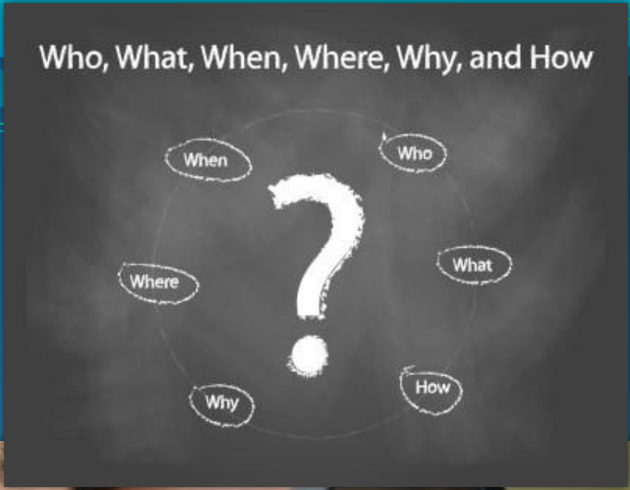
Интеграл. Первообразная

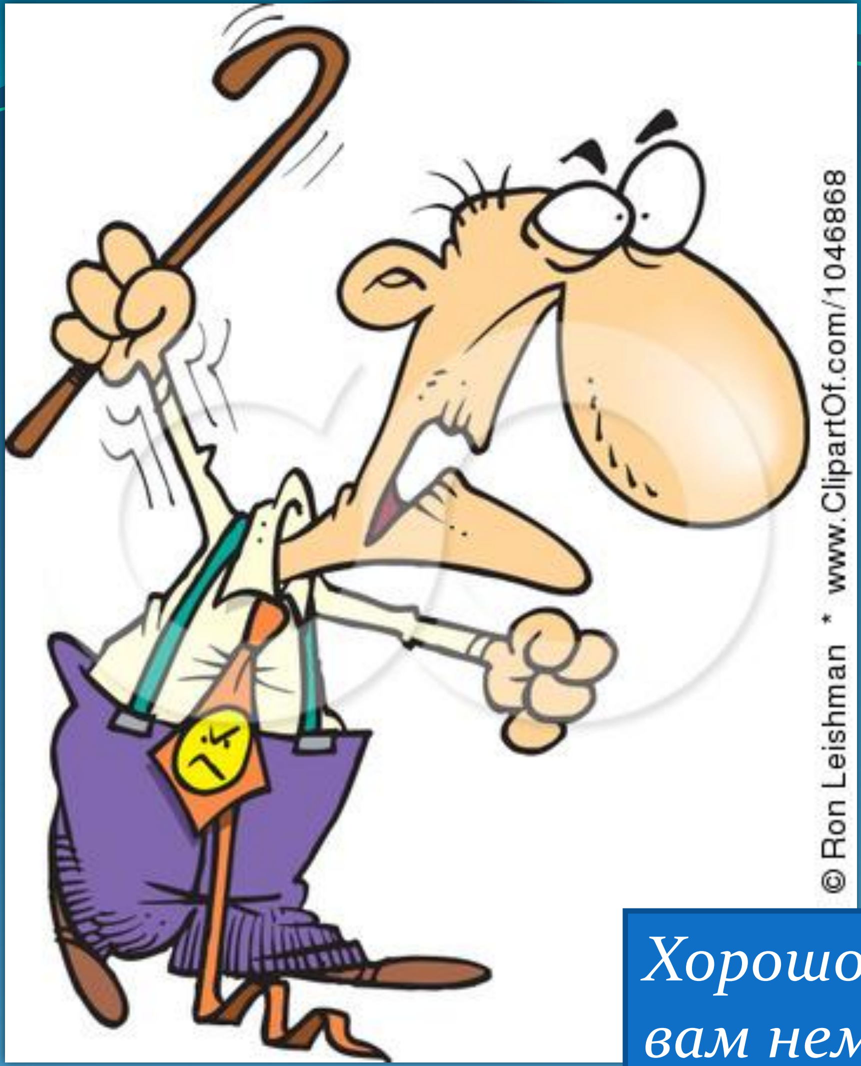
Дети часто задают, казалось бы, совсем глупые и ненужные вопросы… Но даже самому прилежному ученику потребуется время, чтобы ответить на заданные вопросы в области математики.



