



**ПРОЕКТ**  
**Геометрическая**  
**вероятность.**

Теория вероятностей,  
9 класс.

# Основной вопрос:

- Как связано понятие вероятности с геометрией?
- Задачи:
  1. Провести серию опытов.
  2. Сформулировать геометрическое понятие вероятности.
  3. Изучить литературу по данному вопросу.
  4. Сделать выводы. Подтвердить или опровергнуть гипотезу.
  5. Составить задачи на нахождение вероятностей.

The background features a 3D wireframe grid on a light-colored surface. Several geometric shapes are rendered in this wireframe style: a large sphere on the left, a smaller sphere in the center, and two cylinders. The scene is lit from the top, creating soft shadows. The overall color palette is warm, with shades of orange and yellow.

# **Серия опытов.**

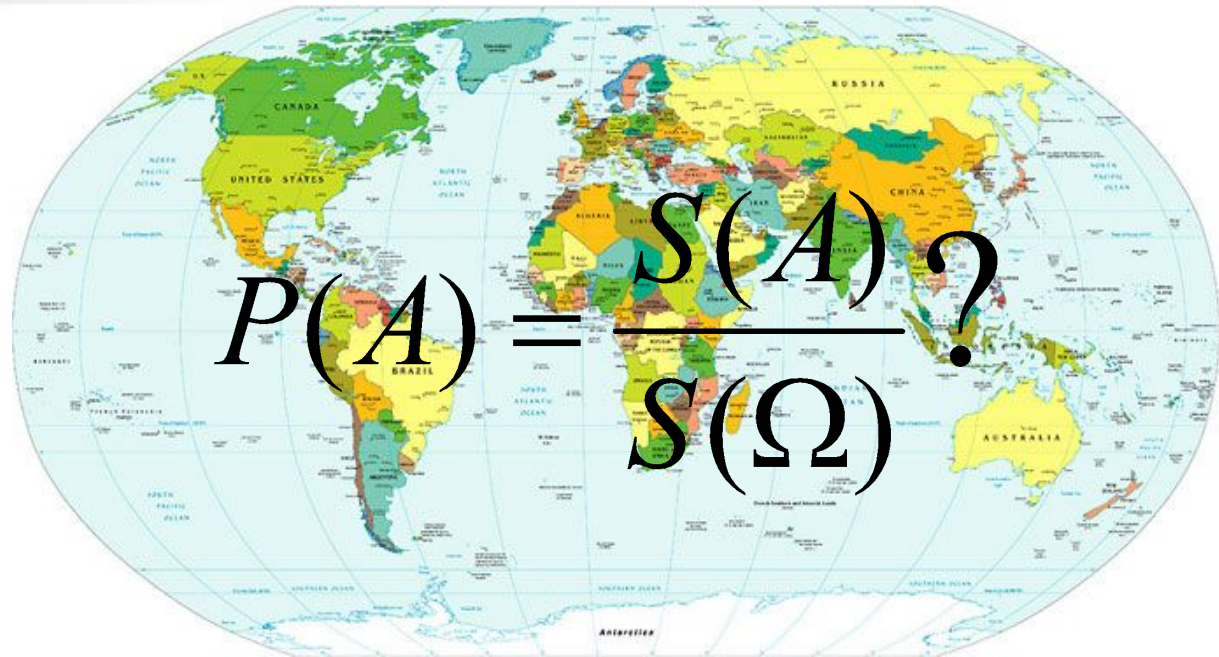
Серия опытов, приводящих к определению вероятности из геометрических соображений.

**ОПЫТ 1.** Выберем на географической карте мира случайную точку (например, зажмурием глаза и покажем указкой). Какова вероятность, что эта точка окажется в России?



