



ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОГРАННИКИ

Работу выполнили ученицы 10 класса школы №26 Невского района г.Санкт-Петербурга

Агапова Алена, Кузнецова Александра, Махахурина Ксения, Окишева Анастасия

Цель проекта:

- ▶ Познакомиться с правильными многогранниками.
- ▶ Изучить их формы и узнать где они встречаются.
- ▶ Исследовать практическое применение многогранников.

ЗАДАЧИ:

- ▶ Развивать эстетическое восприятие математических фактов, расширить представление о сфере применения математики.
- ▶ Расширить кругозор посредством знакомства с лучшими образцами живописи и архитектуры.
- ▶ Проследить историю развития многогранников.
- ▶ Исследовать проявление и применение геометрии в природе и различных сферах деятельности человека.

МЕТОДЫ:

- ▶ Работа с литературой.
- ▶ Работа с интернет-ресурсами.
- ▶ Беседа с преподавателем математики.
- ▶ Наблюдение.

Виды многогранников

- ▶ *Многогранник- это поверхность составленная из многоугольников, а также тело ограниченное такой поверхностью.*

Многогранники

Однородные
выпуклые

Однородные
невыпуклые

Тела
Платона

Тела
Архимеда

Выпуклые
призмы и
антипризмы

Невыпуклые
полуправильные
однородные
многогранники

Тела
Кеплер
а-
Пуансо

Невыпуклые
призмы и
антипризмы

Правильными многогранниками

называют выпуклые многогранники, все грани и все углы которых равны, причем грани - правильные многоугольники.

В каждой вершине правильного многогранника сходится одно и то же число рёбер .

Все двугранные углы при рёбрах и все многогранные углы при вершинах правильного многоугольника равны.

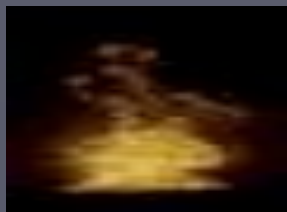
Правильные многогранники - трехмерный аналог плоских правильных многоугольников.



Существует лишь пять выпуклых правильных многогранников - **тетраэдр, октаэдр и икосаэдр** с треугольными гранями, **куб (гексаэдр)** с квадратными гранями и **додекаэдр** с пятиугольными гранями.

Эти тела еще называют телами Платона.





огонь



вода



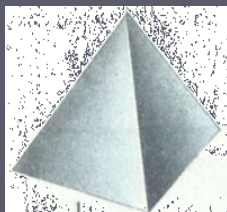
воздух



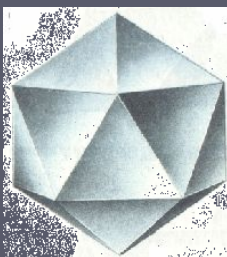
земля



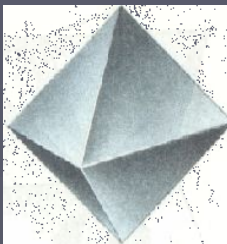
вселенная



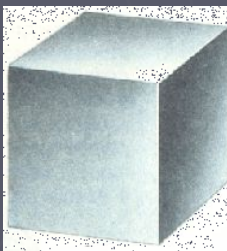
тетраэдр



икосаэдр



октаэдр



гексаэдр



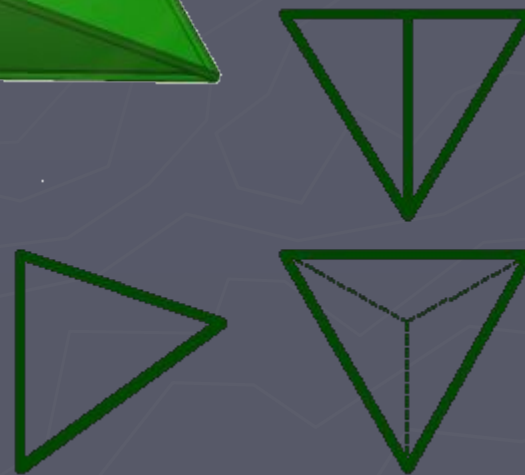
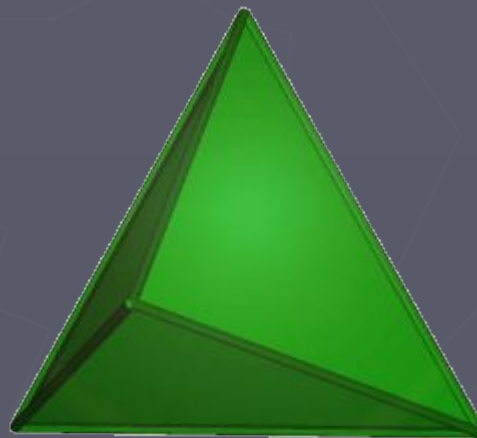
додекаэдр

