

# Квадратные уравнения

Кв. уравнения в Древнем Вавилоне.

Кв. уравнения в Индии.

Квадратные уравнения в Европе 13-17 в.в.

Определение.

Неполные кв. уравнения.

Полное кв. уравнение.

Теорема Виета.

Теорема, обратная теореме Виета.

Кв. уравнения с комплексными переменными.

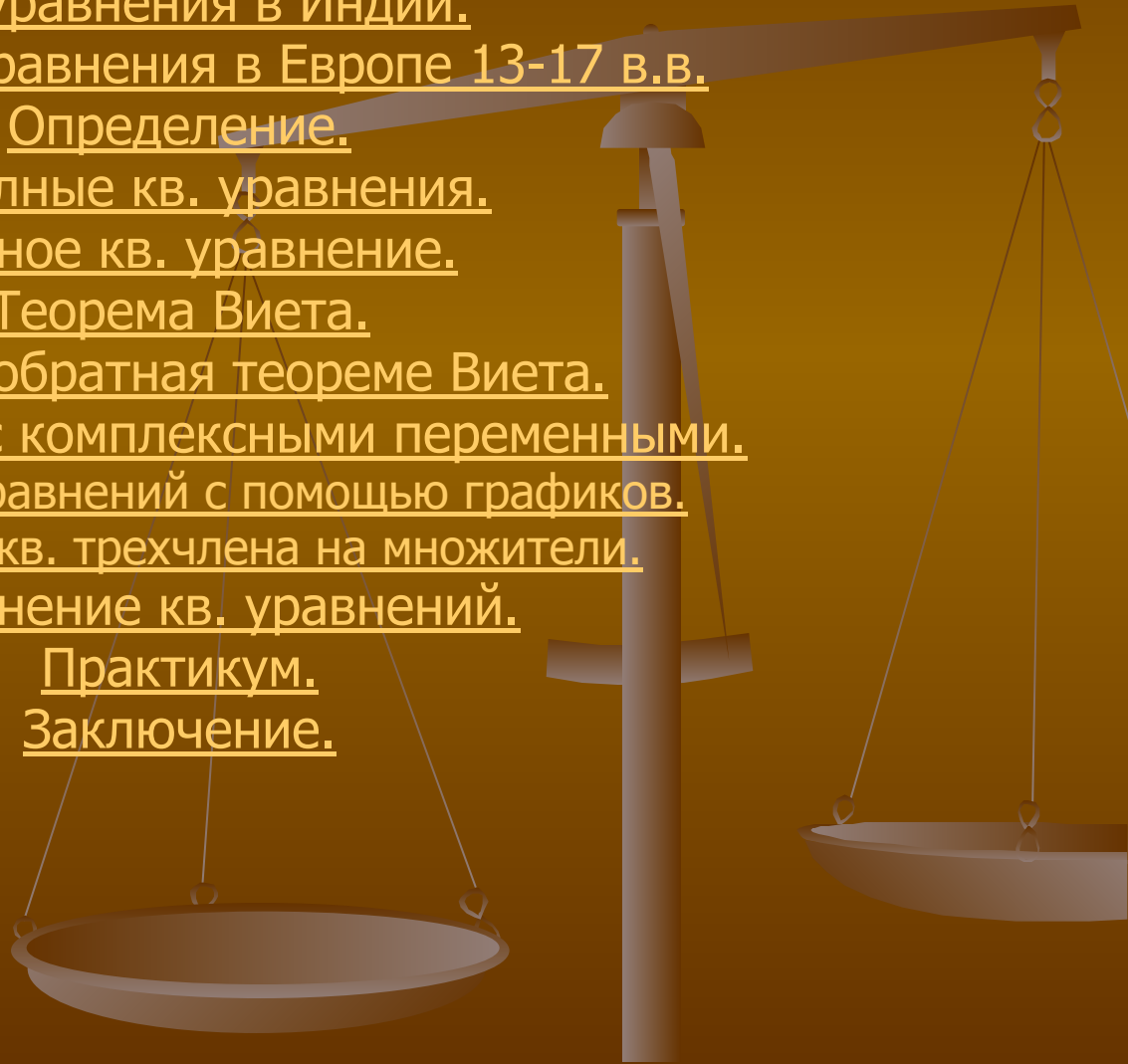
Решение кв. уравнений с помощью графиков.

Разложение кв. трехчлена на множители.

Применение кв. уравнений.

Практикум.

Заключение.



