

Тема урока:  
«Логарифмическая  
функция и ее  
приложения»

*Потому-то словно пена,  
Опадают наши рифмы.  
И величие степенно  
Отступает в логарифмы.*

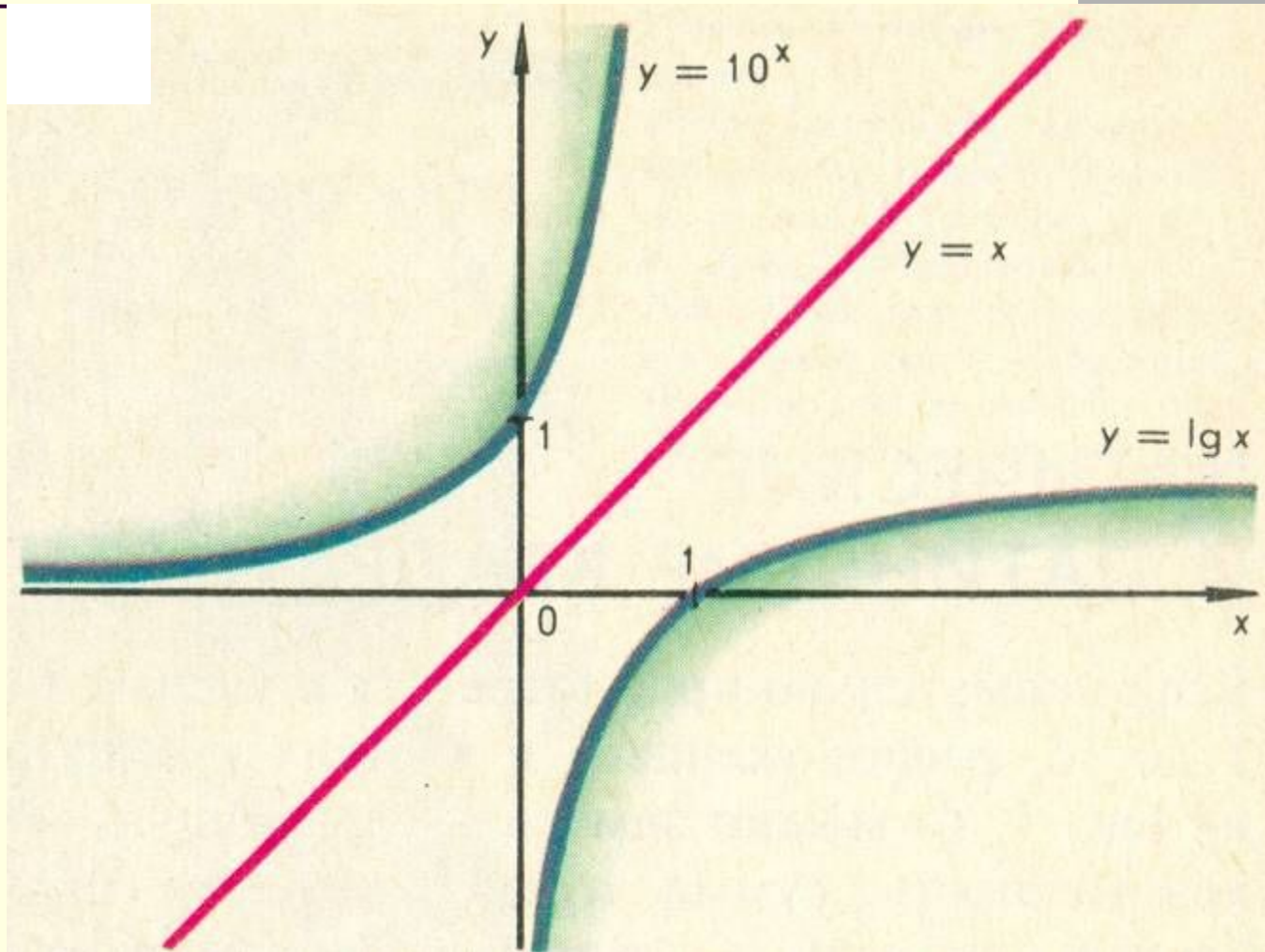
Борис Слуцкий

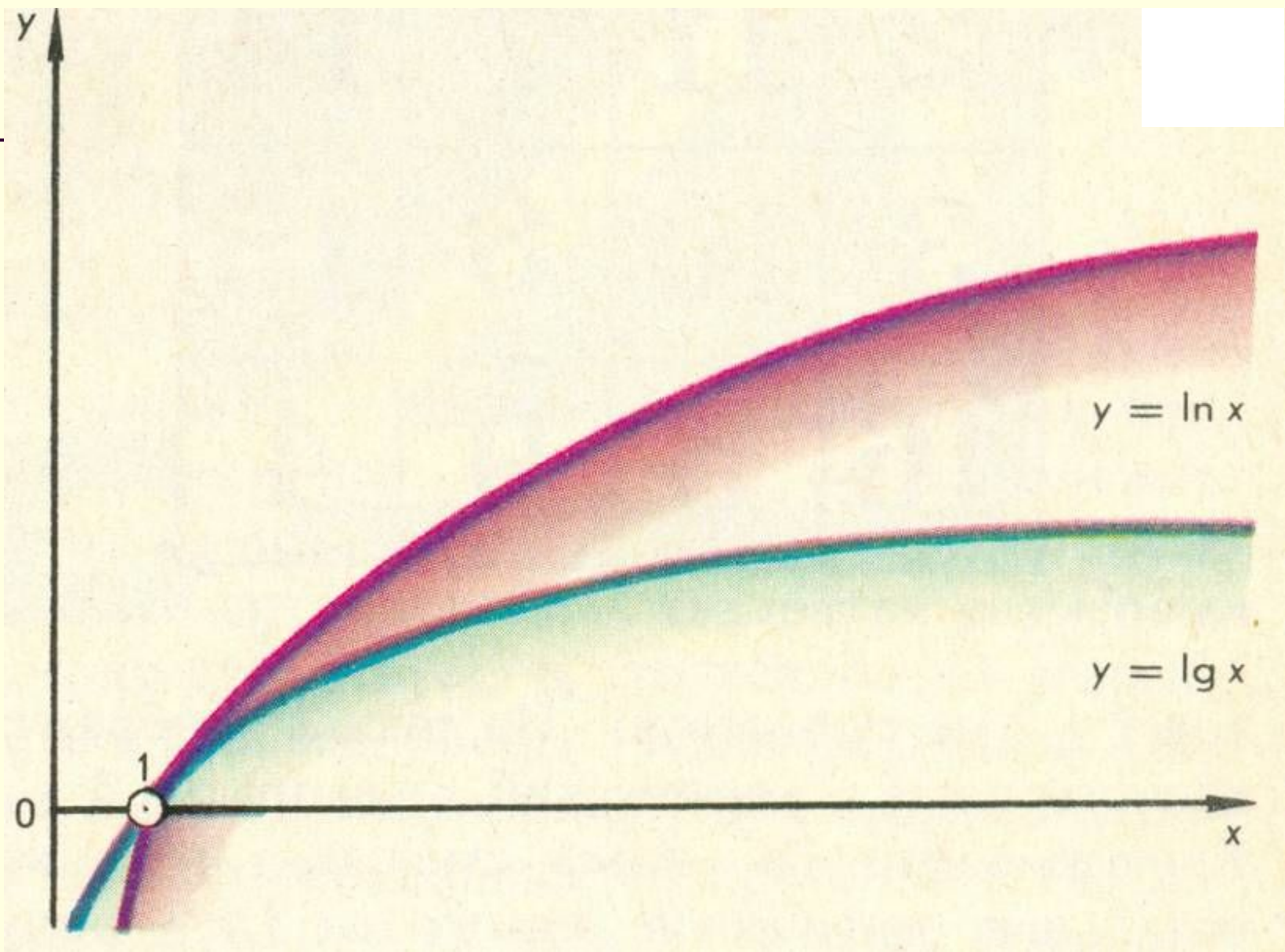
# Цель урока:

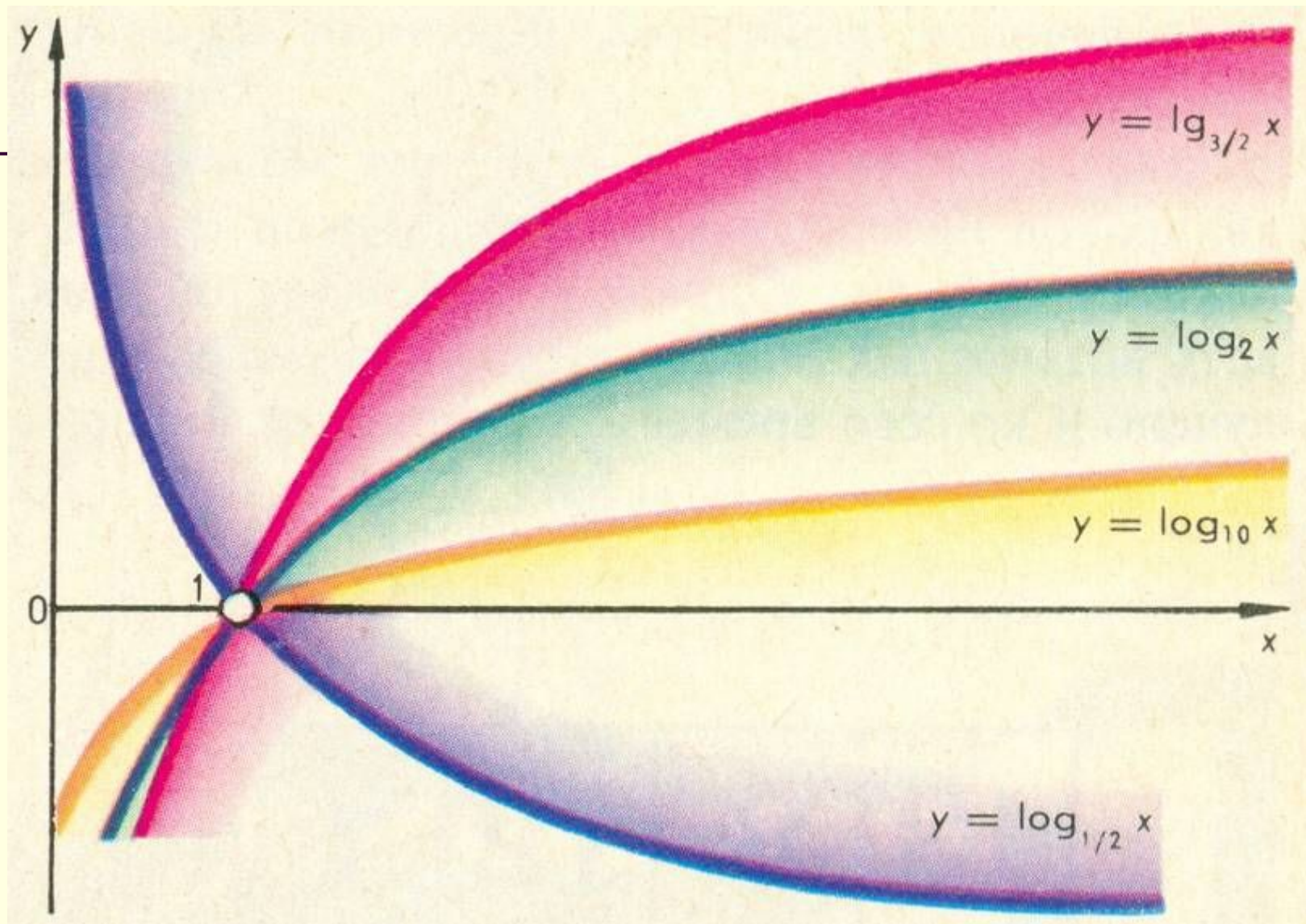
---

- расширять представления учащихся о логарифмической функции, применении ее свойств в нестандартных ситуациях;
- развивать интерес к истории математики и ее практическим приложениям, логическое мышление и математическую грамотность речи;
- воспитывать познавательную активность, чувство ответственности, культуру общения и диалога.

