

Теорема Пифагора

Выполнила Зозуля О.П.
учитель МОУ СОШ №49
г. Ростова –на -Дону



**Прямоугольный треугольник –
это треугольник у
которого один
из углов прямой.**

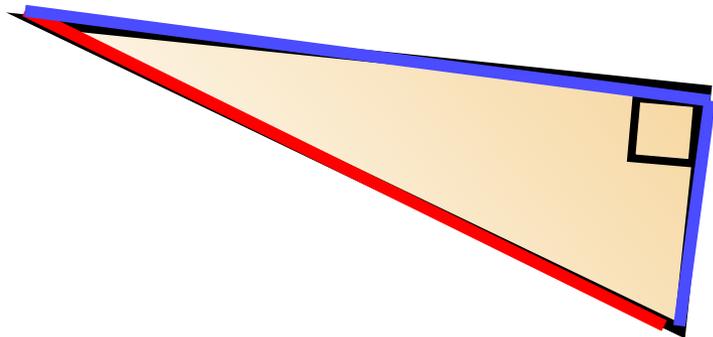
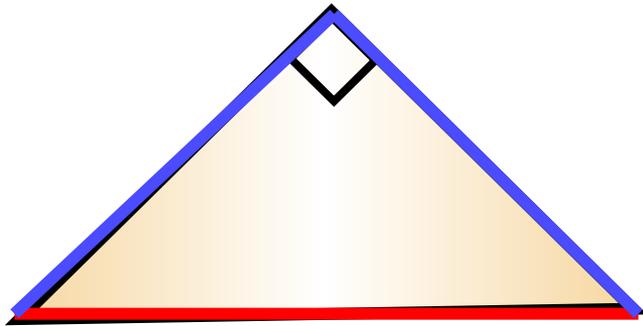
$$\angle C = 90^\circ - \text{прямой}$$



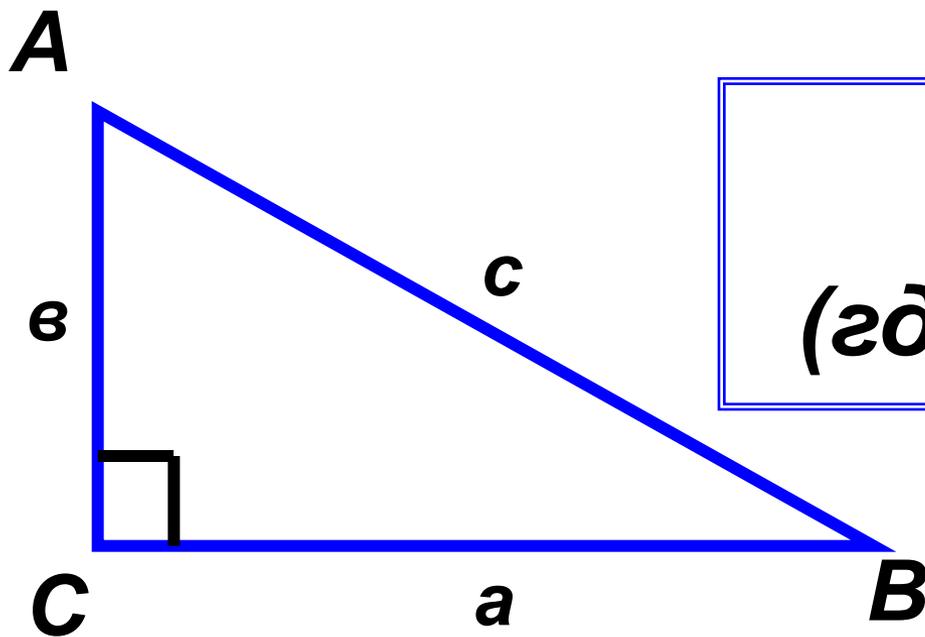


Гипотенуза – это сторона прямоугольного треугольника, лежащая против прямого угла.

Катеты – это стороны прямого угла в прямоугольном треугольнике.

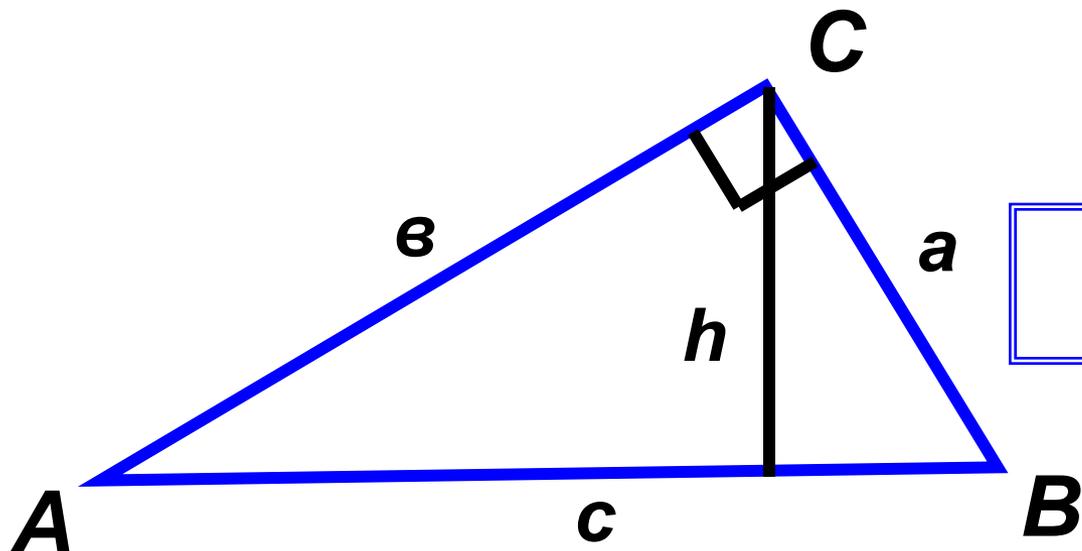


В прямоугольном треугольнике гипотенуза больше катета.