# Кв. уравнения в Древнем Вавилоне.

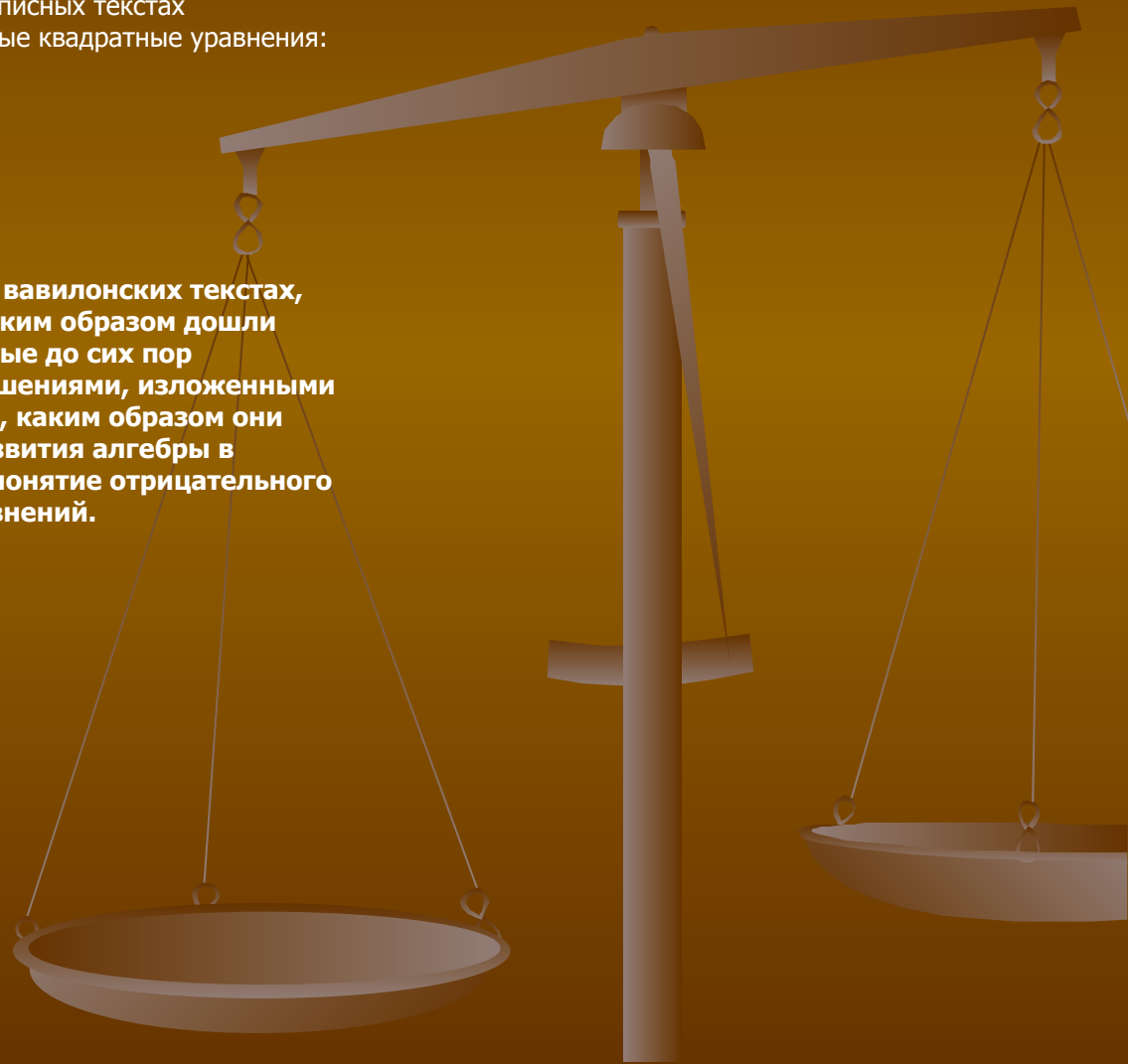
Главное меню

Необходимость решать уравнения не только первой, но и второй степени ещё в древности была вызвана потребностью решать задачи, связанные с нахождением площадей земельных участков и с земляными работами военного характера, а также с развитием астрономии и самой математики. Квадратные уравнения умели решать около 2000 лет до нашей эры вавилоняне. Применяя современную алгебраическую запись, можно сказать, что в их клинописных текстах встречаются, кроме неполных, и такие, например, полные квадратные уравнения:

$$x^2 + x = \frac{3}{4}$$

$$x^2 - x = 14\frac{1}{2}$$

Правило решения этих уравнений, изложенное в вавилонских текстах, совпадает с современным, однако неизвестно, каким образом дошли вавилоняне до этого правила. Почти все найденные до сих пор клинописные тексты приводят только задачи с решениями, изложенными в виде рецептов, без указаний относительно того, каким образом они были найдены. Несмотря на высокий уровень развития алгебры в Вавилонии, в клинописных текстах отсутствуют понятие отрицательного числа и общие методы решения квадратных уравнений.



# Кв. уравнения в Индии.

Главное меню

- Задачи на квадратные уравнения встречаются уже в 499 г.
- В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач.
- В одной из старинных индийских книг говорится по поводу таких соревнований следующее: "Как солнце блеском своим затмевает звезды, так ученый человек затмит славу другого в народных собраниях, предлагая и решая алгебраические задачи."
- Задача знаменитого индийского математика Бхаскары:

Обезьянок резвых стая  
Всласть поевши, развлекаясь.  
Их в квадрате часть восьмая  
На поляне забавлялась.  
А 12 по лианам.....  
Стали прыгать, повисая.  
Сколько было обезьянок,  
Ты скажи мне, в этой стае?



# Квадратные уравнения в Европе 13-17 в.в.

Главное меню

- Формулы решения квадратных уравнений в Европе были впервые изложены в 1202 г. итальянским математиком **Леонардом Фибоначчи**.
- Общее правило решения квадратных уравнений, приведенных к единому каноническому виду  $x^2+vx+c=0$  , было сформулировано в Европе лишь в 1544 г. **Штифелем**.
- Вывод формулы решения квадратного уравнения в общем виде имеется у Виета, однако Виет признавал только положительные корни. Лишь в 17 в. благодаря трудам **Декарта, Ньютона и других ученых** способ решения квадратных уравнений принимает современный вид.



Уравнение вида  $ax^2+bx+c=0$ , где  $a, b, c$  - действительные числа, причем  $a \neq 0$ , называют квадратным уравнением.

Если  $a = 1$ , то квадратное уравнение называют приведенным; если  $a \neq 1$ , то неприведенным.

Числа  $a, b, c$  носят следующие названия:  $a$  - первый коэффициент,

$b$  - второй коэффициент,  $c$  - свободный член.

Корни уравнения  $ax^2+bx+c=0$  находят по формуле

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Выражение  $D = b^2 - 4ac$  называют **дискриминантом** квадратного уравнения.

Если  $D < 0$ , то уравнение не имеет действительных корней;

если  $D = 0$ , то уравнение имеет один действительный корень;

если  $D > 0$ , то уравнение имеет два действительных корня.

В случае, когда  $D = 0$ , иногда говорят, что квадратное уравнение имеет два одинаковых корня.

Используя обозначение  $D = b^2 - 4ac$ , можно переписать формулу в виде

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Если  $b = 2k$ , то формула принимает вид:

$$x = \frac{-2k \pm \sqrt{4k^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-2k \pm 2\sqrt{k^2 - ac}}{2a} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

Итак,

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$

где  $k = b/2$ .

Последняя формула особенно удобна в тех случаях, когда  $b/2$  - целое число, т.е. коэффициент,  $b$  - четное число.

$$ax^2+bx+c=0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$D = b^2 - 4ac$$

↑  
Дискриминант квадратного уравнения

$$ax^2+bx+c=0$$

При  $D > 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

↑  
Формула корней квадратного уравнения

# Неполные кв. уравнения

Главное меню

- Если в квадратном уравнении  $ax^2+bx+c=0$  второй коэффициент  $b$  или свободный член  $c$  равен нулю, то квадратное уравнение называется *неполным*.
- Неполные уравнения выделяют потому, что для отыскания их корней можно не пользоваться формулой корней квадратного уравнения - проще решить уравнение методом разложения его левой части на множители.

## Способы решения неполных квадратных уравнений:

1)  $c = 0$ , то уравнение примет вид  $ax^2+bx=0$ .

$$x(ax + b) = 0,$$

$$x = 0 \text{ или } ax + b = 0,$$

$$x = -b : a .$$

2)  $b = 0$ , то уравнение примет вид

$$ax^2 + c = 0,$$

$$x^2 = -c : a ,$$

$$x_1 = \sqrt{\frac{-c}{a}} \text{ или } x_2 = -\sqrt{\frac{-c}{a}}$$

3)  $b = 0$  и  $c = 0$ , то уравнение примет вид

$$ax^2 = 0,$$

$$x = 0.$$



# Полное квадратное уравнение

Главное меню

Если в квадратном уравнении второй коэффициент и свободный член не равны нулю, то такое уравнение называют полным квадратным уравнением.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Полные квадратные уравнения

$$2x^2 + 3x - 5 = 0 \quad x^2 + 6x - 1 = 0$$
$$x - 7 - x^2 = 0$$



# Теорема Виета

Главное меню

- **Теорема.** Сумма корней приведённого квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.
- **Доказательство.** Рассмотрим приведённое квадратное уравнение. Обозначим второй коэффициент буквой  $p$ , а свободный член - буквой  $q$ :

Дискриминант этого уравнения  $D$  равен  $x^2 + px + q = 0$

Пусть  $D > 0$ . Тогда это уравнение имеет два корня:  $p^2 - 4q = 0$ .

$$x_1 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} \quad \text{и} \quad x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}.$$

Найдём сумму и произведение корней:

$$x_1 + x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} + \frac{-p + \sqrt{D}}{2} = \frac{-2p}{2} = -p;$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p + \sqrt{D}}{2} = \frac{p^2 - (p^2 - 4q)}{4} = \frac{4q}{4} = q.$$





# Теорема, обратная теореме Виета.

Главное меню

**Теорема.** Если числа  $m$  и  $n$  таковы, что их сумма равна  $-p$ , а произведение равно  $q$ , то эти числа являются корнями уравнения  $x^2 + px + q = 0$ .