$$y = \log_a x, \quad x > 0, \quad a > 0, \quad a \neq 1$$







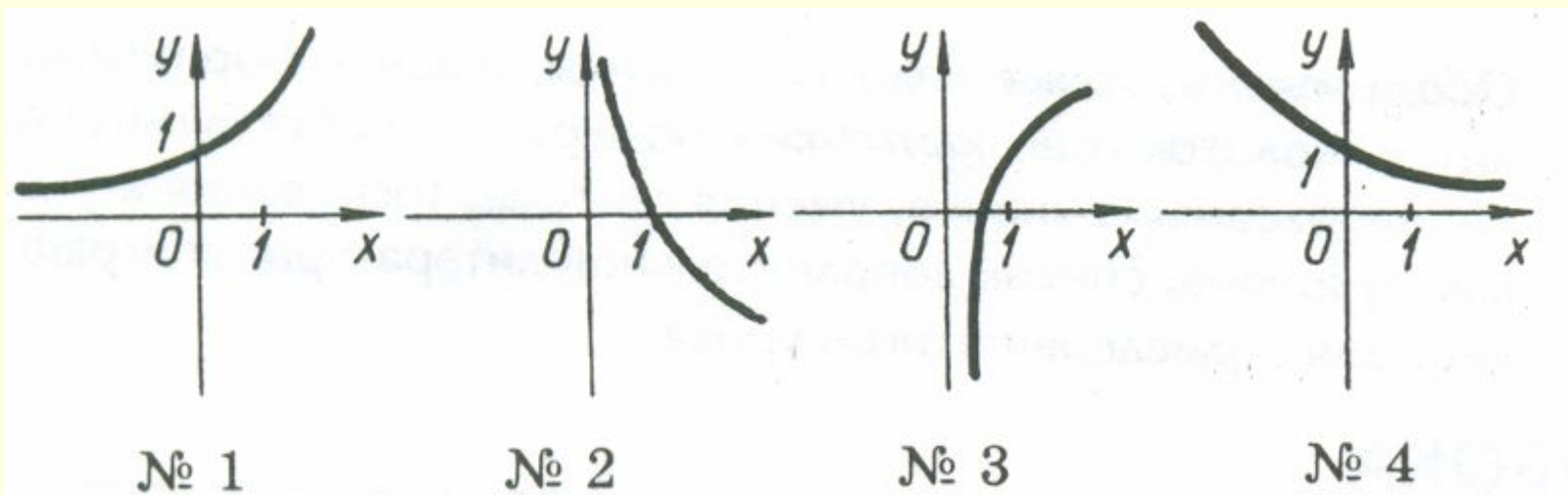
# Из указанных функций назовите логарифмическую

---

$$y = 4x, \quad y = \log_5 25 + x^2, \quad y = \ln (x + 2),$$

$$y = 2,5^x, \quad y = \log_5 125 + \frac{5}{x}.$$

Какой график является графиком функции  $y = \log_{0,4} x$ ?



**Ответ: №2**

**Совпадают ли графики функций?  
Ответ обоснуйте.**

---

$$f(x) = x + 1 \text{ и } g(x) = 2^{\log_2(x+1)} ?$$

1. Да. 2. Нет.

**Ответ: 2. Нет**



# При каких значениях $x$ имеет смысл выражение:

$$\log_{0,5} (\log_2 x)?$$

1. При любом значении  $x$ .
2. При положительном значении  $x$ .
3. При  $x > 1$ .
4. При  $0 < x < 1$ .

**Ответ: При  $x > 1$**

Найти область определения  
функции  $y = \log_2(5 - 3x)$

---

1.  $\left(-1\frac{2}{3}; \infty\right)$ . 2.  $\left(-\infty; -1\frac{2}{3}\right)$ . 3.  $\left(1\frac{2}{3}; \infty\right)$ . 4.  $\left(-\infty; 1\frac{2}{3}\right)$ .