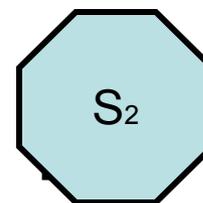
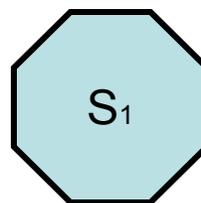
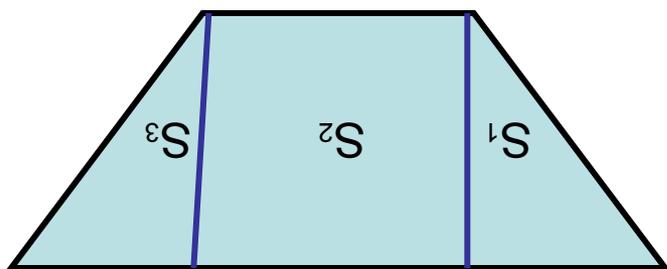
$$S = \frac{1}{2} a \times b$$

(где a и b катеты)



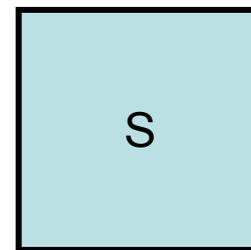
$$S = \frac{1}{2} c \times h$$

Свойства степени



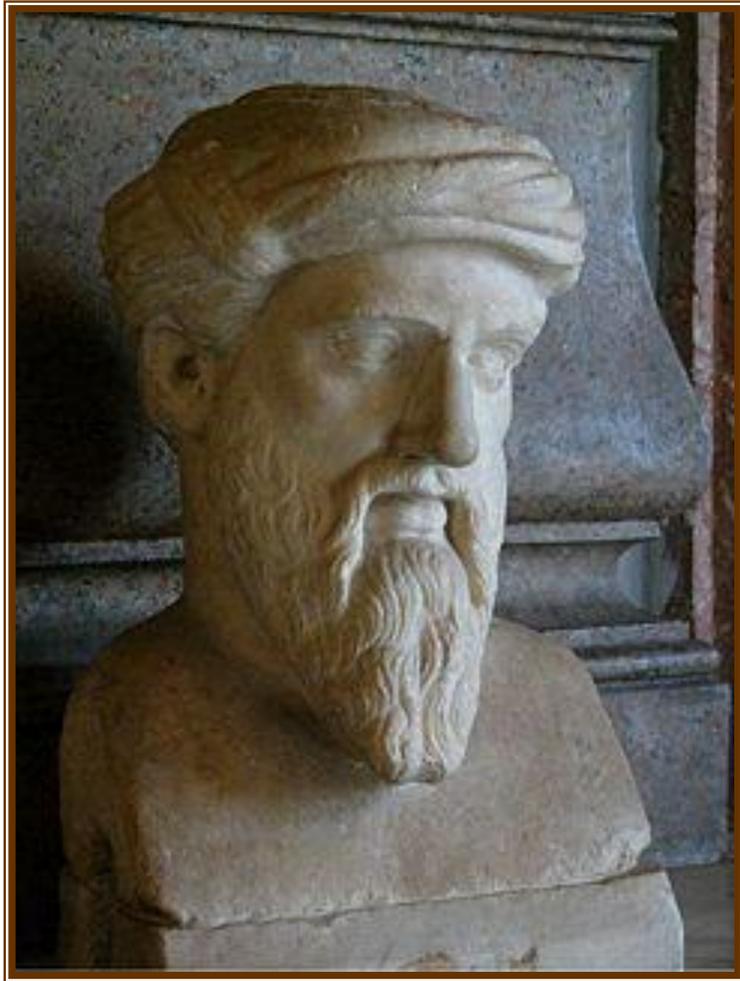
$$S_1 = S_2$$

$$S = S_3 + S_2 + S_3$$



a

$$S = a^2$$

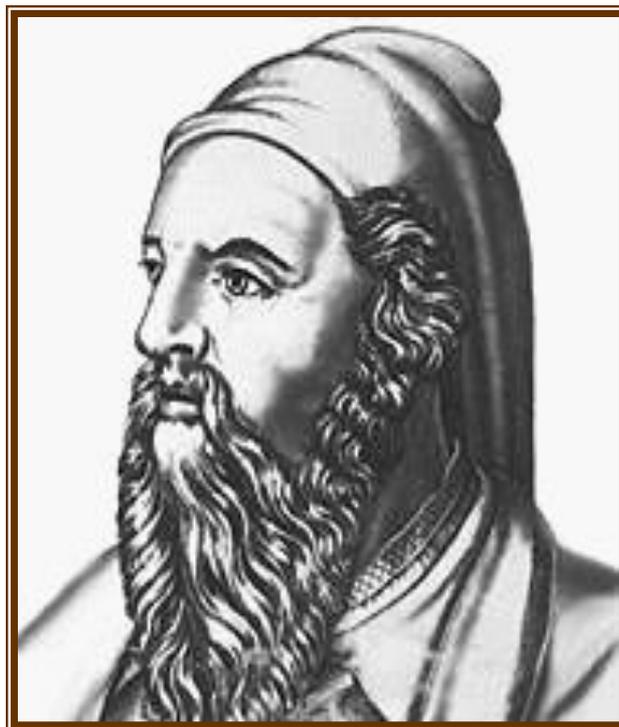


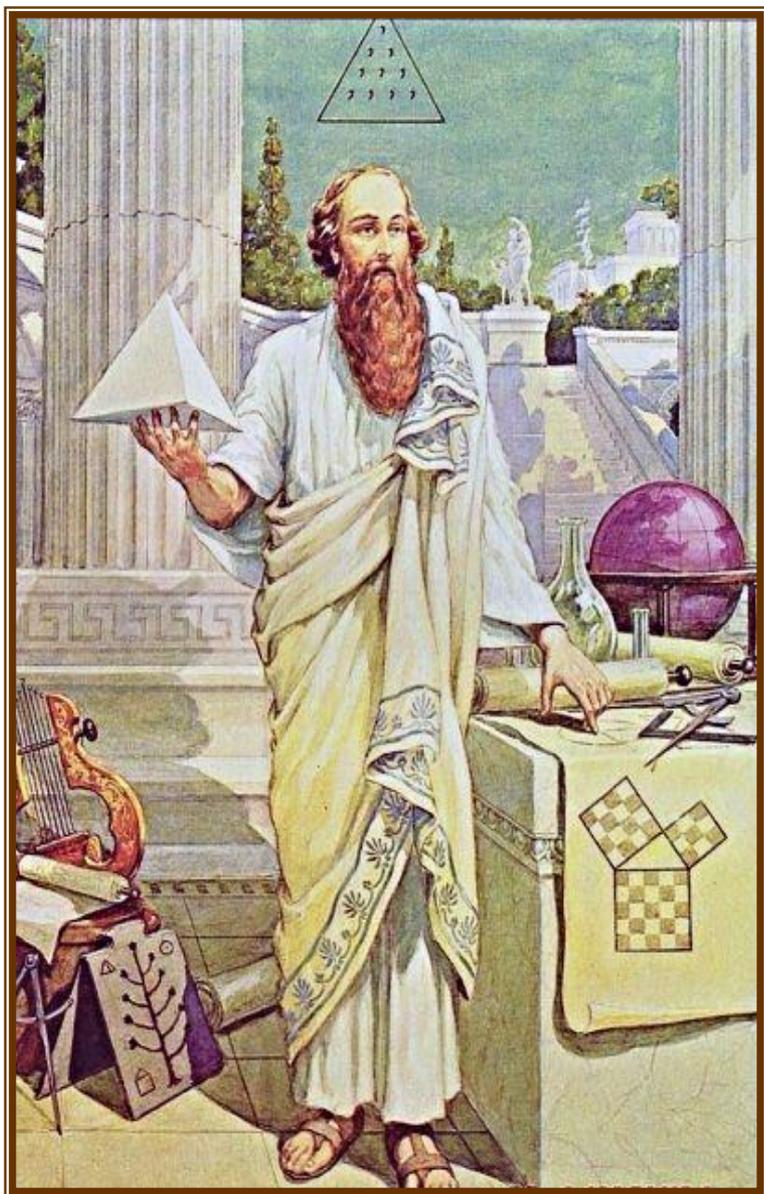
Пифагор
Самосский – философ,
математик, религиозный
и политический деятель,
родился в VI веке до н.э.
в г. Регия на острове
Самос (остров в
Эгейском море –
территория Греции).
С юного возраста
Пифагор тянулся к
знаниям и путешествиям.



В 18 лет он покинул родной остров и отправился в чужие края. Он побывал на Востоке в Египте, Вавилоне и Финикии.

В Южной Италии- г. Кротоне, Пифагор стал таким знаменитым, сделал свои открытия, основал Пифагорейскую школу, в которой было около 1900 учеников и последователей его учения.

