

Показательная функция.

***«Функционально -
графические методы
решения уравнений
неравенств и систем»***

ЦЕЛЬ УРОКА:

рассмотреть задачи Внешнего
Независимого оценивания (ЗНО)
разных уровней сложности с
применением функционально-
графических методов на примере
ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ

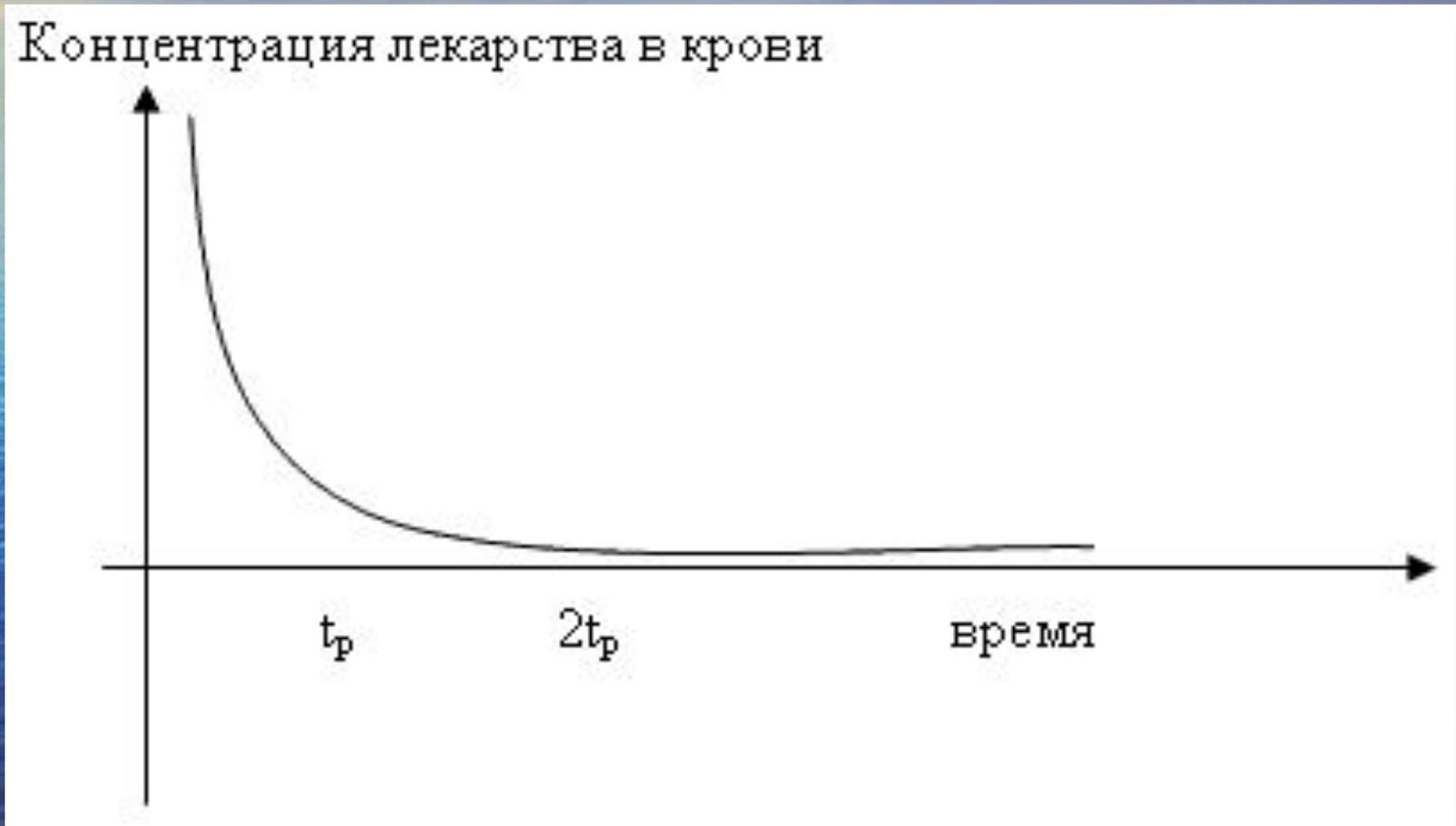
Задачи урока:

- повторить свойство монотонности и ограниченности показательной функции;
- повторить алгоритм построения графиков функции с помощью преобразований;
- находить множество значений и множество определений функции по виду формулы и с помощью графика;
- решать показательные уравнения, неравенства и системы с помощью графиков и свойств функции.
- работа с графиками функций, содержащими модуль;
- рассмотреть графики сложной функции и их область значений;

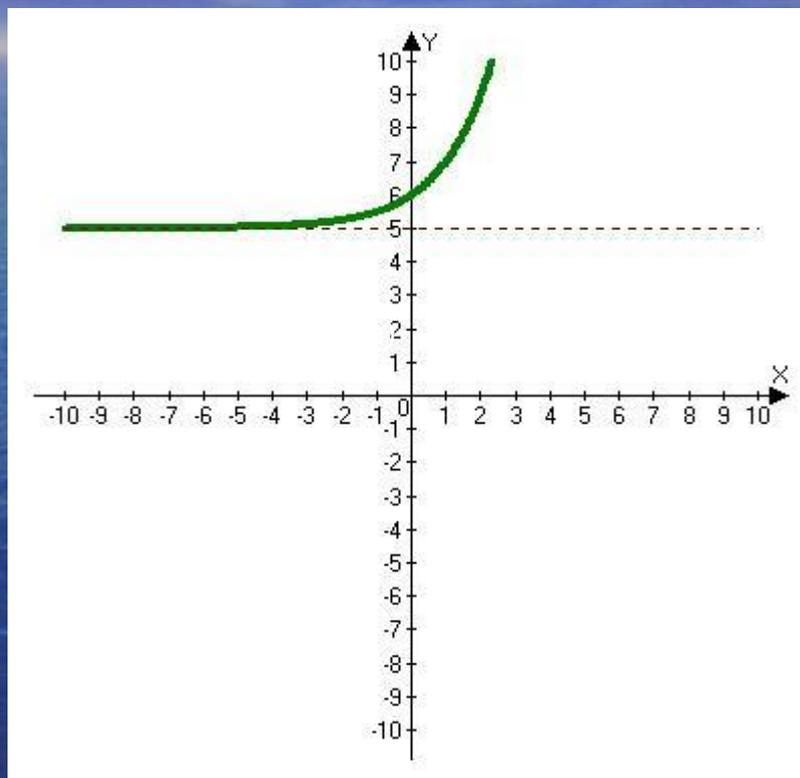
Показательная функция.

- По закону показательной функции размножалось бы все живое на Земле, если бы для этого имелись благоприятные условия, т.е. не было естественных врагов и было вдоволь пищи.
- В природе, технике и экономике встречаются многочисленные процессы, в ходе которых значение величины меняется в одно и то же число раз, т.е. по закону показательной функции. Эти процессы называются процессами **органического роста** или **органического затухания**.
- Например, рост бактерий в идеальных условиях соответствует процессу органического роста; радиоактивный распад веществ – процессу органического затухания.

Изменение концентрации лекарственных препаратов в крови человека или животного после однократного введения.



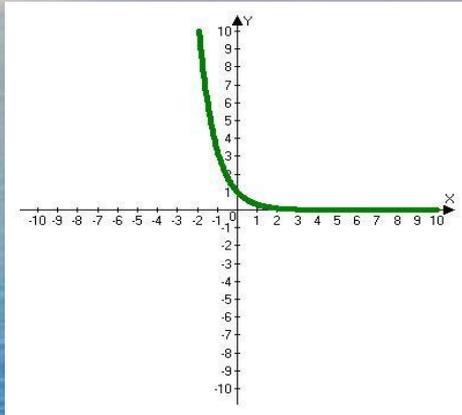
Укажите множество значений функции.