**Ответ: №4**



# Джон Непер



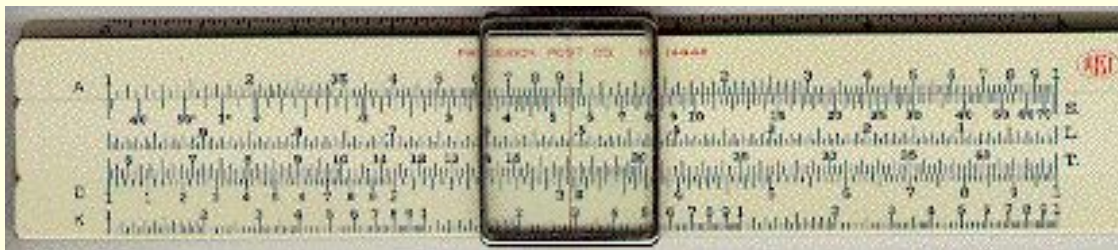
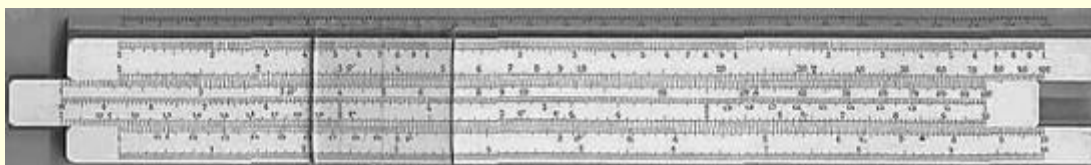
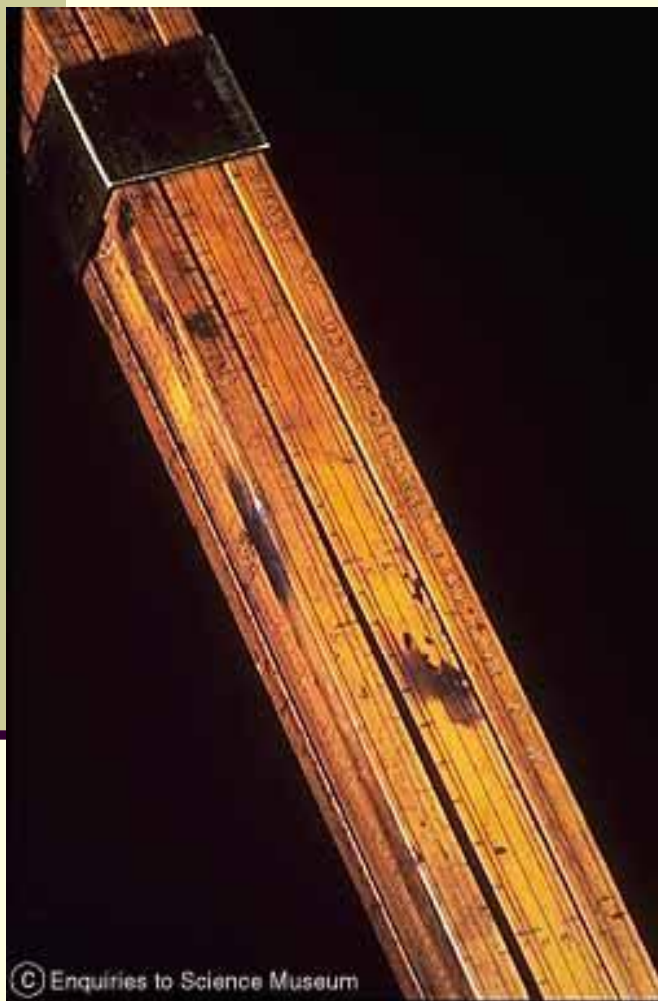
(1550 г.— 4 апреля 1617г.)

Шотландский математик -  
изобретатель логарифмов.

В 1590-х годах пришел к идее  
логарифмических вычислений  
и составил первые таблицы  
логарифмов, однако свой  
знаменитый труд “Описание  
удивительных таблиц  
логарифмов” опубликовал лишь  
в 1614 году.

Ему принадлежит определение  
логарифмов, объяснение их  
свойств, таблицы логарифмов  
синусов, косинусов, тангенсов и  
приложения логарифмов в  
сферической тригонометрии.

