

# Определение производной от функции

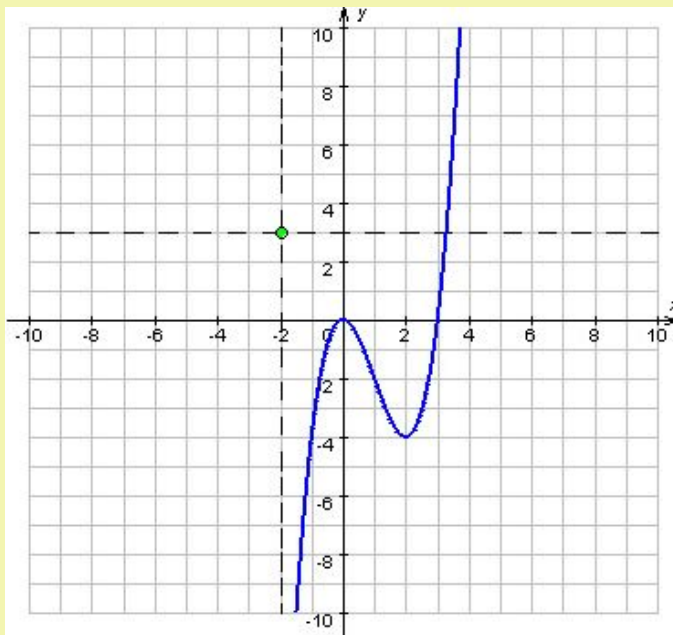
(К учебнику Колмогорова А.Н. «Алгебра и начала анализа 10-11»)

Цель презентации – обеспечить максимальную наглядность изучения темы.