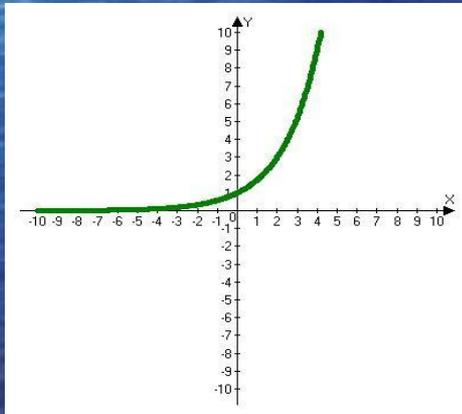
а) $(5; \infty)$ б) $(0; \infty)$ в) $(-\infty; \infty)$ г) $(7; \infty)$

Назовите условие возрастания ,убывания
показательной функции. Соотнесите график с
соответствующей формулой.

а)



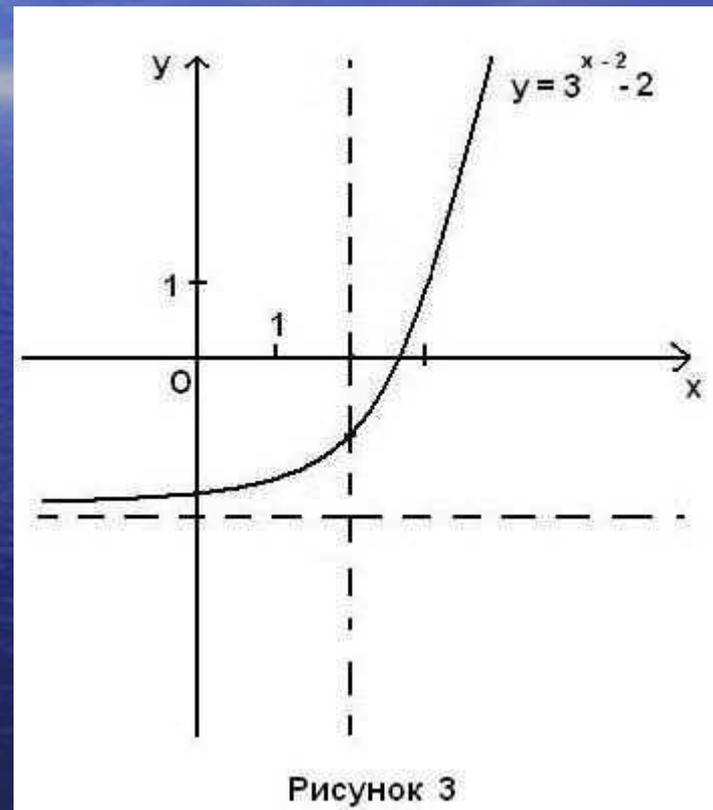
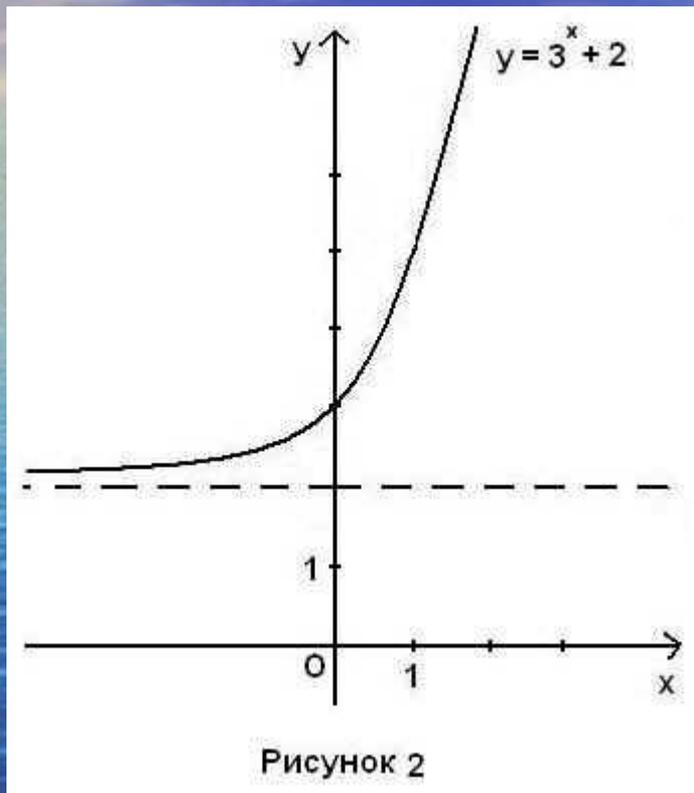
б)



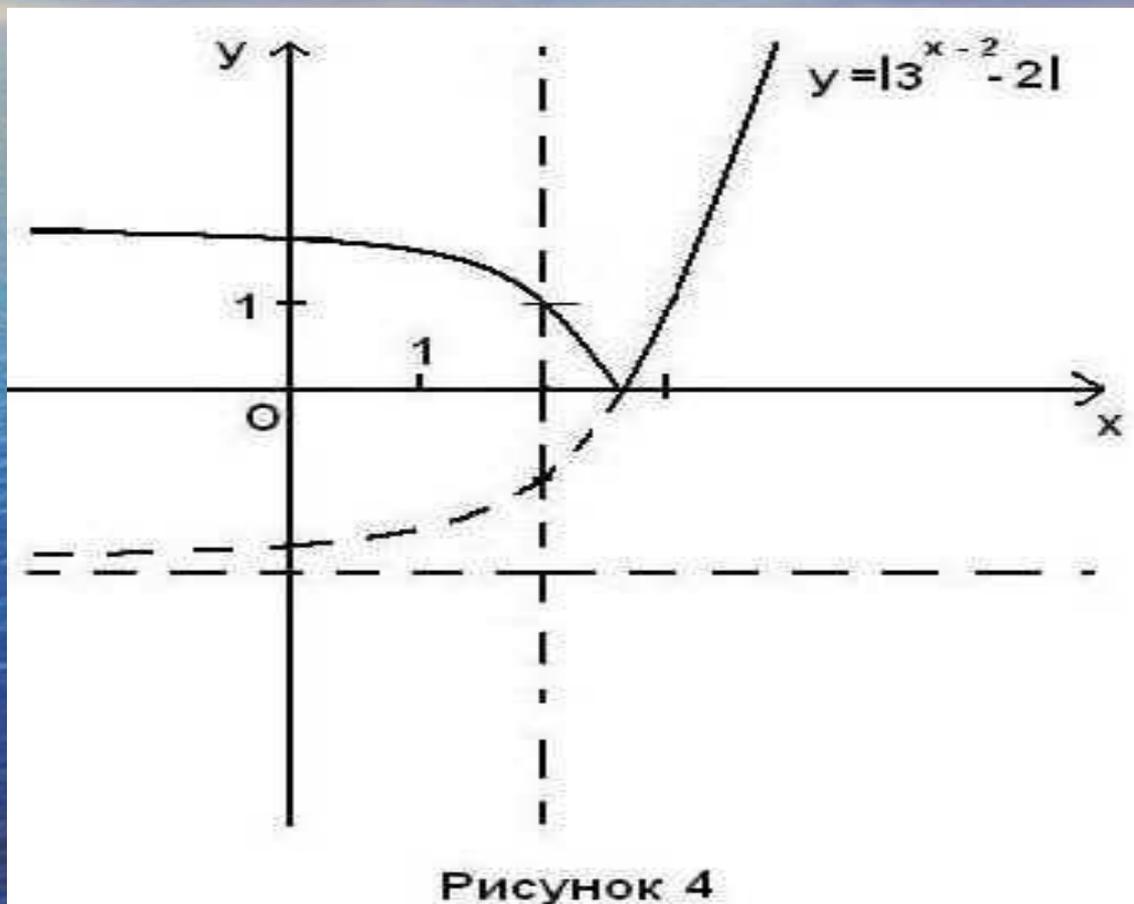
$$y = (\sqrt{3})^x$$

$$y = (0,3)^x$$

По готовому чертежу опишите алгоритм построения графиков функций



1. Запишите алгоритм построения графика функции.
Назовите ее область определения, область значения



2. На рисунках изображены линии, надо им в соответствии подписать уравнения.