А что нам сможет рассказать сказочный герой?

О великой, загадочной и таинственной науке Математике, а также великих ученых нам расскажет интересный персонаж - Интеграл Интегралович. Ведь кто, как не он знает больше о своем происхождении, жизненном пути, деятельности, вкладе в развитие наук?!

Мудрый дедушка Интеграл! Расскажи нам немного о себе. Нам интересно знать , откуда ты родом, кто твои «родители», чем ты занимаешься…



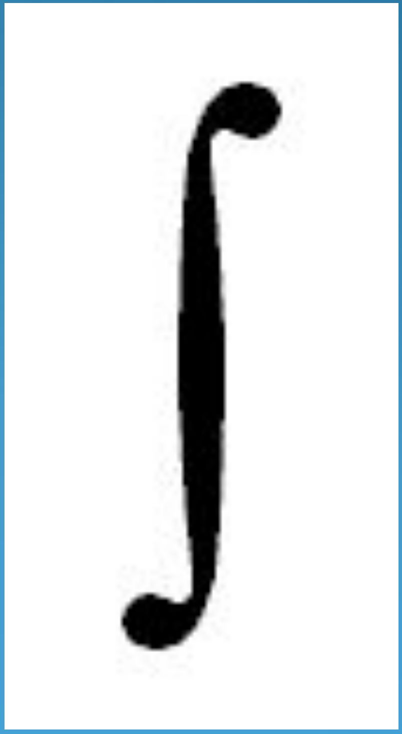
Хорошо ребята! Расскажу я вам немного о себе!...

интегрирования

В конце XVII в., когда развитие науки шло быстрыми темпами, появились понятия дифференцирование, а вслед за ним и интегрирование.

Нахождение значения неопределенного интеграла связано главным образом с нахождением первообразной функции. Для некоторых функций это достаточно сложная задача.

Символ $\int$ введен Лейбницем (1675 г.). Этот знак является изменением латинской буквы S (первой буквы слова summa)., а вопросами интегрального исчисления занимаются с 1696г. Хотя интеграл изучают, в основном, ученые–математики, но и физики внесли свой вклад в эту науку.

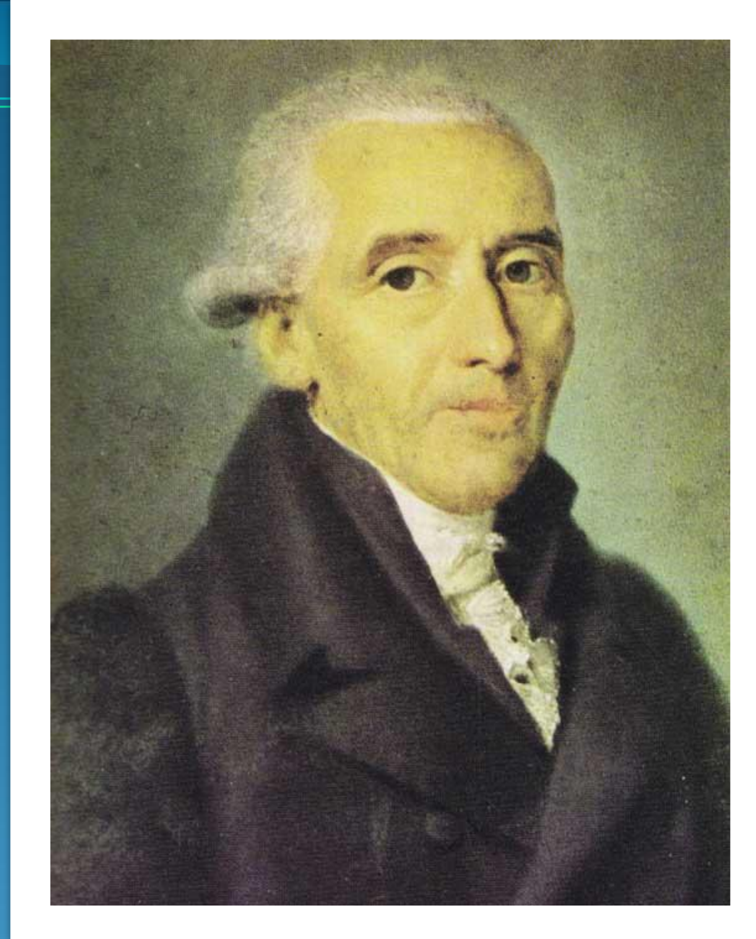


Само слово интеграл придумал Я. Бернулли (1690 г.). Вероятно, оно происходит от латинского integro, которое переводится как приводить в прежнее состояние, восстанавливать.