# Музей логарифмических линеек



# Логарифмы в музыке



А.А. Эйхенвальд

*«... Даже изящные искусства питаются ею  
Разве музыкальная гамма не есть -  
Набор передовых логарифмов?»*

Из «Оды экспоненте»



# Частоту любого звука можно выразить формулой

Ноте «до» соответствует частота, равная  $n$  колебаниям в секунду.

В октаве частота колебаний нижнего звука в 2 раза меньше верхнего.

Тогда ноте «до» 1-й октавы будут соответствовать  $2n$  колебания в секунду, а ноте «до» 3-й октавы -  $n \cdot 2^m$  колебания в секунду и т.д.

Обозначим все ноты хроматической гаммы номерами  $p$ .

$$N_{pt} = n \cdot 2^m \left( \sqrt[12]{2} \right)^p$$

Логарифмируя эту формулу,  
получаем

---

$$\lg N_{pt} = \lg n + m \lg 2 + p \frac{\lg^2}{12},$$

$$\lg N_{pt} = \lg n + \left( m + \frac{p}{12} \right) \lg 2.$$



Принимая частоту самого низкого «до» за единицу  $n=1$  и приводя логарифмы к основанию 2, имеем

---

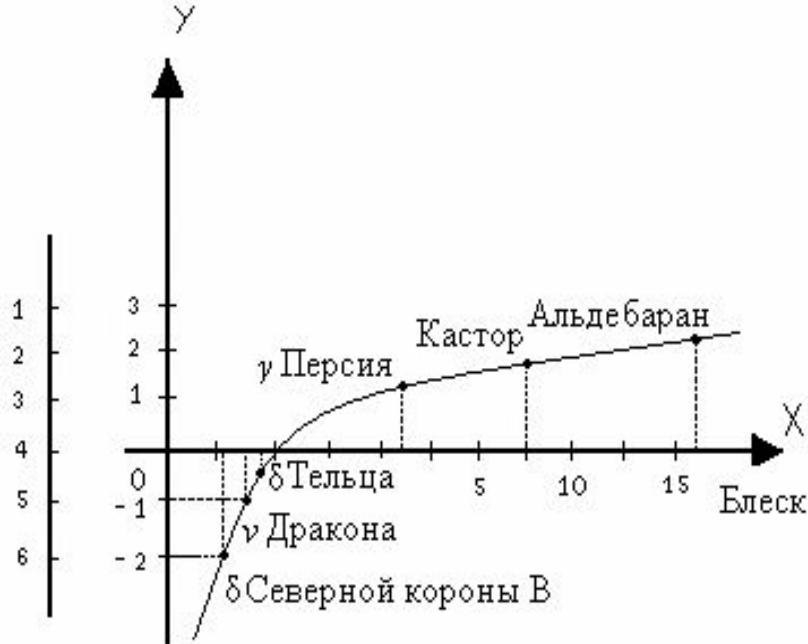
$$\log_2 N_{pt} = m + \frac{p}{12}.$$

# Задание

---

Решить уравнение:

# Звезды, шум и логарифмы



По вертикальной оси отложим блеск звезд в единицах Гиппарха (распределение звезд по субъективным характеристикам (на глаз) на 6 групп), а на горизонтальной - показания приборов. По графику видно, что объективные и субъективные характеристики не пропорциональны, а прибор регистрирует возрастание блеска не на одну и ту же величину, а в 2,5 раза. Эта зависимость выражается логарифмической функцией.



# Логарифм шума

---



**Единица измерения децибел** используется в звуковой технике.

Связано это с тем, что мы реагируем не на абсолютные, а на относительные изменения уровня какого-либо воздействия, в том числе и звукового.

Если сила звука (интенсивность,  $I$ , Вт/м<sup>2</sup>) изменится в 10 раз, то субъективное ощущение громкости — всего лишь на одну ступеньку, при 100-кратном увеличении силы звука — на две ( $\lg 100 = 2$ ), при 1000-кратном — на три ( $\lg 1000 = 3$ ). Поэтому увеличение или уменьшение силы звука принято измерять в логарифмических единицах, и каждое десятикратное изменение силы звука оценивается единицей, называемой **Бел (Б)**.