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$$

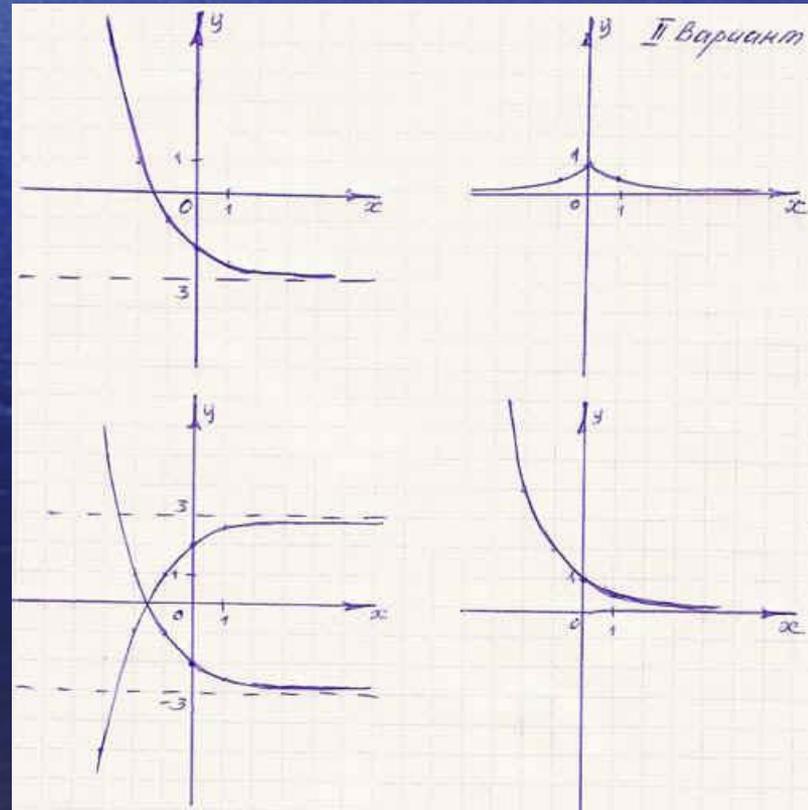
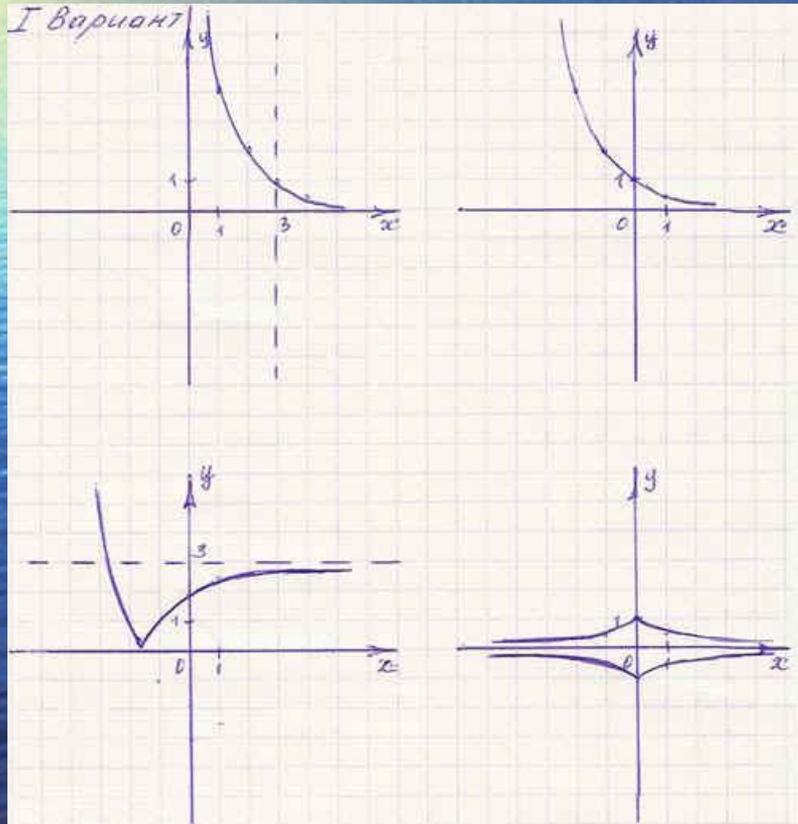
$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$$

$$y = \left| \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3 \right|$$

$$|y| = \left| \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3 \right|$$

$$|y| = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$$



1. Какая из показательных функций является возрастающей?

А	Б	В	Г	Д
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	$y = (0,98)^x$	$y = 4^{-x}$	$y = (\sqrt{5}-1)^x$	$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

2. Найти область определения

функции:

$$y = 5^{\frac{x}{x-1}}$$

А	Б	В	Г	Д
\mathbb{R}	$(-\infty; 1) \cup (1; \infty)$	$(1; +\infty)$	$(-\infty; 1)$	$[1; +\infty)$

3. Найти область значений
функции: $y = -3^x + 2$

А	Б	В	Г	Д
R	$(0; +\infty)$	$(-\infty; 2)$	$[2; +\infty)$	$[-2; +\infty)$

4. График функции $y = 3^{X-2}$ получается
из графика функции $y = 3^X$

А) параллельным переносом вдоль оси X
на 2 единицы вправо;

Б) параллельным переносом вдоль оси X
на 2 единицы влево;

В) параллельным переносом вдоль оси Y
на 2 единицы вверх;

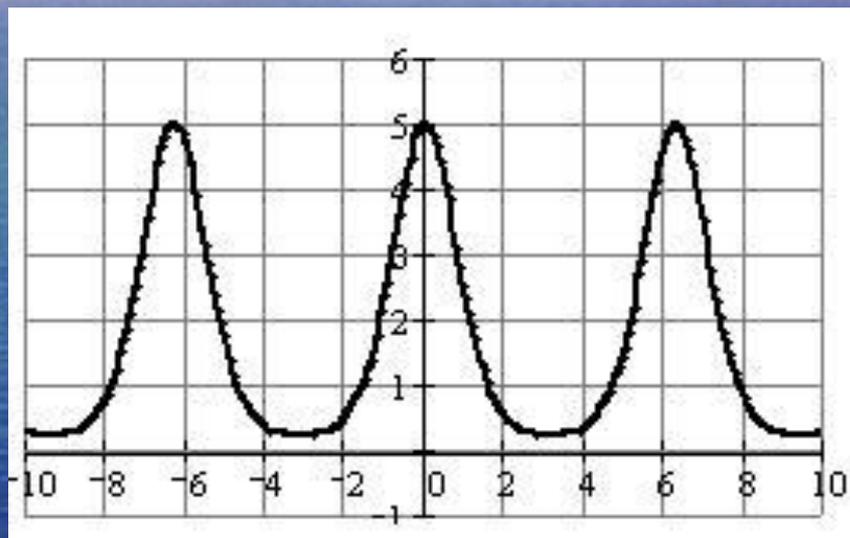
Г) параллельным переносом вдоль оси Y
на 2 единицы вниз;

Д) другой ответ.

5. Изображен график функции

$$y = 5^{\cos X}$$

Определите множество значений функции и область её определения



А	Б	В	Г	Д
$D(y) = \mathbb{R}$ $E(y) = \mathbb{R}$	$D(y) = \mathbb{R}$ $E(y) = (0; +\infty)$	$D(y) = (0; +\infty)$ $E(y) = \mathbb{R}$	$D(y) = \mathbb{R}$ $E(y) = (0; 5]$	$D(y) = \mathbb{R}$ $E(y) = [0; 5]$

6. Определите при каком значении a функция

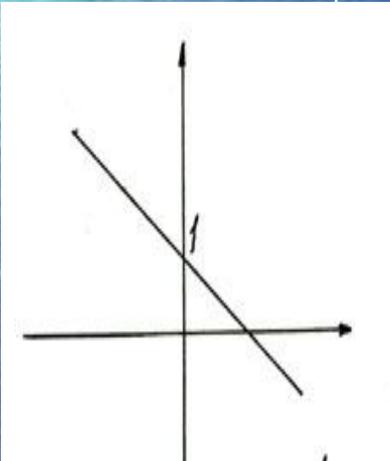
$$y = a^x$$

проходит через точку $P(2;9)$

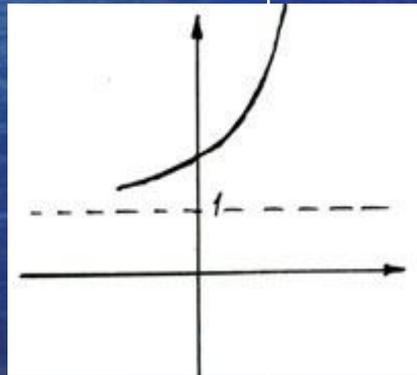
А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