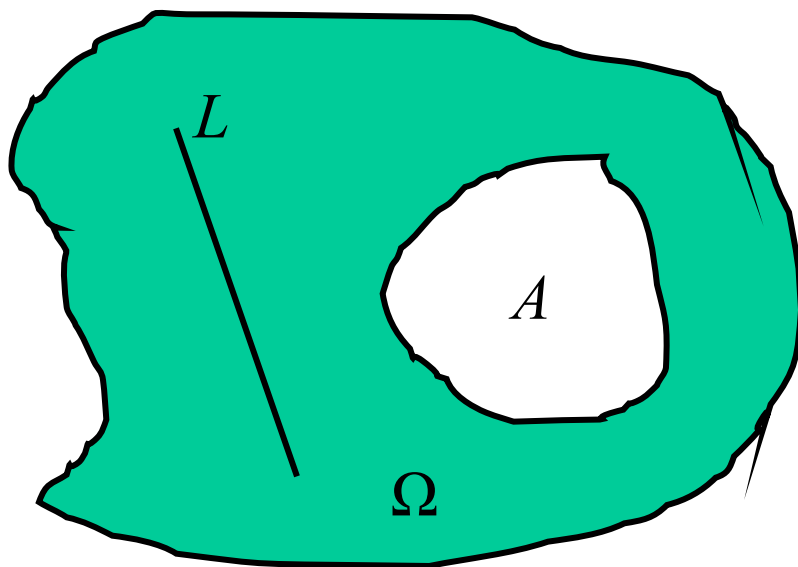
- **Число исходов бесконечно.**
- **Вероятность будет зависеть от размера карты (масштаба).**

**ОПЫТ 1.** Выберем на географической карте мира случайную точку (например, зажмурим глаза и покажем указкой). Какова вероятность, что эта точка окажется в России?



**ГИПОТЕЗА:** Очевидно, для ответа на вопрос нужно знать, какую часть всей карты занимает Россия. Точнее, какую часть всей площади карты составляет Россия. Отношение этих площадей и даст искомую вероятность.

**Общий случай:** в некоторой ограниченной области  $\Omega$  случайно выбирается точка. Какова вероятность, что точка попадет в область  $A$ ? На прямую  $L$ ?



$$P(A) = \frac{S(A)}{S(\Omega)}$$

$$S(L) = 0; P(L) = \frac{0}{S(\Omega)} = 0$$

# Геометрическое определение вероятности

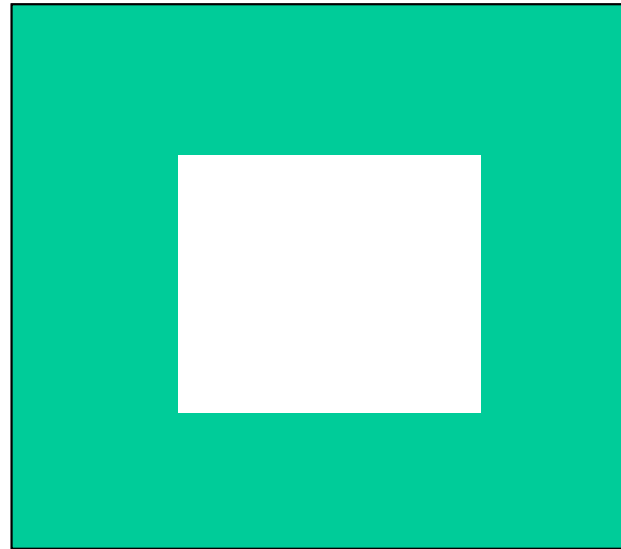
- Если предположить, что попадание в любую точку области  $\Omega$  равновозможно, то вероятность попадания случайной точки в заданное множество  $A$  будет равна отношению площадей:

$$P(A) = \frac{S(A)}{S(\Omega)}$$

- Если  $A$  имеет нулевую площадь, то вероятность попадания в  $A$  равна нулю.
- Можно определить геометрическую вероятность в пространстве и на прямой:

$$P(A) = \frac{V(A)}{V(\Omega)}; P(A) = \frac{L(A)}{L(\Omega)}$$

**ОПЫТ 2.** В квадрат со стороной 4 см «бросают» точку. Какова вероятность, что расстояние от этой точки до ближайшей стороны квадрата будет меньше 1 см?



