
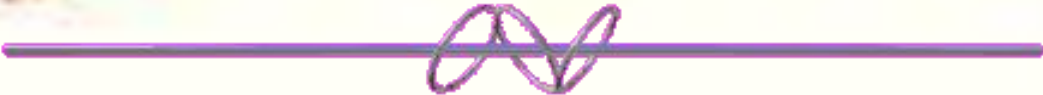


- 
- Система счисления - это совокупность правил для обозначения и наименования чисел.
 - Системы счисления делятся на позиционные и непозиционные.
 - Знаки, используемые при записи чисел, называются цифрами.
- 

Немного истории



- Счет появился тогда, когда человеку потребовалось информировать своих сородичей о количестве обнаруженных им предметов. В разных местах придумывались разные способы передачи численной информации: от зарубок по числу предметов до хитроумных знаков - цифр. Во многих местах люди стали использовать для счета пальцы. Одна из таких систем счета и стала общеупотребительной – десятичная

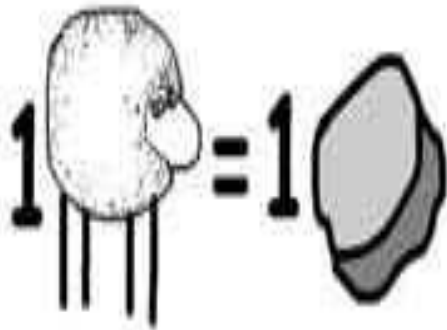


продолжение



До сих пор существуют в Полинезии племена с 20-чной системой счисления (с учетом пальцев на ногах).

Сегодня мы настолько сроднились с 10-чной системой счисления, что не представляем себе иных способов счета, пока не вспомним о времени. Нас не смущает, что в минуте 60 секунд, а не 10 или 100. И в часе 60 минут, но более удивительно, что в сутках 24 часа, а в году 365 дней. Таким образом, время (часы и минуты) мы считаем в 60-чной системе, сутки - в 24-чной, недели в 7-чной, месяцы совсем хитро - каждый по своему, года в 12-чной, если в месяцах, или в 365-чной, если в днях. Другими словами, все дело в привычке. Конечно, когда идет дождь, можно раскрыть зонтик и не думать, почему он пошел, но разобраться в причинах тоже полезно. Сейчас мы постараемся понять принцип счета. Только давай сразу договоримся, что мы будем обсуждать не все способы счета (системы счисления), а ограничимся только позиционными. Два примера непозиционных систем счисления я приведу после определения позиционных систем.



Позиционная система счисления

В позиционных системах счисления величина, обозначаемая цифрой в записи числа, зависит от ее позиции.

Количество используемых цифр называется основанием позиционной системы счисления.

Система счисления, применяемая в современной математике, является позиционной десятичной системой. Основание ее равно 10, т.е. запись любых чисел производится с помощью десяти цифр 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

Пример:

3 3 3

сотни десятки единицы

Для записи чисел в позиционной системе счисления с основанием p нужно иметь алфавит из p цифр. Обычно для этого при $p < 10$ используют p первых арабских цифр, при $p > 10$ к десяти арабским цифрам добавляют латинские буквы.

Примеры алфавитов нескольких систем

основание название алфавит

$p=2$ двоичная 0 1

$p=3$ троичная 0 1 2

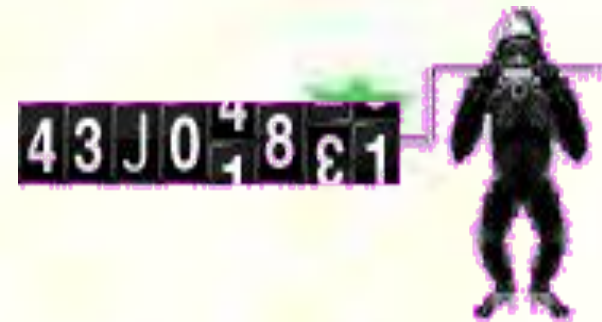
$p=8$ восьмеричная 0 1 2 3 4 5 6 7

$p=16$ шестнадцатеричная 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E F

Достоинства позиционных систем счисления

Простота выполнения арифметических операций.