7. На каком рисунке изображен график показательной функции с основанием $a > 1$

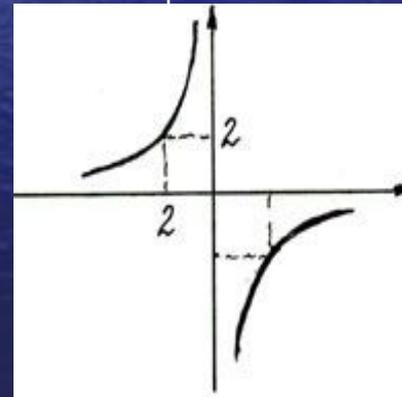
А



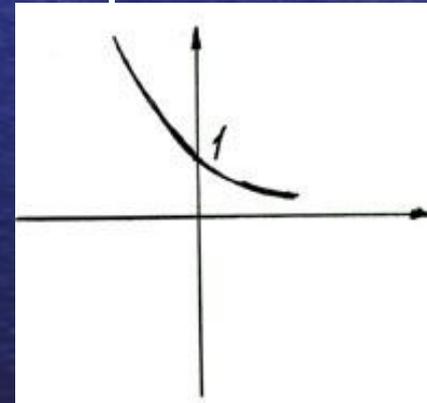
Б



В

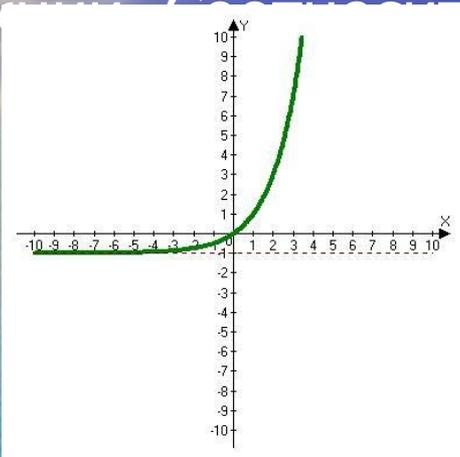


Г

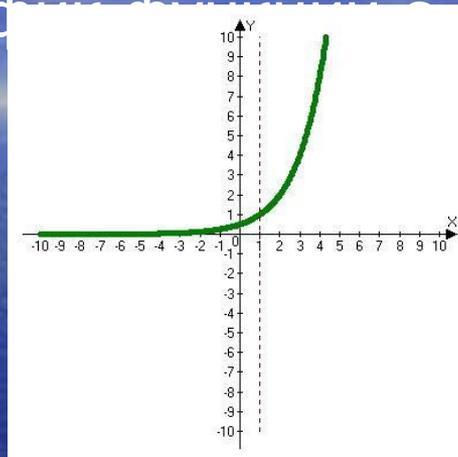


8. На рисунке изображены графики показательных функций. Составьте графическую функцию по формуле.

1)



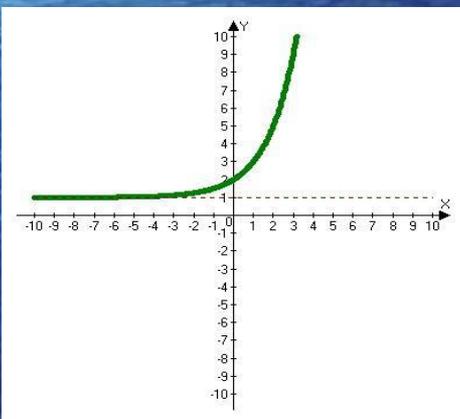
2)



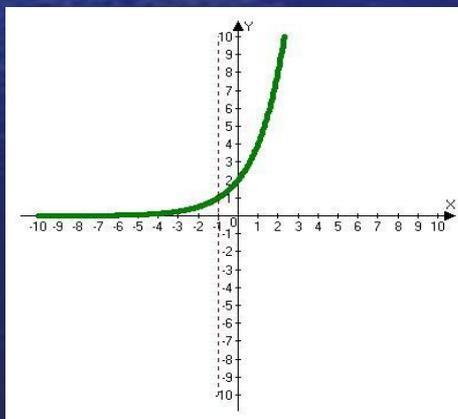
$$y = (2)^x - 1$$

$$y = (2)^{x-1}$$

3)



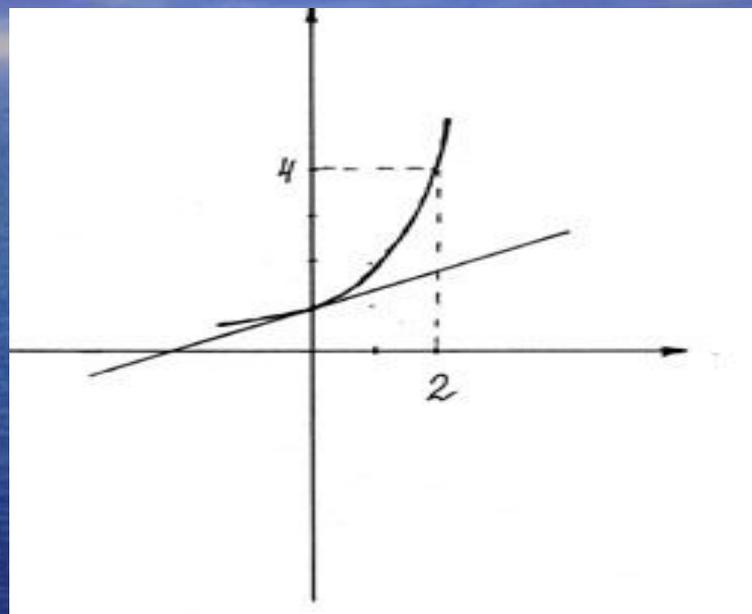
4)



$$y = (2)^x + 1$$

$$y = (2)^{x+1}$$

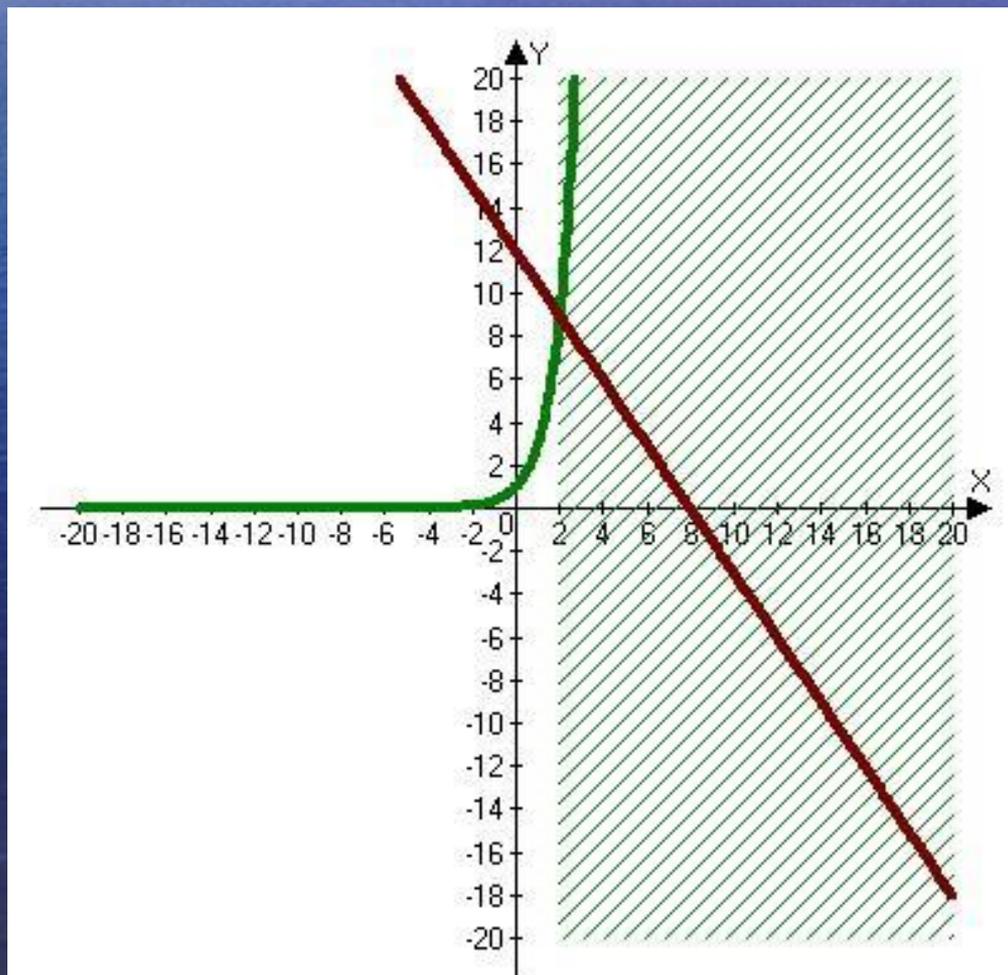
9. Графическое решение какого уравнения приведено на рисунке