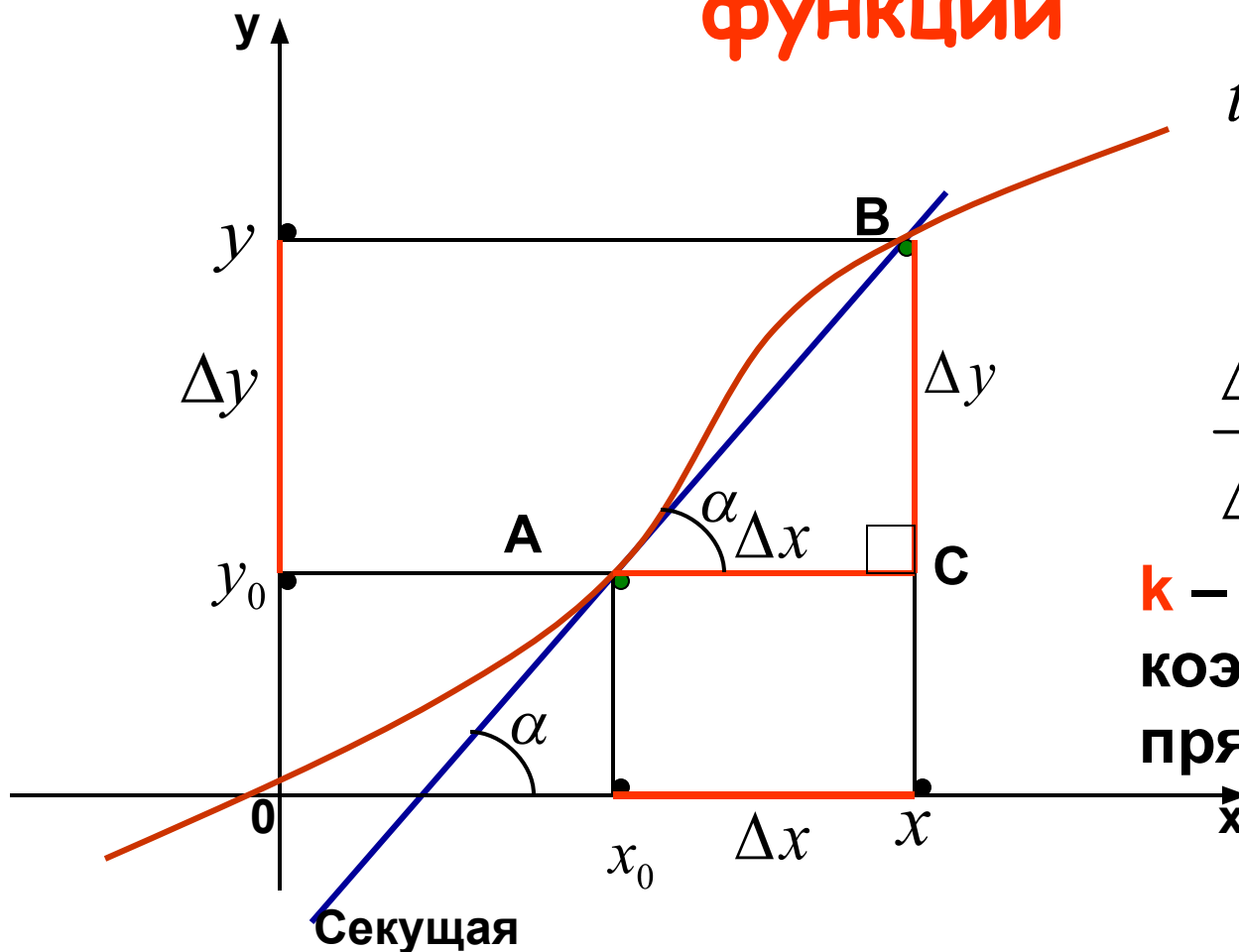
# Определение производной функции

## (Содержание)



- I. Геометрический смысл отношения  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  Слайд 3
- II. Геометрический смысл отношения  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$  при  $\Delta x \rightarrow 0$  Слайды 4,5
- III. Геометрический смысл производной функции Слайды 7,8