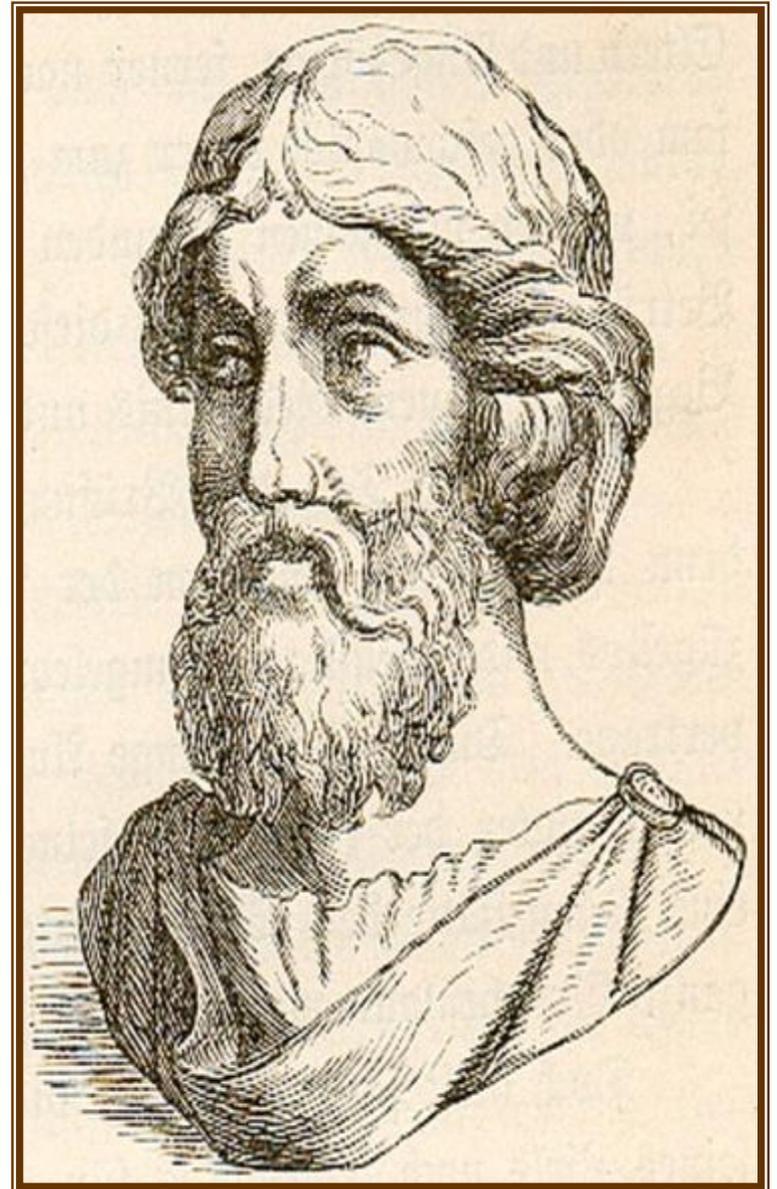




В научных достижениях Пифагор прославился своей теоремой «В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов», а также учениями о числах. Он развил теорию о чётности и нечётности числа, изучил свойства целых чисел, создал теорию пропорций, внес большой вклад в развитие планиметрии.



Смерть Пифагора тоже окутана тайной, потому что достоверно сказать, как именно умер Пифагор, невозможно. Одни говорят, что он погиб в Метапонте, когда кто-то из знакомых ему людей поджег дом, в котором он находился со своими учениками. По другим данным, Пифагор умер от истощения в метапонтском святилище Муз «Сорок дней ничего не евши» (Дикеарх).





Есть и еще одна версия, в которой говорится о том, что Пифагор был убит в уличной схватке, во время народного восстания. Где здесь правда, а где ложь, уже не разобраться, вся его жизнь поросла легендами и былинами.

«Не гоняйся за счастьем: оно всегда находится в тебе самом».

Пифагор.



Интересна история теоремы Пифагора. Хотя эта теорема и связывается с именем Пифагора, она была известна задолго до него. В вавилонских текстах эта теорема встречается за 1200 лет до Пифагора. Возможно, что тогда ещё не знали её доказательства, а само соотношение между гипотенузой и катетами было установлено опытным путём на основе измерений. Пифагор, по-видимому, нашёл доказательство этого соотношения.



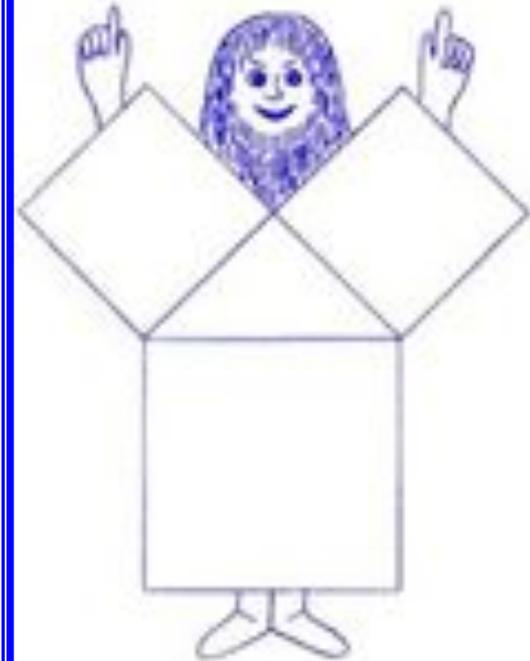
Сохранилось древнее предание, что в честь своего открытия Пифагор принёс в жертву богам быка, по другим свидетельствам – даже сто быков. На протяжении последующих веков были найдены различные другие доказательства теоремы Пифагора. В настоящее время их насчитывается более ста. С теоремой Пифагора мы уже познакомились. Многие известные мыслители и писатели прошлого обращались к этой замечательной теореме и посвятили ей свои строки.



Раньше знаменитая теорема Пифагора звучала так: площадь квадрата, построенного на гипотенузе прямоугольного треугольника, равна сумме площадей квадратов, построенных на его катетах.



Про картинку, иллюстрирующую эту теорему, сложена шуточная поговорка: «Пифагоровы штаны на все стороны равны». Что имелось в виду?



Теореме Пифагора можно дать эквивалентную формулировку, применив понятие **равносоставленных фигур**.

Попробуем сформулировать теорему Пифагора по другому:

- Квадрат, построенный на гипотенузе прямоугольного треугольника, равносоставлен с квадратами, построенными на катетах.