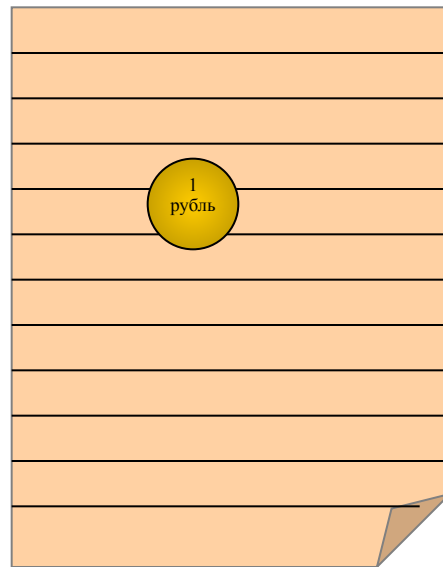
Закрасим в квадрате множество точек, удаленных от ближайшей стороны меньше, чем на 1 см.

Площадь закрашенной части квадрата  
 $16\text{см}^2 - 4\text{см}^2 = 12\text{см}^2$ .

Значит,  $P(A) = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} = 0,75$

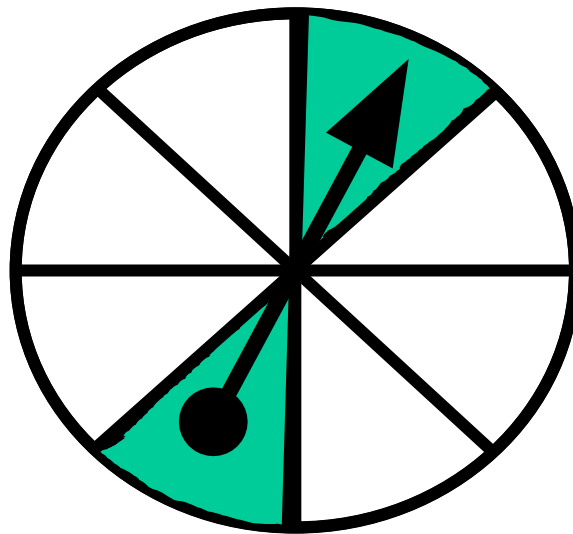


**Опыт 3.** На тетрадный лист в линейку наудачу бросается монета. Какова вероятность того, что монета пересекла две линии?



- Число исходов зависит от размеров монеты, расстояния между линиями.

**ОПЫТ 4.** В центре вертушки закреплена стрелка, которая раскручивается и останавливается в случайном положении. С какой вероятностью стрелка вертушки остановится на зеленом секторе?