**Доказательство.** По условию  $m+n=-p$ , а  $mn=q$ . Значит, уравнение  $x^2 + px + q = 0$  можно записать в виде  $x^2 - (m+n)x + mn = 0$ .  
Подставив вместо  $x$  число  $m$ , получим:

$$m^2 - (m+n)m + mn = m^2 - m^2 - mn + mn = 0.$$

Значит, число  $m$  является корнем уравнения.

Аналогично можно показать, что число  $n$  так же является корнем уравнения:

$$n^2 - (m+n)n + mn = n^2 - n^2 - mn + mn = 0.$$

*По праву в стихах быть воспета  
О свойствах корней теорема Виета.  
Что лучше, скажи, постоянства такого:  
Умножишь ты корни и дробь уж готова:  
В числителе  $C$ , в знаменателе  $A$ ,  
А сумма корней тоже дроби равна  
Хоть с минусом дробь эта, что за беда-  
В числителе  $b$ , в знаменателе  $a$ .*



# Кв. уравнения с комплексными переменными Главное меню

Сначала рассмотрим простейшее кв. уравнение

$$z^2 = a,$$

где  $a$ -заданное число, а  $z$ -неизвестное. На множестве действительных чисел это

уравнение:

1) Имеет один корень  $z=0$ , если

$a=0$ ;

2) Имеет два действительных  $z_{1,2} = \pm\sqrt{a}$ , если

$a>0$   
корня

3) Не имеет действительных корней, если  $a<0$ .

**На множестве комплексных чисел это уравнение всегда имеет корень.**

Задача 1. Найти комплексные корни если  $a=-1$

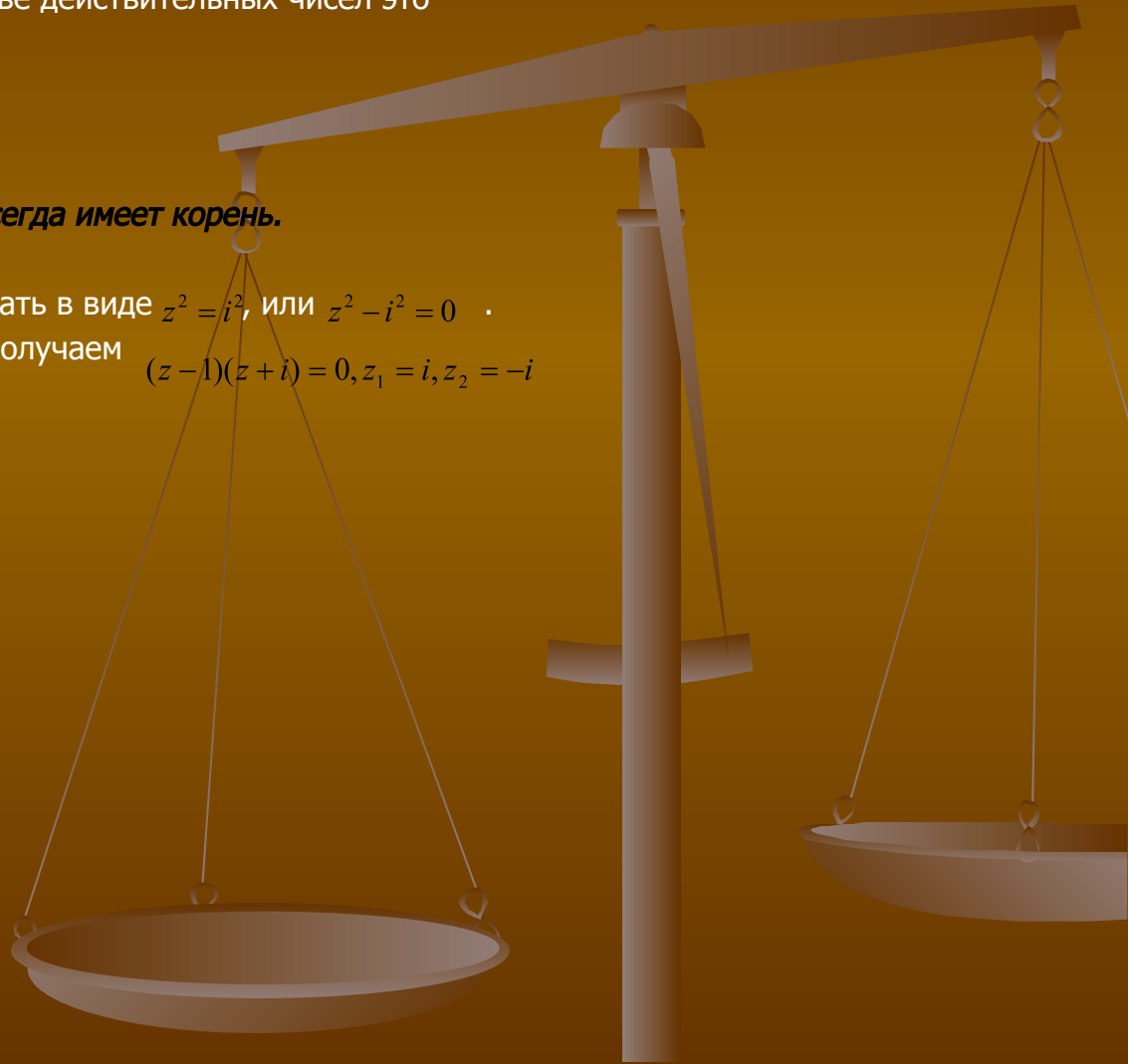
1)  $z^2 = -1$ . Т.к.  $i^2 = -1$ , то это уравнение можно записать в виде  $z^2 = i^2$ , или  $z^2 - i^2 = 0$ .

Отсюда, раскладывая левую часть на множители, получаем

$$(z - i)(z + i) = 0, z_1 = i, z_2 = -i$$

Ответ:

$$z_{1,2} = \pm i.$$



Не используя формул квадратное уравнение можно решить графическим способом. Например

Решим уравнение  $x^2 + x + 1 = 0$ .

Для этого построим два графика(рис.1):

1)  $y = x^2$

2)  $y = x + 1$

1)  $y = x^2$ , квадратичная функция, график парабола.

D(f):  $\forall x$

|   |    |    |    |   |   |   |   |
|---|----|----|----|---|---|---|---|
| X | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
| Y | 9  | 4  | 1  | 0 | 1 | 4 | 9 |

2)  $y = x + 1$ , линейная функция, график прямая.

D(f):  $\forall x$

|   |    |   |   |
|---|----|---|---|
| X | -1 | 0 | 1 |
| Y | 0  | 1 | 2 |

Ответ

:  $x \approx -0.6; x \approx 2.6$

Абсциссы точек пересечения графиков и будут корнями уравнения.

Если графики пересекаются в двух точках, то уравнение имеет два корня.

Если графики пересекаются в одной точке, то уравнение имеет один корень.

Если графики не пересекаются, то уравнение корней не имеет.