А	Б	В	Г	Д
$2^X = X + 1$	$2^X = 1 - X$	$\left(\frac{1}{2}\right)^X = 1 + X$	$\left(\frac{1}{2}\right)^X = -X + 1$	Другой ответ

10. Решите графически неравенство

$$3^x \geq 12 - 1,5x$$



Ответ : $(2; +\infty)$

На рисунках изображены линии, надо им в соответствии подписать уравнения.

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$$

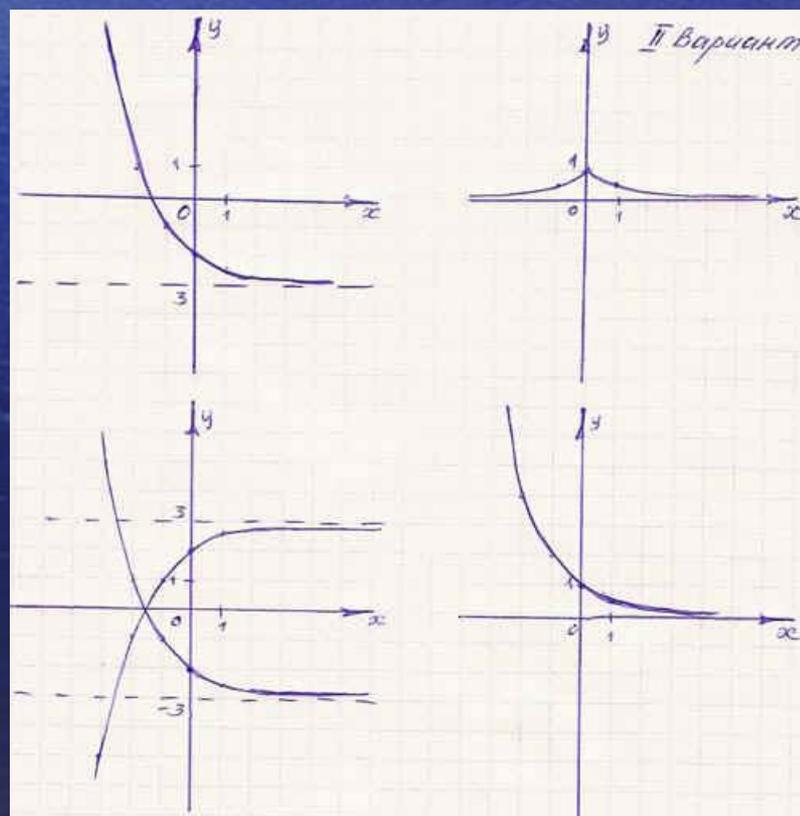
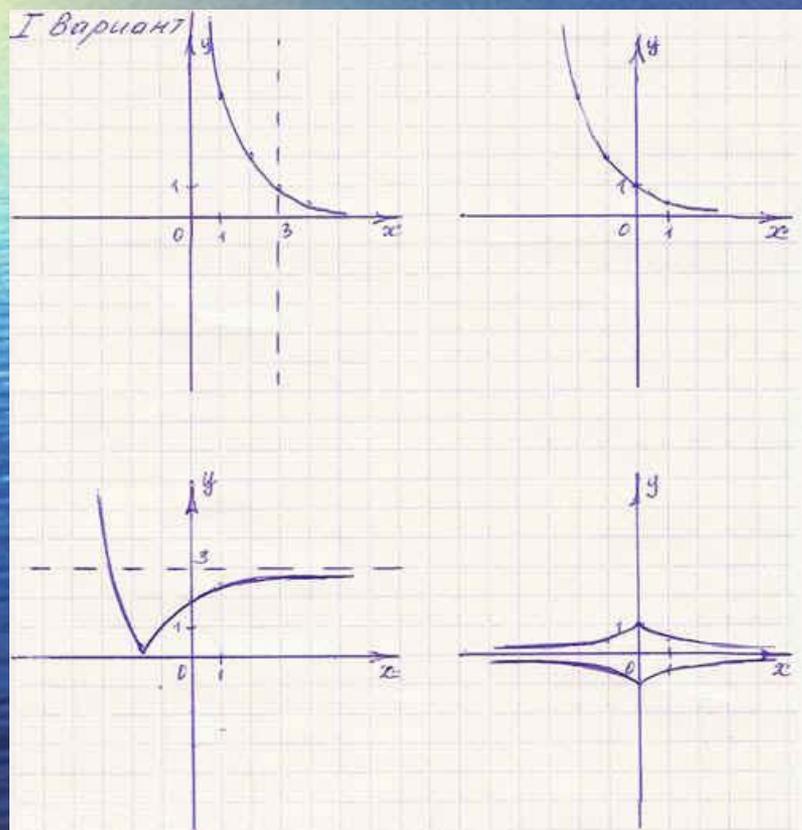
$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$$

$$y = \left| \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3 \right|$$

$$|y| = \left| \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3 \right|$$

$$|y| = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$$



КАК РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ ВИДА:

$$f(x) = g(x)?$$

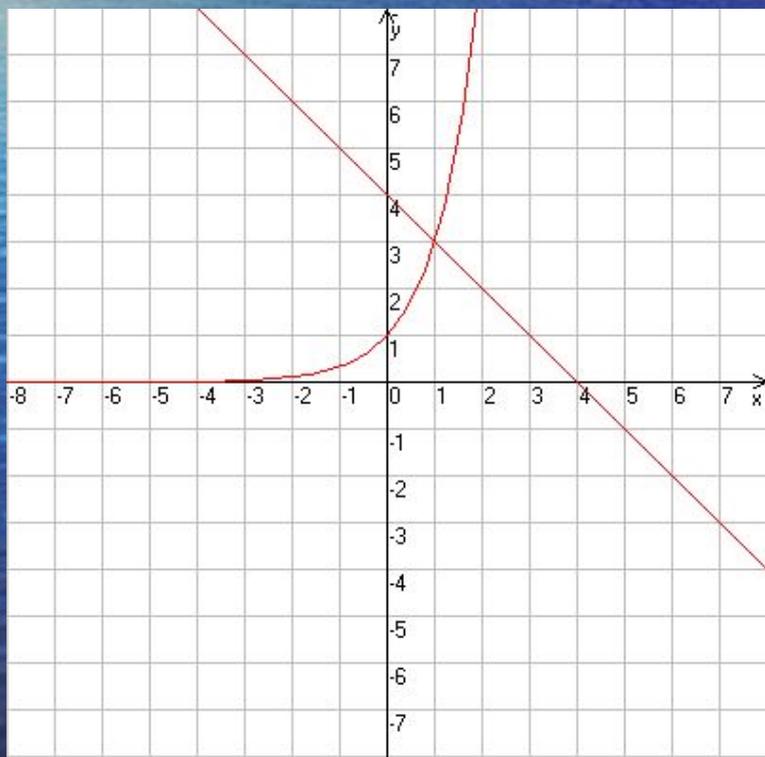
Функционально-графический метод

- Чтобы решить уравнение вида $f(x) = g(x)$ функционально-графическим методом нужно:
 - Построить графики функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$ в одной системе координат.
 - Определить абсциссы точек пересечения графиков данных функций.
 - Записать ответ.

