

# Показательная функция.

***«Функционально -  
графические методы  
решения уравнений  
неравенств и систем»***

# ЦЕЛЬ УРОКА:

рассмотреть задачи Внешнего  
Независимого оценивания (ЗНО)  
разных уровней сложности с  
применением функционально-  
графических методов на примере  
*ПОКАЗАТЕЛЬНОЙ ФУНКЦИИ*

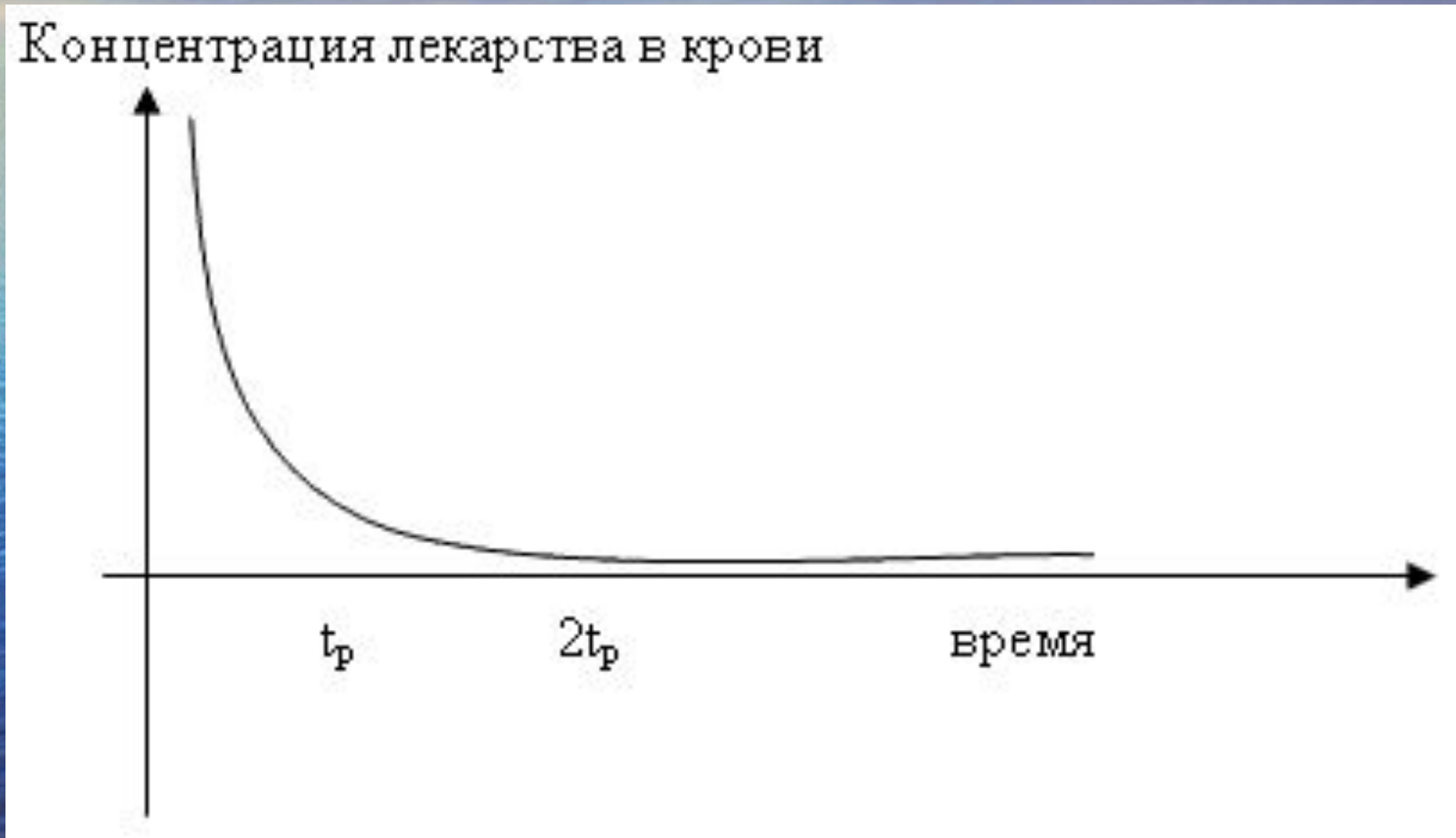
# Задачи урока:

- повторить свойство монотонности и ограниченности показательной функции;
- повторить алгоритм построения графиков функции с помощью преобразований;
- находить множество значений и множество определений функции по виду формулы и с помощью графика;
- решать показательные уравнения, неравенства и системы с помощью графиков и свойств функции.
- работа с графиками функций, содержащими модуль;
- рассмотреть графики сложной функции и их область значений;

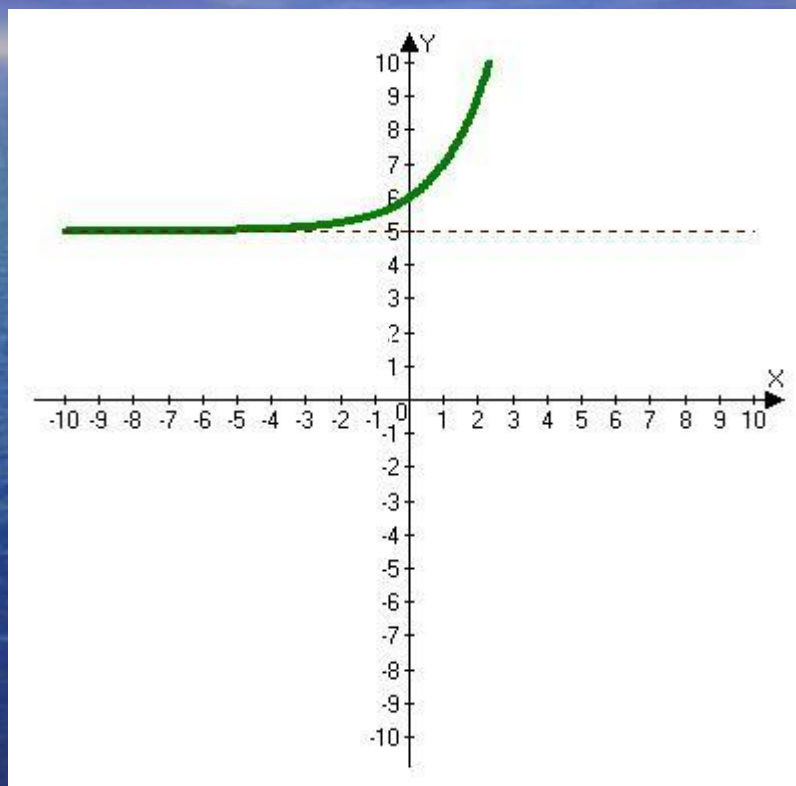
## Показательная функция.

- По закону показательной функции размножалось бы все живое на Земле, если бы для этого имелись благоприятные условия, т.е. не было естественных врагов и было вдоволь пищи.
- В природе, технике и экономике встречаются многочисленные процессы, в ходе которых значение величины меняется в одно и то же число раз, т.е. по закону показательной функции. Эти процессы называются процессами **органического роста** или **органического затухания**.
- Например, рост бактерий в идеальных условиях соответствует процессу органического роста; радиоактивный распад веществ – процессу органического затухания.

Изменение концентрации лекарственных препаратов в крови человека или животного после однократного введения.



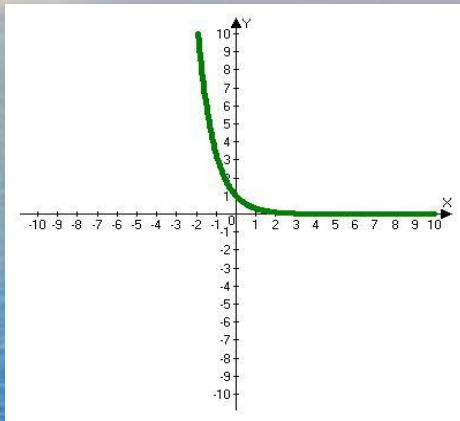
Укажите множество значений функции.



