

РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

- **Азербайджанской Республики
Министерство Образования**
- **Город Гянджа полная средняя
школа №2 имени Ахмеда Джавада
Преподаватель: Гаджиева С**

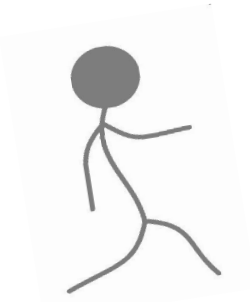


Цели урока

- развитие внимания, мышления;
- изучение нового приёма решения квадратных уравнений по формуле;
- привитие аккуратности в работе.
- повторение изученного материала;

Задачи урока

1. Вывести формулы корней квадратного уравнения и закрепить изученный материал решениями примеров.
2. Развивать навыки самостоятельной работы.
3. Вырабатывать умение слушать ответы учителя и учащихся.



$$ax^2 + bx + c = 0$$

Повторение

Что такое квадратное уравнение?

Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$

где a, b, c – заданные числа, $a \neq 0$, x – неизвестное (независимая переменная) называется квадратным.

Является ли квадратным уравнение:

а) $48x^2 - x^3 - 9 = 0$

б) $-2x^2 + 3x + 5 = 0$?

Как называются коэффициенты a, b, c
?

Повторение

Какие бывают квадратные уравнения?

Уравнения вида

$$ax^2 = 0$$

$$ax^2 + bx = 0$$

$$ax^2 + bx + c = 0$$

где a, b, c – некоторые числа, отличные от нуля -
называются **неполными** квадратными
уравнениями.

Как решается уравнение $x^2 = d$, где $d > 0$?

Решение задач

Карточка 1

а) Приведите уравнение:

к виду $(2x + 3)^2 = (x + 3)(x - 2)$

б) Решите уравнение: $ax^2 + bx + c = 0$

$$5y^2 - 2 = (y + 2)(5y - 1)$$

Решение а)

$$4x^2 + 12x + 9 = x^2 - 2x + 3x - 6$$

$$4x^2 + 12x + 9 - x^2 + 2x - 3x + 6 = 0$$

$$3x^2 + 11x + 15 = 0$$

Решение б)

$$5y^2 - 2 = 5y^2 - y + 10y - 2$$

$$9y = 0$$

$$y = 0$$

Ответ : $y = 0$.

Решение задач

Карточка 2

а) Замените уравнение:

$$x^2 + (1-x)(1-2x) = x$$

уравнением вида

$$ax^2 + bx + c = 0$$

б) Решите уравнение:

$$2a^2 - (a+1)^2 = -2 \cdot (a-4)$$

Решение а):

$$x^2 + 1 - 2x - x + 2x^2 - x = 0$$

$$3x^2 - 4x + 1 = 0$$

Решение б)

$$2a^2 - (a^2 + 2a + 1) = -2a + 8;$$

$$2a^2 - a^2 - 2a - 1 = -2a + 8;$$

$$a^2 = 9;$$

$$a_1 = +3, a_2 = -3.$$

Ответ: $a_{1,2} = \pm 3$.



Решение задач

Карточка 3

а) Решить уравнение:

$$7x^2 - 7 = 0$$

б) Решить уравнение

$$5x^2 - 2x = 0$$

в) Решите уравнение:

$$x^2 + 8x - 10 = 0$$

Решение а):

$$7 \cdot (x^2 - 1) = 0$$

$$x^2 - 1 = 0,$$

$$x^2 = 1, x_{1,2} = \pm 1.$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 1, x_2 = -1.$$

Решение б):

$$x \cdot (5x - 2) = 0,$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 5x - 2 = 0, \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{2}{5}. \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{2}{5}. \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{2}{5}. \end{array} \right.$$

$$\text{Ответ: } x_1 = 0, x_2 = 0,4.$$

Решение в):

$$x^2 + 2x \cdot 4 + 16 = 10 + 16,$$

$$(x + 4)^2 = 26,$$

$$x + 4 = \pm \sqrt{26},$$

$$x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{26}.$$

$$\text{Ответ: } x_{1,2} = -4 \pm \sqrt{26}.$$

Изучение нового материала

Из истории квадратных уравнений (сообщение).

Неполные квадратные уравнения и частные виды полных квадратных уравнений $x^2 - x = a$ умели решать вавилоняне (примерно за 2 тысячи лет до новой эры). Некоторые виды квадратных уравнений решали древнегреческие математики, сводя их решение к геометрическим построениям. Правило решения квадратных уравнений, приведённых к виду $ax^2 + bx + c = 0$

где $a > 0$, дал индийский учёный Брахмагупта (VII в.). Вывод формулы корней квадратного уравнения в общем виде имеется у Виетта, однако он признавал только положительные корни. Итальянские математики XVI в. учитывают помимо положительных и отрицательные корни. Лишь в XVII в. благодаря трудам Жирара, Декарта, Ньютона и других учёных способ решения квадратных уравнений принимает современный вид.