Решите
уравнение:

$$3^x = 4 - x.$$

$$y = 3^x \quad y = 4 - x$$



Ответ : $x = 1$

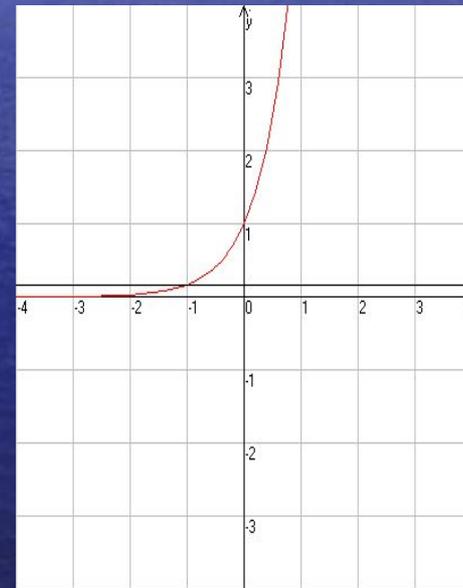
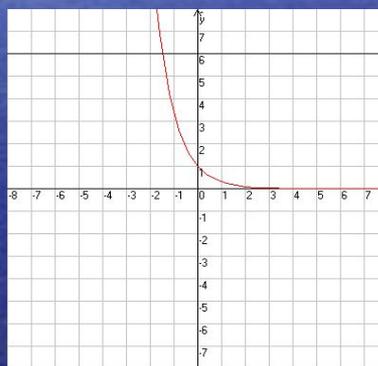
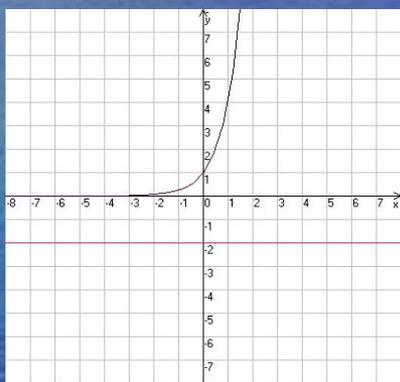
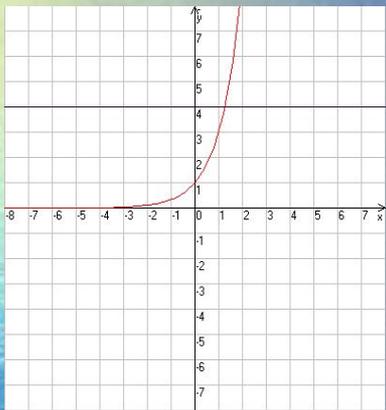
Есть ли корень у уравнения и если есть, то положительный он или

$$3^x = 4$$

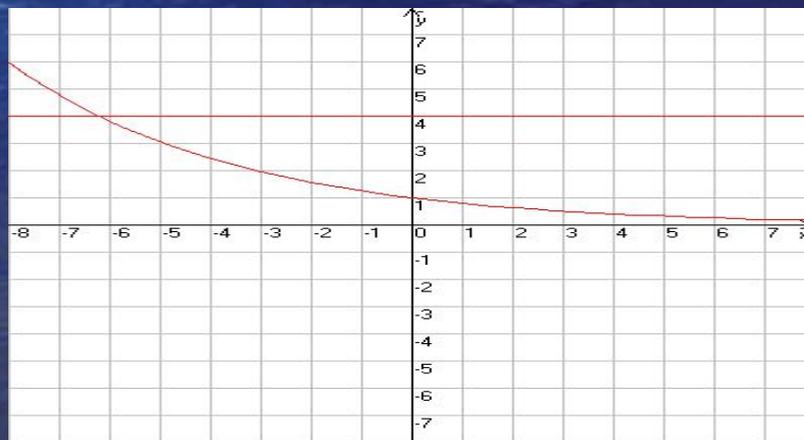
$$4^x = -4$$

$$0.3^x = 6$$

$$6^x = \frac{1}{6}$$

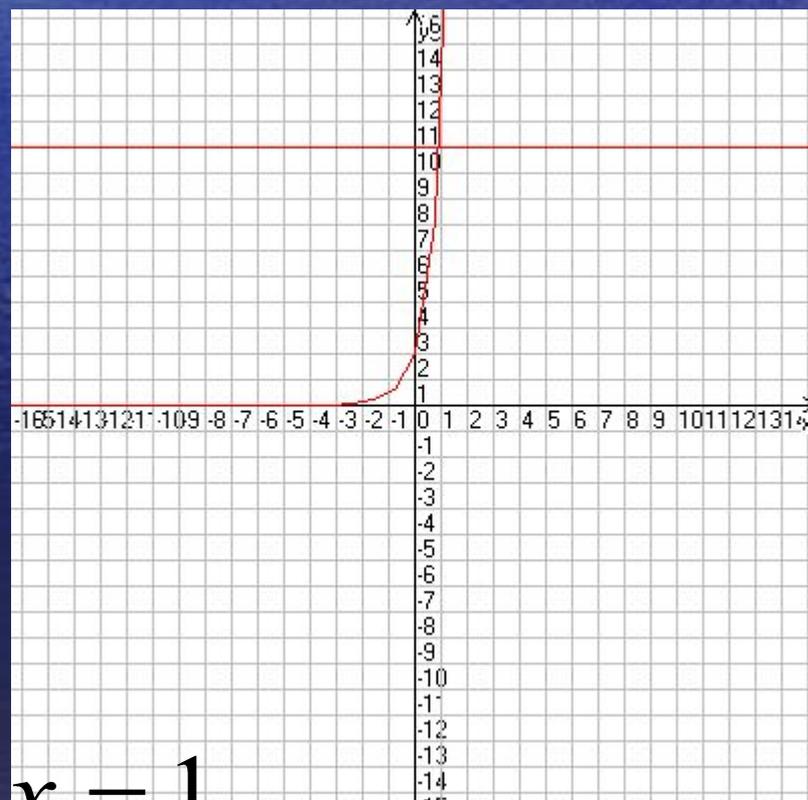


$$\left(\frac{4}{5}\right)^x = 4$$



РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ

$$3^x + 7^x = 10.$$



Ответ : $x = 1$

Практическая работа

2. Решить неравенство

1. Решите уравнения:

$$3^x = (x-1)^2 + 3$$

$$2^{|x|} = \cos x.$$

$$\cos x \leq 1 + 3^x$$

$$(2)^x > \sqrt{x}$$

3. Найти значение выражения

, если $x_0 + y_0$

$(x_0; y_0)$ является решением системы уравнений.

