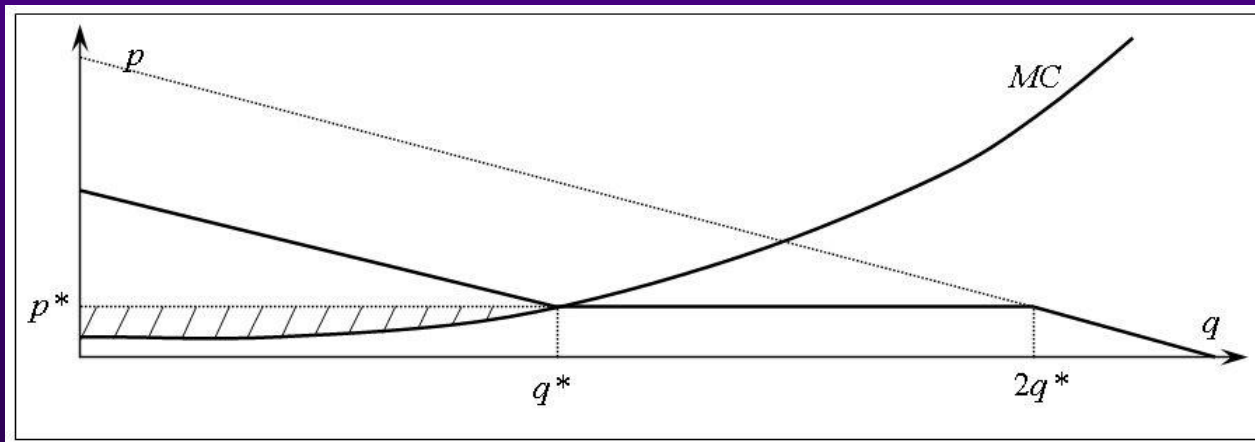


Модели с возрастающими предельными издержками



Постоянная и убывающая отдача от масштаба, ограничение по мощности

$p^* = MC_1(q_1) = \dots = MC_n(q_n)$, $q_1 + q_2 + \dots + q_n = q_D(p^*)$ – не является равновесием Нэша!





Модели с дифференцированным продуктом

Продукты не являются совершенно взаимозаменяемыми!

1. Транспортные издержки (модели Хотеллинга и Сэлопа).
2. Качество товара, обслуживания и сервиса.

Простейшая модель:

$$q_1(p_1, p_2) = a - bp_1 + dp_2, \quad q_2(p_1, p_2) = a - bp_2 + dp_1, \quad 0 < d < b, \quad a > c(b - d).$$

При малой разнице цен часть клиентов остается у более дорогой фирмы!

$d < b \Rightarrow$ если цены товаров в обеих фирмах растут на одну и ту же величину, объем спроса в обеих фирмах сокращается.

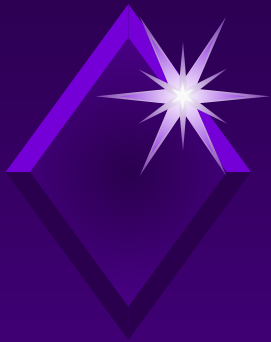
$a > c(b - d) \Rightarrow$ если обе фирмы назначают цены на уровне предельных издержек, объемы спроса на их товары будут положительными

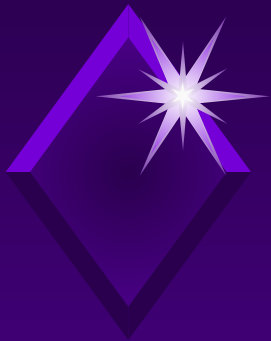
$$\pi_1 = (p_1 - c)(a - bp_1 + dp_2) \rightarrow \max, \quad \pi_2 = (p_2 - c)(a - bp_2 + dp_1) \rightarrow \max.$$

$$p_1 = \frac{a + bc + dp_2}{2b}, \quad p_2 = \frac{a + bc + dp_1}{2b}, \quad p_1^* = p_2^* = \frac{a + bc}{2b - d} = c + \frac{a - c(b - d)}{2b - d} > c.$$

Суммарный спрос на рынке одинаково реагирует на снижение цены как в дешевой, так и в дорогой фирме:

$$Q(p_1, p_2) = q_1(p_1, p_2) + q_2(p_1, p_2) = 2a - (b - d)p_1 - (b - d)p_2$$





*Спасибо
за внимание!*

<http://math.isu.ru/filatov>,
<http://polnolunie.baikal.ru/me>,
http://fial_.livejournal.com,
alexander.filatov@gmail.com