История понятия интеграла тесно связана с задачами нахождения квадратур. Задачами о квадратуре той или иной плоской фигуры математики Древней Греции и Рима называли задачи на вычисление площадей. Латинское слово quadratura переводится как “придание квадратной формы”.

Я. Бернулли

$\int \ldots dt$



Жозеф Луи Лагранж

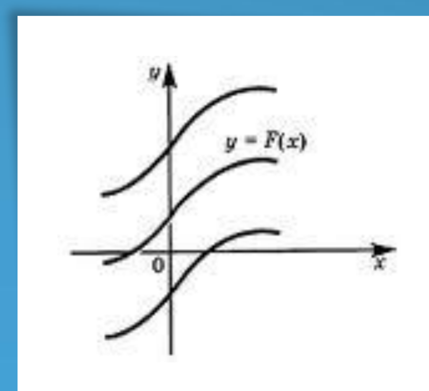
Употребляющееся сейчас название первообразная функция заменило более раннее «примитивная функция», которое ввел Лагранж (1797 г.). Латинское слово primitivus переводится как «начальный»: $F(x) = \int f(x)dx$ начальная (или первоначальная, или первообразная) для $f(x)$, которая получается из $F(x)$ дифференцированием.

$$\int \frac{\sin x}{x}\,dx$$

В современной литературе множество всех первообразных для функции f(x) называется также неопределенным интегралом. Это понятие выделил Лейбниц, который заметил, что все первообразные функции отличаются на произвольную постоянную.