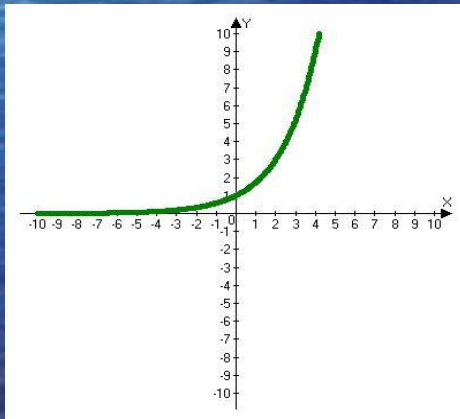
а)  $(5; \infty)$  б)  $(0; \infty)$  в)  $(-\infty; \infty)$  г)  $(7; \infty)$

Назовите условие возрастания ,убывания  
показательной функции. Соотнесите график с  
соответствующей формулой.

а)



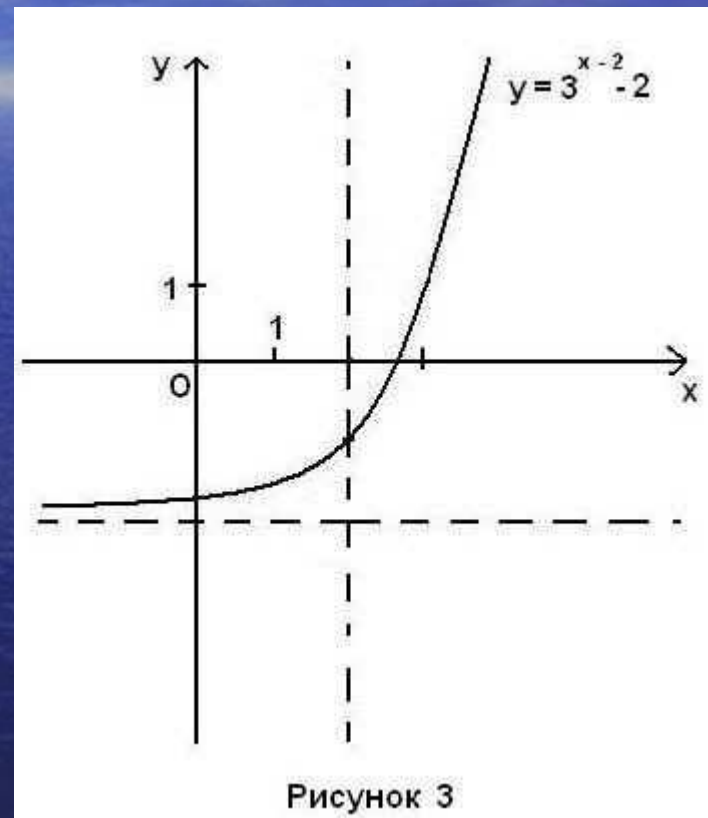
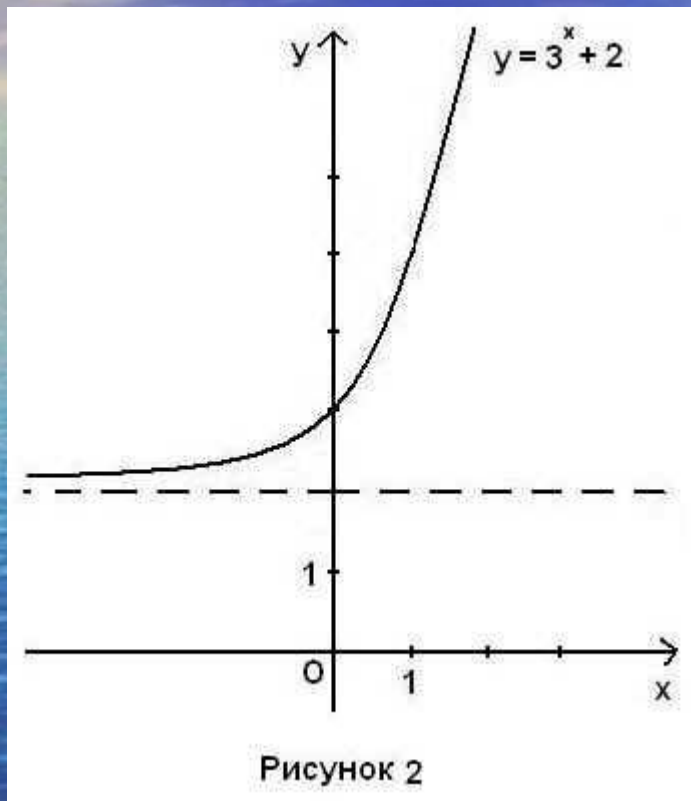
б)



$$y = (\sqrt{3})^x$$

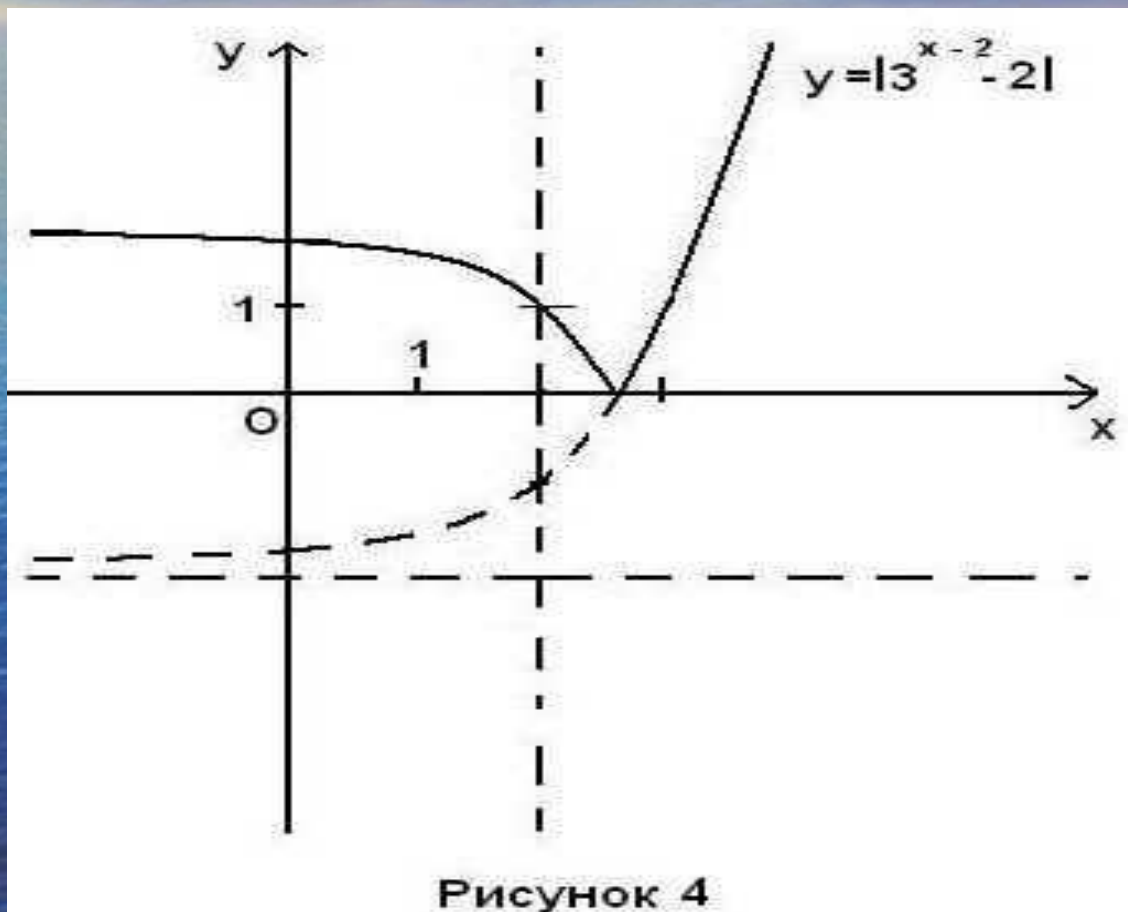
$$y = (0,3)^x$$

По готовому чертежу опишите алгоритм построения графиков функций





1. Запишите алгоритм построения графика функции.  
Назовите ее область определения, область значения



2. На рисунках изображены линии, надо им в соответствии подписать уравнения.