Ограниченное количество символов (цифр) для записи любых чисел



Непозиционная система счисления

В непозиционных системах счисления от положения цифры в записи числа не зависит величина, которую она обозначает. Пример: римская система, используются латинские буквы.

I V X L C D M

1 5 10 50 100 500 1000

В римских числах цифры записываются слева направо в порядке убывания.

В таком случае их значения складываются. Если же слева записана меньшая цифра, а справа - большая, то их значения вычитаются.

Пример:

CCXXXII=232

VI=6

IV=4

MCMXCVIII=1000+(-100+1000)+(-10+100)+5+1+1+1=1998

- Недостатки непозиционных систем счисления

Существует постоянная потребность введения новых знаков для записи больших чисел.

Невозможно представлять дробные и отрицательные числа.

Сложно выполнять арифметические операции, т.к. не существует алгоритмов их выполнения





Перевод десятичных чисел в другие системы счисления

Перевод целых чисел

Основание новой системы счисления выразить в десятичной системе счисления и все последующие действия производить в десятичной системе счисления;

Последовательно выполнять деление данного числа и получаемых неполных частных на основание новой системы счисления до тех пор, пока получим неполное частное, меньшее делителя;

Полученные остатки, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления;

Составить число в новой системе счисления, записывая его, начиная с последнего частного.

Пример 1: Перевести число 37 из десятичной в двоичную систему счисления. (Ответ: $37_{10}=1001012$)

$37:2=18$ целых и 1 в остатке, значит, $a_0=1$

$18:2=9$ и 0 в остатке, значит, $a_1=0$

$9:2=4$ и 1 в остатке, значит, $a_2=1$

$4:2=2$ и 0 в остатке, значит, $a_3=0$

$2:2=1$ и 0 в остатке, значит, $a_4=0$, результат от деления - это $a_5=1$.

Теперь составим число $a_5a_4a_3a_2a_1a_0=1001012$



LOOK

- Перевод дробных чисел

Основание новой системы счисления выразить в десятичной системе счисления и все последующие действия производить в десятичной системе счисления; Последовательно умножать данное число и получаемые дробные части произведений на основании новой системы счисления до тех пор, пока дробная часть произведения не станет равной нулю или не будет достигнута требуемая точность представления числа в новой системе счисления; Полученные целые части произведений, являющиеся цифрами числа в новой системе счисления, привести в соответствие с алфавитом новой системы счисления; Составить дробную часть числа в новой системе счисления, записывая его, начиная с целой части первого произведения.

Пример: $0,1875_{10} = 0,00112_2$, $0,1875_{10} = 0,148_8$, $0,1875_{10} = 0,316_{16}$

0 1875
*2
0 3750
*2
0 7500
*2
1 5000
*2
1 0000
0 1875
*8
1 5000
*8
4 0000
*8
0 1875
*16
+ 1
1 1250
18750
3 0000



Арифметика в позиционной системе счисления

- Любая позиционная система счисления определяется:
- основанием системы счисления;
- алфавитом системы счисления;
- правилами выполнения арифметических операций.
- В основе правил арифметики лежат таблицы сложения и умножения однозначных чисел.





- Пятиричные таблица сложения умножения

+	0	1	2	3	4	*	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4	1	1	2	3	4
1	1	2	3	4	10	2	2	4	11	13
2	2	3	4	10	11	3	3	11	14	22
3	3	4	10	11	12	4	4	13	22	31
4	4	10	11	12	13					

Пример:

$$\begin{array}{r} + \\ 342 \\ 23 \end{array} * \begin{array}{r} 213 \\ 3 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 420 \\ 1144 \end{array}$$