Выход формулы нахождения корней квадратного уравнения

Познакомимся с ещё одним способом решения, который позволит быстро находить корни квадратного уравнения. Попробуем это сделать в процессе выполнения математического диктанта.



будьте предельно внимательны,
гарантирую сделать всё сами!!!

Диктант

1. Умножим обе части уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ на $4a$;

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0$$

2. Перенесём свободный член вправо:

$$4a^2x^2 + 4abx = -4ac$$

3. Дополним левую часть уравнения до полного квадрата, для чего к обеим частям уравнения прибавим по b^2 :

$$(2ax)^2 + 2 \cdot 2ax \cdot b + b^2 = -4ac + b^2$$

следовательно,

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac$$

Диктант

Так как $b^2 - 4ac > 0$, то, используя известную теорему,

имеем: $2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac}$, откуда

$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}, \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- Мы получили формулу для вычисления корней квадратного уравнения. Сколько всего корней ?
- Введём обозначение $D = b^2 - 4ac$, это число – дискриминант квадратного уравнения. Тогда формула корней принимает вид:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a},$$

где b, a – коэффициенты квадратного уравнения.

Диктант

$$D = b^2 - 4ac,$$

если $D > 0$, то уравнение имеет два корня;
если $D = 0$, то уравнение имеет одно решение;
если $D < 0$, то уравнение не имеет корней.

Пример. Решите уравнение $5x^2 - 6x + 1 = 0$,

$$a = 5, b = -6, c = 1,$$

$$D = b^2 - 4ac = 36 - 4 \cdot 5 \cdot 1 = 36 - 20 = 16 > 0$$

Следовательно, уравнение имеет два различных корня,
найдем их:

Итак,
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, x = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{2 \cdot 5} = \frac{6 \pm 4}{10}.$$

$$x_1 = 1, x_2 = 0,2.$$

Ответ: $x_1 = 1, x_2 = 0,2.$

Работа с таблицей

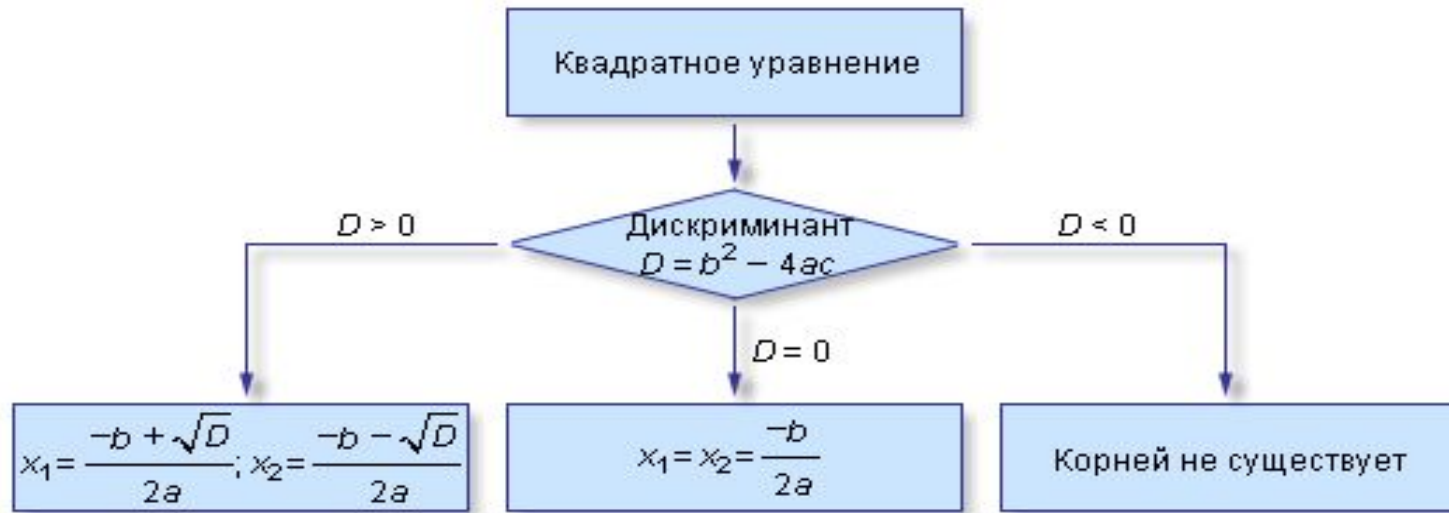
Найдем x_1, x_2 - корни квадратных уравнений.