Платон предположил, что атомы четырех «основных элементов» (земля, вода, воздух и огонь), из которых строится все сущее, имеют форму правильных многогранников: **тетраэдр** – **огонь**, **гексаэдр (куб)** – **земля**, **октаэдр** – **воздух**, **икосаэдр** – **вода**. Пятый многогранник - **додекаэдр** – символизировал «Великий Разум» или «**Гармонию Вселенной**».

Частицы трех стихий, которые легко превращаются друг в друг, а именно **огонь**, **воздух** и **вода**, оказались составленными из одинаковых фигур – правильных **треугольников**. А **земля**, существенно отличающаяся от них, состоит из частиц другого вида – кубов, а точнее **квадратов**.

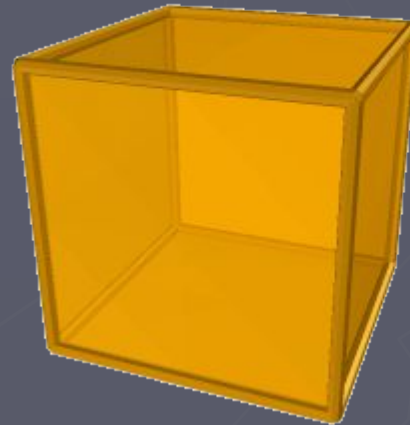
Тетраэдр

- ▶ -правильный четырехгранник. Он ограничен четырьмя равносторонними треугольниками (это - правильная треугольная пирамида).



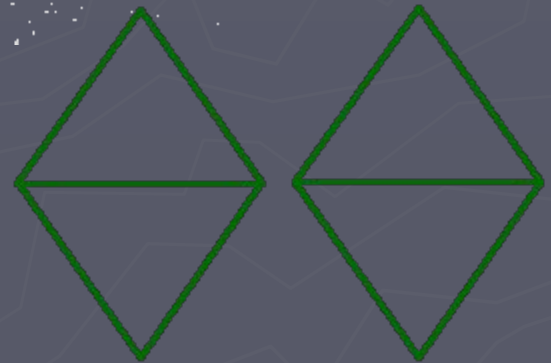
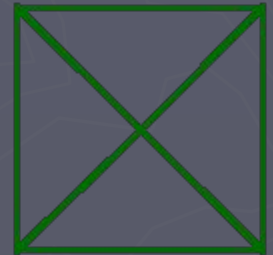
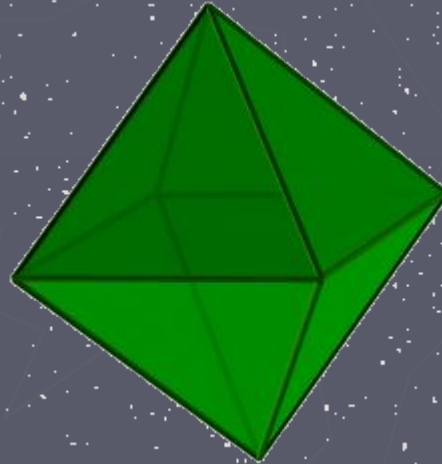
Гексаэдр

- ▶ - правильный шестигранник. Это куб состоящий из шести равных квадратов.



