

Геометрия и топология



Курс «**Геометрия и топология**» читается
для студентов 2-го курса факультета
компьютерных наук и телекоммуникаций
следующих специальностей:

010503

«**Математическое обеспечение и
администрирование информационных
систем**» ,

210406

«**Сети связи и системы коммутации**».

Этот курс посвящен основам аналитической геометрии плоскости и пространства, а также основам дифференциальной геометрии и топологии.

Аналитическая и дифференциальная геометрии являются классическими дисциплинами математического цикла,

их изучение математиками, инженерами и программистами является необходимым и обязательным элементом их образования.

Топология, хотя и является сравнительно молодой наукой, позволяет будущим специалистам расширить и углубить свою математическую интуицию и, тем самым, видеть перспективные направления развития, как чистой, так и прикладной математики, прежде всего, программирования.

Цели и задачи преподавания ДИСЦИПЛИНЫ.

В соответствии со стандартом выпускники по этим специальностям должны уметь разрабатывать (или использовать уже известные) математические модели и вычислительные алгоритмы в различных областях человеческой деятельности: научной, проектно-конструкторской, управлении технологическими, экономическими, социальными, гуманитарными системами.

Для успешного решения таких задач студентам этих специальностей необходимы специальные и фундаментальные знания, к которым относятся основные разделы геометрии и топологии.

Место дисциплины среди смежных дисциплин.

Курс геометрии и топологии требует фундаментального знания школьного курса алгебры и геометрии, курса «Алгебра и теория чисел», а также основ дифференциального и интегрального исчислений, изучаемых студентами на первом году обучения по данным специальностям.

Знание данного курса необходимо для многих классов задач программирования, инженерного и компьютерного дизайна, оно непосредственно используется в таких курсах, как «Компьютерная графика и визуализация виртуальной реальности», «Компьютерное моделирование» и опосредованно в большинстве курсов для инженерных и математических специальностей.

Итоговые знания, умения и навыки.

После изучения дисциплины студенты должны:

- понимать: значение геометрической подготовки для эффективного решения задач по специальности, связь геометрии с другими разделами математики;
- владеть: векторным методом и методом координат на плоскости и в пространстве, основными понятиями многомерной геометрии, основными понятиями дифференциальной геометрии и топологии;
- уметь: работать с учебной литературой, доказывать основные теоремы курса, решать задачи по курсу.

Содержание лекционного курса

ТЕМА № 1. Основы векторного исчисления.

ТЕМА № 2. Метод координат.

ТЕМА № 3. Ориентация плоскости и пространства.
Векторное и смешанное произведения.

ТЕМА № 4. Прямая на плоскости.

ТЕМА № 5. Плоскость и прямая в пространстве.

ТЕМА № 6. Преобразования плоскости и пространства.

ТЕМА № 7. Линии второго порядка на плоскости.

ТЕМА № 8. Поверхности второго порядка.

ТЕМА №9. Дифференциальная геометрия и топология.

ТЕМА № 1. Основы векторного исчисления.

Эта тема, хотя и является во многом вводной, тем не менее, крайне важна для всего курса геометрии. Без преувеличения можно сказать, что без ее знания вы не сможете двигаться дальше по курсу. В последующих темах будут выделены некоторые базовые элементы. В связи с важностью понятий и методов векторного исчисления для курса геометрии, подчеркнем, что вы должны усвоить все понятия и методы данной темы как необходимый минимум вашего математического образования.

ТЕМА № 2. Метод координат.

Метод координат является основным методом той части геометрии, которая называется «аналитической геометрией» и изучению которой мы уделяем основное время в данном курсе. Он может пониматься очень широко, в некотором смысле все методы аналитической геометрии являются координатными. Здесь вводятся различные системы координат и задача состоит во-первых в умении по свойствам фигуры устанавливать координатный вид (и пользуясь им, находить ее параметры), во вторых по координатным характеристикам фигуры находить ее свойства.

ТЕМА № 3. Ориентация плоскости и пространства. Векторное и смешанное произведения.

В данной теме студент должен знать, что такое ориентация прямой, плоскости и пространства, уметь пользоваться формулами перехода как для произвольных аффинных систем координат, так и для декартовых. Уметь пользоваться – это значит уметь находить координаты точек (а при дальнейшем изучении уравнения линий и поверхностей) при переходе от одной системы координат к другой. Совершенно необходимо, особенно для студентов инженерных специальностей, знать, как определения и свойства скалярного, векторного и смешанного произведений, так и (что особенно важно!) знать приложения этих произведений для решения практических задач Поэтому в данном курсе мы отвели специальный параграф этим приложениям (см. §3.8.).

ТЕМА № 4. Прямая на плоскости.

В этой теме основное внимание уделено изучению различных видов уравнения прямой на плоскости. Важно не только знать их, но и уметь переходить от одного вида уравнения к другому. Важно также уметь определять расположение прямой относительно системы координат по виду ее уравнения, уметь определять взаимное расположение прямых на плоскости, расстояния от точек до прямых на плоскости, углы между плоскостями.

ТЕМА №5. Плоскость и прямая в пространстве.