- IV. Определение производной функции Слайд 6
- V. Физический смысл производной функции Слайд 9
- VI. Примеры вычисления производной функции Слайд 10

# Геометрический смысл приращения функции



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Итак,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha = k$$

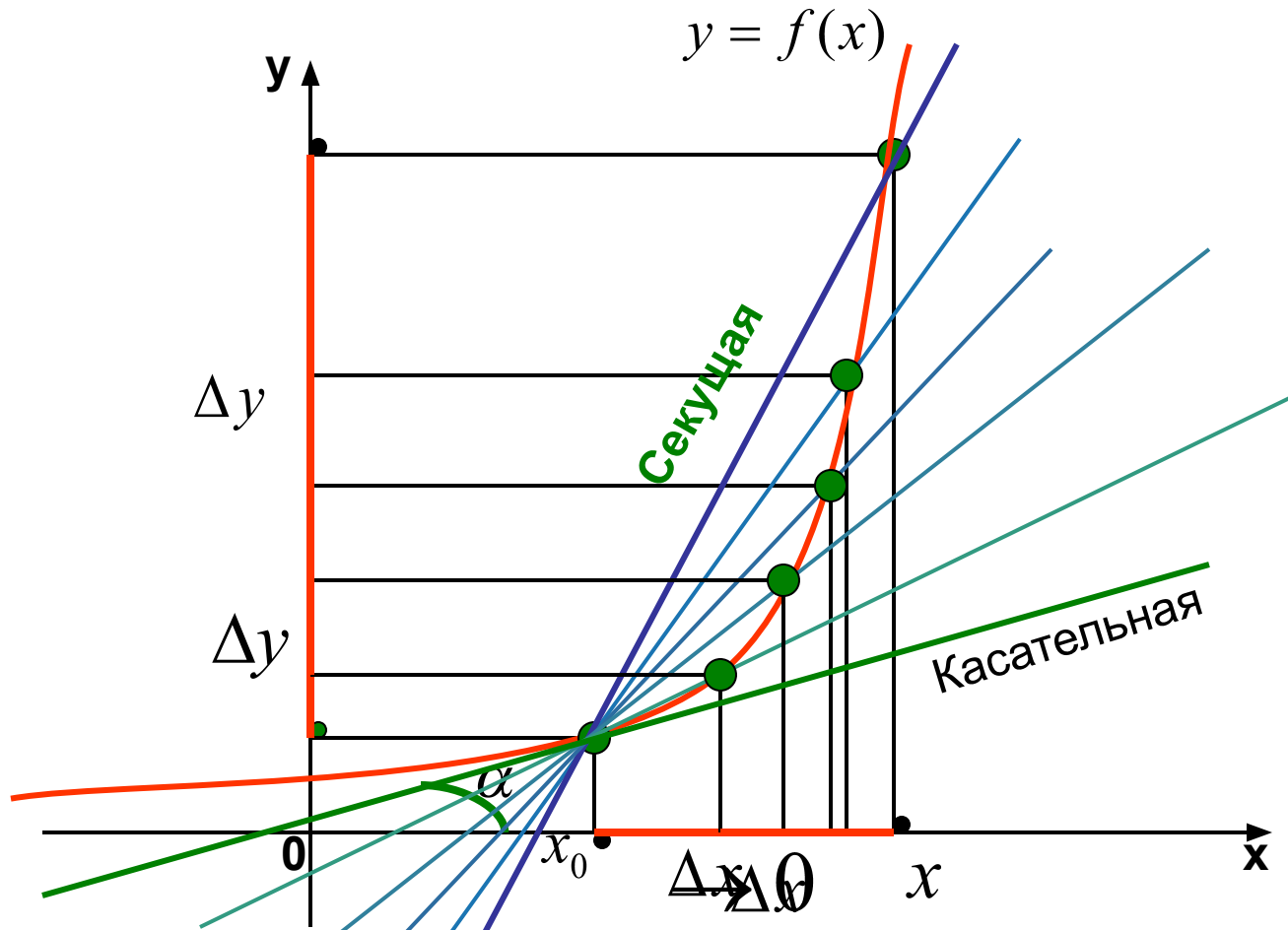
**k** – угловой коэффициент прямой (секущей)