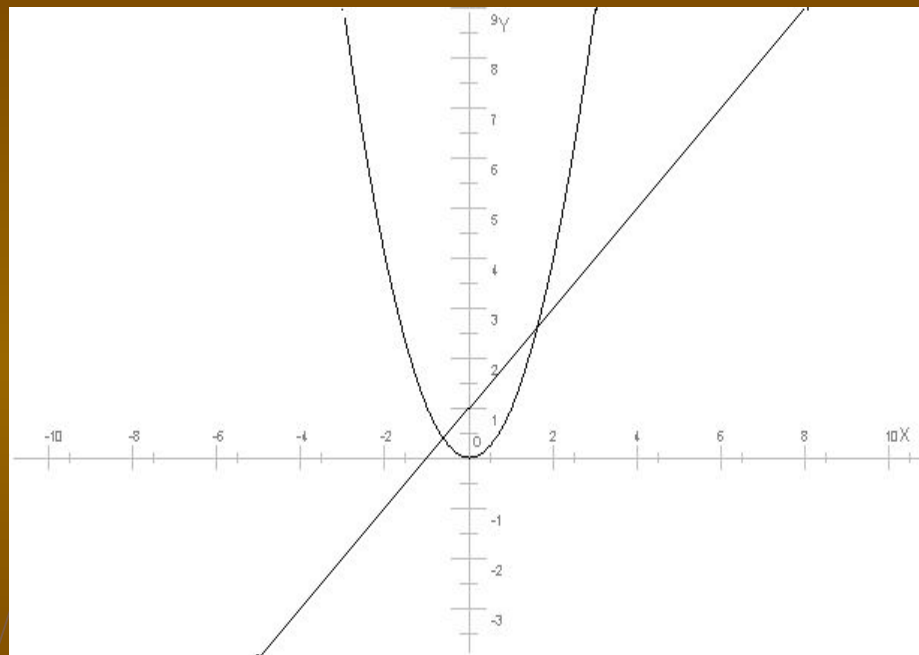


Рисунок 1

# Разложение кв. трехчлена на множители

Главное меню

Многочлен вида  $ax^2+bx+c$ , где  $a,b,c$  - некоторые числа,  $x$  переменная, называется **квадратным трёхчленом**.

**Пример**  $3x^2+7x+9$

Квадратный трехчлен разлагается на множители, где  $x_1$  и  $x_2$  корни трехчлена.

**Дано:**  $ax^2 + bx + c$  - квадратный трехчлен;  $x_1$  и  $x_2$  - корни его

**Доказать:**  $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

**Доказательство:**

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$

по теореме Виета следует,

$$\left. \begin{aligned} x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a} \Rightarrow \frac{b}{a} = -(x_1 + x_2) \\ x_1 \cdot x_2 &= \frac{c}{a} \Rightarrow \frac{c}{a} = x_1 \cdot x_2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow a(x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2) = a(x^2 - xx_1 - xx_2 + x_1 \cdot x_2) = a(x(x - x_1) - x_2(x - x_1)) = a(x - x_1)(x - x_2),$$

ч.т.д.



# Применение кв. уравнений

Главное меню

Решение квадратных уравнений широко применяется в других разделах математики: в разложении квадратного трехчлена, в исследовании квадратичной функции, в решении уравнений высших степеней, в решении текстовых задач и задач по геометрии.

Некоторые уравнения высших степеней можно решить, сведя их к квадратному.

1) Иногда левую часть уравнения легко разложить на множители, из которых каждый - многочлен не выше 2-ой степени. Тогда приравнивая каждый многочлен к нулю, решаем полученные уравнения.

ПРИМЕР:

$$x^4 + 5x^2 + 6x^2 = 0$$

$$x^2 + (x^2 + 5x + 6) = 0$$

$$x^2 = 0 \quad x^2 + 5x + 6 = 0$$

2) Если уравнение имеет вид  $ax^{2n} + bx^n + c = 0$ , его можно свести к квадратному, введя новую переменную  $t = x^n$ .

ПРИМЕР:

$$x^4 - 3x^2 - 4 = 0$$

воспользуемся подставкой  $t = x^2$

$$t^2 - 3t - 4 = 0$$

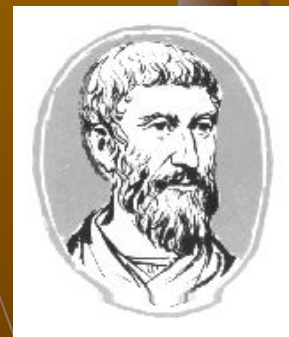
3) В геометрии:

Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 10.  
Найти катеты, если один из них на 2 см. больше другого.

РЕШЕНИЕ: по теореме Пифагора  $a^2 + b^2 = c^2$

Пусть  $x$  см. - 1 катет, тогда  $(x+2)$  см. - 2 катет.

Составим уравнение:  $x^2 + (x+2)^2 = 10^2$



Пифагор

## Неполные кв. уравнения

$$3 = \frac{9x^2 - 4}{4}$$

$$12 = 9x^2 - 4$$

$$9x^2 = 16$$

$$x^2 = \frac{16}{9}$$

$$x_1 = -\frac{4}{3}; x_2 = \frac{4}{3}$$

$$\text{Ответ : } \pm 1\frac{1}{3}$$

$$x(x-15) = 3(108-5x)$$

$$x^2 - 15x = 324 - 15x$$

$$x^2 = 324$$

$$x_1 = 18; x_2 = -18$$

$$\text{Ответ : } \pm 18$$

$$(2x+1)(x-3) + (1-x)(x-5) = 29 - 11x$$

$$2x^2 - 5x - 3 - 6x + 5 + x^2 + 11x = 29$$

$$3x^2 = 27$$

$$x^2 = 9$$

$$x_1 = 3; x_2 = -3$$

$$\text{Ответ : } \pm 3$$

$$\frac{9-x^2}{5} = 1$$

$$9-x^2 = 5$$

$$x^2 = 4$$

$$x_1 = -2; x_2 = 2$$

$$\text{Ответ : } \pm 2$$

$$(3x-8)^2 - (4x-6)^2 + (5x-2)(5x+2) = 96$$

$$9x^2 - 48x + 64 - 16x^2 + 48x - 36 + 25x^2 - 4 = 96$$

$$18x^2 = 72$$

$$x^2 = 4$$

$$x_1 = -2; x_2 = 2$$

$$\text{Ответ : } \pm 2$$

# Практикум

Главное меню

Далее



## Метод выделения полного квадрата.

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$x^2 + 2x + 1 - 16 = 0$$

$$(x+1)^2 - 4^2 = 0$$

$$(x+1-4)(x+1+4) = 0$$

$$(x-3)(x+5) = 0$$

$$x_1 = 3; x_2 = -5$$

Ответ : -5;3.

$$x^2 - 6x + 3 = 0$$

$$x^2 - 6x + 9 - 6 = 0$$

$$(x-3)^2 - (\sqrt{6})^2 = 0$$

$$(x-3-\sqrt{6})(x-3+\sqrt{6}) = 0$$

$$x_1 = 3 + \sqrt{6}; x_2 = 3 - \sqrt{6}$$

Ответ :  $3 \pm \sqrt{6}$ .

$$x^2 + 8x - 7 = 0$$

$$x^2 + 8x + 16 - 23 = 0$$

$$(x+4)^2 - (\sqrt{23})^2 = 0$$

$$(x+4-\sqrt{23})(x+4+\sqrt{23}) = 0$$

$$x_1 = -4 + \sqrt{23}; x_2 = -4 - \sqrt{23}$$

Ответ :  $-4 \pm \sqrt{23}$

$$9x^2 + 6x - 8 = 0$$

$$9x^2 + 6x + 1 - 9 = 0$$

$$(3x-1-3)(3x+1+3) = 0$$

$$(3x-2)(3x+4) = 0$$

$$x_1 = \frac{2}{3}; x_2 = -1\frac{1}{3}$$

Ответ :  $-1\frac{1}{3}; \frac{2}{3}$ .