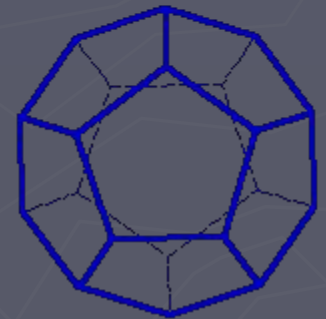
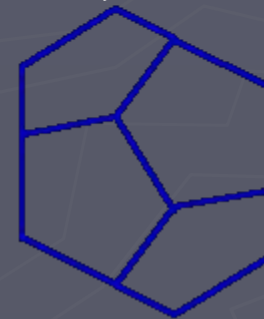
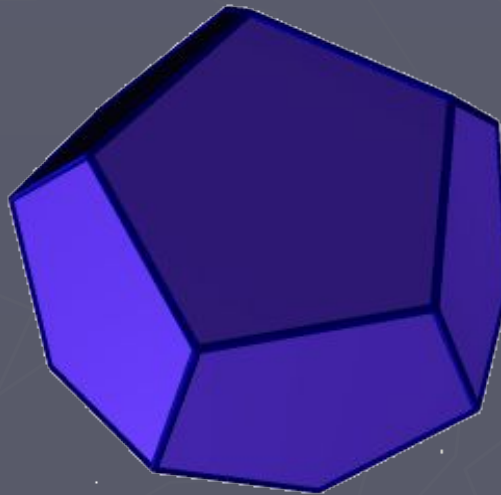
Октаэдр

- ▶ -правильный восьмигранник. Он состоит из восьми равносторонних и равных между собой треугольников, соединенных по четыре у каждой вершины.



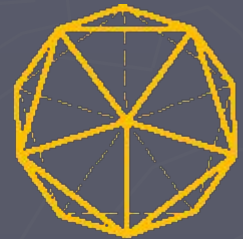
Додекаэдр

- ▶ -правильный двенадцатигранник, состоит из двенадцати правильных и равных пятиугольников, соединенных по три около каждой вершины



Икосаэдр

- ▶ -состоит из 20 равносторонних и равных треугольников, соединенных по пять около каждой вершины



Теорема Эйлера. Пусть V --- число вершин выпуклого многогранника, P --- число его рёбер и G --- число граней. Тогда верно равенство $V-P+G=2$

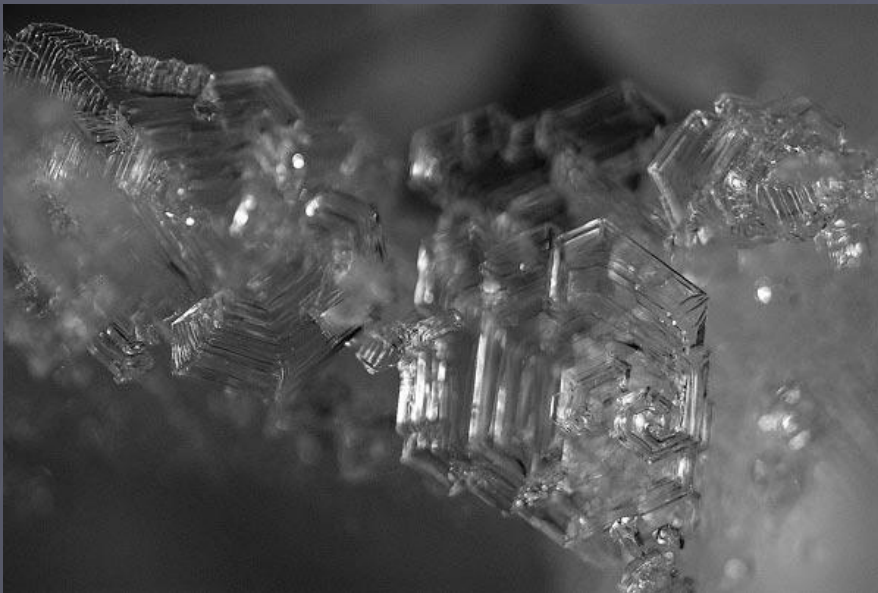
| Многогран- ник | Число рёбер при вершине | Число рёбер одной грани | Число граней | Число рёбер | Число вершин |
|-------------------|-------------------------------|----------------------------|-----------------|----------------|-----------------|
| Тетраэдр | 3 | 3 | 4 | 6 | 4 |
| Гексаэдр (куб) | 3 | 4 | 6 | 12 | 8 |
| Октаэдр | 4 | 3 | 8 | 12 | 6 |
| Додекаэдр | 3 | 5 | 12 | 30 | 20 |
| Икосаэдр | 5 | 3 | 20 | 30 | 12 |



Число $=V-P+G$ называется **эйлеровой характеристикой** многогранника. Согласно теореме Эйлера, для выпуклого многогранника эта характеристика равна 2. То, что эйлерова характеристика равна 2 для некоторых знакомых нам многогранников, видно из таблицы.

