

# Геометрия и топология



Курс «**Геометрия и топология**» читается  
для студентов 2-го курса факультета  
компьютерных наук и телекоммуникаций  
следующих специальностей:

**010503**

«**Математическое обеспечение и  
администрирование информационных  
систем**» ,

**210406**

«**Сети связи и системы коммутации**».

Этот курс посвящен основам аналитической геометрии плоскости и пространства, а также основам дифференциальной геометрии и топологии.

Аналитическая и дифференциальная геометрии являются классическими дисциплинами математического цикла,

их изучение математиками, инженерами и программистами является необходимым и обязательным элементом их образования.

Топология, хотя и является сравнительно молодой наукой, позволяет будущим специалистам расширить и углубить свою математическую интуицию и, тем самым, видеть перспективные направления развития, как чистой, так и прикладной математики, прежде всего, программирования.

# Цели и задачи преподавания ДИСЦИПЛИНЫ.

В соответствии со стандартом выпускники по этим специальностям должны уметь разрабатывать (или использовать уже известные) математические модели и вычислительные алгоритмы в различных областях человеческой деятельности: научной, проектно-конструкторской, управлении технологическими, экономическими, социальными, гуманитарными системами.

Для успешного решения таких задач студентам этих специальностей необходимы специальные и фундаментальные знания, к которым относятся основные разделы геометрии и топологии.

# Место дисциплины среди смежных дисциплин.

Курс геометрии и топологии требует фундаментального знания школьного курса алгебры и геометрии, курса «Алгебра и теория чисел», а также основ дифференциального и интегрального исчислений, изучаемых студентами на первом году обучения по данным специальностям.

Знание данного курса необходимо для многих классов задач программирования, инженерного и компьютерного дизайна, оно непосредственно используется в таких курсах, как «Компьютерная графика и визуализация виртуальной реальности», «Компьютерное моделирование» и опосредованно в большинстве курсов для инженерных и математических специальностей.

# Итоговые знания, умения и навыки.

После изучения дисциплины студенты должны:

- понимать: значение геометрической подготовки для эффективного решения задач по специальности, связь геометрии с другими разделами математики;
- владеть: векторным методом и методом координат на плоскости и в пространстве, основными понятиями многомерной геометрии, основными понятиями дифференциальной геометрии и топологии;
- уметь: работать с учебной литературой, доказывать основные теоремы курса, решать задачи по курсу.

# Содержание лекционного курса

ТЕМА № 1. Основы векторного исчисления.

ТЕМА № 2. Метод координат.

ТЕМА № 3. Ориентация плоскости и пространства.  
Векторное и смешанное произведения.

ТЕМА № 4. Прямая на плоскости.

ТЕМА № 5. Плоскость и прямая в пространстве.

ТЕМА № 6. Преобразования плоскости и пространства.

ТЕМА № 7. Линии второго порядка на плоскости.

ТЕМА № 8. Поверхности второго порядка.

ТЕМА №9. Дифференциальная геометрия и топология.

# ТЕМА № 1. Основы векторного исчисления.

Эта тема, хотя и является во многом вводной, тем не менее, крайне важна для всего курса геометрии. Без преувеличения можно сказать, что без ее знания вы не сможете двигаться дальше по курсу. В последующих темах будут выделены некоторые базовые элементы. В связи с важностью понятий и методов векторного исчисления для курса геометрии, подчеркнем, что вы должны усвоить все понятия и методы данной темы как необходимый минимум вашего математического образования.



# ТЕМА № 2. Метод координат.

Метод координат является основным методом той части геометрии, которая называется «аналитической геометрией» и изучению которой мы уделяем основное время в данном курсе. Он может пониматься очень широко, в некотором смысле все методы аналитической геометрии являются координатными. Здесь вводятся различные системы координат и задача состоит во-первых в умении по свойствам фигуры устанавливать координатный вид (и пользуясь им, находить ее параметры), во вторых по координатным характеристикам фигуры находить ее свойства.

# ТЕМА № 3. Ориентация плоскости и пространства. Векторное и смешанное произведения.

В данной теме студент должен знать, что такое ориентация прямой, плоскости и пространства, уметь пользоваться формулами перехода как для произвольных аффинных систем координат, так и для декартовых. Уметь пользоваться – это значит уметь находить координаты точек ( а при дальнейшем изучении уравнения линий и поверхностей) при переходе от одной системы координат к другой. Совершенно необходимо, особенно для студентов инженерных специальностей, знать, как определения и свойства скалярного, векторного и смешанного произведений, так и (что особенно важно!) знать приложения этих произведений для решения практических задач Поэтому в данном курсе мы отвели специальный параграф этим приложениям (см. §3.8.).

# ТЕМА № 4. Прямая на плоскости.

В этой теме основное внимание уделено изучению различных видов уравнения прямой на плоскости. Важно не только знать их, но и уметь переходить от одного вида уравнения к другому. Важно также уметь определять расположение прямой относительно системы координат по виду ее уравнения, уметь определять взаимное расположение прямых на плоскости, расстояния от точек до прямых на плоскости, углы между плоскостями.