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$$

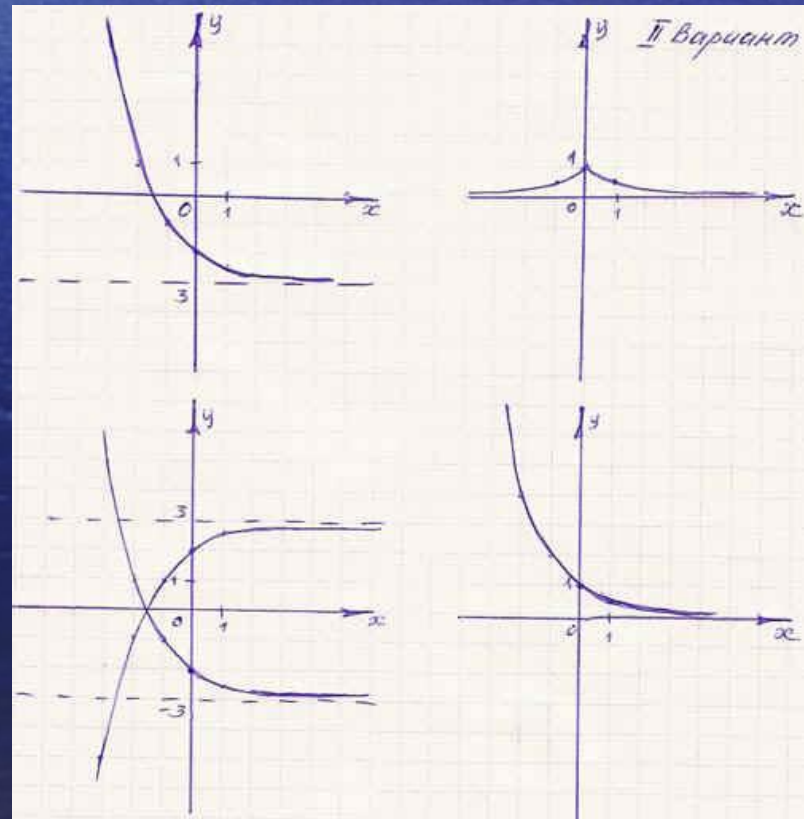
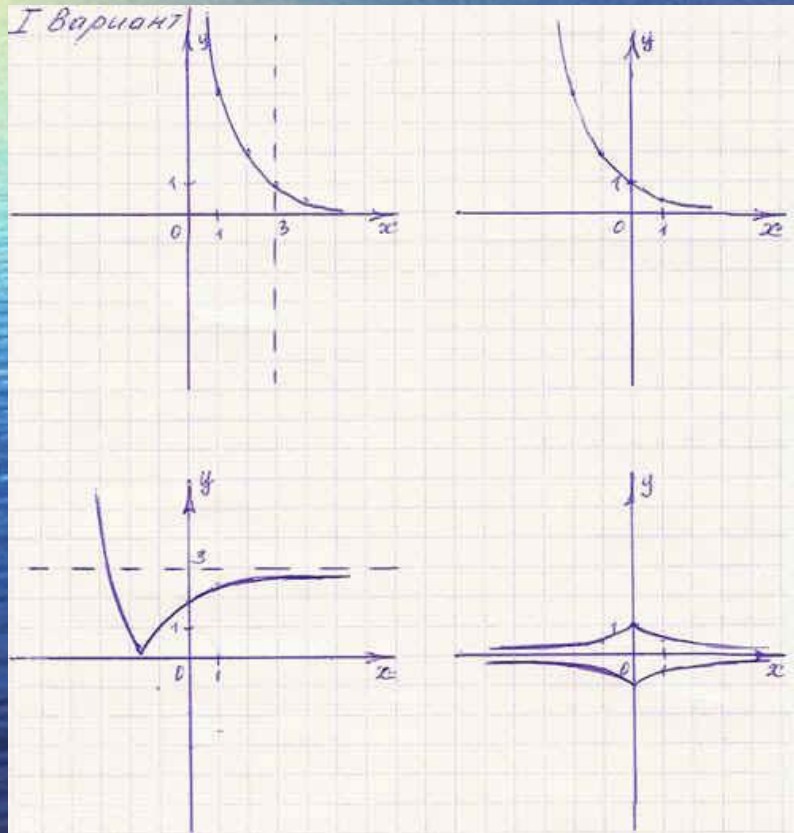
$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$$

$$y = \left| \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3 \right|$$

$$|y| = \left| \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3 \right|$$

$$|y| = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$$



1. Какая из показательных функций является возрастающей?

А	Б	В	Г	Д
$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	$y = (0,98)^x$	$y = 4^{-x}$	$y = (\sqrt{5} - 1)^x$	$y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$

## 2. Найти область определения

функции:

$$y = 5^{\frac{x}{x-1}}$$

А	Б	В	Г	Д
$\mathbb{R}$	$(-\infty; 1) \cup (1; \infty)$	$(1; +\infty)$	<del><math>(-\infty; 1)</math></del>	$[1; +\infty)$

3. Найти область значений  
функции:  $y = -3^x + 2$

А	Б	В	Г	Д
$R$	$(0; +\infty)$	$(-\infty; 2)$	$[2; +\infty)$	$[-2; +\infty)$

4. График функции  $y = 3^{X-2}$  получается  
из графика функции  $y = 3^X$

А) параллельным переносом вдоль оси  $X$   
на 2 единицы вправо;

Б) параллельным переносом вдоль оси  $X$   
на 2 единицы влево;

В) параллельным переносом вдоль оси  $Y$   
на 2 единицы вверх;

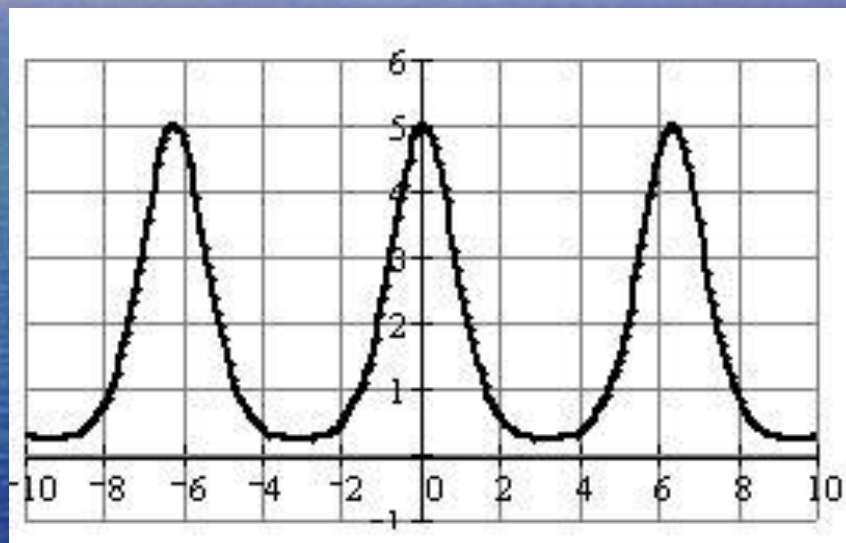
Г) параллельным переносом вдоль оси  $Y$   
на 2 единицы вниз;

Д) другой ответ.

# 5. Изображен график функции

$$y = 5^{\cos X}$$

Определите множество значений функции и область её определения



А	Б	В	Г	Д
$D(y) = \mathbb{R}$ $E(y) = \mathbb{R}$	$D(y) = \mathbb{R}$ $E(y) = (0; +\infty)$	$D(y) = (0; +\infty)$ $E(y) = \mathbb{R}$	$D(y) = \mathbb{R}$ $E(y) = (0; 5]$	$D(y) = \mathbb{R}$ $E(y) = [0; 5]$