$$y = kx + b$$



# Геометрический смысл отношения $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \rightarrow 0$

Автоматический показ. Щелкните 1 раз.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha = k$$

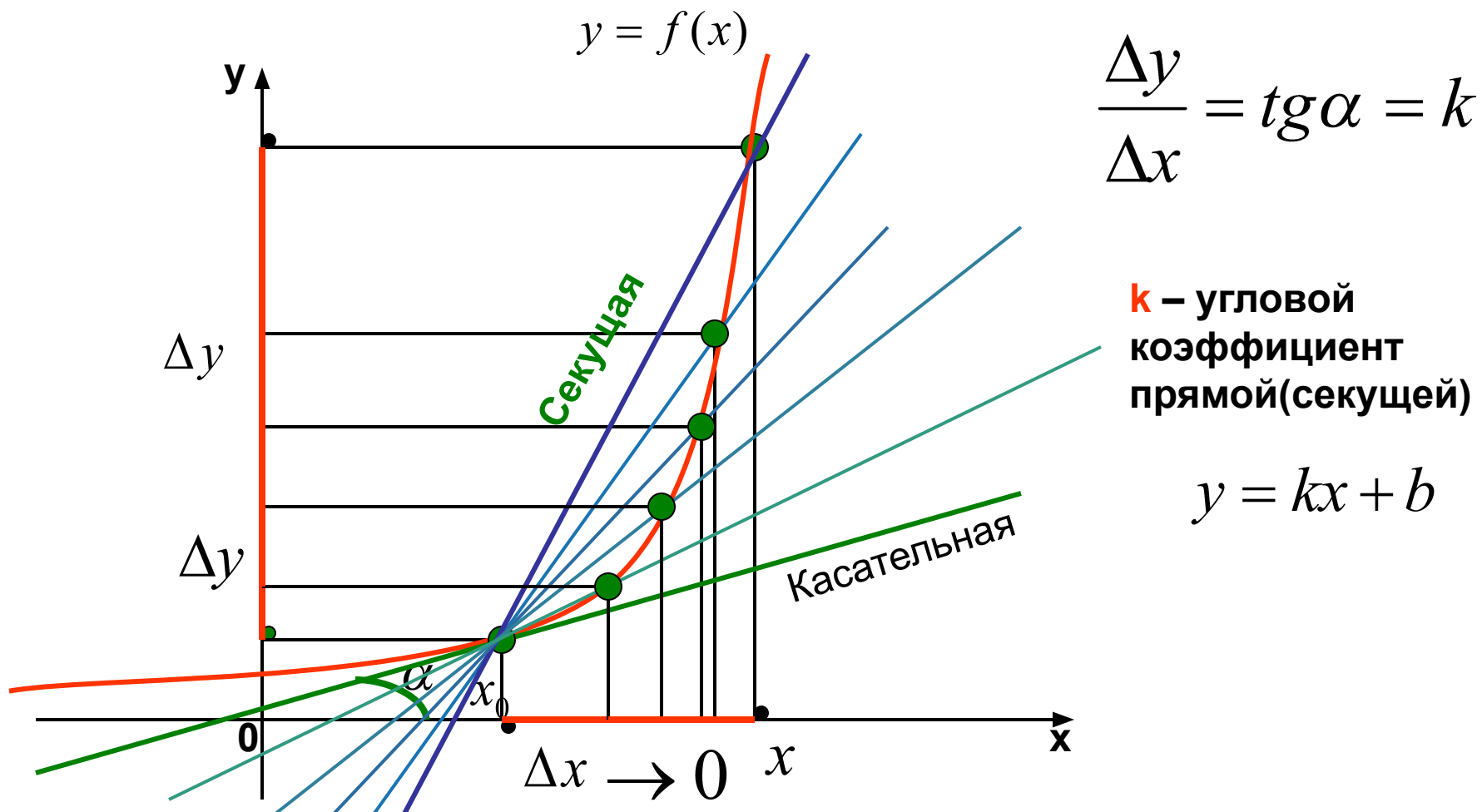
**k** – угловой коэффициент прямой (секущей)