$$x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$x^2 - 3x + 2,25 - 2,25 - 12,25 = 0$$

$$(x-1,5)^2 - 3,5^2 = 0$$

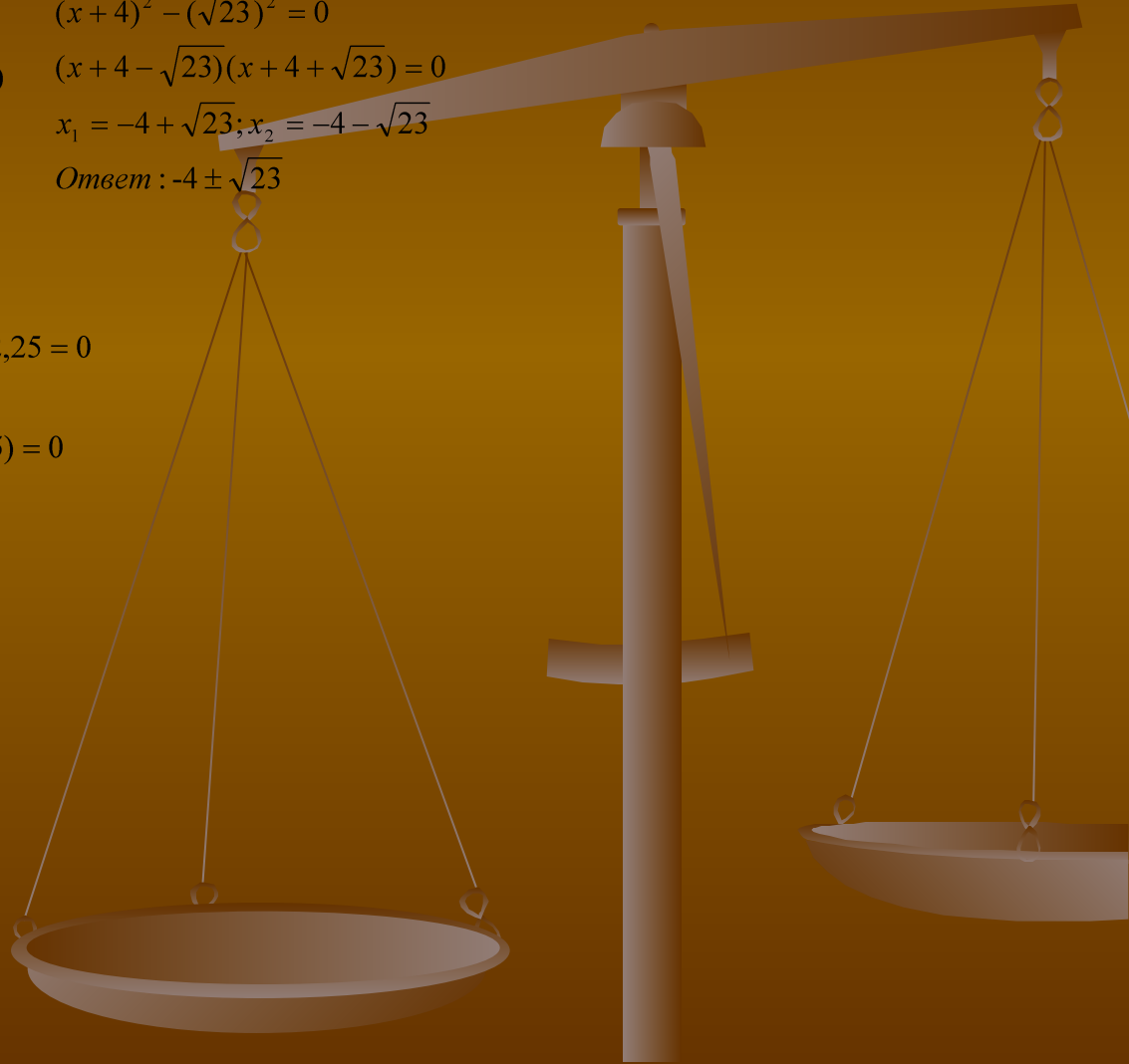
$$(x-1,5-3,5)(x-1,5+3,5) = 0$$

$$(x-5)(x+2) = 0$$

$$x_1 = 5; x_2 = -2$$

Ответ : -2;5.

Далее



Решение кв. уравнений по формуле  $b^2-4ac$ 

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 25 + 24 = 49$$

$$D > 0 \Rightarrow 2 \text{ корня}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x = \frac{-5 \pm 7}{4}$$

$$x_1 = -3; x_2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{Ответ : } -3; 0,5$$

$$\frac{x^2 + 3x}{2} = \frac{x+7}{4} \quad | *4$$

$$2x^2 + 6x = x + 7$$

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 25 + 56 = 81$$

$$D > 0 \Rightarrow 2 \text{ корня}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

$$x = \frac{-5 \pm 9}{4}$$

$$x_1 = 1; x_2 = -3,5$$

$$\text{Ответ : } -3,5; 1$$

$$5x^2 + 1 = 6x$$

$$5x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$D = 36 - 20 = 16 > 0 \Rightarrow 2 \text{ корня}$$

$$x = \frac{6 \pm 4}{10}$$

$$x_1 = 1; x_2 = \frac{1}{5}$$

$$\text{Ответ : } \frac{1}{5}; 1$$

$$\frac{x^2 + x}{4} - \frac{3 - 7x}{20} = 0,3 \quad | *20$$

$$5x^2 + 5x - 3 + 7x = 6$$

$$5x^2 + 12x - 9 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 36 + 45 = 81 > 0 \Rightarrow 2 \text{ корня}$$

$$x = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a} = \frac{-6 \pm 9}{5}$$