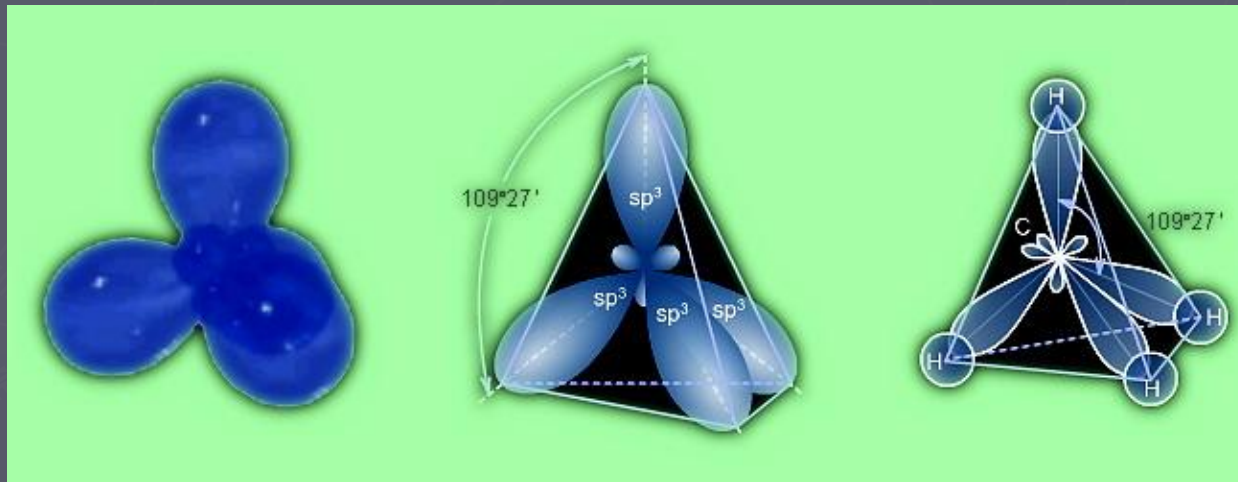
Правильные многогранники - самые выгодные фигуры. И природа этим широко пользуется.

Кристаллы — эти твёрдые тела имеют естественную форму правильных многогранников.



Кристаллы

Эта форма — следствие упорядоченного расположения в кристалле атомов, образующих трёхмерно-периодическую пространственную укладку — кристаллическую решетку.



Молекула МЕТАНА имеет форму правильного тетраэдра.

Этот факт подтверждается фотографиями молекулы метана, полученными при помощи электронного микроскопа.

Кристаллы **поваренной соли** имеют форму куба, кристаллы **льда и горного хрусталя (кварца)** напоминают отточенный с двух сторон карандаш, т.е. имеют форму шестиугольной призмы, на основания которой поставлены шестиугольные пирамиды.

Алмаз чаще всего встречается в виде октаэдра, иногда куба.

Исландский шпат, который раздваивает изображение, имеет форму косого параллелепипеда.



Кварц



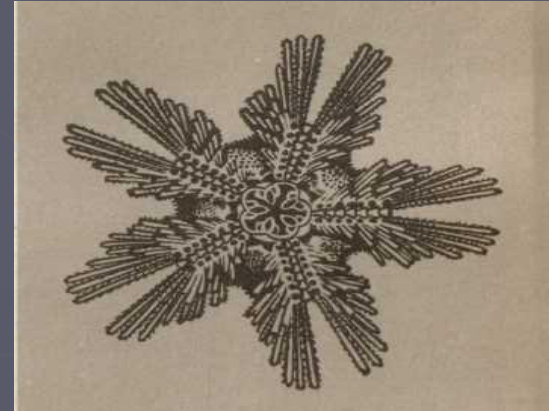
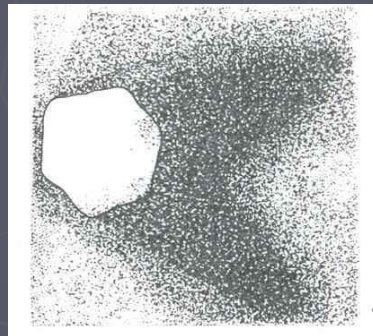
Кристалл поваренной соли



