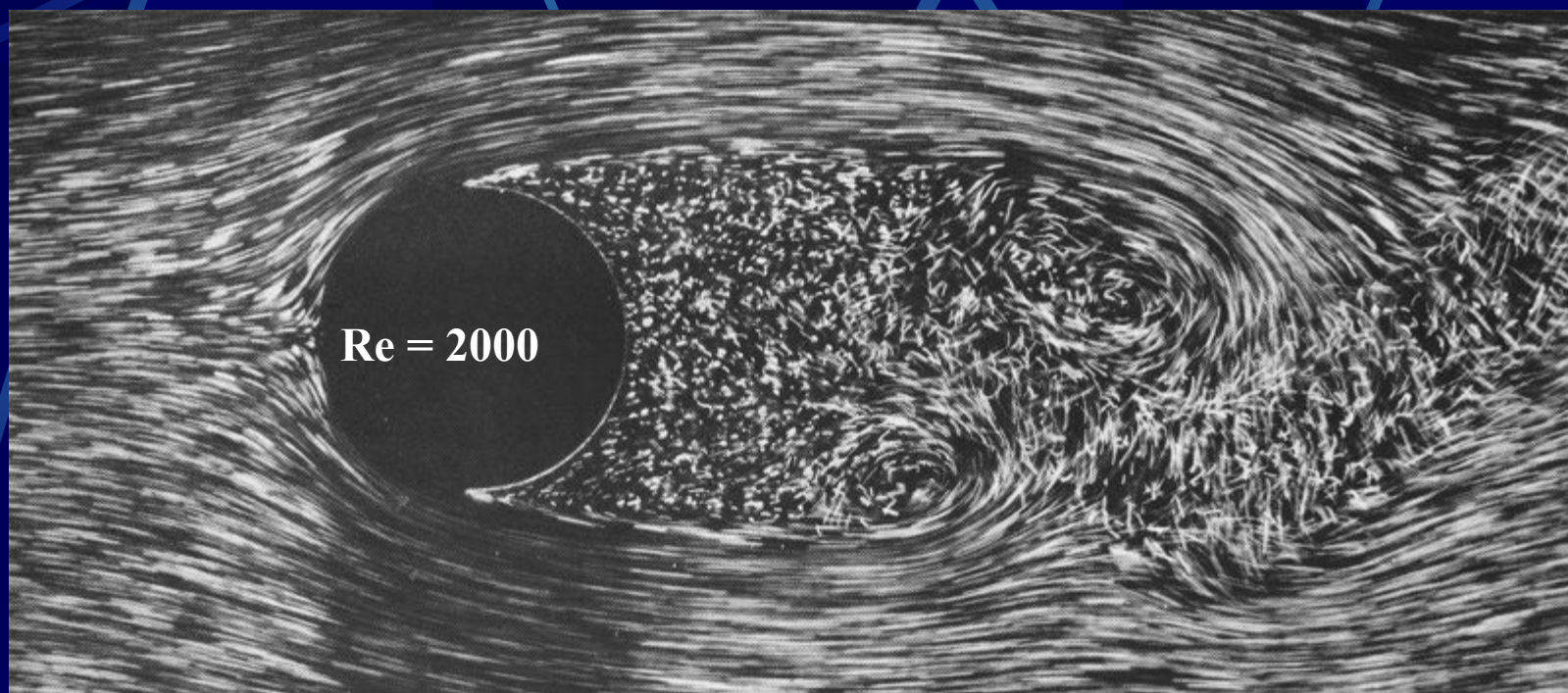


# Проектирование и эффективная реализация средств численного моделирования в задачах вихревой гидроаэродинамики

С.В. Гувернюк, Д.А. Григоренко, А.И. Гирча, П.  
Р. Андронов, Г.Я. Дынникова  
НИИ механики МГУ

# Плоские нестационарные течения вязкой (или идеальной) несжимаемой жидкости



Связанная задача: совместное решение уравнений гидродинамики и динамики при движении тела в жидкости

# Используемые математические модели

- В качестве базовых моделей среды используется две:
  - модель идеальной несжимаемой жидкости (двумерные уравнения Эйлера)
  - модель вязкой несжимаемой жидкости (двумерные уравнения Навье-Стокса)
- Во всех случаях начальное состояние среды – покой во всем пространстве
- Движущиеся тела – двумерные, произвольной формы конечной толщины
- Граничные условия:
  - условие прилипания (в вязкой жидкости)
  - условие непротекания с априорным заданием точек отрыва (в идеальной жидкости)

## «Вихревая» формулировка плоской сопряжённой задачи динамики и аэрогидродинамики

В начальный момент среда и тело покоятся в неограниченном пространстве. Тело начинает двигаться под действием внешних сил, моментов и наложенных связей, испытывая также дополнительное влияние аэродинамических сил и моментов со стороны среды, возмущённой движением тела.

$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0, \quad \mathbf{\Omega} = \text{rot } \mathbf{V},$$

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \mathbf{\Omega} \times \mathbf{V} = -\text{grad} \left( \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} \right) + \nu \Delta \mathbf{V},$$

$$J \phi \mathbf{e}_z + m (\mathbf{R}_m \times \dot{\mathbf{V}}_m) = \mathbf{M}_{ext} + \mathbf{M}_a, \quad m \frac{d \mathbf{V}_m}{dt} = \mathbf{F}_{ext} + \mathbf{F}_a$$

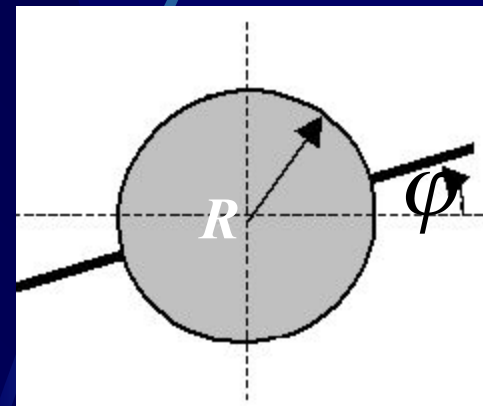
$$\frac{\partial \mathbf{\Omega}}{\partial t} = \text{rot}(\mathbf{V} \times \mathbf{\Omega} + \nu \Delta \mathbf{V}), \quad \mathbf{\Omega} = \Omega \mathbf{e}_z, \quad \mathbf{F}_a = -\frac{d \mathbf{P}_{fluid}}{dt}, \quad \mathbf{M}_a = -\frac{d \mathbf{K}_{fluid}}{dt}$$

$$\mathbf{P}_{fluid} = \rho \int_{Sext} \mathbf{r} \times \mathbf{\Omega} ds - \rho \oint_L \mathbf{r}_s \times (\mathbf{V}_s \times \mathbf{n}_s) dl \quad \mathbf{K}_{fluid} = -0,5 \rho \int_{Sext} \mathbf{r}^2 \mathbf{\Omega} ds + 0,5 \rho \oint_L \mathbf{r}_s^2 (\mathbf{V}_s \times \mathbf{n}_s) dl$$

- гидродинамический импульс среды (Г. Ламб, 1947)

- вращательный импульс среды (Г. Ламб, 1947)

- P.G.Saffman. *Vortex Dynamics* (1992)