$$x_1 = \frac{3}{5}; x_2 = -3$$

$$\text{Ответ : } -3; \frac{3}{5}$$

$$x(x+1) = 56$$

$$x^2 + x - 56 = 0$$

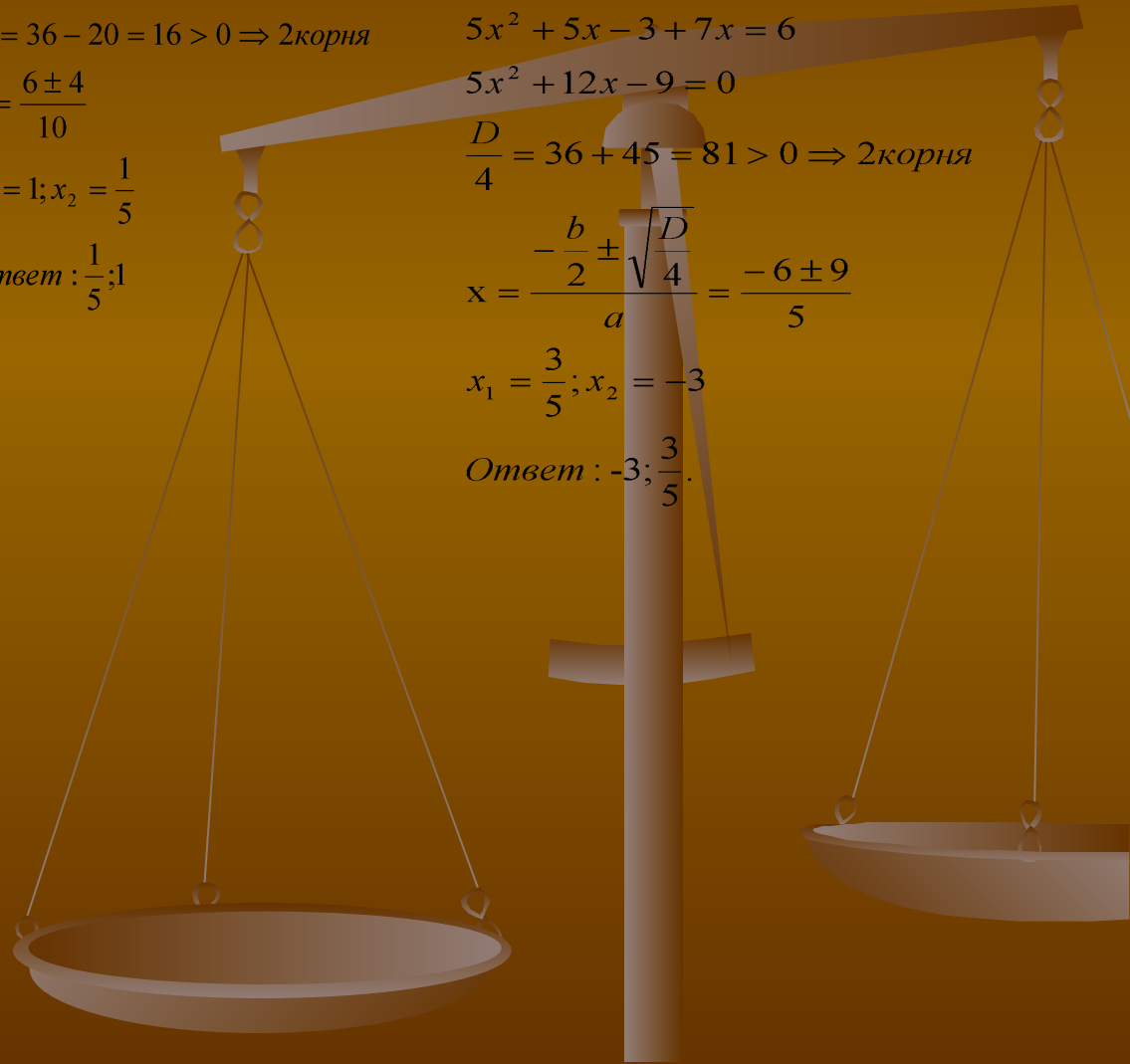
$$D = 1 + 224 = 225 > 0 \Rightarrow 2 \text{ корня}$$

$$x = \frac{-1 \pm 15}{2}$$

$$x_1 = 7; x_2 = -8$$

$$\text{Ответ : } -8; 7$$

**Далее**





**Приведённые кв. уравнения. Теорема Виета**

Записать приведённое кв. уравнение, имеющее корни  $x_1; x_2$  :

1)  $x_1 = 3; x_2 = -1$     2)  $x_1 = 2; x_2 = 3$

3)  $x_1 = -4; x_2 = -5$     4)  $x_1 = -3; x_2 = 6$

**Решение**

Воспользуемся т.Виета.

1)  $x_1 = 3; x_2 = -1$

$$\begin{cases} 3 + (-1) = -p \\ 3 * (-1) = q \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = -2 \\ q = -3 \end{cases}$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

2)  $x_1 = 2; x_2 = 3$

$$\begin{cases} 2 + 3 = -p \\ 2 * 3 = q \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = -5 \\ q = 6 \end{cases}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

3)  $x_1 = -4; x_2 = -5$

$$\begin{cases} -4 + (-5) = -p \\ -4 * (-5) = q \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = 9 \\ q = 20 \end{cases}$$

$$x^2 + 9x + 20 = 0$$

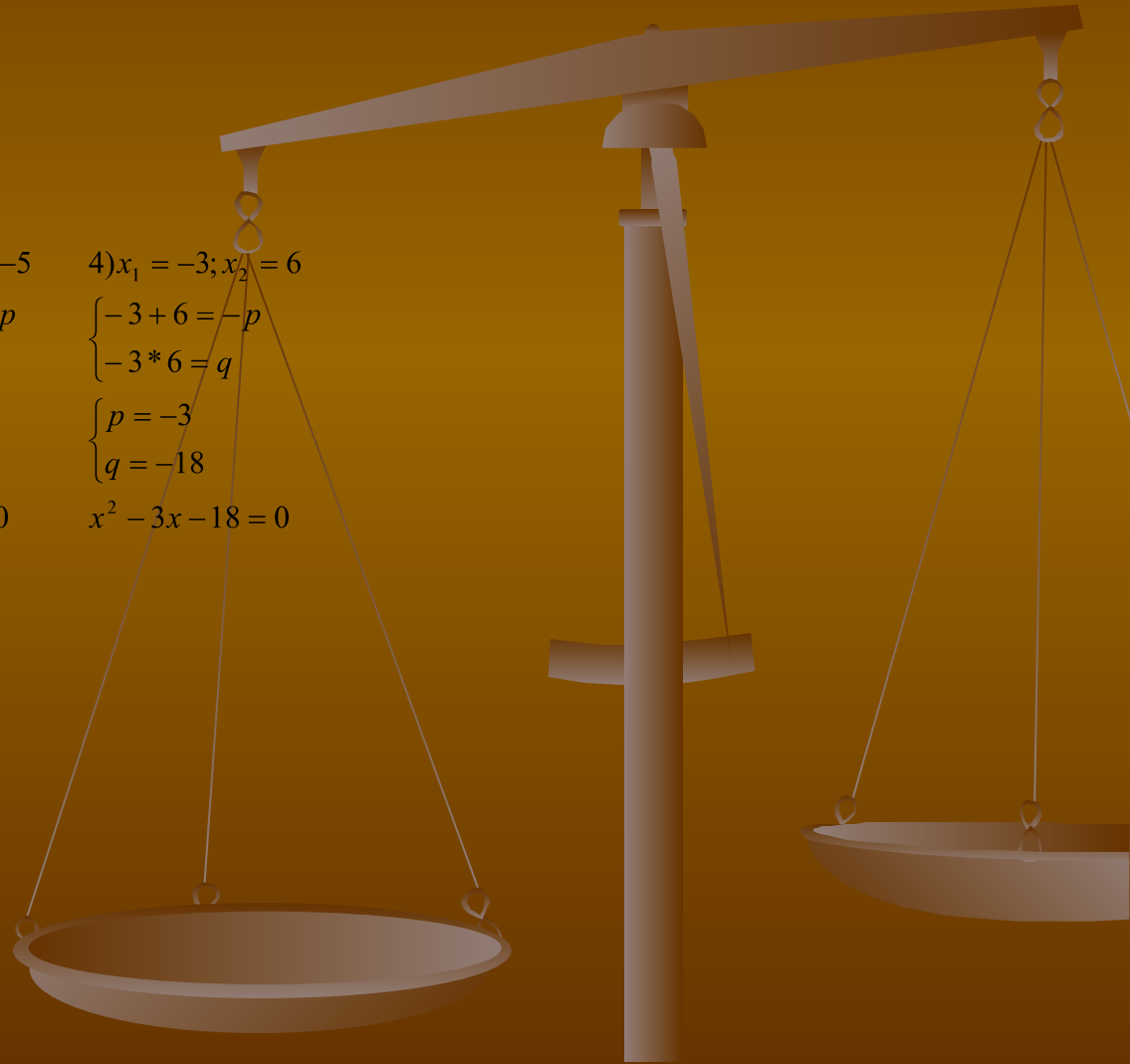
4)  $x_1 = -3; x_2 = 6$

$$\begin{cases} -3 + 6 = -p \\ -3 * 6 = q \end{cases}$$

$$\begin{cases} p = -3 \\ q = -18 \end{cases}$$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