6. Определите при каком значении  $a$  функция

$$y = a^x$$

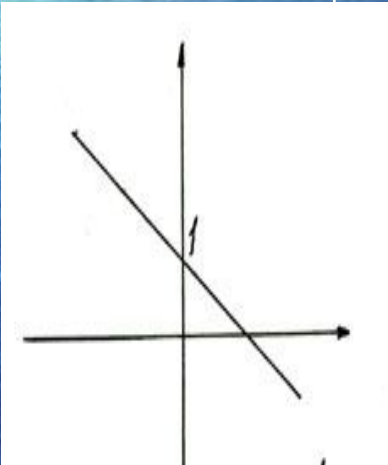
проходит через точку  $P(2;9)$

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

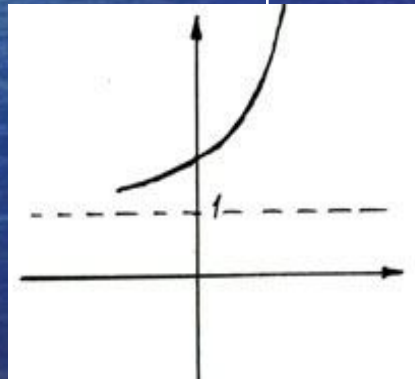


7. На каком рисунке изображен график показательной функции с основанием  $a > 1$

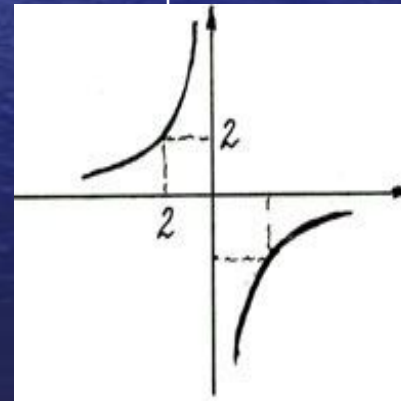
А



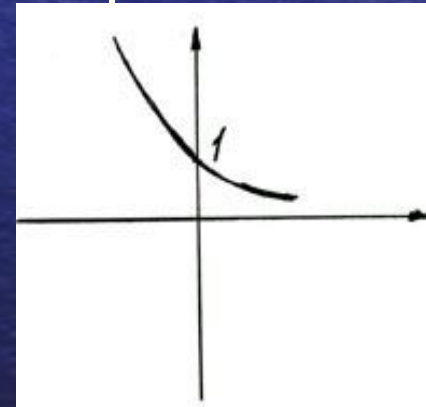
Б



В

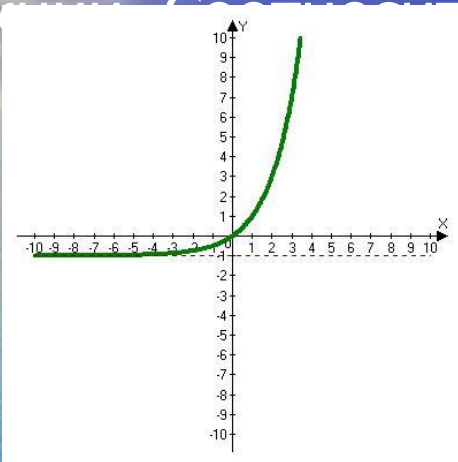


Г

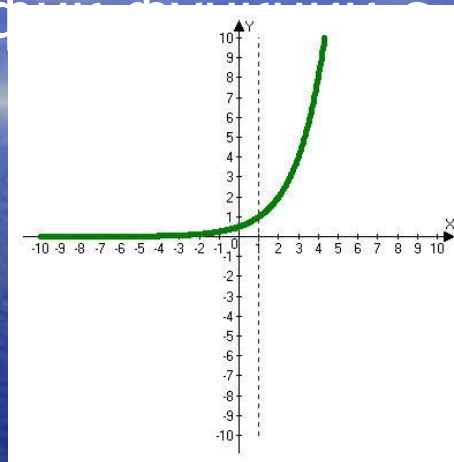


8. На рисунке изображены графики показательных функций. Составьте графическую функцию по формуле.

1)



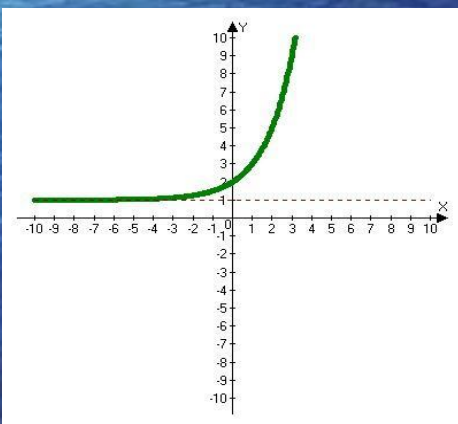
2)



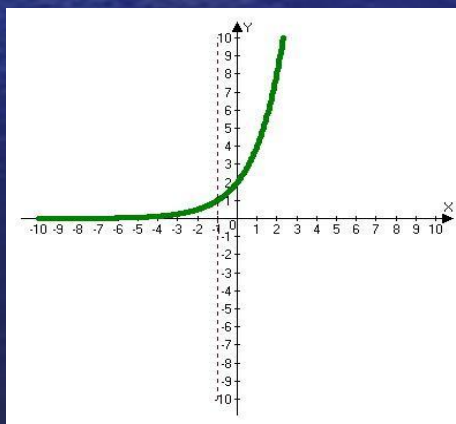
$$y = (2)^x - 1$$

$$y = (2)^{x-1}$$

3)



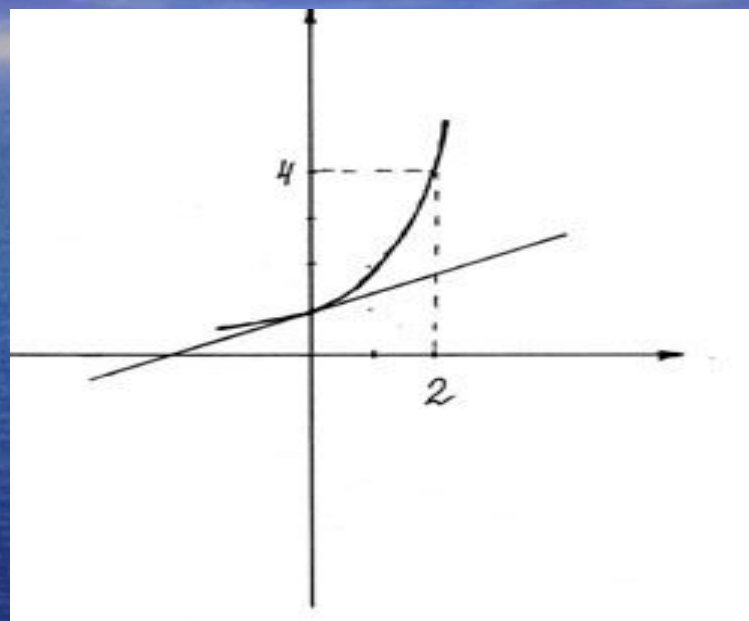
4)



$$y = (2)^x + 1$$

$$y = (2)^{x+1}$$

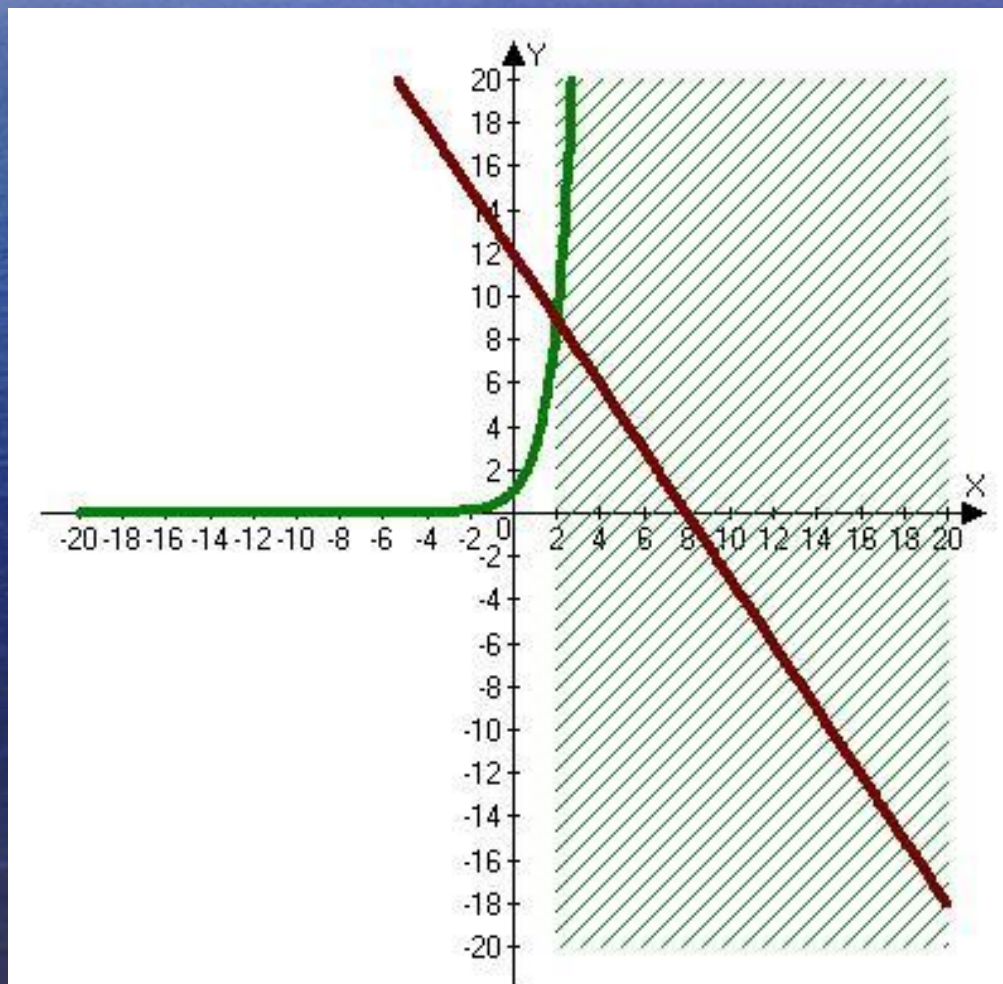
9. Графическое решение какого уравнения приведено на рисунке