$$y = kx + b$$

При  $\Delta x \rightarrow 0$  угловой коэффициент секущей  $\rightarrow k$  угловому коэффициенту касательной. То есть, касательная есть предельное положение секущей.



# Геометрический смысл отношения $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \rightarrow 0$

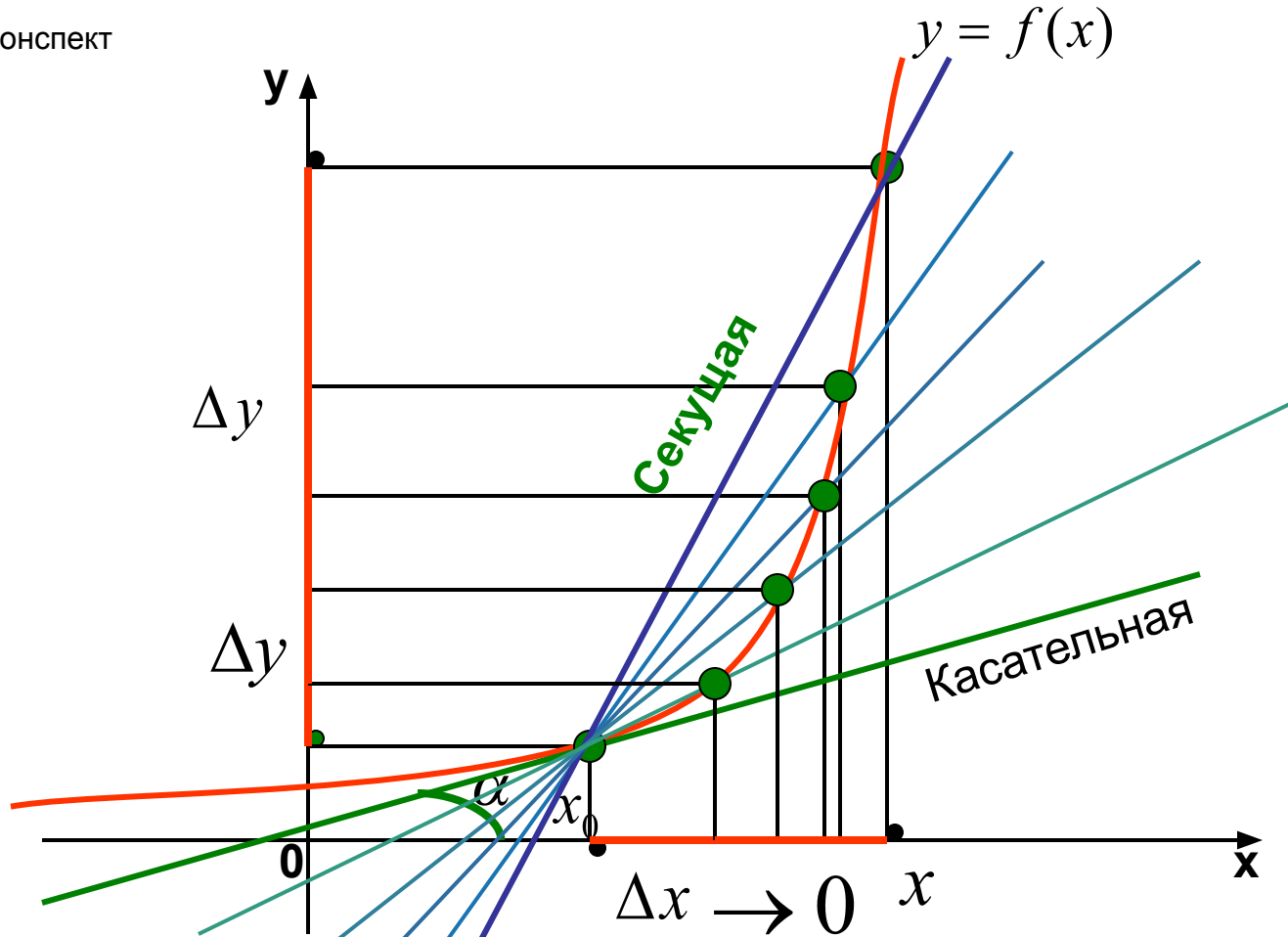


**Секущая стремится занять положение касательной. То есть, касательная есть предельное положение секущей.**

При  $\Delta x \rightarrow 0$  угловой коэффициент секущей  $\rightarrow$  к угловому коэффициенту касательной.