Далее



## Решение кв. уравнений по теореме обратной т. Виета

1) Составьте уравнение, если  $x_1 = 9; x_2 = 35$

$$q = x_1 \cdot x_2 = 9 \cdot 35 = 315$$

$$p = -(x_1 + x_2) = -(9 + 35) = -44$$

Ответ:  $x^2 - 44x + 315$

4) Составьте уравнение, если  $x_1 = 15; x_2 = -2$

$$q = x_1 \cdot x_2 = -2 \cdot 15 = -30$$

$$p = -(x_1 + x_2) = -(-2 + 15) = -13$$

Ответ:  $x^2 - 13x - 30$

2) Составьте уравнение, если  $x_1 = 5; x_2 = 6$

$$q = x_1 \cdot x_2 = 5 \cdot 6 = 30$$

$$p = -(x_1 + x_2) = -(5 + 6) = -11$$

Ответ:  $x^2 - 11x + 30$

5) Составьте уравнение, если  $x_1 = 5; x_2 = -40$

$$q = x_1 \cdot x_2 = -40 \cdot 5 = -200$$

$$p = -(x_1 + x_2) = -(-40 + 5) = 35$$

Ответ:  $x^2 + 35x - 200$

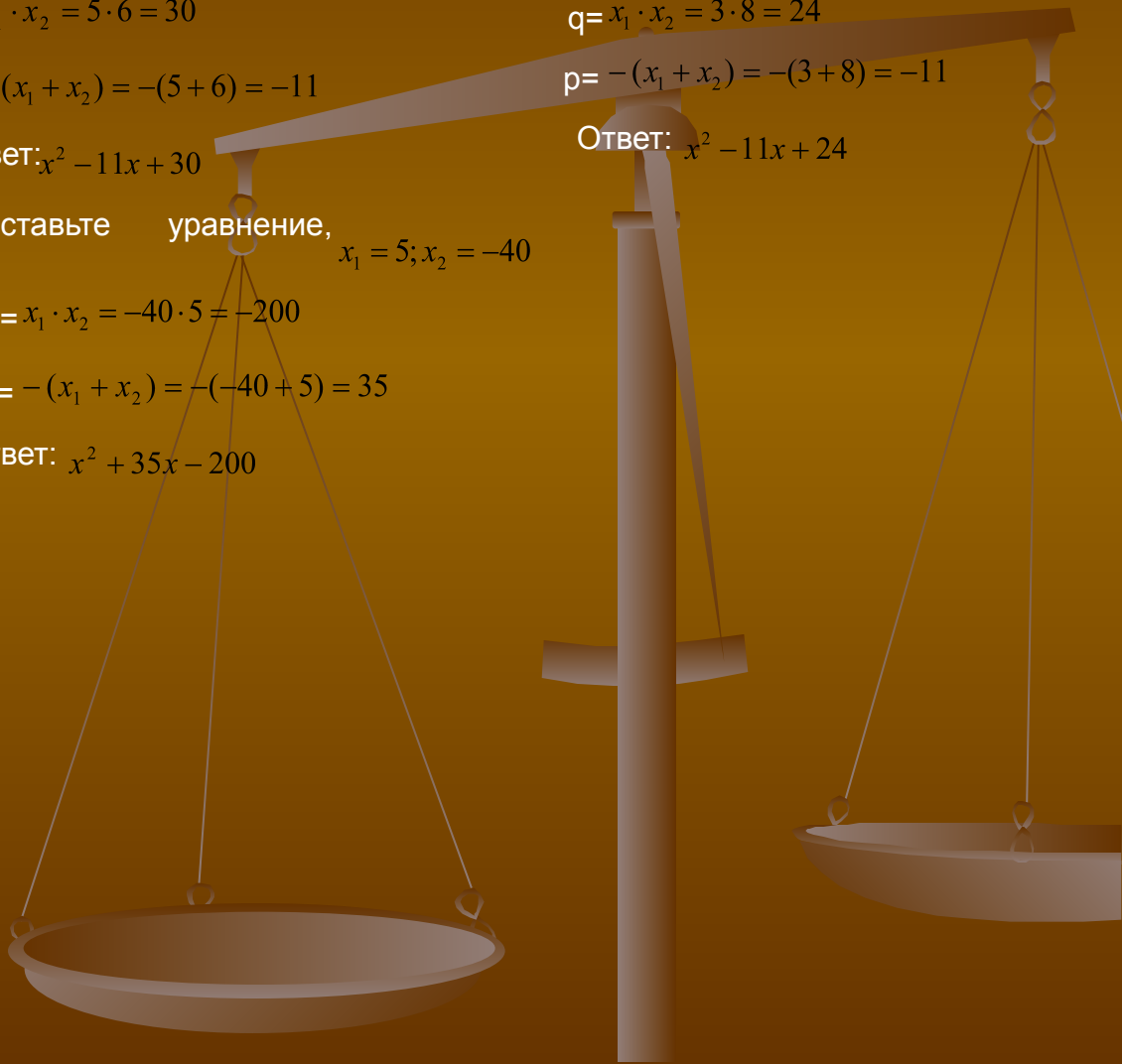
3) Составьте уравнение, если  $x_1 = 3; x_2 = 8$

$$q = x_1 \cdot x_2 = 3 \cdot 8 = 24$$

$$p = -(x_1 + x_2) = -(3 + 8) = -11$$

Ответ:  $x^2 - 11x + 24$

Далее



## Решение задач с помощью кв. уравнений.

| Процессы             | Скорость км/ч | Время ч.           | Расстояние км. |
|----------------------|---------------|--------------------|----------------|
| Поезд до задержки    | $x$           | $\frac{150}{x}$    | 150            |
| Поезд после задержки | $x+15$        | $\frac{450}{x+15}$ | 450            |
| По расписанию        | $x$           | $\frac{600}{x}$    | 600            |

Зная, что поезд был задержан на 1,5 часа, сост.ур

$$\frac{150}{x} + \frac{450}{x+15} + \frac{3}{2} = \frac{600}{x} \quad | * 2x(x+15)$$

$$\text{ОДЗ} \quad \forall x \neq 0$$

$$300x + 4500 + 900x + 45x - 1200x - 18000 = 0$$

$$3x^2 + 45x - 13500 = 0 \quad | /3$$

$$x^2 + 15x - 4500 = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D = 18225$$

$$x = \frac{15 \pm \sqrt{18225}}{2}$$

$$x_1 = -75 - \text{неуд.}$$

$$x_2 = 60$$

$$1) \frac{600}{60} = 10(\text{ч}) - \text{время в пути}$$

Ответ : поед был в пути 10ч0

Далее



## Решение задач с помощью кв. уравнений.

Процессы      Скорость км/ч      Время ч.      Расстояние км.

|                  |        |                   |    |
|------------------|--------|-------------------|----|
| Вверх по реке    | 10-х   | $\frac{35}{10-x}$ | 35 |
| Вверх по протоку | 10-х+1 | $\frac{18}{10-x}$ | 18 |
| В течения        | х      |                   |    |
| В притока        | х+1    |                   |    |

Зная, что скорость в стоячей воде равна 10 км/ч, сост.ур

$$\frac{18}{10-x} + \frac{35}{9-x} = 8$$

$$315 - 35x + 180 - 18x - 8(10-x)(9-x) = 0$$

$$495 - 53x - 720 + 80x + 72x - 8x^2 = 0$$

$$-8x^2 + 99x - 225 = 0$$

$$D = 2601$$

$$x = \frac{-99 \pm \sqrt{2601}}{-16}$$

$$x_1 = 9,375 - \text{неуд.}$$

$$x_2 = 3$$

Ответ : 3 км/ч.