А	Б	В	Г	Д
$2^X = X + 1$	$2^X = 1 - X$	$\left(\frac{1}{2}\right)^X = 1 + X$	$\left(\frac{1}{2}\right)^X = -X + 1$	Другой ответ

# 10. Решите графически неравенство

$$3^x \geq 12 - 1,5x$$



*Ответ :  $(2; +\infty)$*

На рисунках изображены линии, надо им в соответствии подписать уравнения.

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3$$

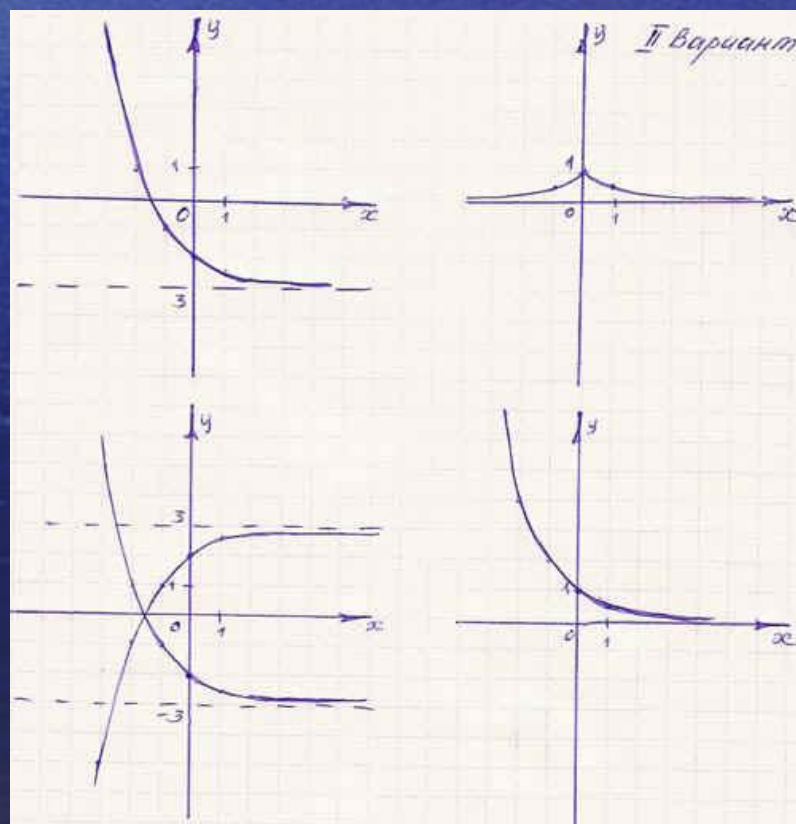
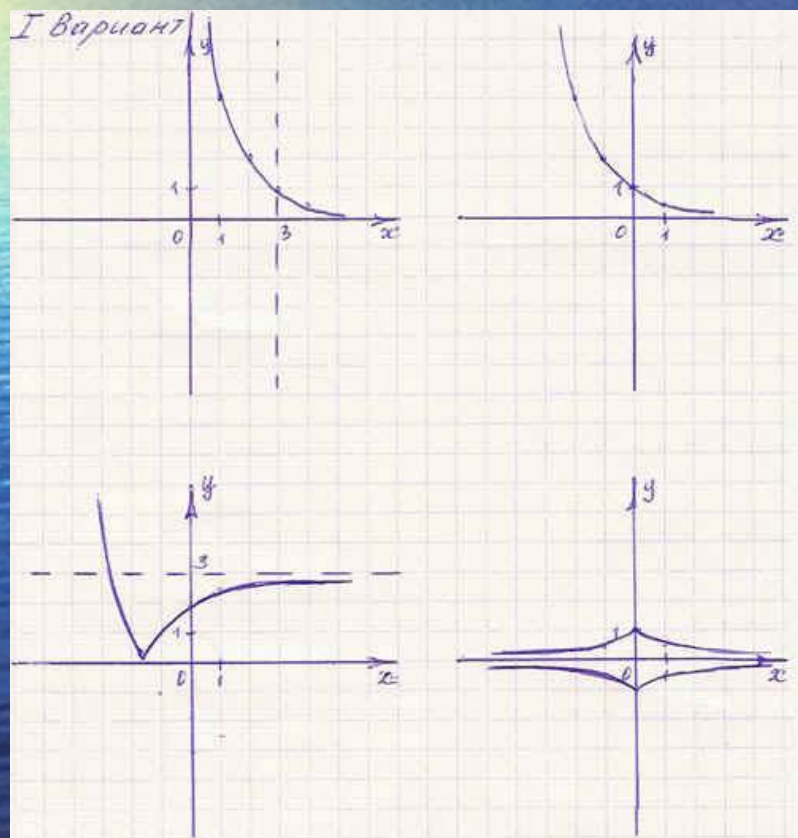
$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-3}$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$$

$$y = \left| \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3 \right|$$

$$|y| = \left| \left(\frac{1}{2}\right)^x - 3 \right|$$

$$|y| = \left(\frac{1}{2}\right)^{|x|}$$



КАК РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ ВИДА:

$$f(x) = g(x)?$$

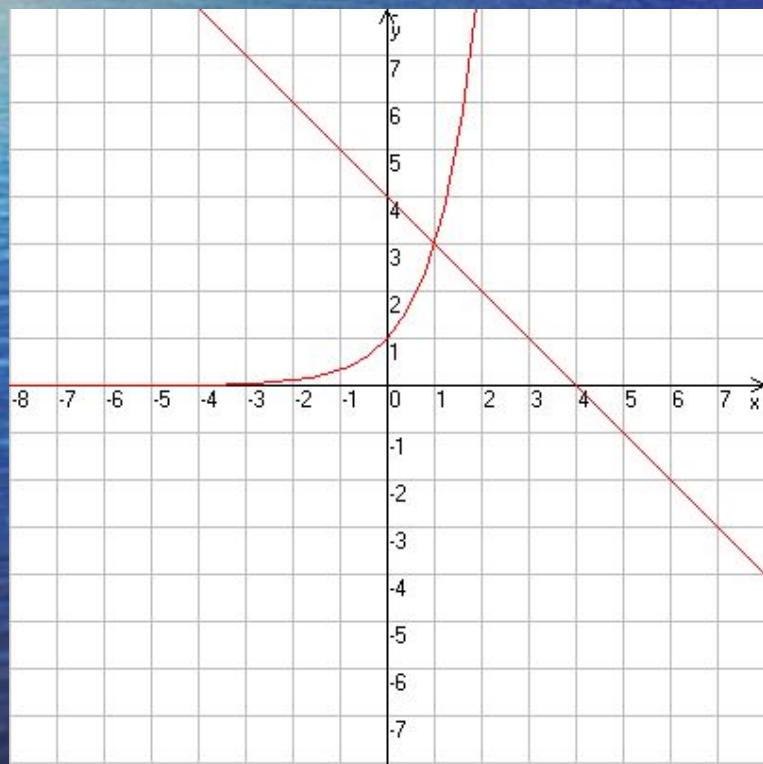
# Функционально-графический метод

- Чтобы решить уравнение вида  $f(x) = g(x)$  функционально-графическим методом нужно:
  - Построить графики функций  $y = f(x)$  и  $y = g(x)$  в одной системе координат.
  - Определить абсциссы точек пересечения графиков данных функций.
  - Записать ответ.