$$\begin{cases} y * 2^{x+1} = 1, \\ \sqrt{x+2} = y; \end{cases}$$

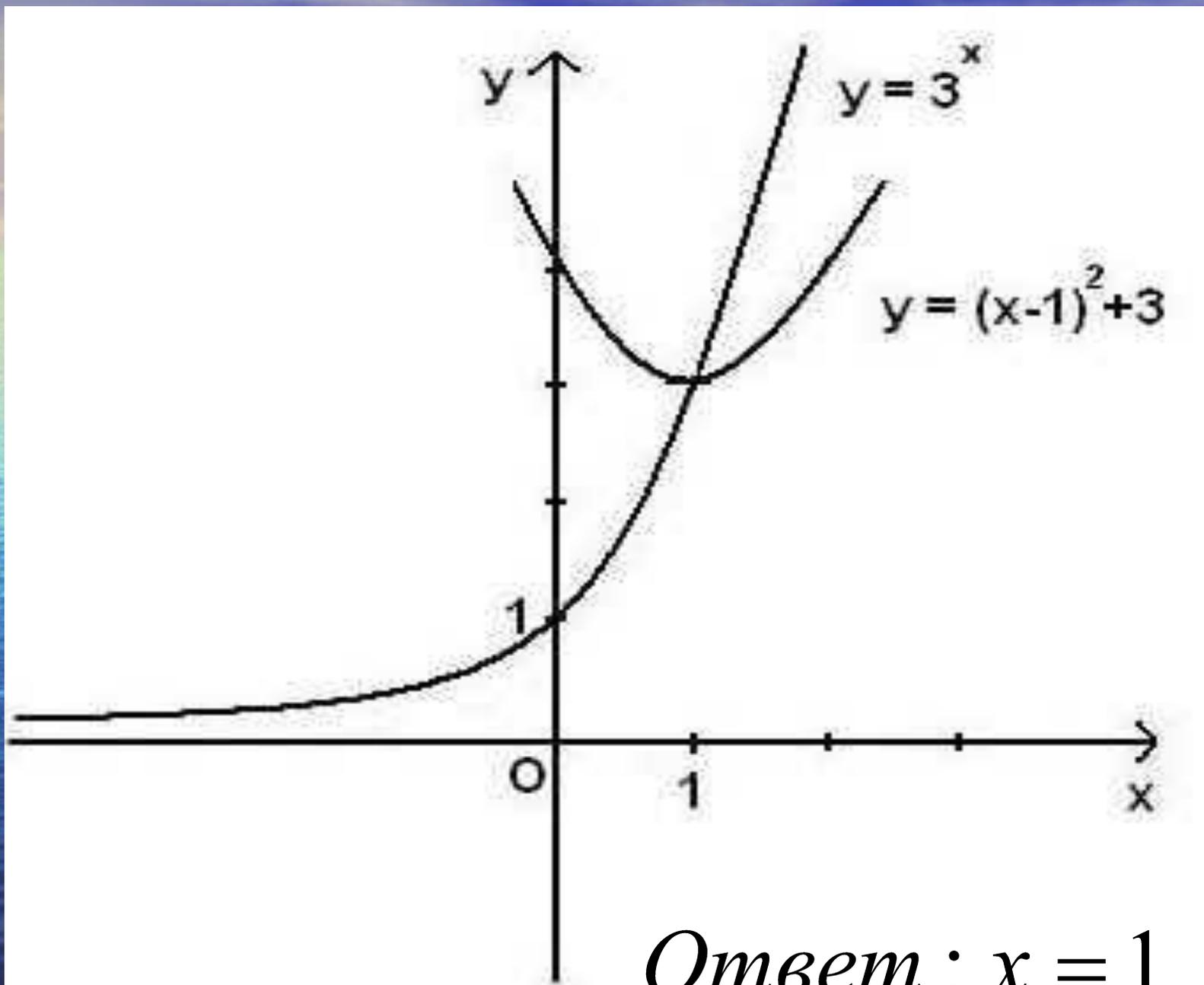
4. Найдите область значений функции

$$y = 2^{|x|} \quad y = 7^{-|x|}$$

$$y = 16^{x^2 - 2x + \frac{5}{4}}$$

РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ

$$3^x = (x - 1)^2 + 3$$



Ответ : $x = 1$

РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ

$$2^{|x|} = \cos x.$$

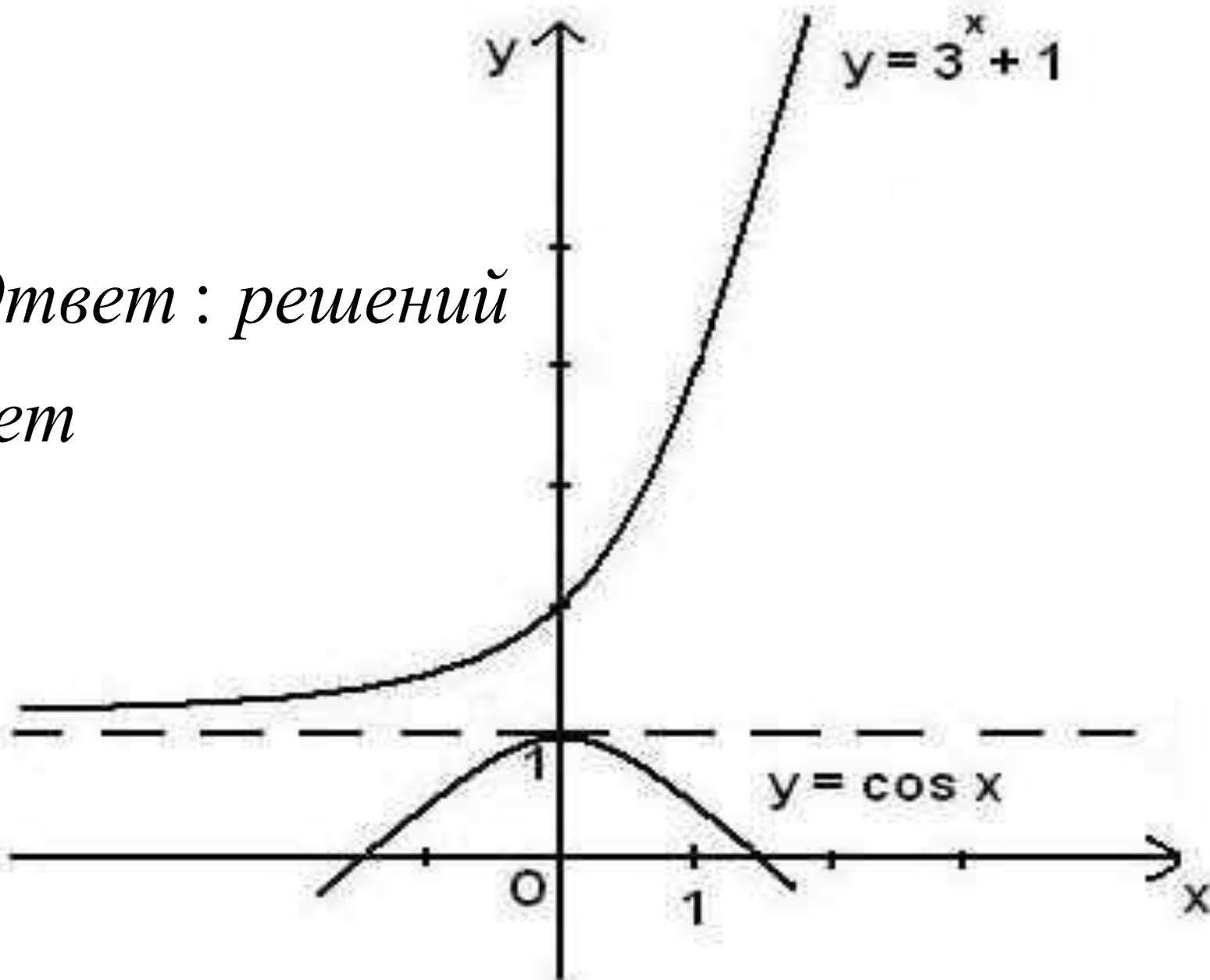
$$\begin{cases} 2^{|x|} = 1, \\ \cos x = 1. \end{cases}$$

Решая эту систему, находим, что $x = 0$.

Решить неравенство

$$\cos x \leq 1 + 3^x$$

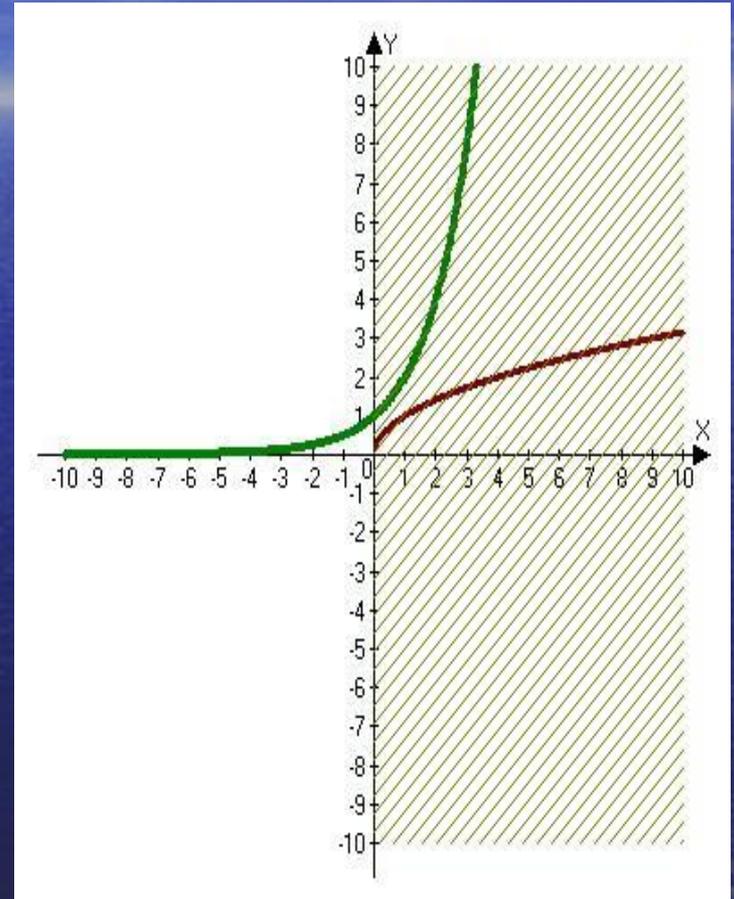
*Ответ : решений
нет*



Решить неравенство

$$(2)^x > \sqrt{x}$$

Ответ : $[0; +\infty)$



Решаем систему уравнений

$$\begin{cases} y * 2^{x+1} = 1, \\ \sqrt[3]{x+2} = y; \end{cases}$$

Решаем систему уравнений:

$$1. y * 2^{x+1} = 1$$

$$2. \sqrt{x+2} = y$$

$$y = \frac{1}{2^{x+1}}$$

$$y = \sqrt{x+2}$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$$

Найти значение выражения $x_0 + y_0$ если $(x_0 ; y_0)$ является решением системы уравнений.

$$\begin{cases} y * 2^{x+1} = 1, \\ \sqrt{x+2} = y; \end{cases}$$

- Ответ: 0.