ОДЗ  $\forall x \neq 9, 10$

Далее



## ■ Решение задач с помощью кв. уравнений.

|            | Было       | Изменилось | Стало         |
|------------|------------|------------|---------------|
| Первый год | 20000      | 200x       | 20000+200x    |
| Второй год | 20000+200x | 200x+2x    | 20000+400x+2x |

Зная, что за 2 года население около 22050, сост.ур

$$20000 + 400x + 2x^2 = 22050$$

$$2x^2 + 400 - 2050 \mid / 2$$

$$x^2 + 200 - 1025 = 0$$

$$D = 11025$$

$$x = \frac{-100 \pm 105}{1}$$

$$x_1 = 5$$

$$x_2 = -205 - \text{неуд}$$

Ответ:5%

Далее



### Решение кв. уравнений по формуле k2-ас.

$$x^2 + 4x + 9 = 0$$

$$a = 1, k = 2, c = 9$$

$$D_1 = k^2 - ac.$$

$$D_1 = 2^2 - 1 \cdot 9 = 4 - 9 = -5,$$

т.к.  $D_1 < 0$ , то корней нет.

Ответ: К.Н.

$$6x^2 + 16x + 8 = 0$$

$$a = 6, k = 8, c = 8$$

$$D_1 = k^2 - ac.$$

$$D_1 = 8^2 - 6 \cdot 8 = 64 - 48 = 16$$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-8 + \sqrt{16}}{6} \\ x = \frac{-8 - \sqrt{16}}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-8 + 4}{6} \\ x = \frac{-8 - 4}{6} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ x = -2 \end{cases}$$

Ответ:  $x = -\frac{2}{3}; x = -2$

$$7x^2 + 14x + 5 = 0$$

$$a = 7, k = 7, c = 5$$

$$D_1 = k^2 - ac.$$

$$D_1 = 7^2 - 7 \cdot 5 = 49 - 35 = 14$$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-7 + \sqrt{14}}{7} \\ x = \frac{-7 - \sqrt{14}}{7} \end{cases}$$

Ответ:  $x = \frac{-7 \pm \sqrt{14}}{7}$

$$7x^2 + 18x + 8 = 0$$

$$a = 7, k = 9, c = 8$$

$$D_1 = k^2 - ac.$$

$$D_1 = 9^2 - 7 \cdot 8 = 81 - 56 = 25$$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{D_1}}{a}$$

$$\begin{cases} x = \frac{-9 + \sqrt{25}}{7} \\ x = \frac{-9 - \sqrt{25}}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-9 + 5}{7} \\ x = \frac{-9 - 5}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{4}{7} \\ x = -2 \end{cases}$$

Ответ:  $x = -\frac{4}{7}; x = -2$

$$4x^2 - 20x + 25 = 0$$

$$a = 4, k = -10, c = 25$$

$$D_1 = k^2 - ac.$$

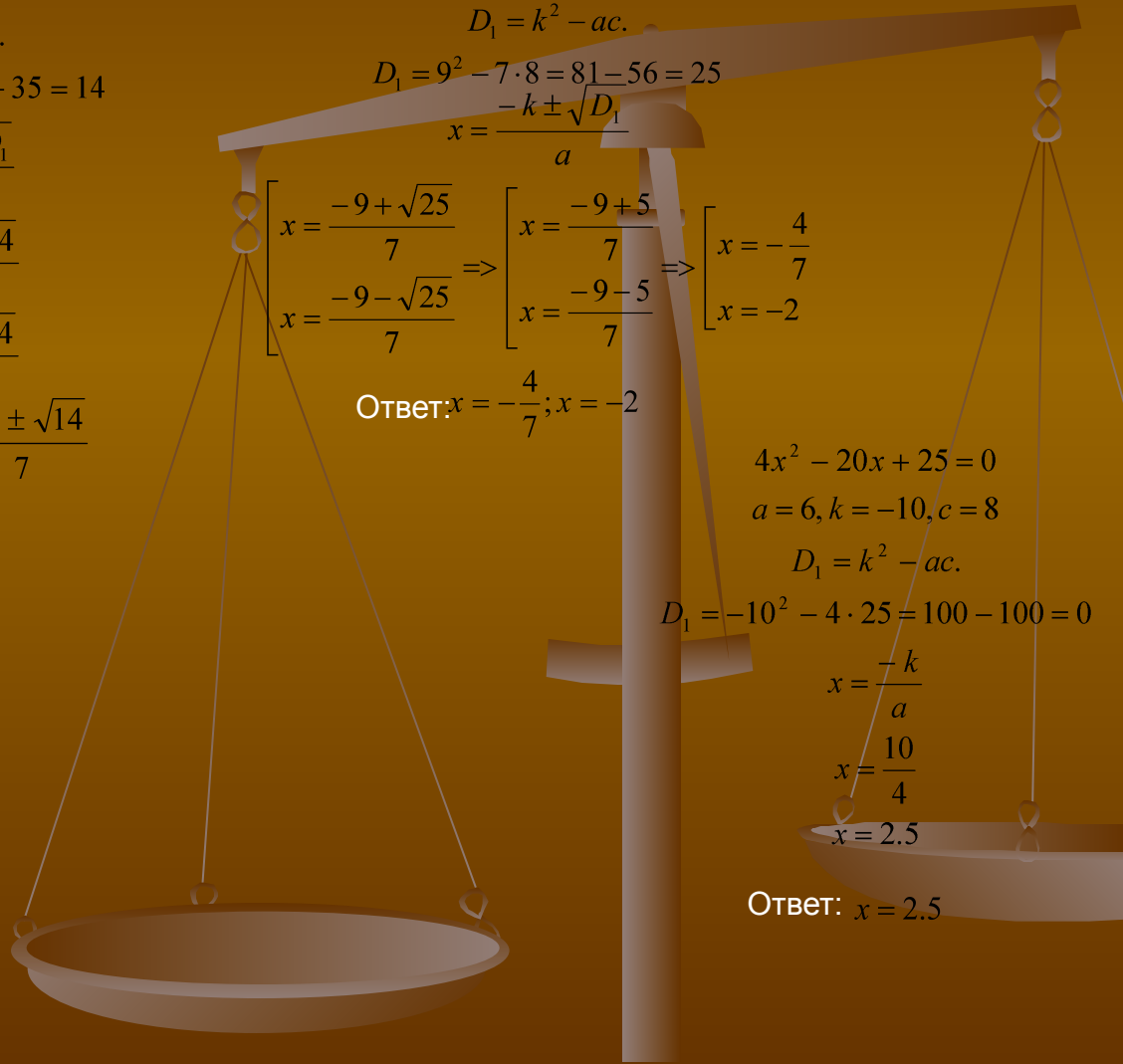
$$D_1 = (-10)^2 - 4 \cdot 25 = 100 - 100 = 0$$

$$x = \frac{-k}{a}$$

$$x = \frac{10}{4}$$

$$x = 2.5$$

Ответ:  $x = 2.5$



# Заключение

[Главное меню](#)

Делая этот доклад, я открыл для себя много интересного и нового о кв. уравнениях чего не мог прочесть в учебнике. Например, я узнал о том, что ещё в древности люди пользовались ими не зная, что это – кв. уравнения. В наше время невозможно представить себе решение как простейших, так и сложных задач не только в математике, но и в других точных науках, без применения решения кв. уравнений. Надеюсь и вы открыли для себя что-нибудь новое.