Чтобы сформулировать теорему Пифагора в современном изложении, нам необходимо вспомнить, как находится **площадь квадрата (нужно сторону квадрата возвести в квадрат).**



Тогда площадь квадрата, построенного на гипотенузе – это **квадрат гипотенузы**, а площади квадратов, построенных на катетах – это **квадраты катетов**.

Теперь мы сможем сами дать ещё одну, современную формулировку теоремы Пифагора:

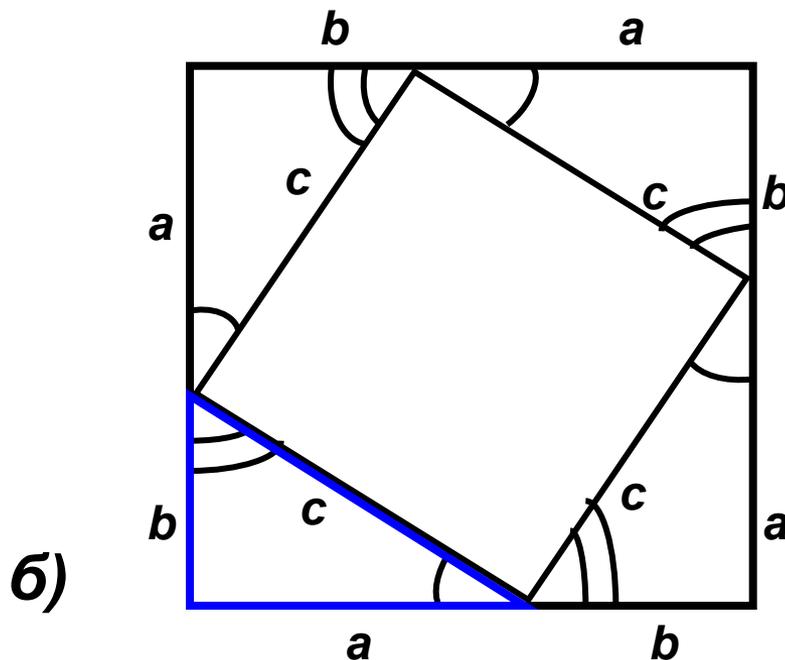
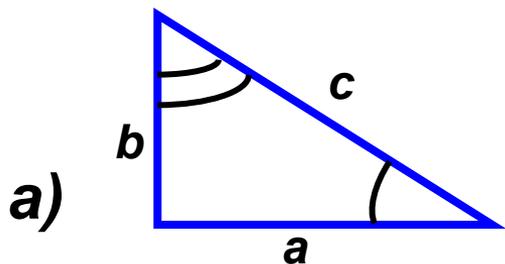
- В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.



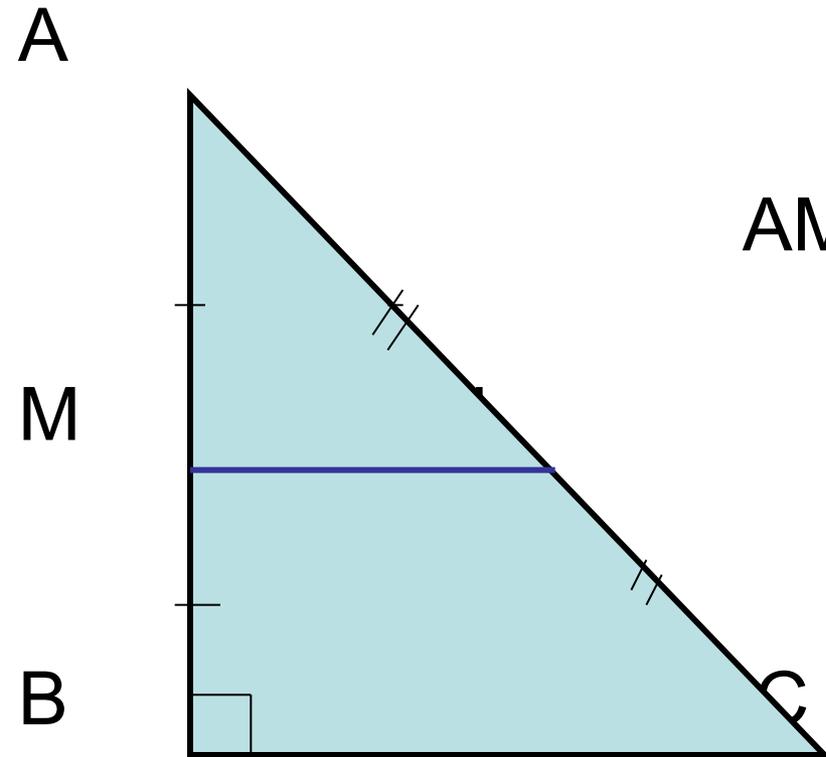
В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов

$$(a+b)^2 = 2ab + c^2$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$



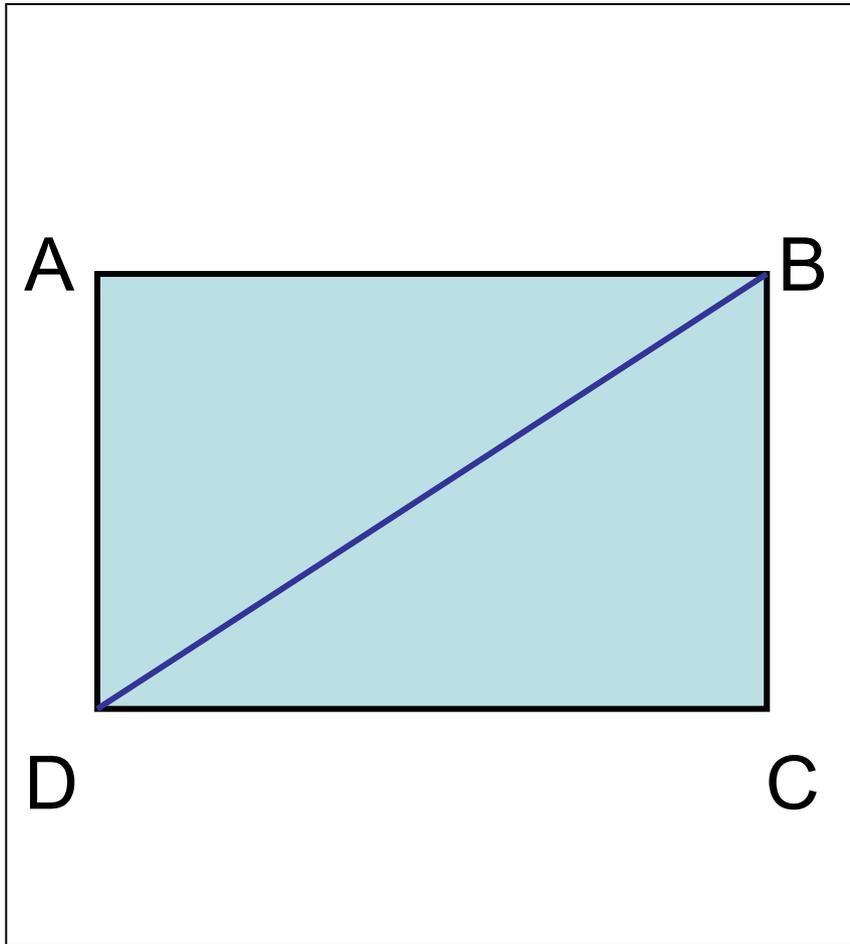
Задача № 1



$AM = 3\text{ см}, MN = 4\text{ см},$

$AM = ?\text{ см}.$

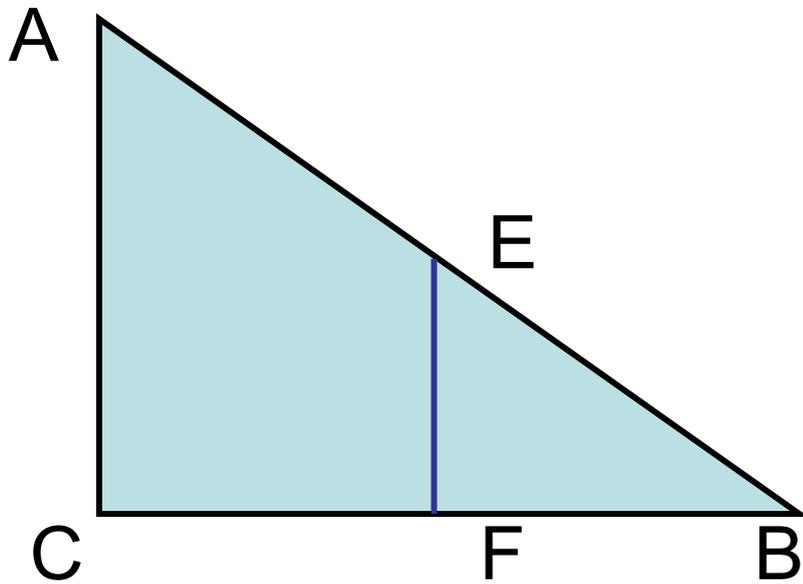
Задача №2



$$DB = 5\text{cm}, \quad DC = 4\text{cm},$$

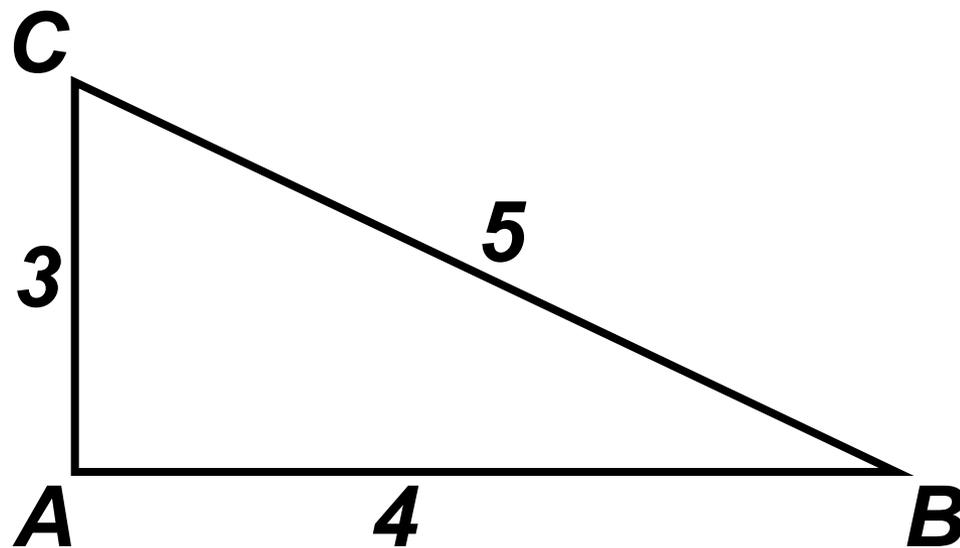
$$AD = ?\text{cm}$$

Задача №3



$$BE = 5\text{ cm}, BF = 3\text{ cm},$$

$$AC = ?\text{ cm}$$



Землемеры Древнего Египта для построения прямого угла пользовались следующим приёмом. Бечёвку узлами делили на 12 равных частей и концы связывали. Затем её растягивали на земле так, что получался треугольник со сторонами 3, 4 и 5 делений. Угол треугольника, противолежащий стороне с 5 делениями, был прямой. В связи с указанным способом построения прямого угла треугольник называют **египетским**.



Пифагоровы треугольники – это прямоугольные треугольники, у которых длины сторон выражаются целыми числами

Катеты a , b и гипотенуза c таких треугольников выражаются формулами :

$$a = 2k * m * n ,$$

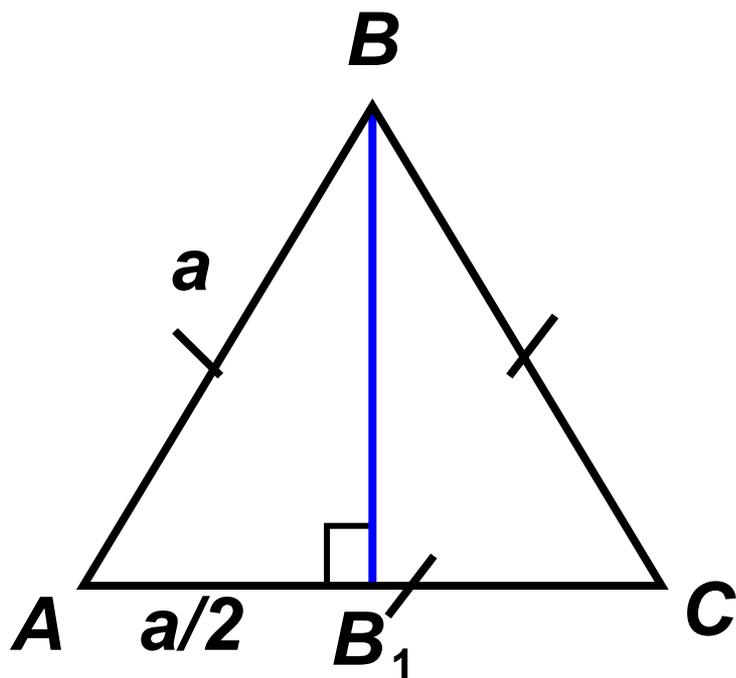
$$b = k (m - n) ,$$