# Определение производной от функции в данной точке.

Конспект



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha = k$$

**k** – угловой коэффициент прямой (секущей)

$$y = kx + b$$

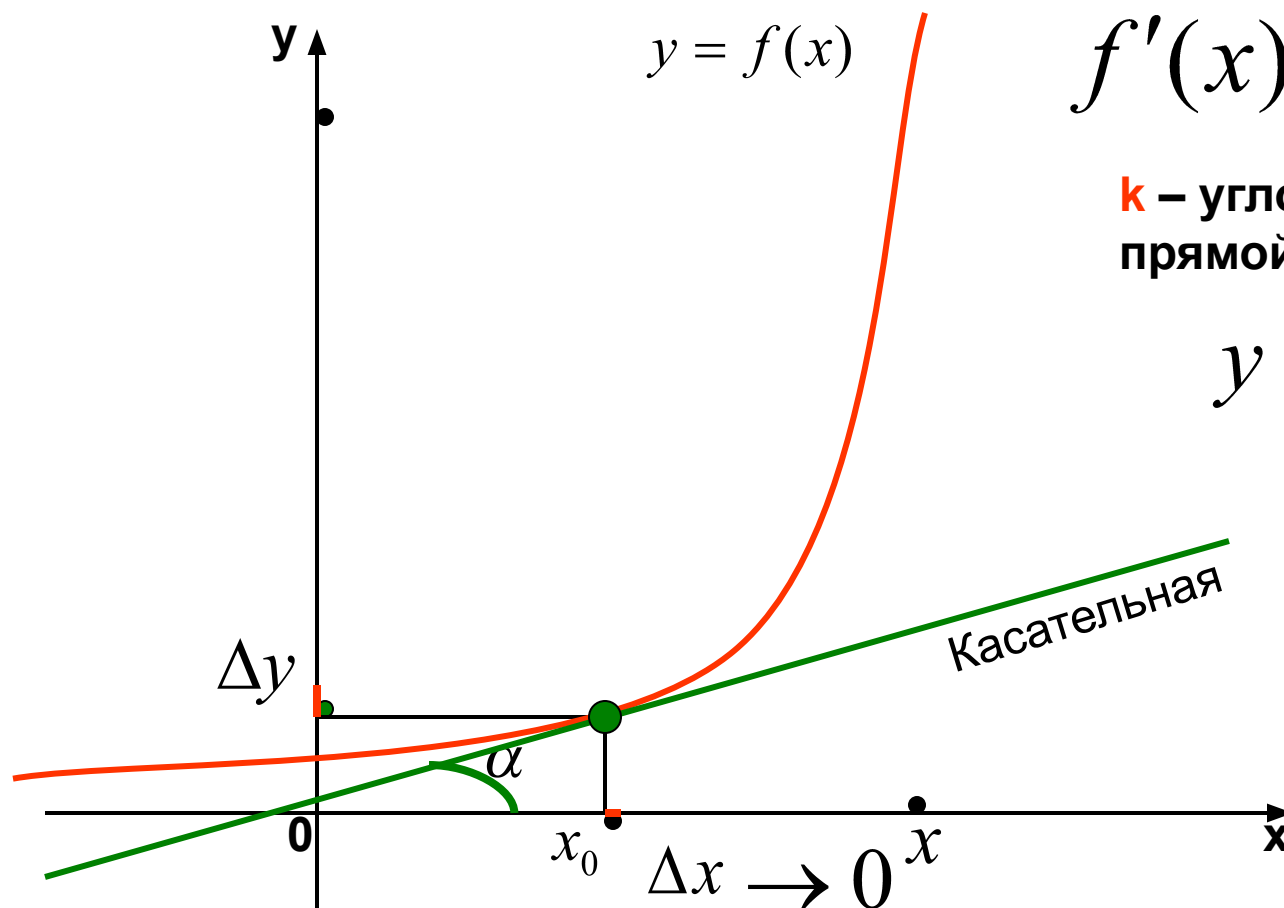
**Обозначение:**

$$f'(x)$$

Производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$  называется

число, к которому стремится отношение  $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$  при  $\Delta x \rightarrow 0$ .





$$f'(x) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

$k$  – угловой коэффициент  
прямой (касательной)