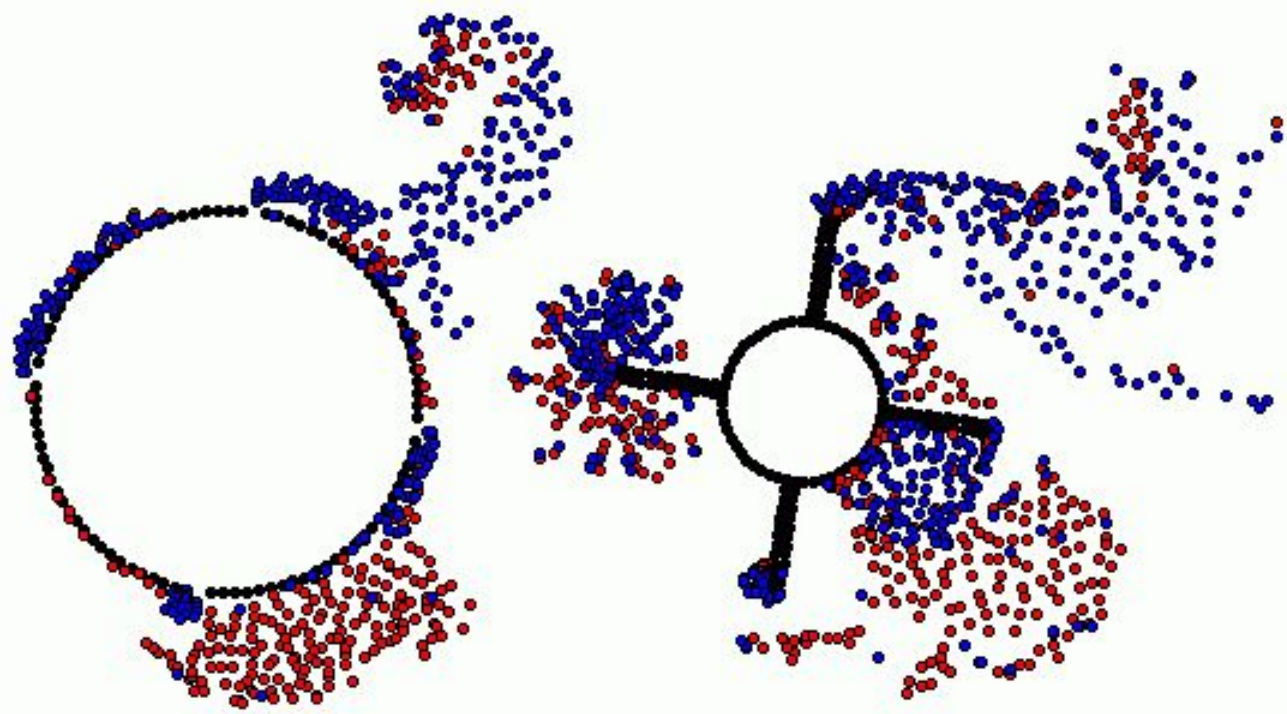
Для безвихревого движения теория развита Томсоном, Тэтом, Кирхгофом (1869).



# Лагранжевы методы

- Метод дискретных вихрей (МДВ)  
*С.М. Белоцерковский и др.*
  - Модификации
  - Кратные цепочки *С.Я. Герценштейн, С.В. Гувернюк, Х. Исванд*
- Метод вязких вихревых доменов (ВВД)  
*П.Р. Андронов, С.В. Гувернюк, Г.Я. Дынникова*
  - Уравнения Навье-Стокса
  - Генерация вихрей
  - Диффузионная скорость *Y. Ogami, T. Akamatsu*

3.0  
60



# Схема алгоритма решения задач нестационарной гидродинамики

1. Вычисление циркуляции, обеспечивающей условие непротекания, нахождение скорости тел  $O(N)$
2. Вычисление скорости движения жидкости в точках нахождения вихрей  $O(N^2)$
3. Вычисление скорости смещения вихря относительно жидкости, связанной с диффузией (диффузионной скорости  $V_d$ )  $O(N^2)$
4. Перемещение вихрей  $O(N)$
5. Аннигиляция близко расположенных вихрей противоположного знака  $O(N^2)$

# Требования

- Необходимо обобщение
- Различные типы тел
- Различные типы взаимодействия
  
- Эффективность
- Переносимость
- Расширяемость
- Отчуждаемость

# Структура комплекса

- Средства подготовки заданий
  - Скрипты
- Средства расчета
- Средства обработки результатов
  - Скрипты
- Дополнительные средства (GUI)
- Сторонние программы



# Обобщенный алгоритм

- Единые обозначения величин
- Подробное описание, вспомогательные формулы
- Замкнутые двумерные тела произвольной формы
- Случаи идеальной и вязкой среды
- Число степеней свободы 0, 1, 2, 3
- Возможны внешние силы
- Различные сценарии схода вихрей
- Несколько не сталкивающихся тел
- Множество рассчитываемых параметров (Сх, Сy, F, V, P, t...)

# Архитектура

Счетная программа:

- ООП
- C++

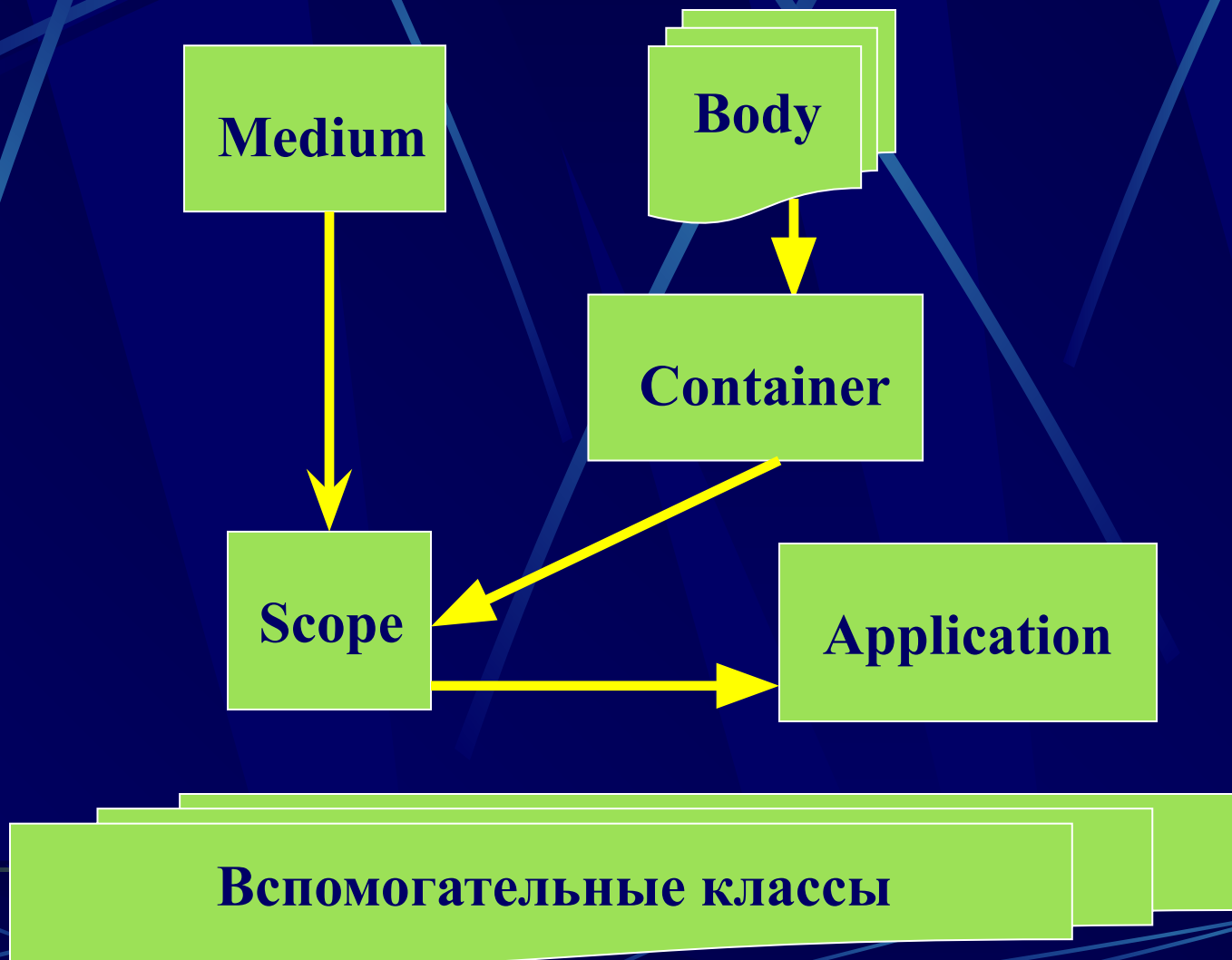
Графический интерфейс:

- Python
- Qt

Концепция:

- Open Source
- GPL

# Структура программы



# Эффективность

Факторы:

- Прозрачность кода
- Переносимость

Основная проблема: расчет поля скоростей

Пути повышения:

- Оптимизация
  - Профилирование
  - Использование возможностей компилятора
  - Распараллеливание
- Изменение алгоритма

# Алгоритмы

- Точные ( $N^2$ )
- Приближенные (до  $N \log(N)$ )

Отличия от классической задачи n тел:

- Аннигиляция вихрей
- Нет симметрии



# Использование Т-системы

- Автоматическая балансировка загрузки
- Гетерогенность (сериализация)
- Новые возможности (в сравнении с MPI)

Недостатки:

- Лишние пересылки данных
- Тонкие ограничения на C++
  - Модификатор `static`

# Время работы MPI

	1	2	4	8
Без объединения вихрей	240	130	91	68
30 шагов	1	1.85	2.64	3.53
	100%	92%	66%	44%
С объединением вихрей	24	18	16	25
30 шагов	1	1.33	1.5	0.97
	100%	67%	38%	12%
С объединением вихрей	198	114	74	69
60 шагов	1	1.74	2.68	2.87
	100%	87%	67%	36%

# T-система vs MPI

Вычислительные машины:

- AMD Athlon(tm) 64 Processor 3000+
- Intel(R) Celeron(R) CPU 2.53GHz

Результаты

- T-система (Celeron+Athlon): 70 секунд
- MPI (Celeron+Athlon): 105 секунд
- Athlon: 73 секунды
- Celeron: 171 секунда
- Идеально: 51 секунда

# Переносимость

- Windows (MSVC, Cygwin + g++)
- Linux (g++)
- AIX (xlc)
  
- MPI
- T-система

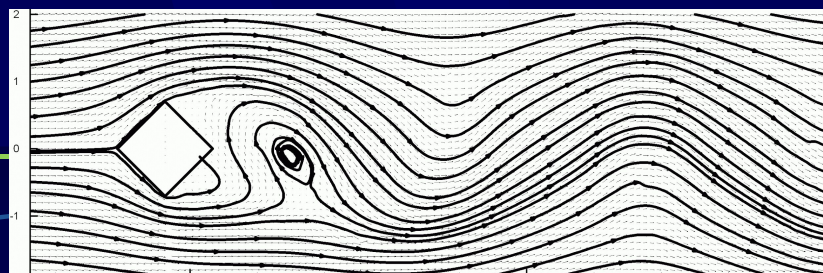
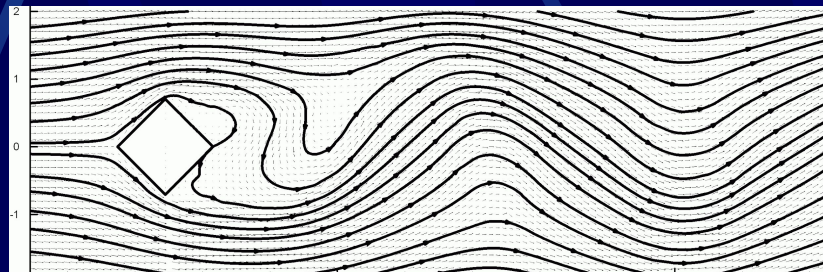
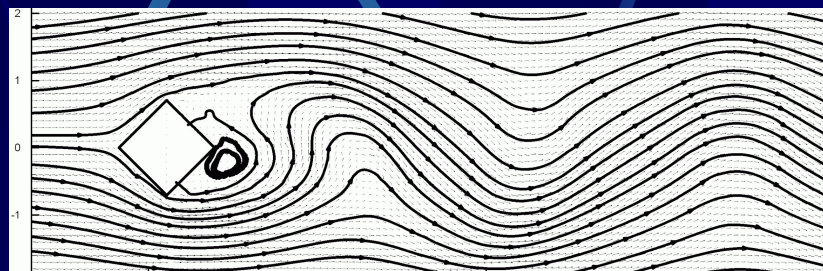
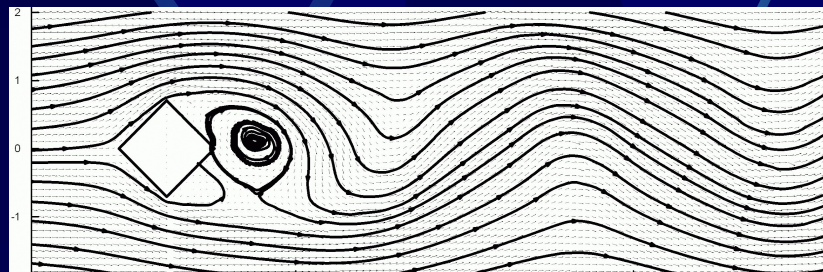
Трудности при переносе возможны

# Достоверность результатов

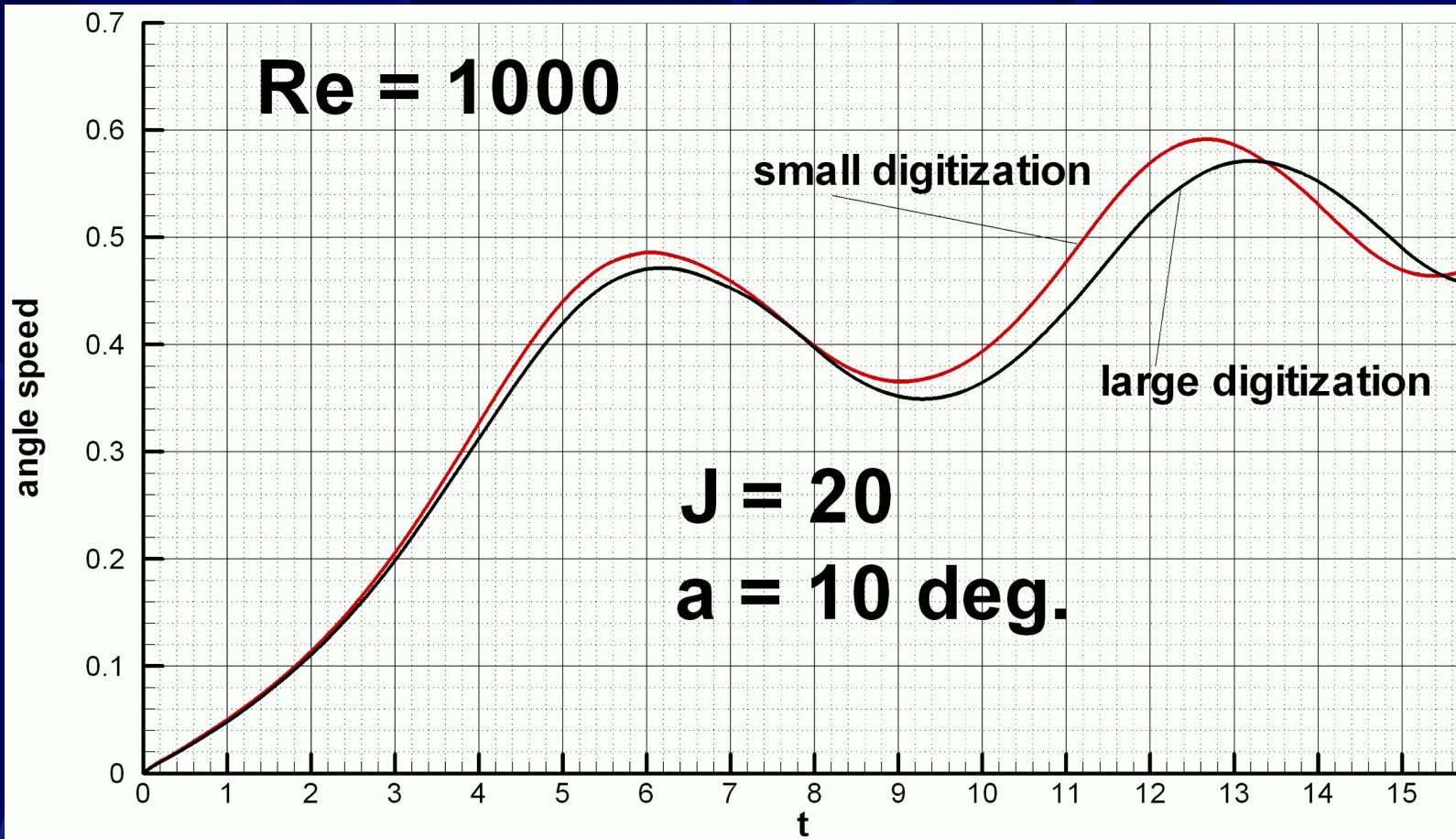
- Теоретическое обоснование
- Проверка инвариантов
- Сравнение с расчетами
  - Библиотека GMP
  - Другие методы
- Сравнение с экспериментом



**Нестационарное обтекание цилиндра квадратного сечения при  $Re = 57$ .  
Мгновенные линии тока. Слева – расчёт В.П. Шкадовой и др. (2004) сеточным  
методом при  $Re=56,6$ ; справа – расчёт методом ВВД. Интервалы безразмерного  
времени между последовательными картинками слева и справа одинаковые.**