Если $a = 1, b = 5, c = 4, D = 9 > 0$, - два корня $\sqrt{D} = 3$,
 $x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{9}}{2}$, $x_1 = \frac{-5 + 3}{2} = -1$, $x_2 = \frac{-5 - 3}{2} = -4$.

| Уравнение | a | b | c | $D = b^2 - 4ac$ | \sqrt{D} | x_1 | x_2 |
|---------------------|-----|-----|-----|-----------------|------------|-------|-------|
| $x^2 + 5x + 4 = 0$ | 1 | 5 | 4 | 9 | 3 | -1 | -4 |
| $-2x^2 + x + 3 = 0$ | -2 | 1 | 3 | 25 | 5 | -1 | 1,5 |
| $6x^2 + 3 = 0$ | 6 | 0 | 3 | -72 | — | — | — |
| $4x^2 = -7x$ | 4 | 7 | 0 | 49 | 7 | 0 | -1,75 |
| $9x^2 - 6x + 1 = 0$ | 9 | -6 | 1 | 0 | 0 | 1/3 | |

Самостоятельная работа

- Проводится по группам (дифференцированная, с использованием копировальной бумаги).
- Задания для групп – на карточках.



Самостоятельная работа

1 группа

а) Решите уравнение $x^2 + 4x + 3 = 0$.

Решение: $D = 16 - 12 = 4 > 0$, $x_{1,2} = \frac{-4 \pm 2}{2}$; $x_1 = -1, x_2 = -3$.

Ответ: $x_1 = -1, x_2 = -3$.

б) Дополнительное
задание:

$$7x^2 + 8x + 1 = 0.$$

Решение:

$$D = 64 - 28 = 36 > 0, x_{1,2} = \frac{-8 \pm 6}{14}; x_1 = \frac{-2}{14} = -\frac{1}{7}, x_2 = \frac{-14}{14} = -1$$

Ответ: $x_1 = -\frac{1}{7}, x_2 = -1$

Самостоятельная работа

2 группа

а) Решите уравнение $(x + 4)^2 = x + 6$.

Решение: $x^2 + 8x + 16 - 6 - x = 0$, $x^2 + 7x + 10 = 0$,

$$D = 49 - 40 = 9 > 0, \quad \sqrt{D} = 3, \quad x_{1,2} = \frac{-7 \pm 3}{2}, \quad x_1 = -5, \quad x_2 = -2.$$

Ответ: $x_1 = -5, x_2 = -2$.

б) Дополнительное
задание:

$$(x - 2)(x + 2) = 5x - 10.$$

Решение: $x^2 - 4 = 5x - 10$, $x^2 - 5x + 6 = 0$,

$$D = 25 - 24 = 1 > 0, \quad x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2}, \quad x_1 = \frac{6}{2} = 3, \quad x_2 = \frac{4}{2} = 2.$$

Ответ: $x_1 = 3, x_2 = 2$.

Самостоятельная работа

3 группа

Решить уравнение:

$$\frac{x^2 + 3x}{2} = \frac{x + 7}{4}.$$

Решение:

$$4(x^2 + 3x) = 2(x + 7), \quad 4x^2 + 12x - 2x - 14 = 0, \quad 4x^2 + 10x - 14 = 0,$$

$$D = 25 + 56 = 81 > 0, \quad \sqrt{D} = 9, \quad x_{1,2} = \frac{-5 \pm 9}{4}, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -3\frac{1}{2}.$$

Ответ:

$$x_1 = 1, \quad x_2 = -3\frac{1}{2}.$$

б) Дополнительное задание:

$$(x - 3)(x + 3) = 5x - 13.$$

Решение:

$$x^2 - 4 = 5x - 10, \quad x^2 - 5x + 6 = 0,$$

$$D = 25 - 24 = 1 > 0, \quad x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{2}, \quad x_1 = \frac{6}{2} = 3, \quad x_2 = \frac{4}{2} = 2.$$

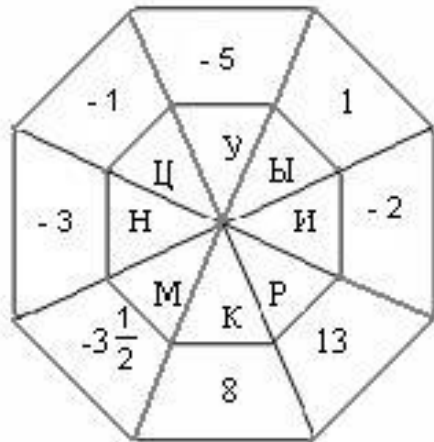
Ответ:

$$x_1 = 3, \quad x_2 = 2.$$



Защитите корни в порядке возрастания и прочитайте зашифрованное слово

| Ответ: | 1 группа | 2 группа | 3 группа |
|--------|----------|----------|-------------------|
| | $-1; -3$ | $-5; -2$ | $1; -\frac{1}{2}$ |



$-5, -3\frac{1}{2}, -3, -2, -1, 1.$

У М Н И Ц Ы

Молодцы!!!

**Оцените степень сложности урока.
Вам было на уроке:**

- ◆ легко;
- ◆ обычно;
- ◆ трудно ?



**Оцените степень вашего усвоения
материала:**

- ◆ усвоил полностью, могу применить.
- ◆ усвоил полностью, но затруднен в применении;
- ◆ усвоил частично;
- ◆ не усвоил.