Решите  
уравнение:

$$3^x = 4 - x.$$

$$y = 3^x \quad y = 4 - x$$



*Ответ :  $x = 1$*



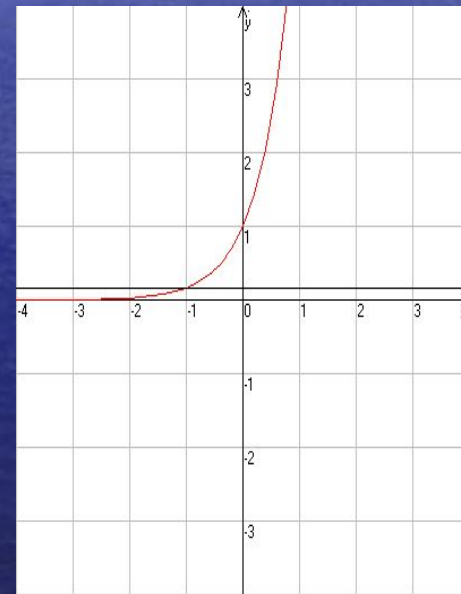
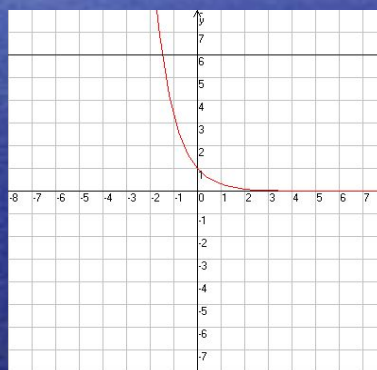
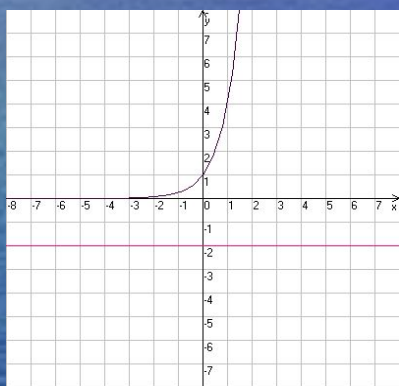
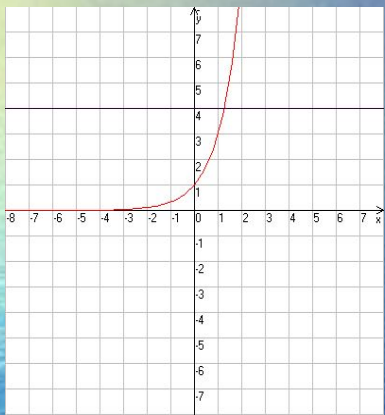
Есть ли корень у уравнения и если есть, то положительный он или

$$3^x = 4$$

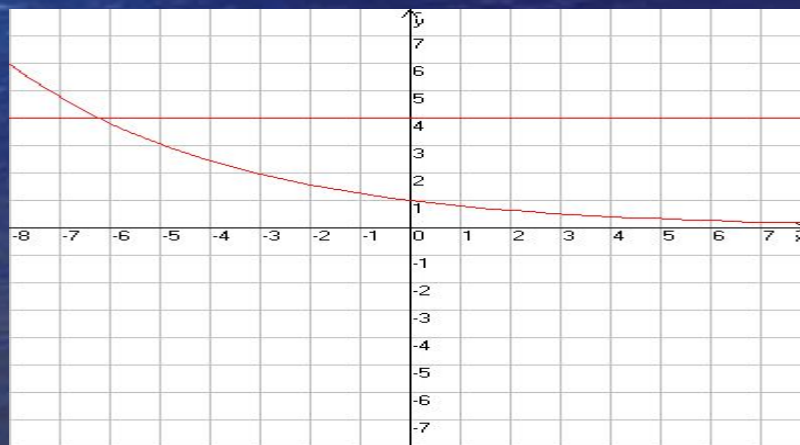
$$4^x = -4$$

$$0.3^x = 6$$

$$6^x = \frac{1}{6}$$

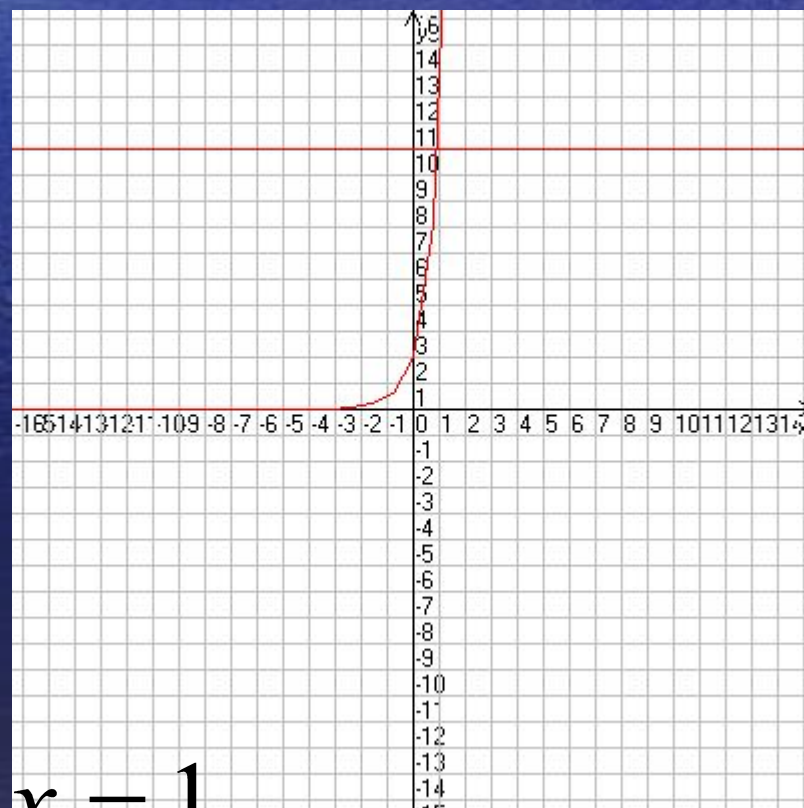


$$\left(\frac{4}{5}\right)^x = 4$$



# РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ

$$3^x + 7^x = 10.$$



*Ответ :  $x = 1$*

# Практическая работа

## 2. Решить неравенство

### 1. Решите уравнения:

$$3^x = (x-1)^2 + 3$$

$$2^{|x|} = \cos x.$$

$$\cos x \leq 1 + 3^x$$

$$(2)^x > \sqrt{x}$$

### 3. Найти значение выражения

, если  $x_0 + y_0$

$(x_0; y_0)$  является решением системы уравнений.