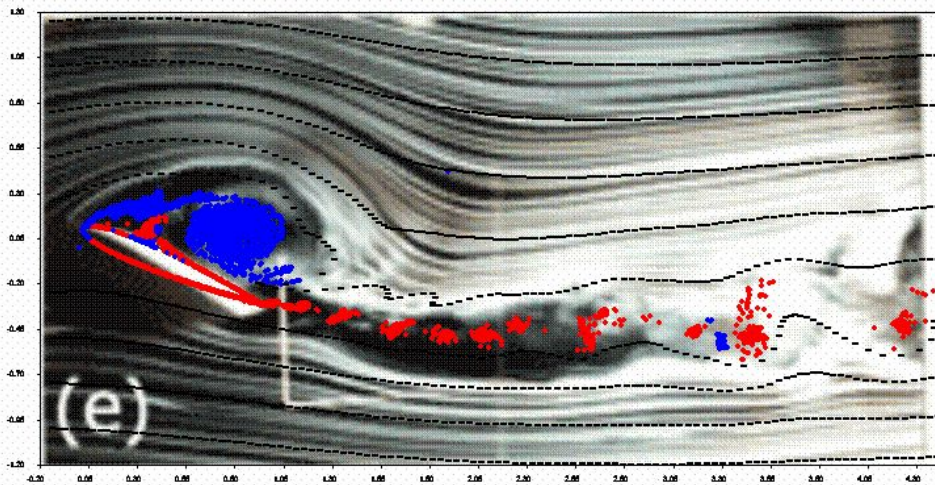
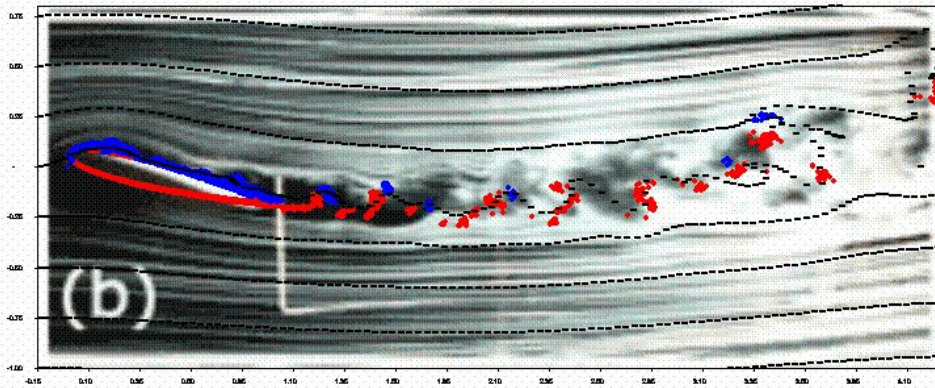
Результаты тестовых расчётов на основе метода ВВД при тех же начальных данных для случая  $Re=1000$  при разной степени дискретизации по времени и по пространству: чёрная линия – при разбиении контура пластины на 164 отрезка и при шаге по времени 0,025, красная линия – при разбиении контура пластины на 328 отрезков и при шаге по времени 0,0125. Максимальное наблюдавшееся отличие угловой скорости при разной степени дискретизации составляет около 5%.



Сравнение расчётной и экспериментальной картин обтекания колеблющегося крылового профиля.  $Re=44\ 000$

Чёрные точки – расчётная визуализация положения частиц пассивной примеси.

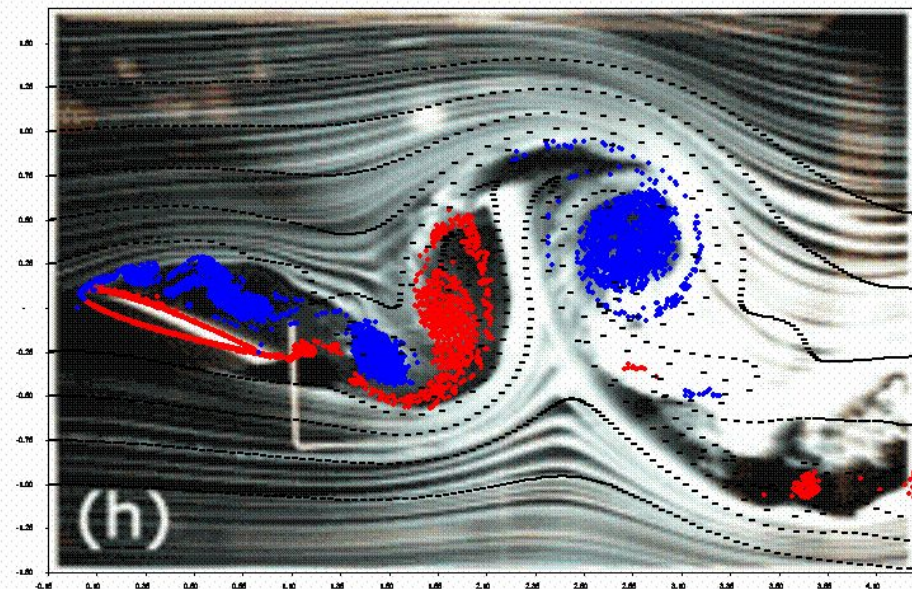
Красные точки – положительные вихри, синие точки – отрицательные вихри.



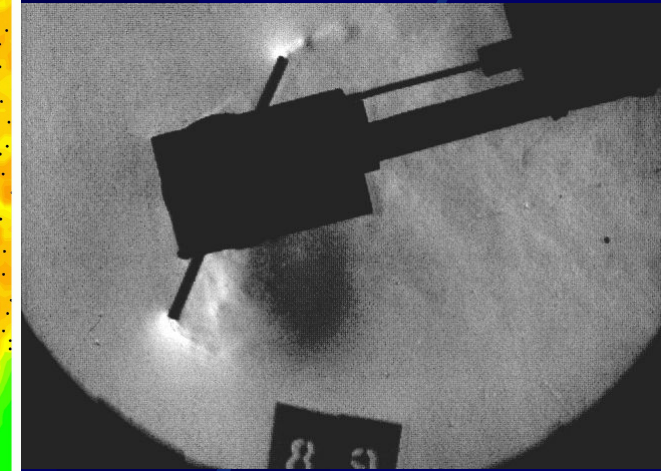
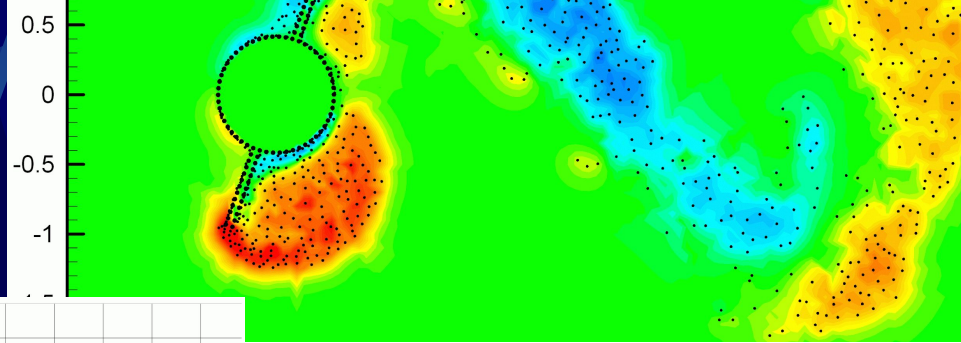
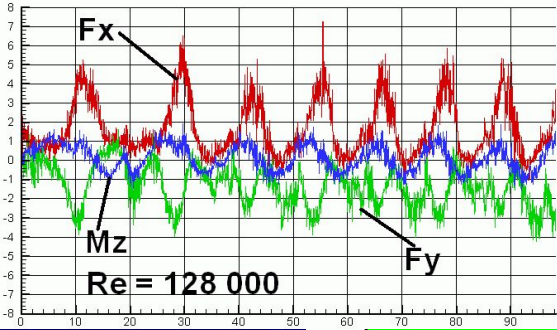
Поток направлен слева.

Светлые линии — дымовая визуализация мгновенного поля течения в эксперименте.

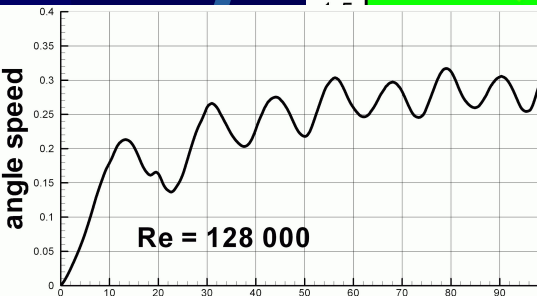
Степень дискретизации профиля в расчёте - 247 отрезков.