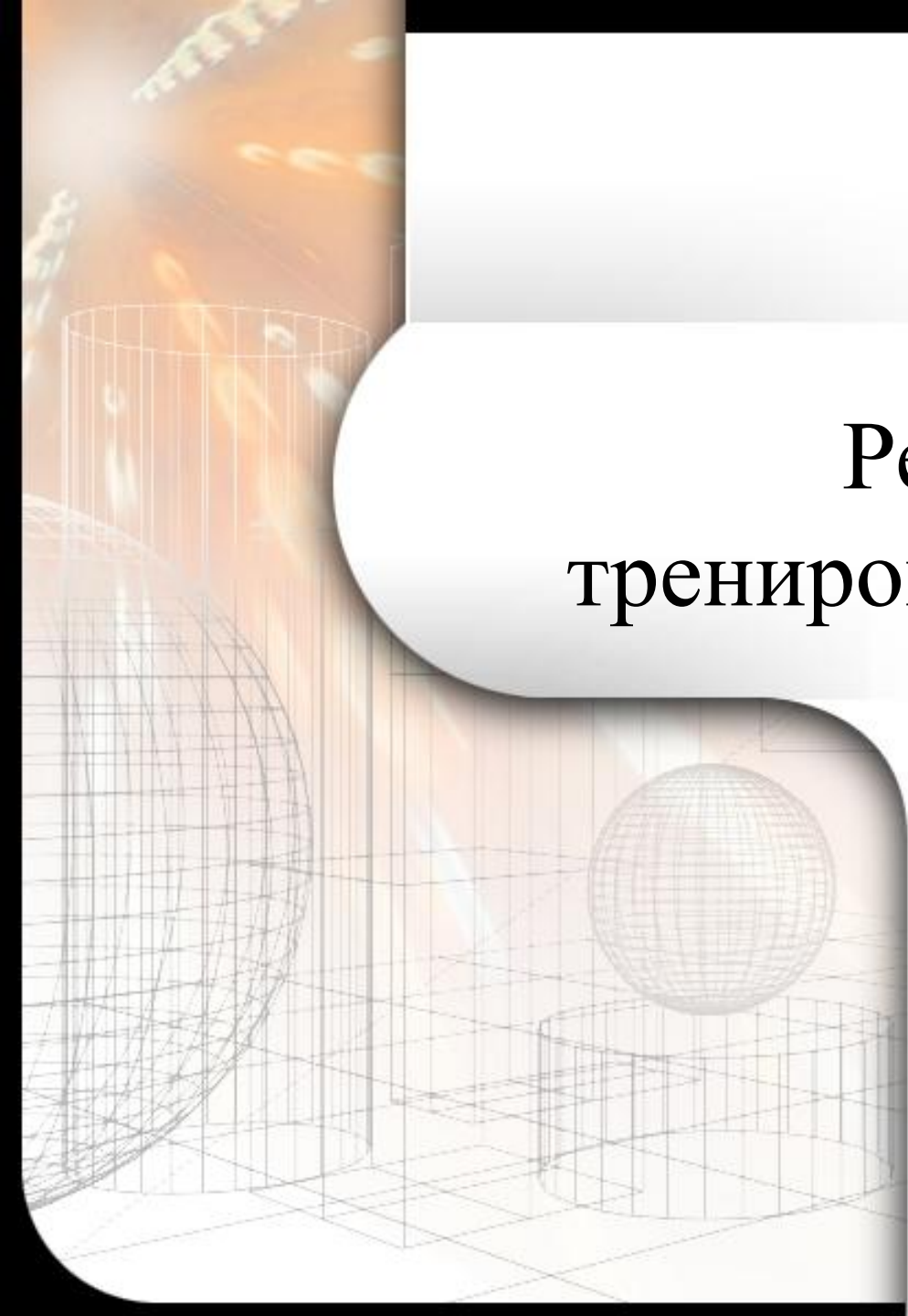


Для решения этой задачи можно вычислить площадь зеленых секторов и разделить ее на площадь всего круга:

$$S(A) = \frac{\pi R^2}{4}; S(\Omega) = \pi R^2; P(A) = \frac{1}{4} = 0,25$$

# Вывод.

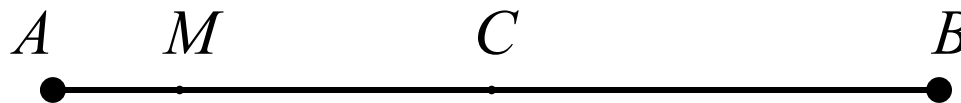
- Изучив литературу, мы пришли к выводу, что наше предположение верно, т. е. дали верное геометрическое определение вероятности.

The background features a 3D wireframe scene with a grid floor. On the left, a large wireframe sphere is partially visible. In the center, a smaller wireframe sphere sits on top of a wireframe cylinder. The scene is lit from the top, creating soft shadows on the grid.