# ТЕМА №5. Плоскость и прямая в пространстве.

Данная тема является самой большой по объему в данном курсе. В ней (как и в предыдущей, но уже в пространстве) изучаются основные виды уравнений прямой и плоскости в пространстве, и, как и раньше, требуется уметь переходить от одного вида уравнения к другому. Необходимо также уметь определять положение прямой и плоскости относительно системы координат в пространстве в зависимости от коэффициентов при переменных в их уравнениях. Обязательно также знание расположения прямых и плоскостей друг относительно друга в пространстве, а также умение определять расстояния (от точки до прямой, от точки до плоскости, между двумя скрещивающимися прямыми) и углы (между двумя прямыми, между двумя плоскостями, между прямой и плоскостью).

# ТЕМА № 6. Преобразования плоскости и пространства.

В данной теме изучаются различные группы преобразований плоскости и пространства. Как практически все методы аналитической геометрии, методы преобразований (аффинных, подобий, движений) находят большое применение в инженерной и компьютерной графике, однако эта тема важна еще и с точки зрения понимания вопросов оснований математики. Групповой подход к геометрии, впервые представленный в Эрлангенской программе Ф. Клейна в 1872 году, до сих пор играет огромную роль для нашего понимания как геометрии, так и математики в целом. В этой же главе мы рассматриваем основные понятия многомерной геометрии.

# ТЕМА № 7. Линии второго порядка на плоскости.

В данной теме мы даем полную классификацию кривых второго порядка на плоскости и подробно изучаем свойства эллипса, гиперболы и параболы как важнейших из этих кривых. Вы должны уметь определять по виду уравнений основные типы линий второго порядка на плоскости, преобразовывать некоторые уравнения второго порядка от двух переменных с целью определить вид и основные параметры кривой, определяемой этим уравнением, знать все параметры кривых, а также обратить особое внимание на решение всевозможных задач на кривые второго порядка, так как эти кривые находят большое применение в инженерных и физических задачах.

14

# ТЕМА № 8. Поверхности второго порядка.

При изучении данной темы необходимо уделить особое внимание методу сечения, позволяющему судить о внешнем виде поверхности по виду ее сечения плоскостями, параллельными координатным. Необходимо знать все типы поверхностей второго порядка и уметь определять их по их каноническим уравнениям, а также знать, какие из этих поверхностей имеют прямолинейные образующие и уметь записывать их уравнения.

# ТЕМА №9. Дифференциальная геометрия и топология.

Приступая к изучению данной темы, вы должны сразу понимать, что предмет дифференциальной геометрии и, в особенности, топологии не совсем обычен, с точки зрения привычных представлений о геометрии. Обратите особое внимание на идеи и методы топологии. Они в высшей степени нетривиальны, однако, только усвоив их, вы сможете говорить о себе, употребляя слово «математик».

Мы рассматриваем здесь основные понятия дифференциальной геометрии кривых и поверхностей, топологических пространств и непрерывных отображений, а также понятие внутренней геометрии и связанной с этим понятие римановой геометрии.



# Итоговый контроль

После изучения теоретической и практической частей настоящего курса вам необходимо решить итоговый тест с целью проверки эффективности вашей работы.

Тест состоит из 52 заданий различной сложности. Предполагается, что вы должны их решить за 4 академических часа. Если вы решите 85% задач данного теста, можете считать, что вы успешно освоили курс «Геометрия и топология» .

Автор желает вам успеха.

**Тест.**



# Список рекомендованной литературы (основная).

**Внимание! Книги, помеченные значком (\*) есть в Вашей хрестоматии.**

1. (\*) Александров П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: "Наука", 1979 г.
2. Атанасян Л. С., Базылев В.Т. Геометрия, ч. 1 и 2 , М.: "Просвещение", 1987 г.
3. Берже М., Геометрия, т. 1 и 2. М.: "Мир", 1984 г.
4. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения, т. 1. М.: "Эдиториал УРСС", 2001 г.
5. Ефимов Н. В., Высшая геометрия. М.: "Физматлит", 2003 г.
6. (\*) Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: "Физматлит", 2004 г.
7. Александров А. Д., Нецветаев Н.Ю., Геометрия. М.: "Наука", 1990 г.
8. (\*) Поздняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия. Первое знакомство. М.: Изд-во МГУ, 1990.
9. (\*) Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: «Физматлит», 2003 г.
10. Сборник задач по геометрии. (Под ред. Атанасяна Л. С.). М.: "Просвещение", 1975г.
11. Сборник задач по геометрии. (Под ред. Базылева В. Т.). М.: "Просвещение", 1980 г.
12. Сборник задач по дифференциальной геометрии. (Под ред. Феденко А.С.). М.: "Наука", 1979 г.

# Список рекомендованной литературы (дополнительная).

**Внимание! Книги, помеченные значком (\*) есть в Вашей хрестоматии.**

1. (\*) Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1969 г.
2. Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Аналитическая геометрия. Учебник для университетов. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988 г.
3. Делоне Б. Н., Райков Д. А. Аналитическая геометрия, тома 1, 2. М.: “Гостехиздат”, 1948 г.
4. Ефимов Н. В., Розендорн Э. Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. М.: “Наука”, 1970 г.