Одноклеточные организмы

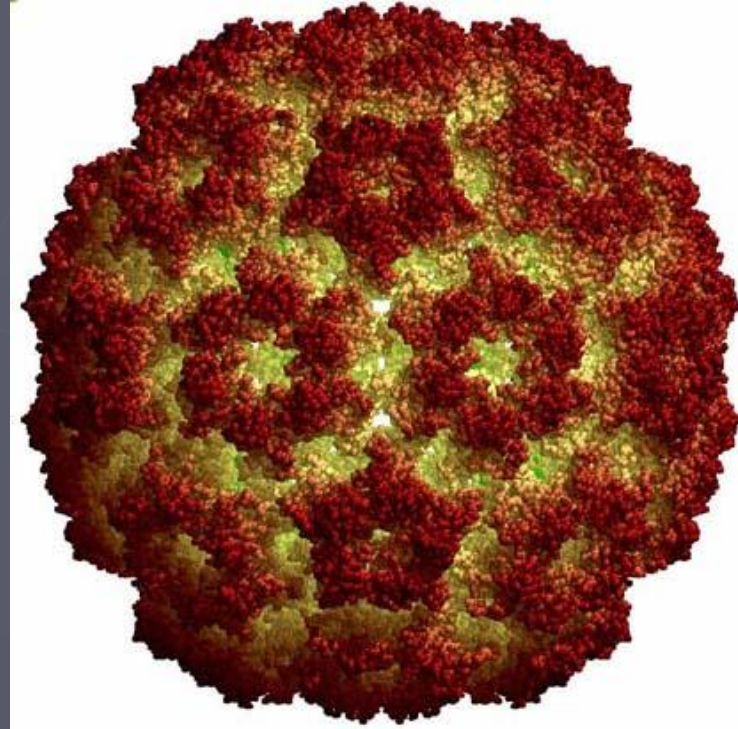
Форму одноклеточных организмов – феодарий точно передает **икосаэдр**.

Чем же вызвана такая природная геометризация? Может быть, тем, что из всех многогранников с таким же количеством граней именно икосаэдр имеет наибольший объем и наименьшую площадь поверхности. Это геометрическое свойство помогает морскому микроорганизму преодолевать давление водной толщи.



Вирусы

Именно икосаэдр оказался в центре внимания биологов в их спорах относительно формы вирусов. Вирус не может быть совершенно круглым, как считалось ранее.

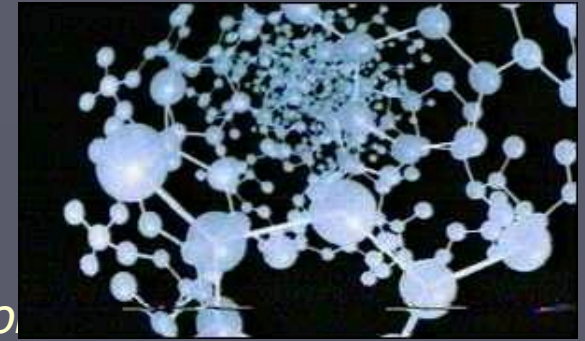


Пятничный многогранник: "огуречный" вирус

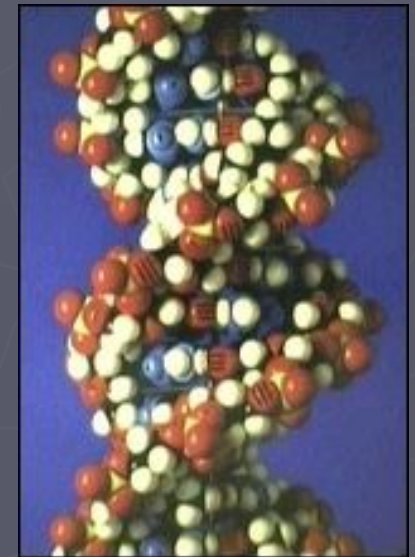
На картинке – вирус, поражающий ценные растения типа помидоров и огурцов.