# Решение тренировочных задач.

Задачи 1 – 3.

**Задача №1.** Дано:  $AB=12\text{см}$ ,  $AM=2\text{см}$ ,  $MC=4\text{см}$ . На отрезке  $AB$  случайным образом отмечается точка  $X$ . Какова вероятность того, что точка  $X$  попадет на отрезок: 1)  $AM$ ; 2)  $AC$ ; 3)  $MC$ ; 4)  $MB$ ; 5)  $AB$ ?



**Решение.**

1)  $A = \{\text{точка } X \text{ попадает на отрезок } AM\}$ ,  $AM=2\text{см}$ ,  $AB=12\text{см}$ ,

$$P(A) = \frac{AM}{AB} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

2)  $B = \{\text{точка } X \text{ попадает на отрезок } AC\}$ ,  $AC=2\text{см}+4\text{см}=6\text{см}$ ,

$$P(B) = \frac{AC}{AB} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

3)  $C = \{\text{точка } X \text{ попадает на отрезок } MC\}$ ,  $MC=4\text{см}$ ,  $AB=12\text{см}$ ,

$$P(C) = \frac{MC}{AB} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

4)  $D = \{\text{точка } X \text{ попадает на отрезок } MB\}$ ,  $MB=12\text{см}-2\text{см}=10\text{см}$ ,

$$P(D) = \frac{MB}{AB} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

5)  $E = \{\text{точка } X \text{ попадает на отрезок } AB\}$ ,

$$P(E) = \frac{AB}{AB} = 1$$

**Задача №2.** Оконная решетка состоит из клеток со стороной 20см. Какова вероятность того, что попавший в окно мяч, пролетит через решетку, не задев ее, если радиус мяча равен: а) 10см, б) 5см?

**Решение.**

$$\text{а) } S_{\text{мяча}} = \pi R^2 = 100\pi (\text{см}^2)$$

$$S_{\text{кв}} = a^2 = 20^2 = 400 (\text{см}^2)$$

$$P(A) = \frac{S_{\text{мяча}}}{S_{\text{кв}}} = \frac{100\pi}{400} = \frac{\pi}{4} \approx 0,79$$

$$\text{б) } S_{\text{мяча}} = 5^2 \pi = 25\pi (\text{см}^2)$$

$$S_{\text{кв}} = 400 (\text{см}^2)$$

$$P(A) = \frac{25\pi}{400} = \frac{\pi}{16} \approx 0,20$$

**Задача №3.** Оконная решетка состоит из клеток со стороной 20см. В решетку 100 раз бросили наугад один и тот же мяч. В 50 случаях он пролетел через решетку не задев ее. Оцените приближенно радиус мяча.

**Решение.**

$$P(A) = \frac{N_A}{N} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

$$P(A) = \frac{S_{\text{мяча}}}{S_{\text{кв}}} = \frac{\pi R^2}{400}$$

$$\frac{\pi R^2}{400} = \frac{1}{2}$$

$$R^2 = \frac{400}{2 \cdot \pi} = \frac{200}{\pi}$$

$$R = \sqrt{\frac{200}{\pi}} = \frac{10\sqrt{2}}{\pi} \approx 4,5(\text{см})$$

The background features a 3D wireframe grid on a light brown surface. Several wireframe spheres and cylinders are scattered across the grid. The top part of the image is partially obscured by a white, rounded rectangular shape that looks like a page being turned.

ИТОГ.

Вопросы. Задача.



# Вопросы:

1. Что такое геометрическая вероятность? Каковы формулы геометрической вероятности (на плоскости, на прямой, в пространстве)?
2. Можно ли вычислить геометрические вероятности для опыта, исходы которого не являются равновероятными?

# Задача.

Внутри квадрата со стороной 10см выделен круг радиусом 2см. Случайным образом внутри квадрата отмечается точка. Какова вероятность того, что она попадет в выделенный круг?