$$\begin{cases} y * 2^{x+1} = 1, \\ \sqrt{x+2} = y; \end{cases}$$

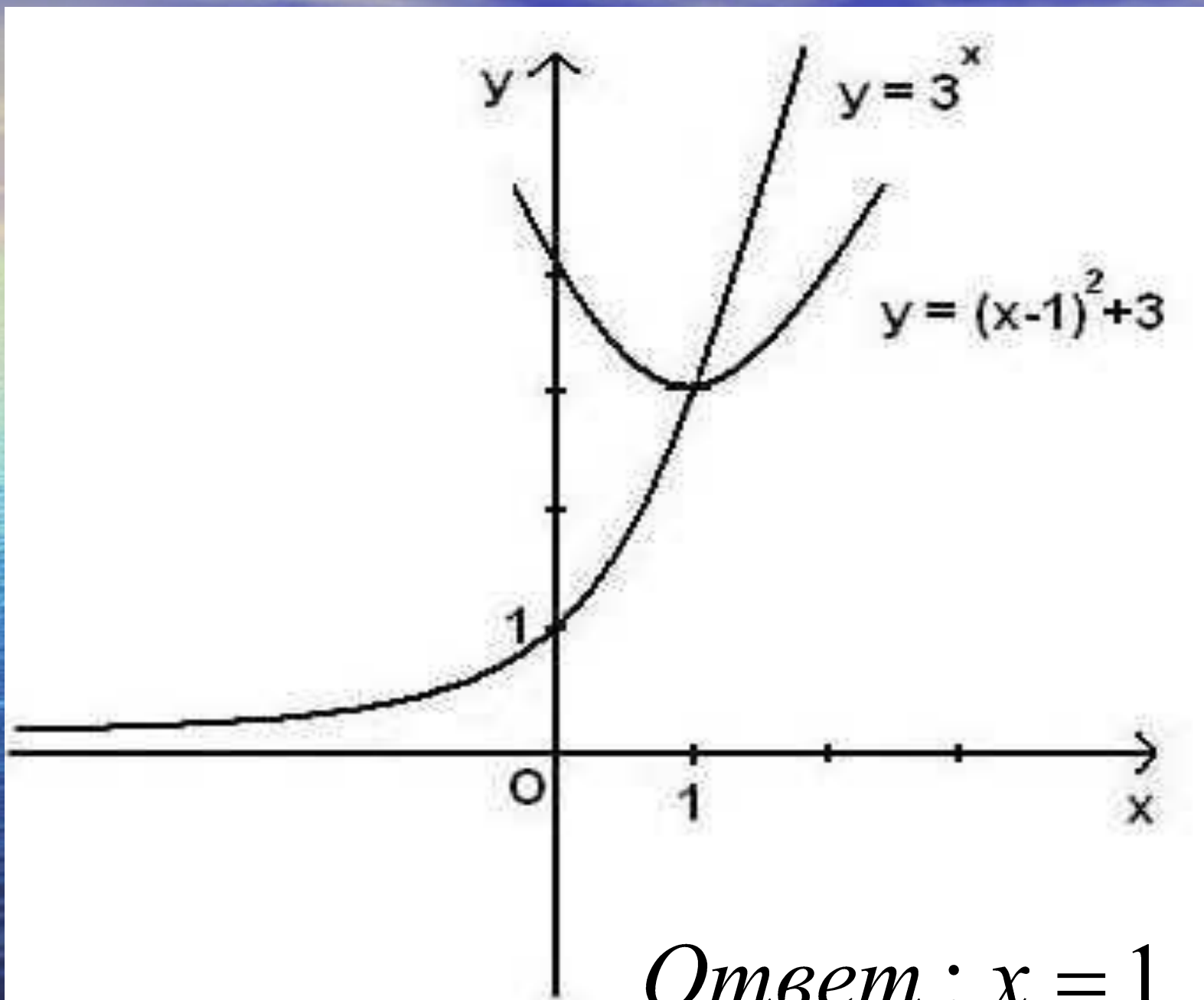
### 4. Найдите область значений функции

$$y = 2^{|x|} \quad y = 7^{-|x|}$$

$$y = 16^{x^2 - 2x + \frac{5}{4}}$$

РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ

$$3^x = (x - 1)^2 + 3$$



*Ответ :  $x = 1$*

## РЕШИТЬ УРАВНЕНИЕ

$$2^{|\pi|} = \cos x.$$

$$\begin{cases} 2^{|\pi|} = 1, \\ \cos x = 1. \end{cases}$$

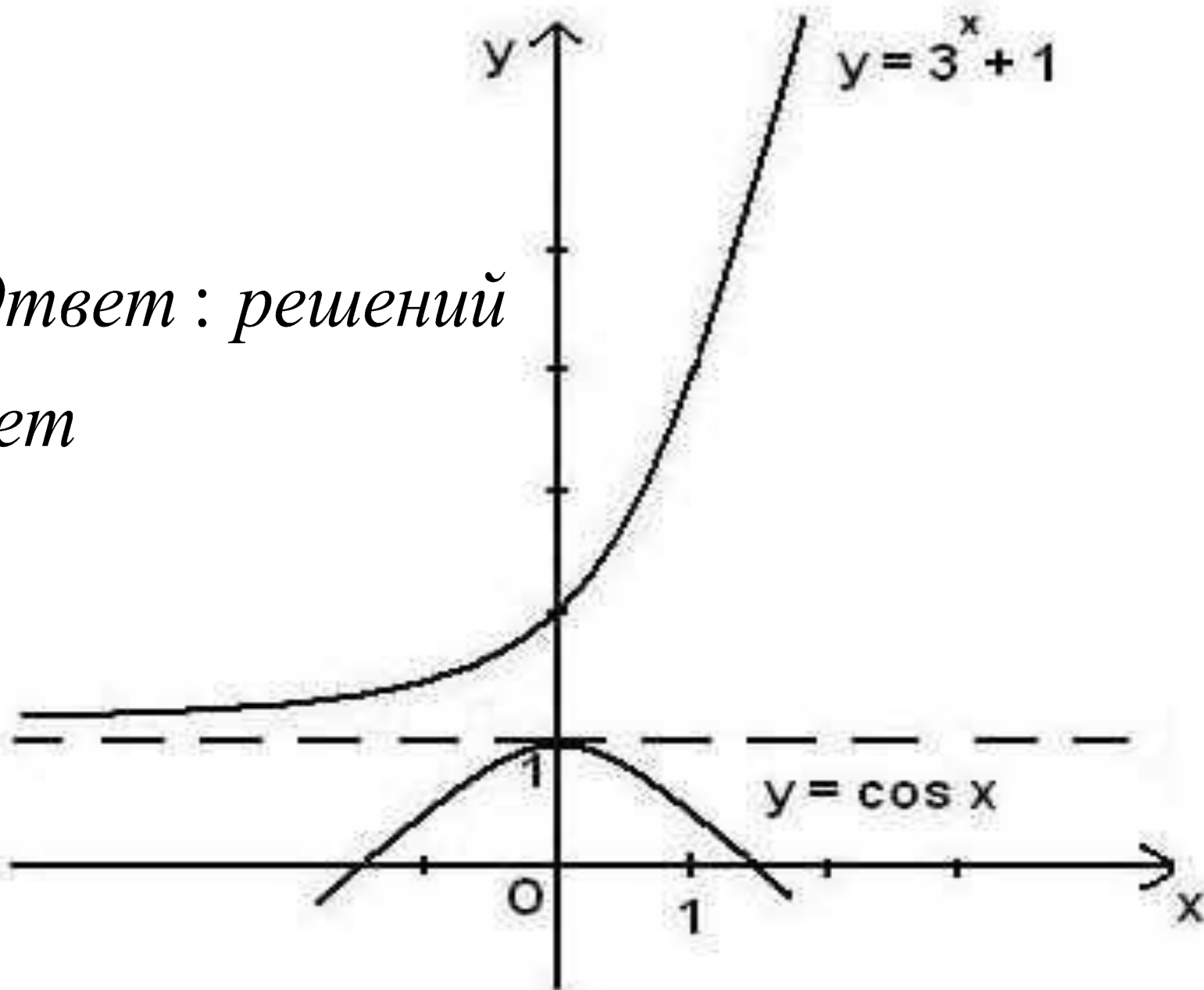
Решая эту систему, находим, что  $x = 0$ .

Решить неравенство

$$\cos x \leq 1 + 3^x$$



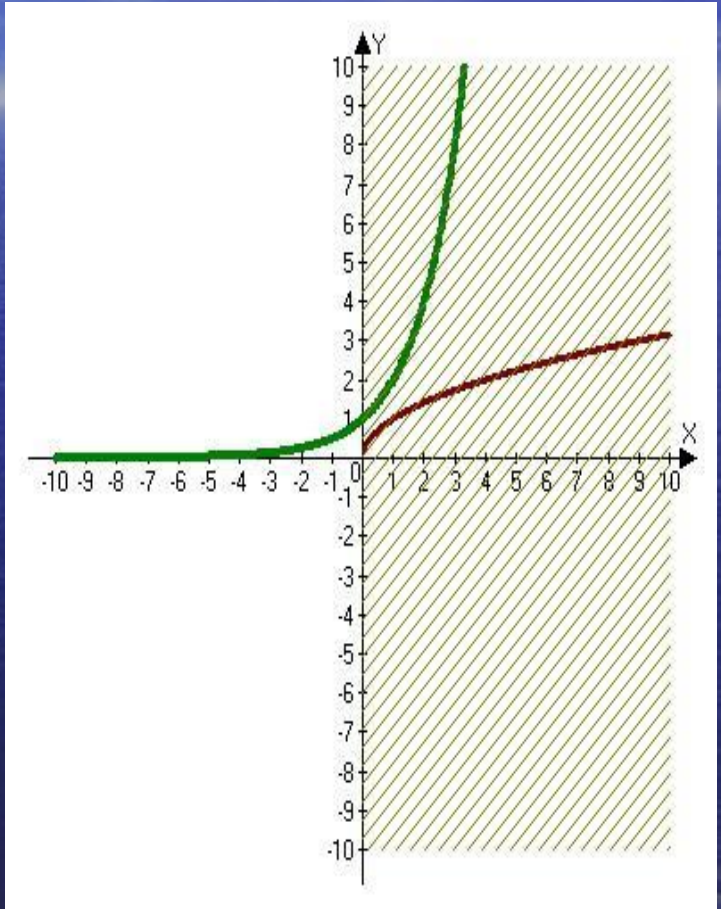
*Ответ : решений  
нет*



Решить неравенство

$$(2)^x > \sqrt{x}$$

Ответ :  $[0; +\infty)$



# Решаем систему уравнений

$$\begin{cases} y * 2^{x+1} = 1, \\ \sqrt[3]{x+2} = y; \end{cases}$$

Решаем систему уравнений:

$$1. y * 2^{x+1} = 1$$

$$2. \sqrt{x+2} = y$$

$$y = \frac{1}{2^{x+1}}$$

$$y = \sqrt{x+2}$$

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^{x+1}$$

Найти значение выражения  $x_0 + y_0$  если  $(x_0 ; y_0)$  является решением системы уравнений.

$$\begin{cases} y * 2^{x+1} = 1, \\ \sqrt{x+2} = y; \end{cases}$$

- Ответ: 0.