$$y = kx + b$$

## Геометрический смысл производной

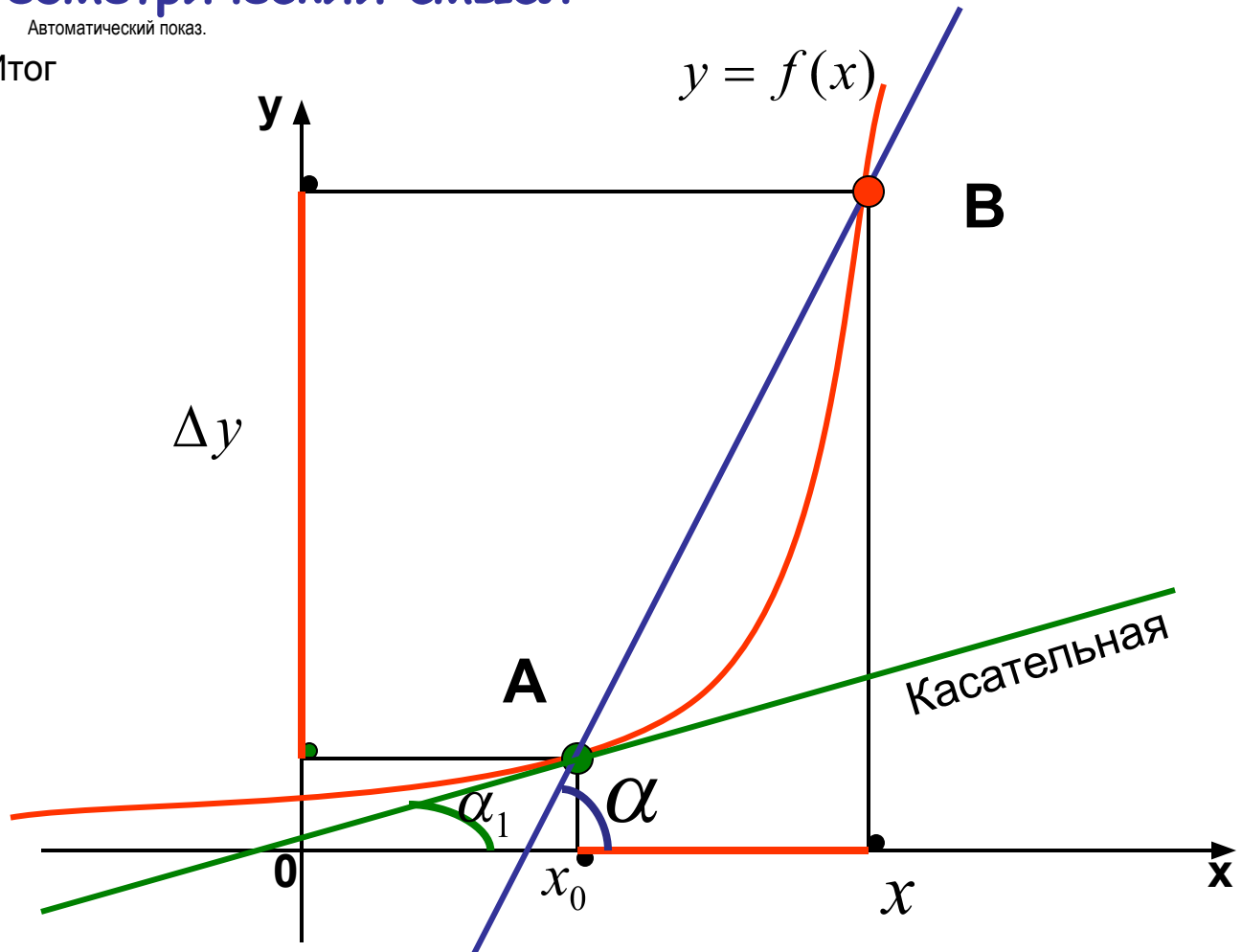
Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.



# Определение производной от функции в данной точке. Ее геометрический смысл

Автоматический показ.

Итого



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha = k$$

**k** – угловой коэффициент прямой (секущей)

$$y = kx + b$$

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha_1$$

## Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

Пр  
tg α  
КС  
числ

Δx → 0  
всему  
x<sub>0</sub>.





# Физический смысл производной функции в данной точке

$$V_{\text{ср.}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Или, если  $\Delta x$  – перемещение тела, а  $\Delta t$  – промежуток времени, в течении которого выполнялось движение, то

$\frac{\Delta x}{\Delta t}$  – средняя скорость движения на промежутке времени  $t$ .

При  $\Delta t \rightarrow 0$   $V_{\text{ср.}} \rightarrow$  к мгновенной скорости  $V(t)$ , следовательно,  $V(t) = S'(t)$ .

$$S'(t) = V(t) \quad \text{или} \quad x'(t) = V(t)$$

Производная от функции в данной точке – это скорость изменения функции.  $f'(x) = V(x)$



# Пример вычисления производной

Дано:  $f(x) = x^2 + 1$ .

Найдем  $f'(x)$  в точке  $x_0 = -2$ , то есть  $f'(-2)$ .

**Решени**

$$\Delta f(x) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

$$f(x_0 + \Delta x) = f(-2 + \Delta x) = (-2 + \Delta x)^2 + 1 =$$

$$= 4 - 4\Delta x + \Delta x^2 + 1 = 5 - 4\Delta x + \Delta x^2$$

$$f(x_0) = (-2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$\Delta f(x) = 5 - 4\Delta x + \Delta x^2 - 5 = -4\Delta x + \Delta x^2$$

$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{-4\Delta x + \Delta x^2}{\Delta x} = -4 + \Delta x$$

Если  $\Delta x \rightarrow 0$ , то  $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} \rightarrow -4$ , то есть  $f'(x) = -4$ .

Ответ:  $f'(x) = -4$