

Тема:

**«Решение
логарифмических
неравенств»**

Цель урока:

- *Обобщить теоретические знания по теме «Решение логарифмических неравенств»*
- *Рассмотреть методы выполнения заданий на решение логарифмических неравенств.*

Определение:

Логарифмическими
неравенствами называют
неравенства вида

где a – положительное число,
отличное от 1, и неравенства,
сводящиеся к этому виду.

Алгоритм

• *При $a > 1$*

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) > g(x), \end{cases} .$$

• *При $0 < a < 1$*

$$\begin{cases} f(x) > 0, \\ g(x) > 0, \\ f(x) < g(x). \end{cases} .$$

$$\log_3(2x - 4) > \log_3(14 - x)$$

Решение:

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 14 - x > 0 \\ 2x - 4 > 14 - x \end{cases}$$

$$\log_{\frac{1}{3}}(2x - 3) > \log_{\frac{1}{3}}(14 - x)$$

Решение:

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 14 - x > 0 \\ 2x - 4 < 14 - x \end{cases}$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(16 + 4x - x^2) \leq -4$$

Решение:

$$-4 = \log_{\frac{1}{2}}\left(\frac{1}{2}\right)^{-4} = \log_{\frac{1}{2}}16$$

$$\log_{\frac{1}{2}}(16 + 4x - x^2) \leq \log_{\frac{1}{2}}16$$

$$\begin{cases} 16 + 4x - x^2 > 0 \\ 16 + 4x - x^2 \geq 16 \end{cases}$$

$$16 + 4x - x^2 \geq 16$$

$$x(4 - x) \geq 0$$

$$0 \leq x \leq 4$$

Область определения:

№	Формула	Условия
1	$y = \log_a f(x)$	$f(x) > 0$
2	$y = \log_{g(x)} b$	$\begin{cases} g(x) > 0; \\ g(x) \neq 1. \end{cases}$
3	$y = \log_{g(x)} f(x)$	$\begin{cases} g(x) > 0; \\ g(x) \neq 1; \\ f(x) > 0. \end{cases}$

Задание для 1 группы

1) $\log_2 x \geq 4$

3) $\log_2 x < \frac{1}{2}$

2) $\log_2 x \leq -3$

4) $\log_2 x > -\frac{1}{2}$

Ответы к заданиям 1 группы

№	Неравенства	Варианты ответов	
1	$\log_{\frac{1}{5}}(3-2x) > -1$	1) $[-1; 1,5)$ 3) $(-\infty; -1) \cup (1,5; +\infty)$	2) $(-1; 1,5)$ 4) нет решений
2	$\log_{\frac{1}{3}}(5x-1) > 0$	1) $\left(\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$ 3) $\left[\frac{1}{5}; \frac{2}{5}\right)$	2) $(-\infty; \frac{1}{5}) \cup \left(\frac{2}{5}; +\infty\right)$ 4) нет решений
3	$\log_3(2x+1) < \log_3 5$	1) $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ 3) $\left[-\frac{1}{2}; 2\right)$	2) $\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ 4) $(-\infty; 2)$
4	$\log_2(2x-1) > \log_2(x+1)$	1) $(2; +\infty)$ 3) $[2; +\infty)$	2) $\left[\frac{1}{2}; 2\right)$ 4) $(-\infty; 2)$

Задания для 2 и 3 группы

- 1) $\log_{\frac{1}{8}}(x - 7) > -\frac{2}{3}$
- 2) $\log_2(3 - 2x) - \log_2 13 < 0$
- 3) $\log_3(x - 1) \geq 1 + \log_3 2$
- 4) $\log_{\frac{1}{3}}(x + 2) - \log_9(x + 2) > -\frac{3}{2}$

Самостоятельная работа для 2 группы

- 1) $\log_2(5x - 9) \leq \log_2(3x + 1)$
- 2) $\lg(x^2 - 8) \leq \lg(2 - 9x)$
- 3) $\log_2(x^2 - 6x + 24) < 4$

Самостоятельная работа для 3 группы

- 1) $\log_2^2 x > 4\log_2 x - 3$
- 2) $\log_2^2 x^2 - 15\log_2 x - 4 \leq 0$
- 3) $\log_2(7 - x) + \log_2 x \geq 1 + \log_2 3$

Решение заданий 2 группы

$$1) \quad \log_2(5x - 9) \leq \log_2(3x + 1)$$

$$\begin{cases} 5x - 9 > 0 \\ 3x + 1 > 0 \\ 5x - 9 \leq 3x + 1 \end{cases} \begin{cases} x > 1,8 \\ x > -\frac{1}{3} \\ 2x \leq 10 \end{cases} \begin{cases} x > 1,8 \\ x \leq 5 \end{cases} \quad 1,8 < x \leq 5$$

$$2) \quad \lg(x^2 - 8) \leq \lg(2 - 9x)$$

$$\begin{cases} x^2 - 8 > 0 \\ 2 - 9x > 0 \\ x^2 - 8 \leq 2 - 9x \end{cases} \begin{cases} x^2 > 8 \\ x < \frac{2}{9} \\ x^2 + 9x - 10 \leq 0 \end{cases} \begin{cases} x > 2\sqrt{2} \\ x < -2\sqrt{2} \\ x < \frac{2}{9} \\ -10 \leq x \leq 1 \end{cases} \quad -10 \leq x < -2\sqrt{2}$$

Решение заданий 2 группы

$$3) \quad \log_2(x^2 - 6x + 24) < 4$$

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 24 > 0 \\ x^2 - 6x + 24 < 16 \end{cases} \begin{cases} x - \text{любое} \\ x^2 - 6x + 8 < 0 \end{cases} \quad 2 < x < 4$$

Решение заданий 3 группы

$$1) \quad \log_2^2 x > 4\log_2 x - 3$$

$$\log_2^2 x - 4\log_2 x + 3 > 0$$

$$\log_2 x = t$$

$$t^2 - 4t + 3 > 0$$

$$\begin{cases} t < 1 \\ t > 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \log_2 x < 1 \\ \log_2 x > 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \begin{cases} x > 0 \\ x < 2 \end{cases} \\ \begin{cases} x > 0 \\ x > 8 \end{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x < 2 \\ x > 8 \end{cases}$$

Решение заданий 3 группы

$$2) \quad \log_2^2 x^2 - 15 \log_2 x - 4 \leq 0$$

$$4 \log_2^2 x - 15 \log_2 x - 4 \leq 0$$

$$\log_2 x = t$$

$$4t^2 - 15t - 4 \leq 0$$

$$t_1 = 4$$

$$t_2 = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} \leq t \leq 4$$

$$-\frac{1}{4} \leq \log_2 x \leq 4$$

$$\begin{cases} x > 0 \\ \frac{1}{\sqrt[4]{2}} \leq x \leq 16 \end{cases}$$

$$\sqrt[4]{0,5} \leq x \leq 16$$

Решение заданий 3 группы

$$3) \quad \log_2(7-x) + \log_2 x \geq 1 + \log_2 3$$

$$\log_2 x(7-x) \geq \log_2 6$$

$$\begin{cases} x(7-x) > 0 \\ x(7-x) \geq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x < 7 \\ -x^2 + 7x - 6 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 < x < 7 \\ 1 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

Домашнее задание

- *I группе: №1576-1577(в, г);*
- *II группе: №1578-1583(г);*
- *III группе №1584-1589 (г).*