## Домашнее задание:

Решить графически систему уравнений.

$$\begin{cases} 3^x - y = 1, \\ |2x - 6| - y = 2. \end{cases}$$

- Решите уравнение

$$3^x - 1 = -\sqrt{x};$$

- Решите неравенство

$$2^x \leq 3 - x$$

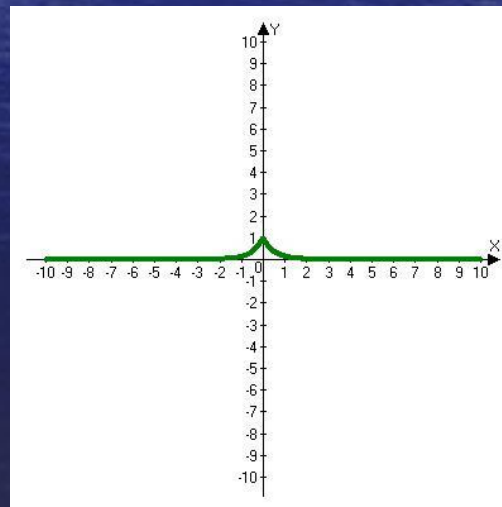
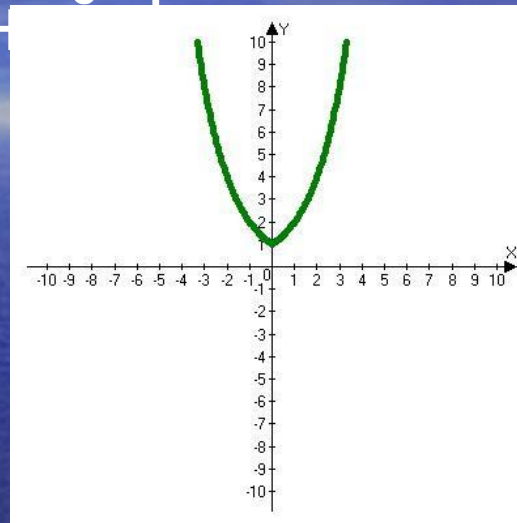
Укажите множество значений

$$y = 2^{|x|}$$

Ответ :  $[1; +\infty)$

$$y = 7^{-|x|}$$

Ответ :  $(0; 1]$



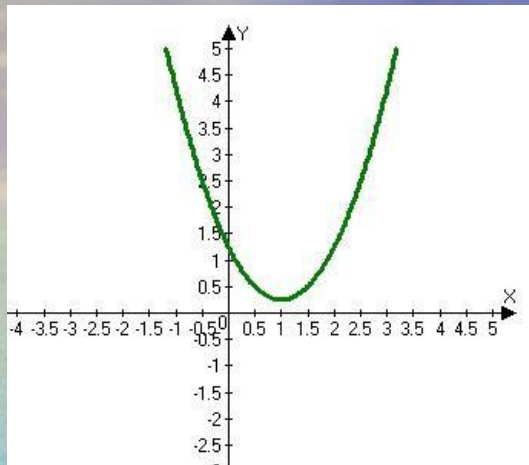
Найти область значений функции

$$y = 16^{x^2 - 2x + \frac{5}{4}}$$

$$y = \left( \frac{1}{16} \right)^{x^2 - 2x + \frac{5}{4}}$$



# Область значений функции

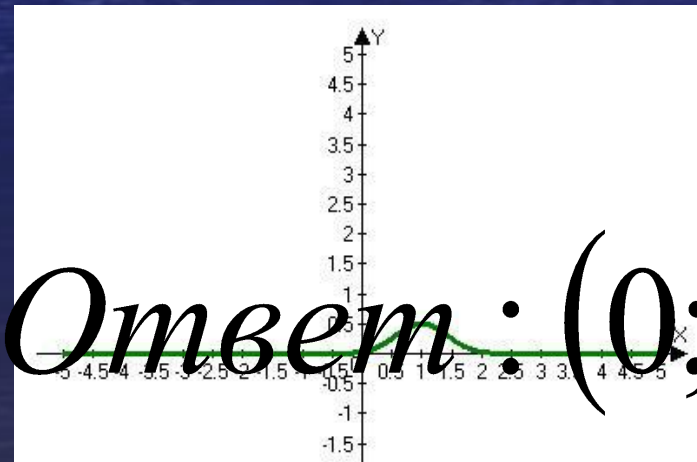
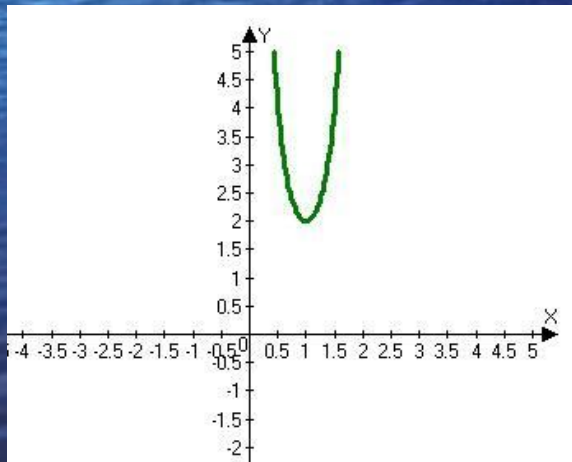


$$y = x^2 - 2x + \frac{5}{4} \quad \left(1, \frac{1}{4}\right)$$

Вершина  
параболы

$$E(y) = \left[\frac{1}{4}; \infty\right)$$

*Ответ* :  $y_{\text{наим}} = \left(\frac{1}{16}\right)^{x^2 - 2x + \frac{5}{4}} = \frac{1}{2}$



*Ответ* :  $(0; 0,5]$

При каких значениях параметра  $a$   
уравнение

$$\frac{x(2^x - 1)}{2^x + 1} + 1 = a^2$$

имеет нечетное количество корней?

$$f(x) = \frac{x(2^x - 1)}{2^x + 1} + 1$$

$$f(-x) = \frac{-x(2^{-x} - 1)}{2^{-x} + 1} + 1 = -x \left( \frac{1}{2^x} - 1 \right) : \left( \frac{1}{2^x} + 1 \right) = -x \cdot \frac{1 - 2^x}{1 + 2^x} = x \cdot \frac{2^x - 1}{2^x + 1} = f(x)$$

Так как график четной функции симметричен относительно оси ординат то если

$$x = x_0$$

является корнем уравнения, то и

$$x = -x_0$$

то является корнем уравнения. Поэтому данное уравнение может

иметь нечетное количество корней только тогда, когда

является корнем.

$$x = 0$$

Подставляя

$$x = 0$$

в уравнение, имеем:

$$a^2 = 1 \Rightarrow a = 1, a = -1.$$

# Решить неравенство

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{2-x} \leq -2x + 5$$

Ответ:  $(-\infty; 2]$ .

$$2^{|x|} < -\frac{2}{x}$$

Ответ:  $(-1; 0)$

**ВСЕМ ОГРОМНОЕ СПАСИБО  
ЗА СОТРУДНИЧЕСТВО!**

**ВАМ, ДЕТИ,**

**ВЕСЕЛЫХ КАНИКУЛ!!!**