$$\int f(x)dx = F(x) + C.$$

$$\int \frac{dx}{(ax^2 + bx + c)^n}$$

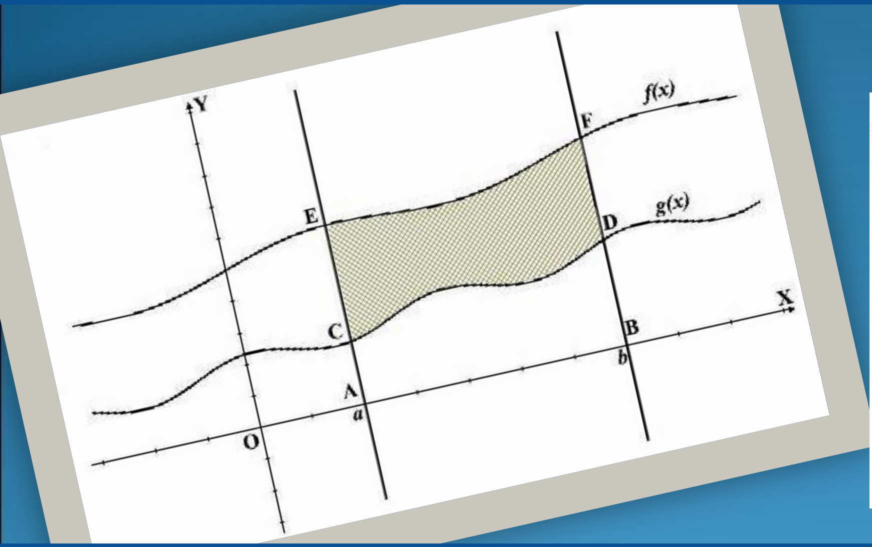


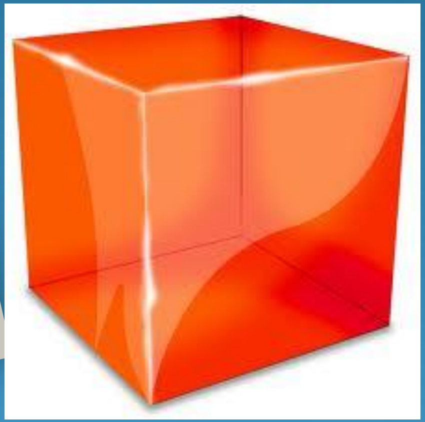
интегралов

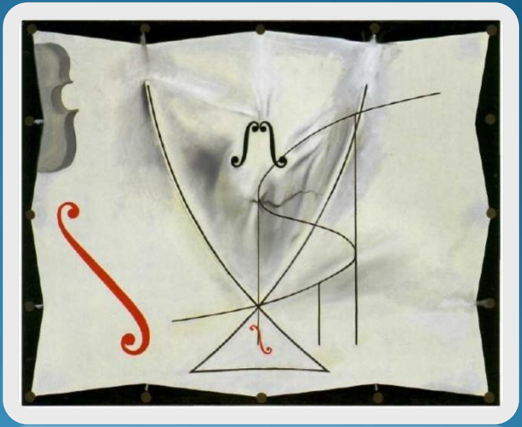
Таблица первообразных

№	Функция	Первообразная
1	$f(x) = k$	$F(x) = kx$
2	$f(x) = x^r$	$F(x) = \frac{x^{r+1}}{r+1}$
3	$f(x) = \frac{1}{x}$	$F(x) = \ln \lvert x \rvert$
4	$f(x) = e^x$	$F(x) = e^x$
5	$f(x) = a^x$	$F(x) = \frac{a^x}{\ln a}$
6	$f(x) = \sin x$	$F(x) = -\cos x$
7	$f(x) = \cos x$	$F(x) = \sin x$
8	$f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$	$F(x) = -\mathrm{ctg}\, x$
9	$f(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$	$F(x) = \mathrm{tg}\, x$
10	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$F(x) = \arcsin x$
11	$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$	$F(x) = \mathrm{arctg}\, x$

Интеграл функции — аналог суммы последовательности. Неформально говоря, (определённый) интеграл является площадью части графика функции (в пределах интегрирования), то есть площадью криволинейной трапеции.







Первообра́зной или **примитивной функцией** функции *f* называют такую *F*, производная которой (на всей области определения) равна *f*, то есть $F' = f$.

Вычисление первообразной заключается в нахождении неопределённого интеграла, а сам процесс называется **интегрированием**.

первообразной

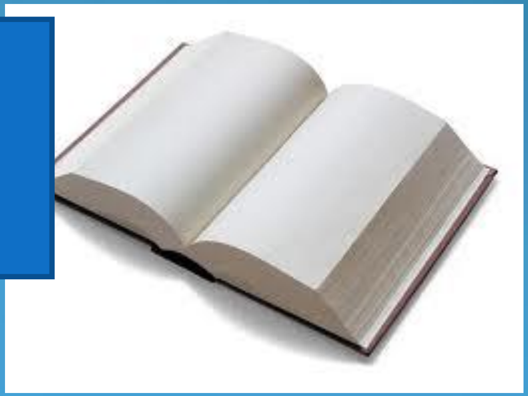
- Первообразная суммы равна сумме первообразных
- Первообразная произведения константы и функции равна произведению константы и первообразной функции
- Достаточным условием существования первообразной у заданной на отрезке функции является непрерывность на этом отрезке
- Необходимыми условиями существования являются принадлежность функции первому классу Бэра и выполнение для неё свойства Дарбу
- У заданной на отрезке функции любые две первообразные отличаются на постоянную.

Типы интегралов

- **Определённый интеграл**
- **Неопределённый интеграл**
- **Интеграл Римана и Римана — Стилтьеса**
- **Интеграл Лебега и Лебега — Стилтьеса**
- **Интеграл Даниэля**

По области интегрирования

- Кратный интеграл
- Криволинейный интеграл
- Поверхностный интеграл



Интеграл используется в таких науках как физика, геометрия, математика и других науках. При помощи интеграла вычисляют работу силы, находят координаты центр масс, путь пройденный материальной точкой. В геометрии используется для вычисления объема тела, нахождение длины дуги кривой и др.

Таким образом, мы должны знать, что Интеграл Интегралович один из важных членов семьи великой науки Математики!

Презентацию подготовила

Ученица 11-Г класса
Шостак Карина