Данная тема является самой большой по объему в данном курсе. В ней (как и в предыдущей, но уже в пространстве) изучаются основные виды уравнений прямой и плоскости в пространстве, и, как и раньше, требуется уметь переходить от одного вида уравнения к другому. Необходимо также уметь определять положение прямой и плоскости относительно системы координат в пространстве в зависимости от коэффициентов при переменных в их уравнениях. Обязательно также знание расположения прямых и плоскостей друг относительно друга в пространстве, а также умение определять расстояния (от точки до прямой, от точки до плоскости, между двумя скрещивающимися прямыми) и углы (между двумя прямыми, между двумя плоскостями, между прямой и плоскостью).

ТЕМА № 6. Преобразования плоскости и пространства.

В данной теме изучаются различные группы преобразований плоскости и пространства. Как практически все методы аналитической геометрии, методы преобразований (аффинных, подобий, движений) находят большое применение в инженерной и компьютерной графике, однако эта тема важна еще и с точки зрения понимания вопросов оснований математики. Групповой подход к геометрии, впервые представленный в Эрлангенской программе Ф. Клейна в 1872 году, до сих пор играет огромную роль для нашего понимания как геометрии, так и математики в целом. В этой же главе мы рассматриваем основные понятия многомерной геометрии.

ТЕМА № 7. Линии второго порядка на плоскости.

В данной теме мы даем полную классификацию кривых второго порядка на плоскости и подробно изучаем свойства эллипса, гиперболы и параболы как важнейших из этих кривых. Вы должны уметь определять по виду уравнений основные типы линий второго порядка на плоскости, преобразовывать некоторые уравнения второго порядка от двух переменных с целью определить вид и основные параметры кривой, определяемой этим уравнением, знать все параметры кривых, а также обратить особое внимание на решение всевозможных задач на кривые второго порядка, так как эти кривые находят большое применение в инженерных и физических задачах.

ТЕМА № 8. Поверхности второго порядка.

При изучении данной темы необходимо уделить особое внимание методу сечения, позволяющему судить о внешнем виде поверхности по виду ее сечения плоскостями, параллельными координатным. Необходимо знать все типы поверхностей второго порядка и уметь определять их по их каноническим уравнениям, а также знать, какие из этих поверхностей имеют прямолинейные образующие и уметь записывать их уравнения.

ТЕМА №9. Дифференциальная геометрия и топология.

Приступая к изучению данной темы, вы должны сразу понимать, что предмет дифференциальной геометрии и, в особенности, топологии не совсем обычен, с точки зрения привычных представлений о геометрии. Обратите особое внимание на идеи и методы топологии. Они в высшей степени нетривиальны, однако, только усвоив их, вы сможете говорить о себе, употребляя слово «математик».

Мы рассматриваем здесь основные понятия дифференциальной геометрии кривых и поверхностей, топологических пространств и непрерывных отображений, а также понятие внутренней геометрии и связанной с этим понятие римановой геометрии.

Итоговый контроль

После изучения теоретической и практической частей настоящего курса вам необходимо решить итоговый тест с целью проверки эффективности вашей работы.

Тест состоит из 52 заданий различной сложности. Предполагается, что вы должны их решить за 4 академических часа. Если вы решите 85% задач данного теста, можете считать, что вы успешно освоили курс «Геометрия и топология» .

Автор желает вам успеха.

Тест.



Список рекомендованной литературы (основная).

Внимание! Книги, помеченные значком (*) есть в Вашей хрестоматии.

1. (*) Александров П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: "Наука", 1979 г.
2. Атанасян Л. С., Базылев В.Т. Геометрия, ч. 1 и 2 , М.: "Просвещение", 1987 г.
3. Берже М., Геометрия, т. 1 и 2. М.: "Мир", 1984 г.
4. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения, т. 1. М.: "Эдиториал УРСС", 2001 г.
5. Ефимов Н. В., Высшая геометрия. М.: "Физматлит", 2003 г.
6. (*) Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: "Физматлит", 2004 г.
7. Александров А. Д., Нецветаев Н.Ю., Геометрия. М.: "Наука", 1990 г.
8. (*) Поздняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия. Первое знакомство. М.: Изд-во МГУ, 1990.
9. (*) Беклемишева Л.А., Петрович А.Ю., Чубаров И.А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре. М.: «Физматлит», 2003 г.
10. Сборник задач по геометрии. (Под ред. Атанасяна Л. С.). М.: "Просвещение", 1975г.
11. Сборник задач по геометрии. (Под ред. Базылева В. Т.). М.: "Просвещение", 1980 г.
12. Сборник задач по дифференциальной геометрии. (Под ред. Феденко А.С.). М.: "Наука", 1979 г.

Список рекомендованной литературы (дополнительная).

Внимание! Книги, помеченные значком (*) есть в Вашей хрестоматии.

1. (*) Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1969 г.
2. Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Аналитическая геометрия. Учебник для университетов. М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988 г.
3. Делоне Б. Н., Райков Д. А. Аналитическая геометрия, тома 1, 2. М.: “Гостехиздат”, 1948 г.
4. Ефимов Н. В., Розендорн Э. Р. Линейная алгебра и многомерная геометрия. М.: “Наука”, 1970 г.