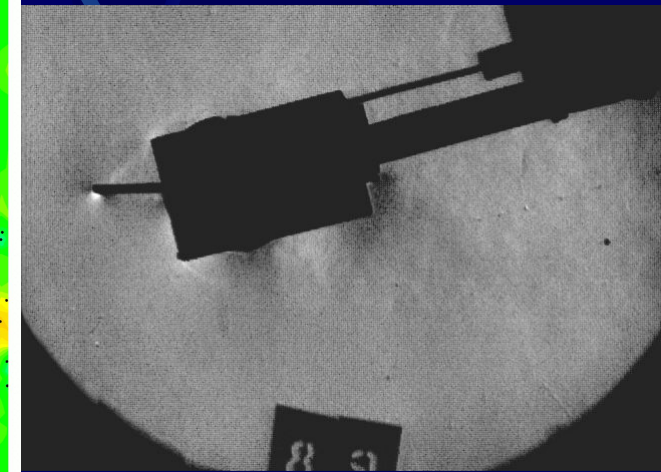
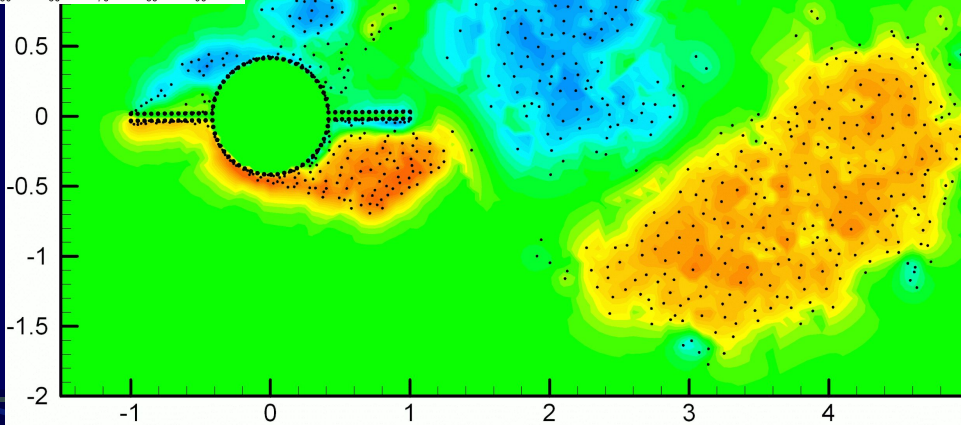




$Sh = 0,064$



$Sh = 0,089$



$Re = 128\ 000$

Расчётная (слева) и экспериментальная (справа) картины течения при авторотации вертушки с двумя лопастями для различных фаз поворота (поток слева направо, вращение против часовой стрелки)

# Сравнение с экспериментом (3 лопасти)

Автоколебания

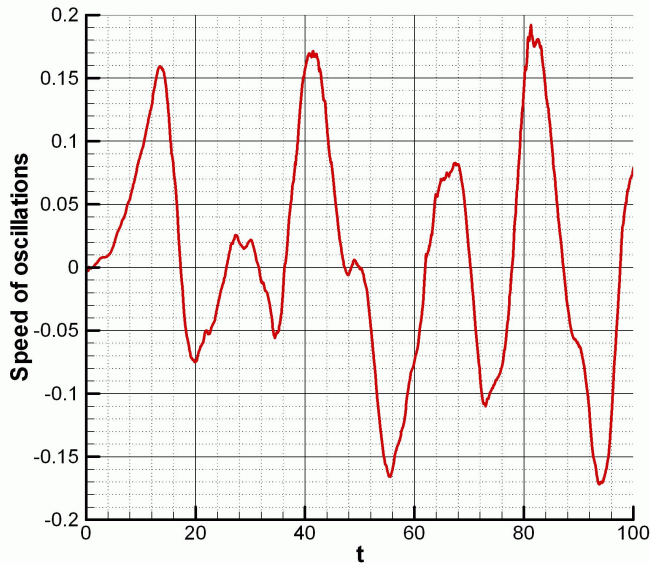
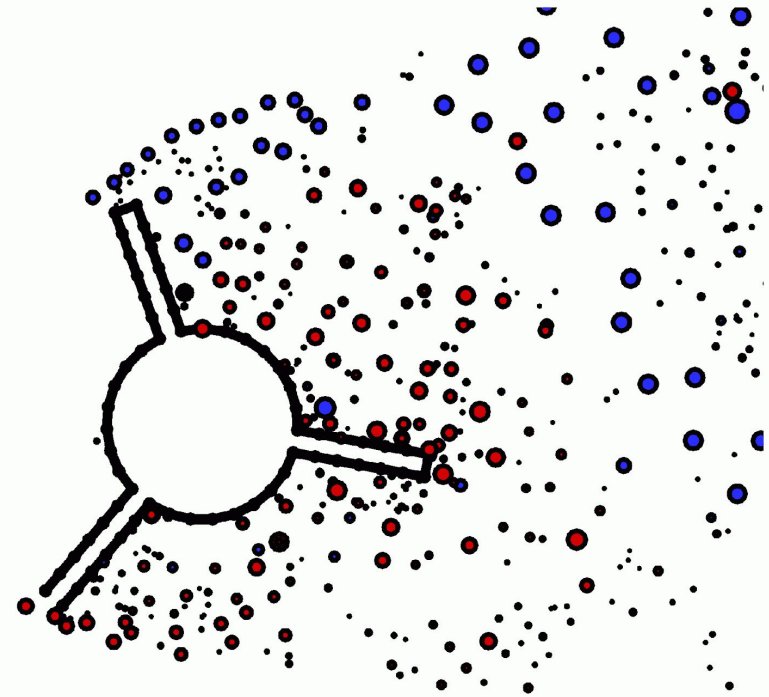
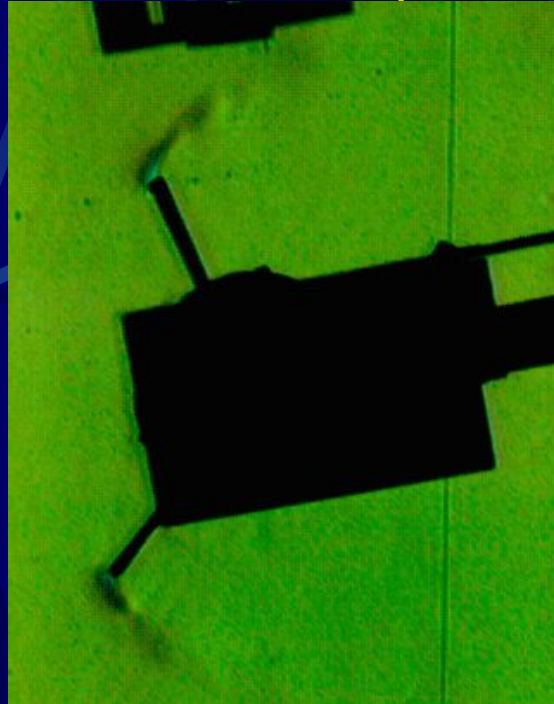
Скорость

потока

$U=30$  м/с,

длина лопасти

$h=1,4 R$



**Кратные цепочки вихрей**

-101

-100

-99

-98

x

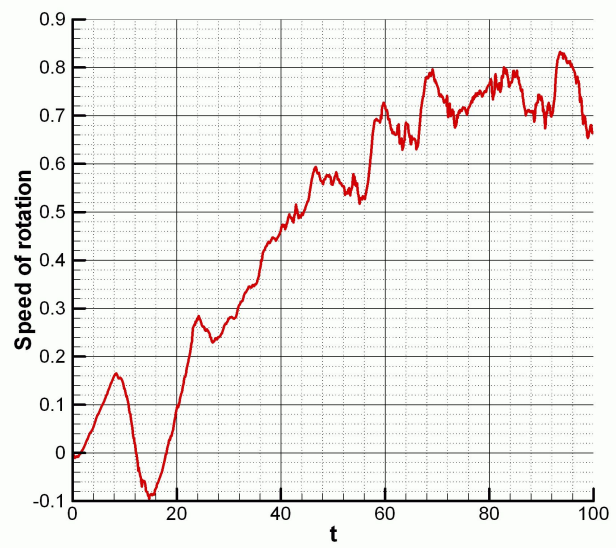
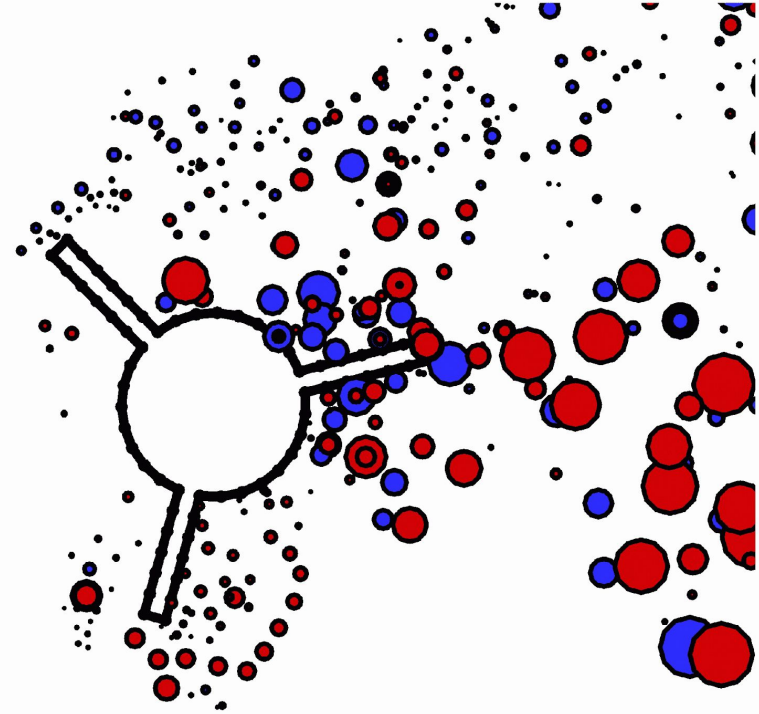