ДНК

ДНК генетического кода жизни – представляет собою четырехмерную развертку (по оси времени) вращающегося додекаэдра!



В процессе деления яйцеклетки сначала образуется тетраэдр из четырех клеток, затем октаэдр, куб и, наконец, додекаэдро-икосаэдрическая структура гастрюлы.



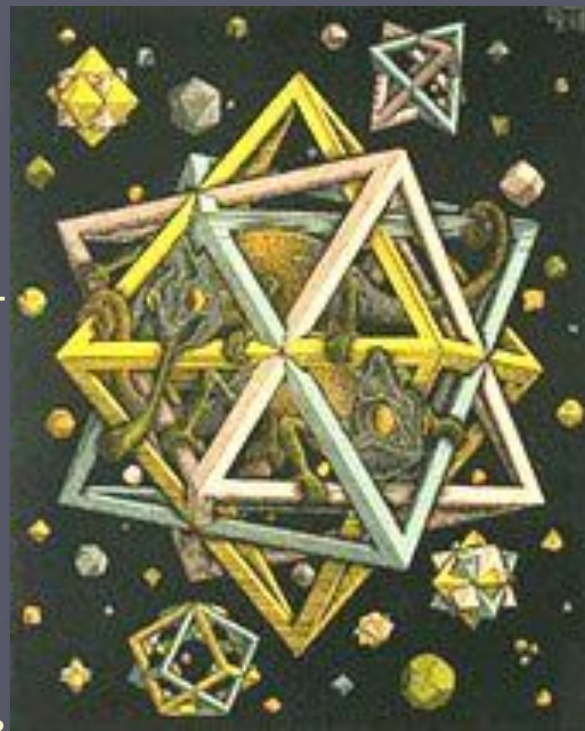
Искусство

Впрочем, многогранники - отнюдь не только объект научных исследований. Их формы - завершенные и причудливые, широко используются в декоративном *искусстве*.

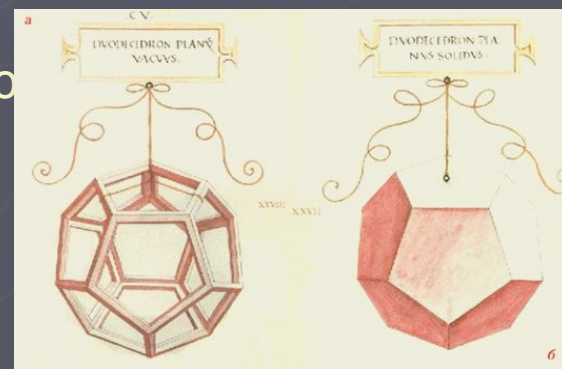
Ярчайшим примером художественного изображения многогранников в XX веке являются, конечно, графические фантазии Маурица Корнелиса Эшера (1898-1972), голландского художника, родившегося в Леувардене.

Мауриц Эшер в своих рисунках как бы открыл и интуитивно проиллюстрировал законы сочетания элементов симметрии, т.е. те законы, которые властвуют над кристаллами, определяя и их внешнюю форму, и их атомную структуру, и их физические

свойства.



Гравюра. Звезды.



Многогранники в архитектуре



Так как правильные многогранники обладают жесткостью, то **каркасы куполов церквей** делают в виде правильных многогранников

Кто был в Москве, знает, как красив Кремль. Прекрасны его башни! Сколько интересных геометрических фигур положено в их основу! Набатная башня Кремля составлена из нескольких параллелепипедов. На высоком параллелепипеде стоит параллелепипед поменьше, с проемами для окон, а еще выше воздвигнута четырехугольная усеченная пирамида. На ней расположены четыре арки, увенчанные восьмиугольной пирамидой.