На практике используется в основном **единица, равная десятой части Бела - децибел.**

Значение в децибелах равно десяти десятичным логарифмам отношения интенсивностей двух сигналов.

# Логарифмическая «комедия 2>3»

Комедия начинается с неравенства  $\frac{1}{4} > \frac{1}{8}$

Затем следует преобразование  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3$ ,

Большому числу соответствует больший логарифм

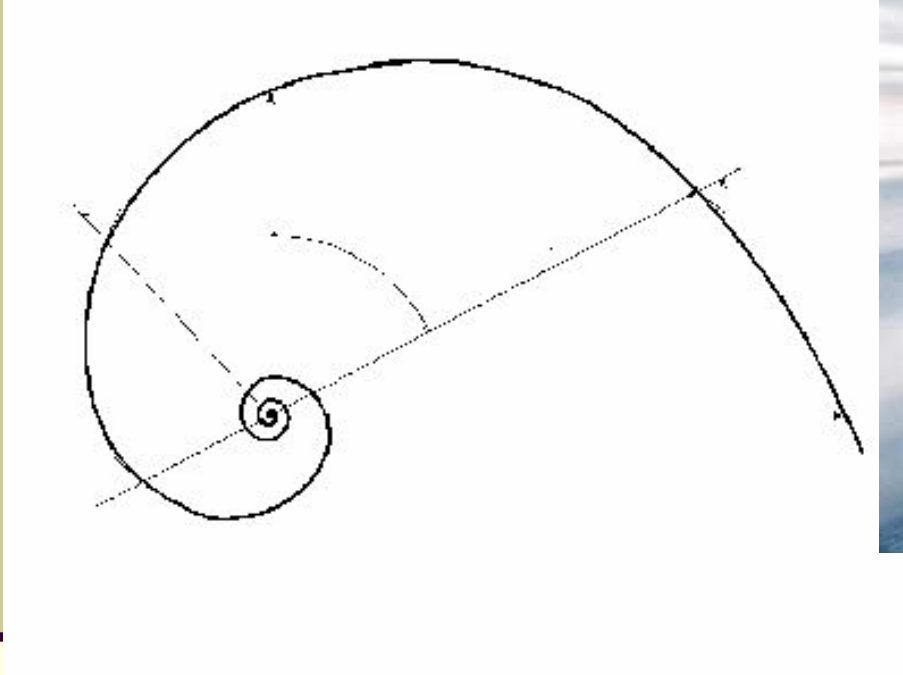
$$\lg\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \lg\left(\frac{1}{2}\right)^3, 2\lg\frac{1}{2} > 3\lg\frac{1}{2}.$$