# Сравнение с экспериментом (3 лопасти)

Авторотация

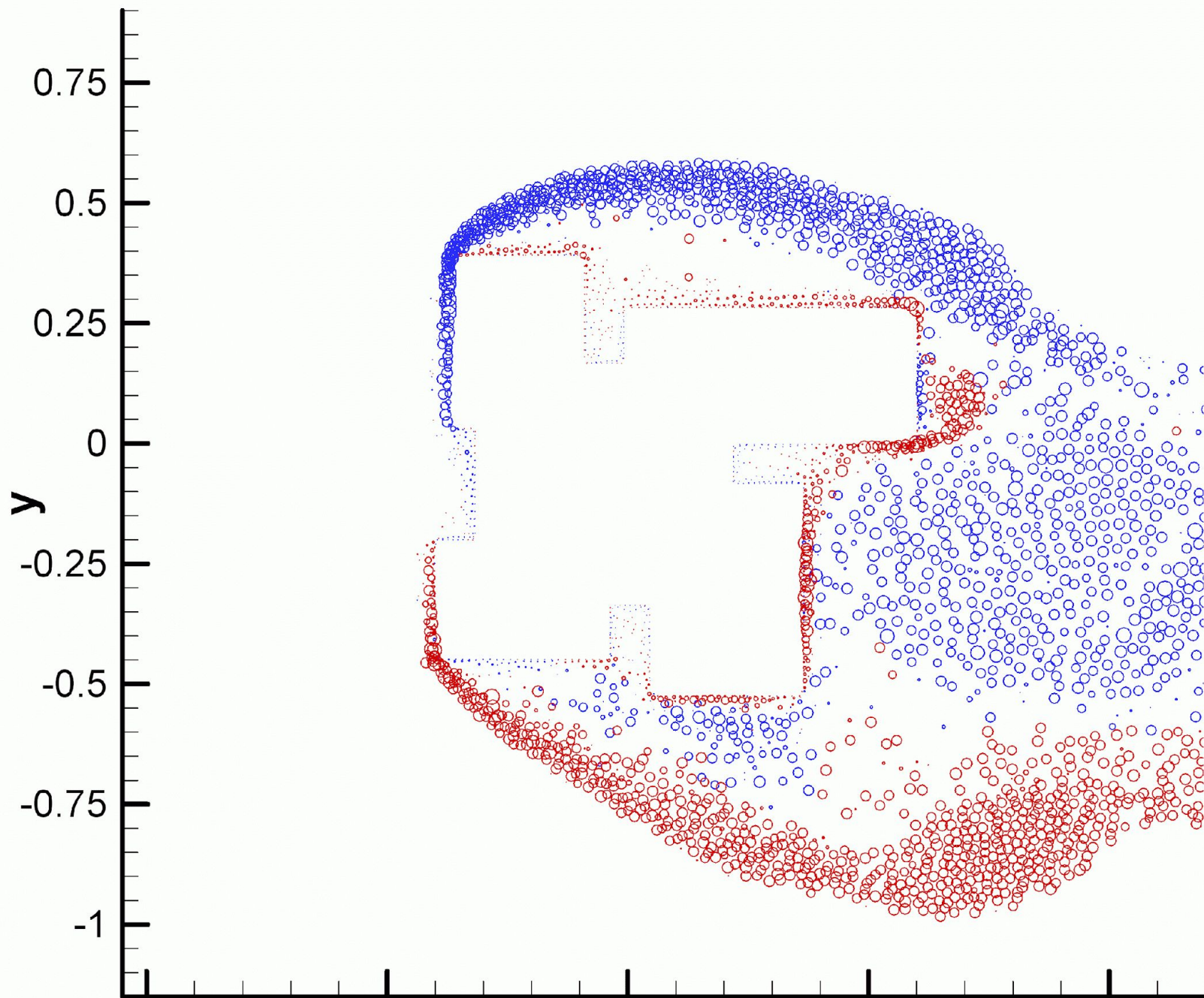
Скорость потока  $U=30$  м/с,

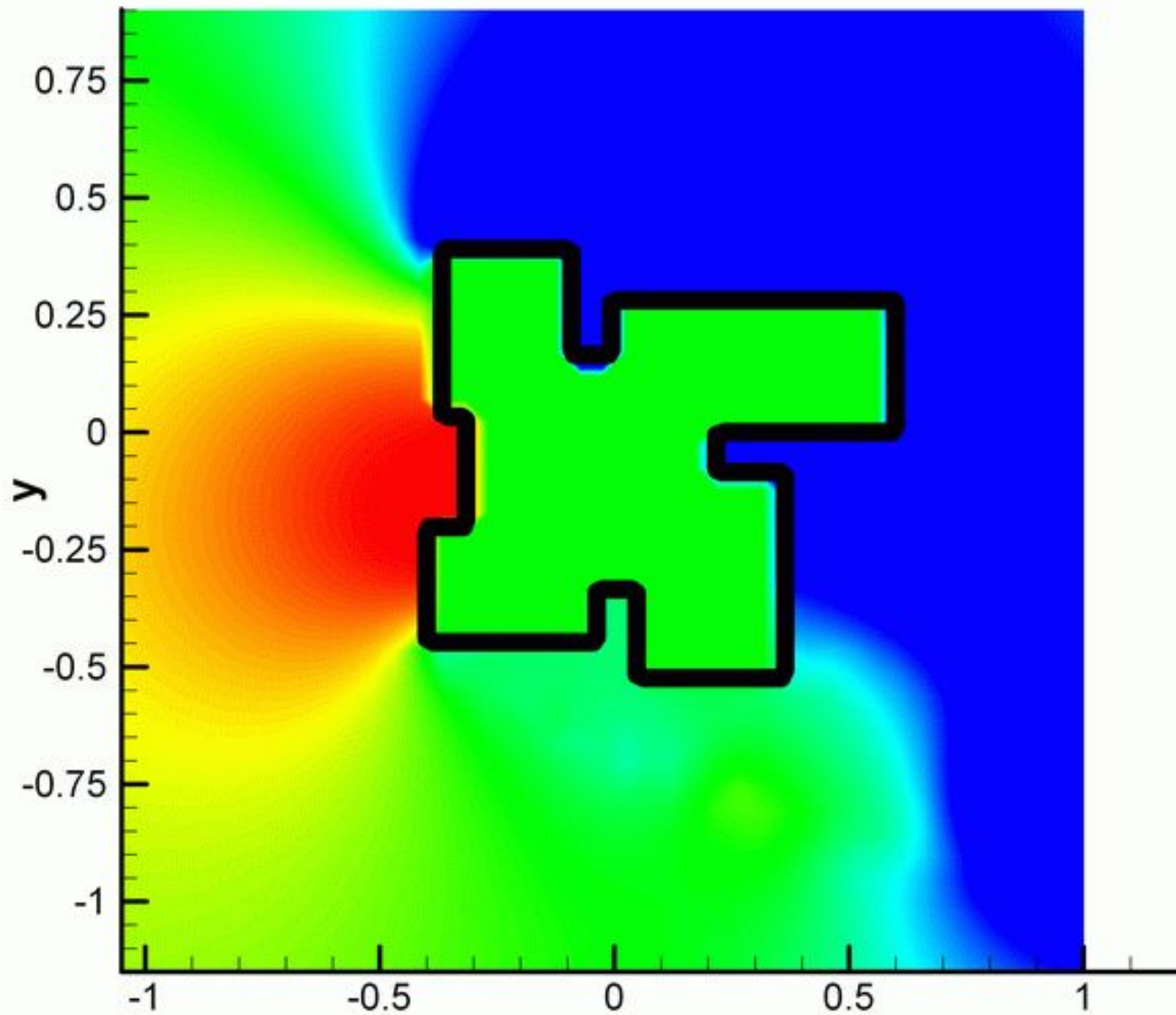
длина лопасти  $h=1,4 R$



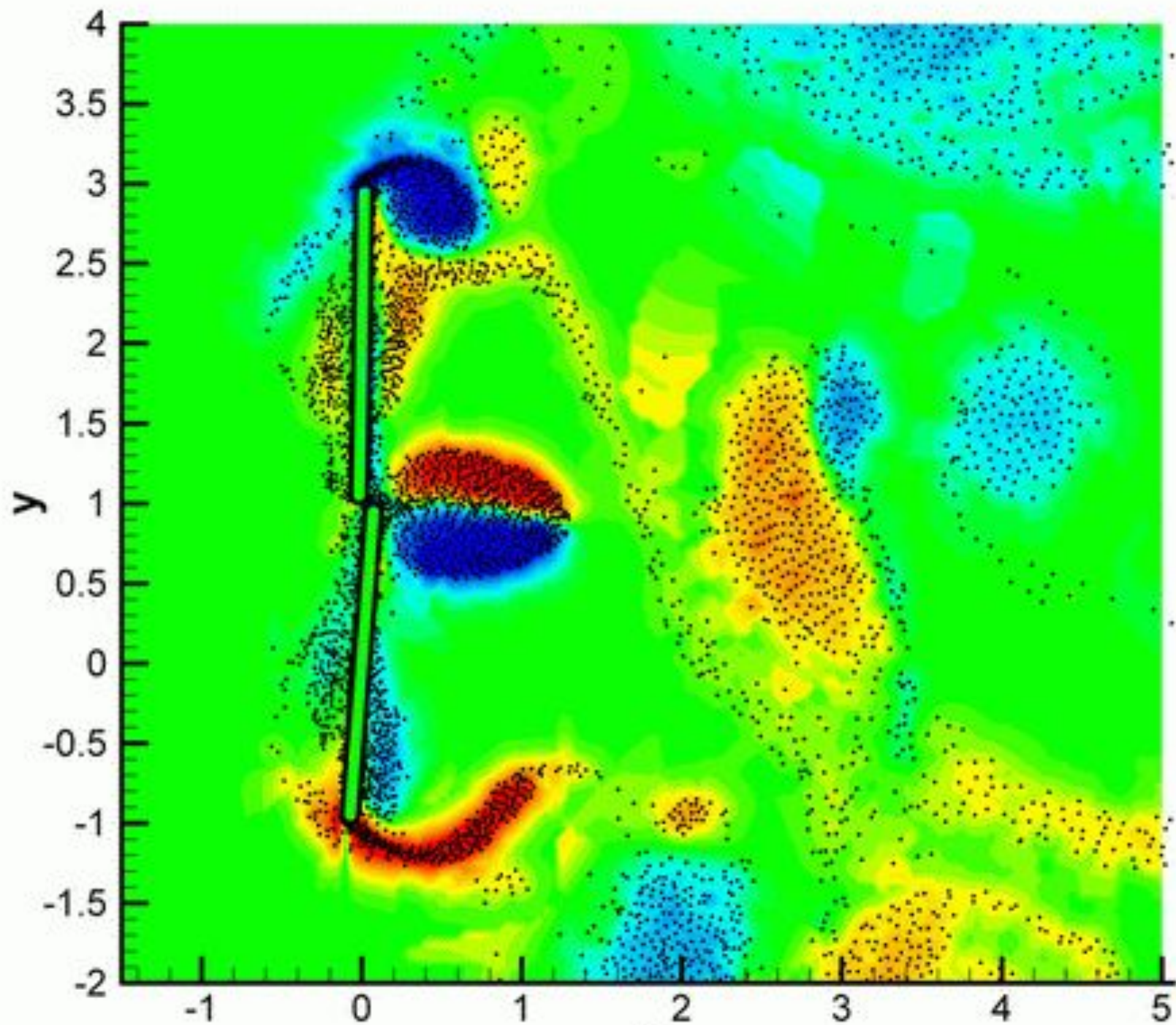
# Практическое применение

- Расчет мощности ветроэнергетических установок