$c = k (m + n) ,$ где k, m и n – любые натуральные числа, такие, что $m > n$.



Задача № 489

Докажите, что площадь равностороннего треугольника вычисляется по формуле $S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, где a – сторона треугольника.



Дано:

$\triangle ABC$ – равносторонний,
 $AB = a$

Доказать:

$$S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$



Доказательство:

1) Проведём высоту BB_1 , тогда $\triangle ABV_1$ и $\triangle CBV_1$ - прямоугольные

2) Т.к. $\triangle ABV_1$ - прямоугольный, то $AB^2 = AV_1^2 + BB_1^2$
(По теореме Пифагора), отсюда $BB_1^2 = AB^2 - AV_1^2 =$

$$= a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$$

$$BB_1^2 = \frac{3a^2}{4} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

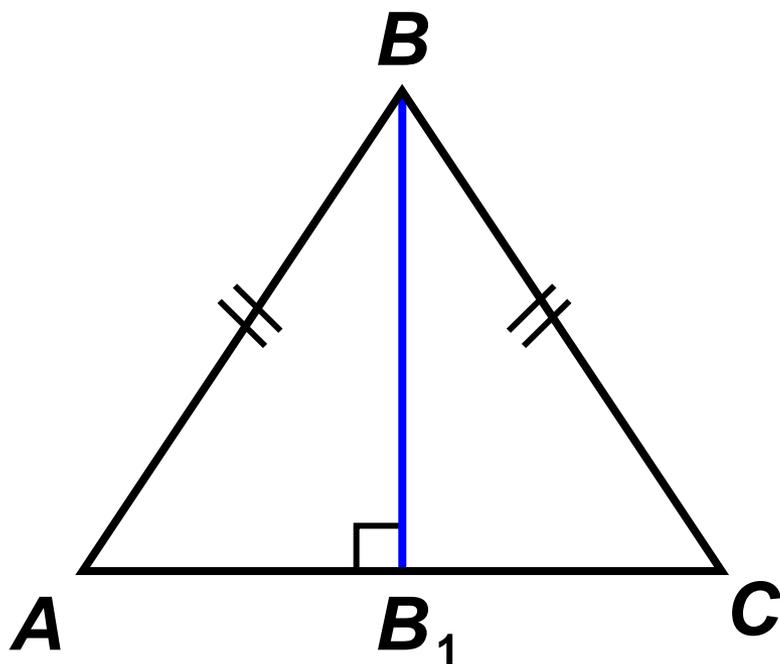
3) $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC * BB_1 = \frac{1}{2} * a * \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

Формула выведена, $S_{ABC} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$



Задача № 487

Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 17 см, а основание равно 16 см. Найдите высоту, проведённую к основанию.