Домашнее задание:

Решить графически систему уравнений.

$$\begin{cases} 3^x - y = 1, \\ |2x - 6| - y = 2. \end{cases}$$

- Решите уравнение

$$3^x - 1 = -\sqrt{x};$$

- Решите неравенство

$$2^x \leq 3 - x$$

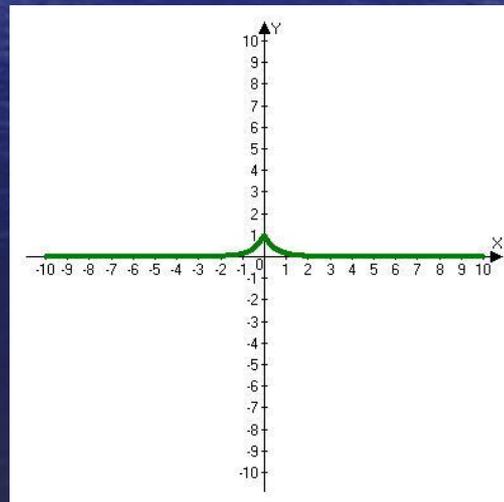
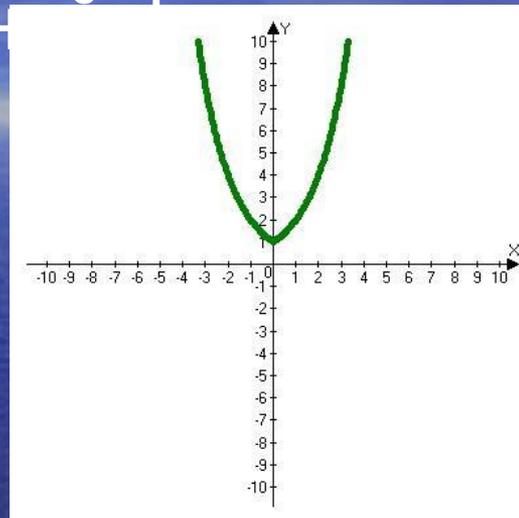
Укажите множество значений

$$y = 2^{|x|}$$

Ответ : $[1; +\infty)$

$$y = 7^{-|x|}$$

Ответ : $(0; 1]$

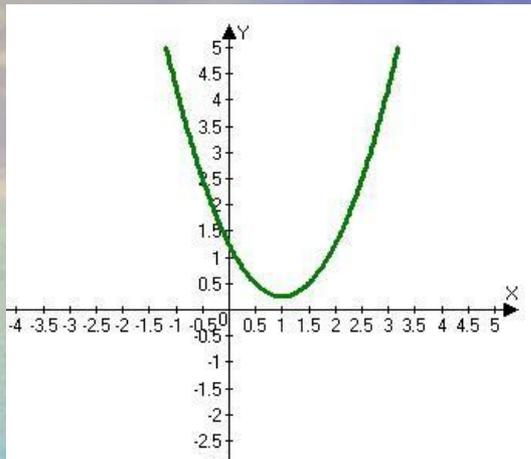


Найти область значений функции

$$y = 16^{x^2 - 2x + \frac{5}{4}}$$

$$y = \left(\frac{1}{16} \right)^{x^2 - 2x + \frac{5}{4}}$$

Область значений функции

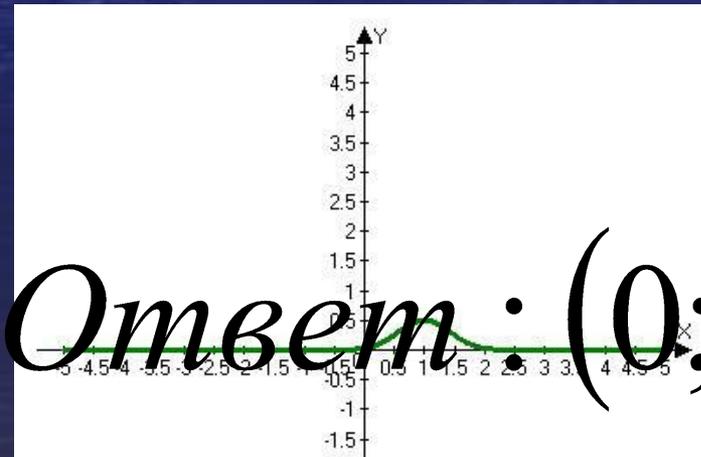
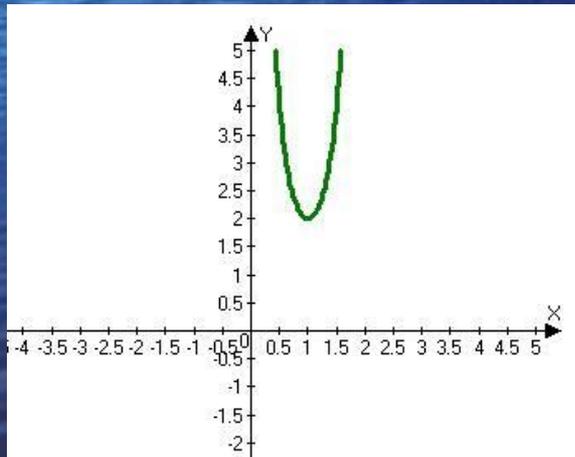


$$y = x^2 - 2x + \frac{5}{4} \quad \left(1, \frac{1}{4}\right)$$

Вершина
параболы

$$E(y) = \left[\frac{1}{4}; \infty\right)$$

Ответ : $y_{\text{наим}} = \left(\frac{1}{16}\right)^{x^2 - 2x + \frac{5}{4}} = \frac{1}{2}$



Ответ : $(0; 0,5]$

При каких значениях параметра a
уравнение

$$\frac{x(2^x - 1)}{2^x + 1} + 1 = a^2$$

имеет нечетное КОЛИЧЕСТВО корней?

$$f(x) = \frac{x(2^x - 1)}{2^x + 1} + 1$$

$$f(-x) = \frac{-x(2^{-x} - 1)}{2^{-x} + 1} + 1 = -x \left(\frac{1}{2^x} - 1 \right) : \left(\frac{1}{2^x} + 1 \right) = -x \cdot \frac{1 - 2^x}{1 + 2^x} = x \cdot \frac{2^x - 1}{2^x + 1} = f(x)$$

Так как график четной функции симметричен относительно оси ординат то если

$$x = x_0$$

является корнем уравнения, то и

$$x = -x_0$$

то является корнем уравнения. Поэтому данное уравнение может

иметь нечетное количество корней только тогда, когда

является корнем.

$$x = 0$$

Подставляя

$$x = 0$$

в уравнение, имеем:

$$a^2 = 1 \Rightarrow a = 1, a = -1.$$

Решить неравенство

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} \leq -2x + 5$$

Ответ: $(-\infty; 2]$.

$$2^{|x|} < -\frac{2}{x}$$

Ответ: $(-1; 0)$

**ВСЕМ ОГРОМНОЕ СПАСИБО
ЗА СОТРУДНИЧЕСТВО!**

ВАМ, ДЕТИ,

ВЕСЕЛЫХ КАНИКУЛ!!!