- Ветровые нагрузки на высокие строения
- Нестационарные аэродинамические нагрузки на крыло
- Нестационарная теплопередача при обтекании нагретых цилиндров

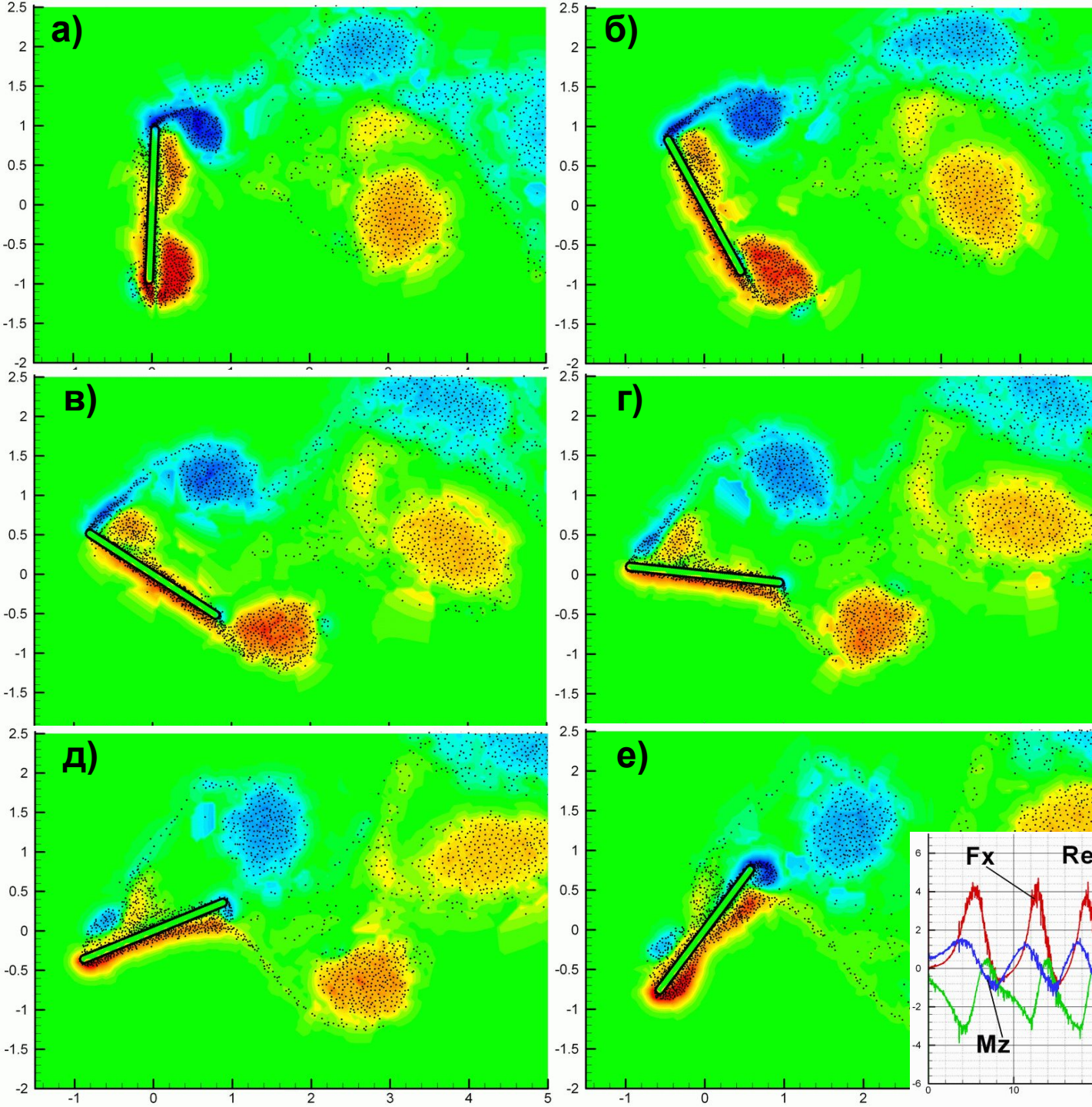












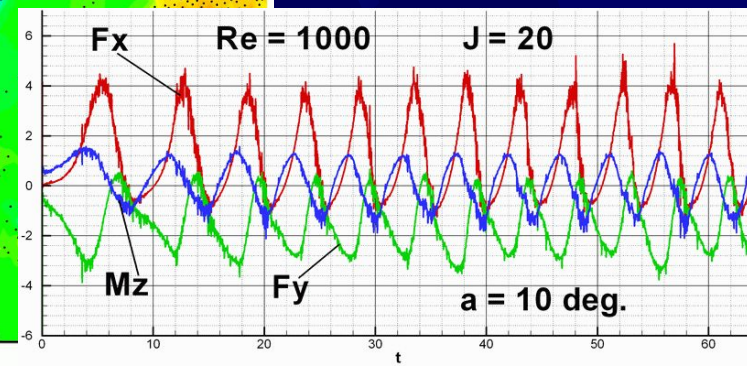
Расчёт методом  
ВВД эволюции  
поля  
завихренности  
при авторотации  
пластины  
для случая:

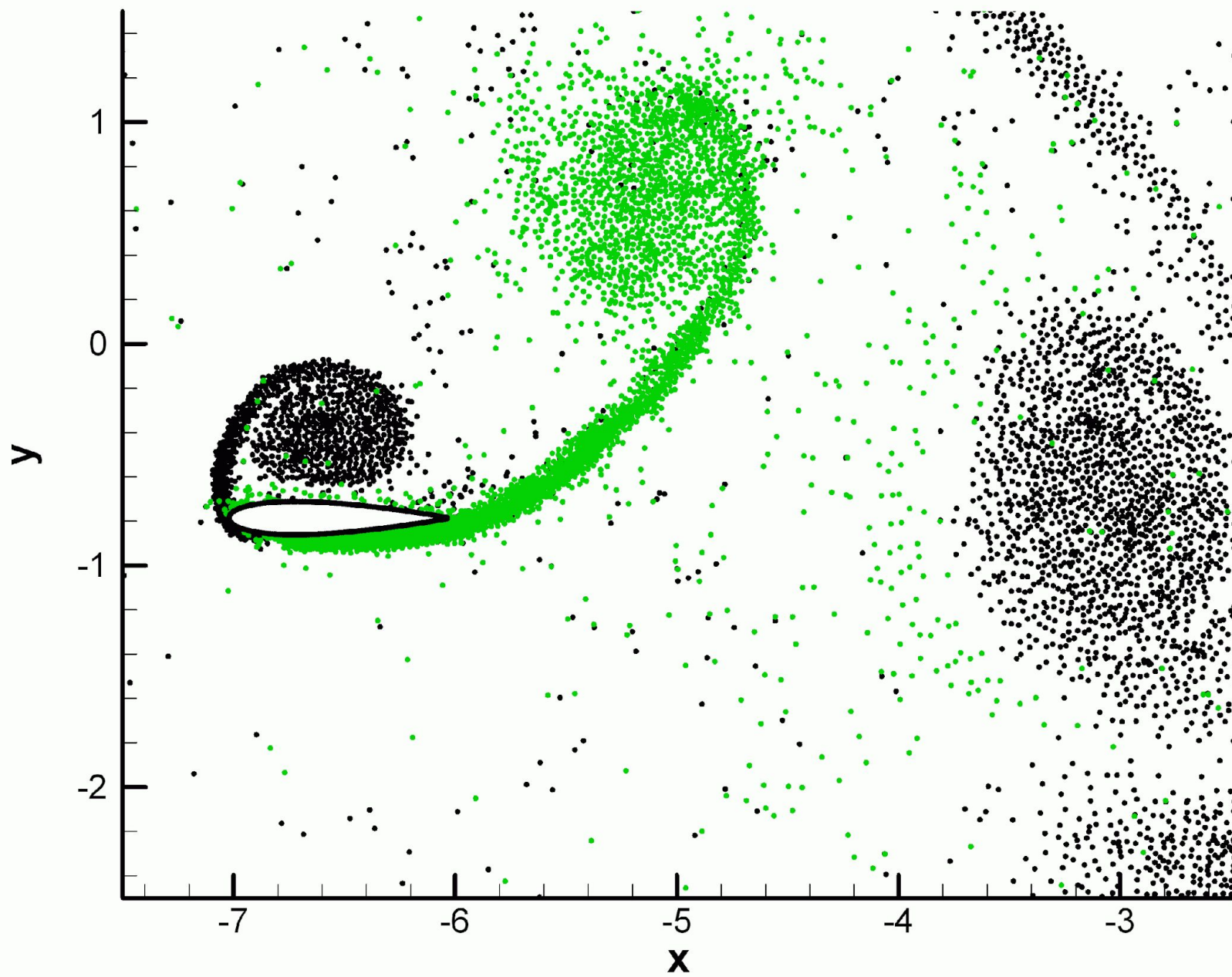
$Re = 1000$ ;

безразмерный  
момент  
инерции  
 $J = 20$ ;

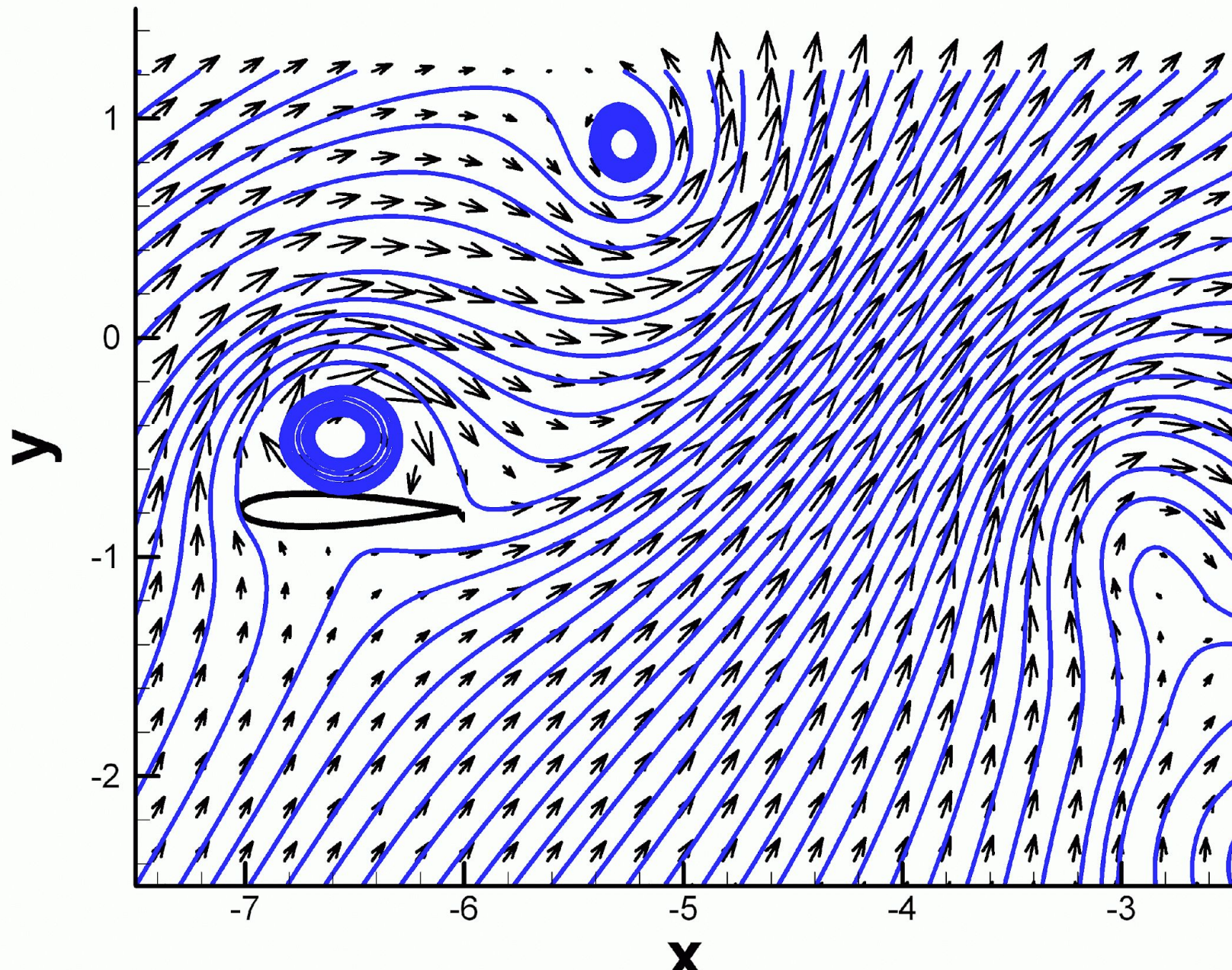
начальный угол  
поворота  
 $\alpha = 10$  градусов.

Шкала от синего  
до красного цвета  
соответствует  
изменению  
завихренности  
от  $-0,5$  до  $+0,5$ .











# Перспективы

- Дальнейшая профилировка и отладка
- Пересмотр структуры программы
- Применение приближенных методов задачи  $n$  тел
- Дополнительные связи на тело
- Теплообмен и теплоперенос
- Источники и стоки
- Реализация вспомогательных средств комплекса

Спасибо за внимание

Авторы выражают благодарность  
Васенину В.А., Водомерову А.Н.