Дано:

$\triangle ABC$ – равнобедренный,
 $BB_1 \perp AC$, $AB = BC = 17$ см,
 $AC = 16$ см

Найти:

BB_1 - ?



Решение:

1) Известно, что высота, проведённая к основанию равнобедренного треугольника, является медианой, следовательно, $AV_1 = BV_1 = 8 \text{ см}$

2) Т.к. $\triangle AV_1B$ - прямоугольный, то $AB^2 = AV_1^2 + BV_1^2$
(по теореме Пифагора), отсюда $BV_1^2 = AB^2 - AV_1^2$

$$3) BV_1^2 = 289 - 64 = 225$$

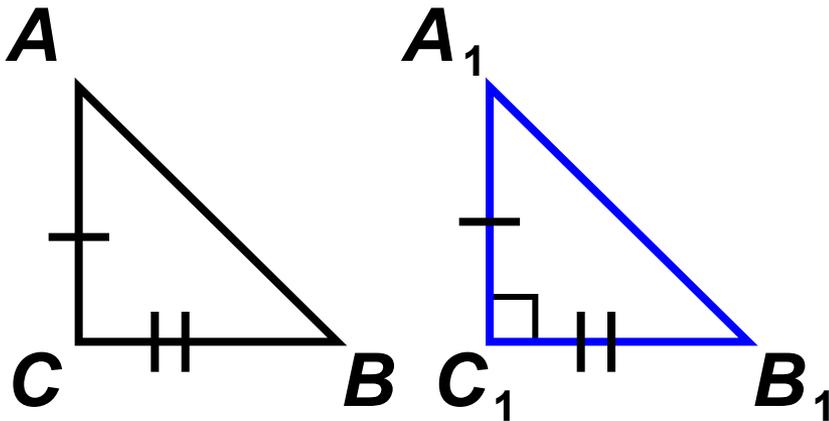
$$BV_1 = \sqrt{225} = 15$$

Ответ: $BV_1 = 15 \text{ см}$



Существует теорема, обратная теореме Пифагора:

Если квадрат одной стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то треугольник прямоугольный.



Дано:

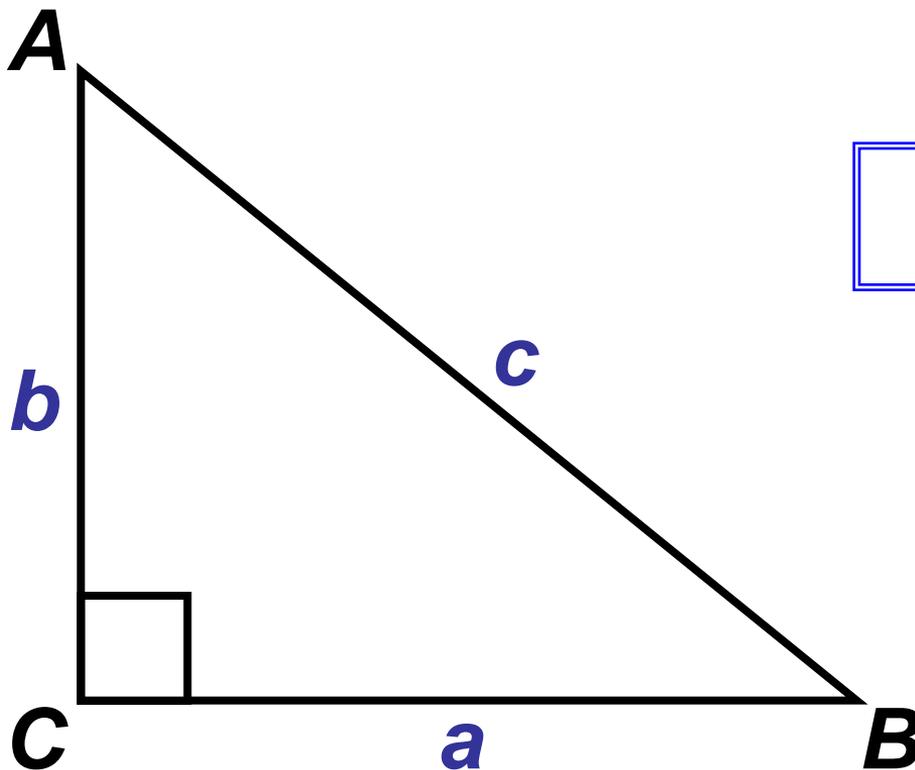
$\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1$ -
прямоугольный, $\angle C_1 = 90^\circ$
 $AB^2 = AC^2 + BC^2$, $AC = A_1C_1$,
 $BC = B_1C_1$

Доказать:

$\angle C$ – прямой

Вывод:

Доказано утверждение, обратное теореме Пифагора - если в треугольнике сумма квадратов двух сторон равна квадрату третьей, то этот треугольник - прямоугольный.



$$c^2 = a^2 + b^2$$



Домашнее задание

1. п.п.54, 55

Доказательство теоремы Пифагора
и её обратной.

2. №493.

3. Найти и разобрать другие
доказательства теоремы Пифагора.



«Не гоняйся за счастьем: оно всегда находится в тебе самом».

Пифагор.