После сокращения на

$$\lg\frac{1}{2} \text{ имеем } 2 > 3$$

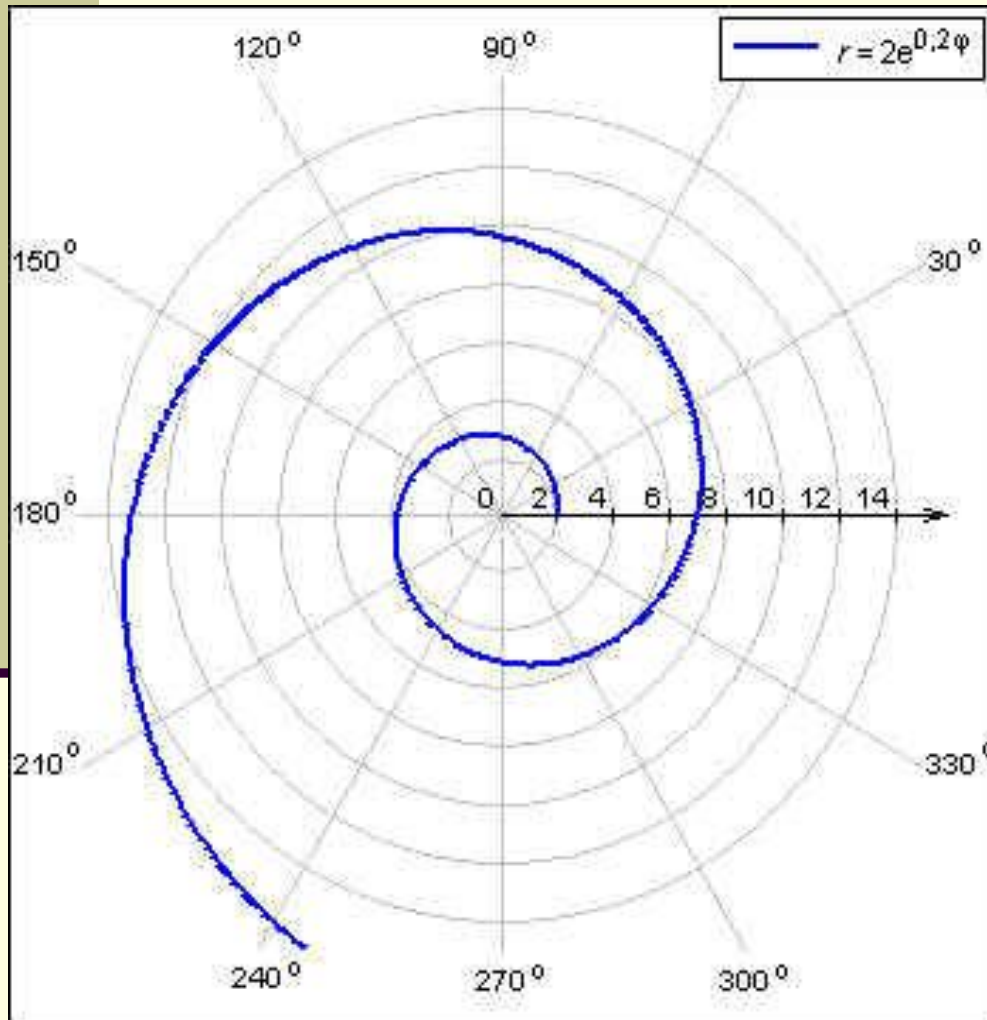
В чем ошибка этого доказательства?

# Логарифмическая спираль



На рисунке видно, что эта спираль пересекает все прямые, проходящие через полюс под одним и тем же углом.

# Логарифмическая спираль



Уравнение этой спирали  $r = ae^{k\varphi}$ ,  
где

$r$  - расстояние от произвольной точки  
M на спирали до выбранной точки O,  $\varphi$   
- угол между лучом OM и выбранным  
лучом Ox,  
 $a$  и  $k$  - постоянные.

Решая его, получим

$$\ln e^{k\varphi} = \ln \frac{r}{a}, k\varphi = \ln \frac{r}{a}, \varphi = \frac{1}{k} \ln \frac{r}{a}.$$

# Логарифмическая спираль



Раковины морских животных могут расти лишь в одном направлении. Чтобы не слишком вытягиваться в длину, им приходится скручиваться, причем каждый следующий виток подобен предыдущему. А такой рост может совершаться лишь по логарифмической спирали или ее аналогиям. Поэтому раковины многих моллюсков, улиток, закручены по логарифмической спирали.



# Логарифмическая спираль



Рога таких животных, как архары, закручены по логарифмической спирали.



В подсолнухе семечки расположены по дугам, близким к логарифмической спирали



**По логарифмической спирали  
формируется и тело циклона**

КИ, В



По логарифмическим спиралям закручены и многие галактики, в частности – Галактика Солнечной системы.

# Творческое задание: «Логарифмическая диковинка»

---

Число **3** изобразить с помощью трех  
двоек и математических символов.

Решение:  $\sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}} = 2^{\frac{1}{8}}$ , то  $\log_2 2^{\frac{1}{8}} = \frac{1}{8}$ ;  $-\log_2 \frac{1}{8} = 3$ .

Ответ:  $3 = -\log_2 \log_2 \sqrt{\sqrt{\sqrt{2}}}$

# Решите неравенство

---

$$\log_{x+0,5}(3-x) \gg 1$$



**Подведем итоги**

