ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ПЕТРИ-ОБЪЕКТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМ

Стеценко Инна Вячеславовна

к.т.н., доцент кафедры системного анализа и методов принятия решений

Черкасского государственного технологического университета,

соискатель доктора технических наук Института проблем математических машин и систем

Научный консультант
д.т.н., проф. Литвинов В.В.

“...И пока у нас нет ни математических инструментов, ни интеллектуальных возможностей для полного моделирования поведения больших дискретных систем...”

Гради Буч

Актуальность разработки

обусловлена

- возрастающей сложностью задач, которые ставятся перед разработчиками информационных технологий,
- повышением требований к скорости построения модели и скорости получения результатов моделирования,
- стремительным развитием электронных средств сбора и хранения данных
- необходимостью интеграции с другими технологиями,
- недостатками существующих технологий моделирования:
  - ограниченность используемых средств формализации,
  - необходимость использования различных средств формализации для моделирования объекта управления и подсистемы управления,
  - недостаточный уровень детализации процессов управления,
  - большая трудоемкость построения моделей сложных систем.

Технологии моделирования систем

Аналитические:

- Теория динамических систем (Mathcad, Matlab)
- Теория автоматического управления (Simulink)
- Системная динамика (Vensim, Powersim)
- Теория случайных процессов
- Логико-динамические системы
- Теория цифровых автоматов
- Теория базовых сетей Петри

Непрерывные модели

Имитационные:

- Имитационное моделирование (Simula, GPSS, Arena)
- Агентное моделирование (AnyLogic)
- Петри-имитаторы (CPN, POSES++)

Дискретные модели

Технологии моделирования

Технологии аналитического моделирования

Математические методы

Численные методы

Системы компьютерной математики

Технологии имитационного моделирования

Проблемно-ориен-тированные системы имитационного моделирования

Объектно-ориентированный язык Simula

Объектно-ориентированное программирование

Технологии программирования

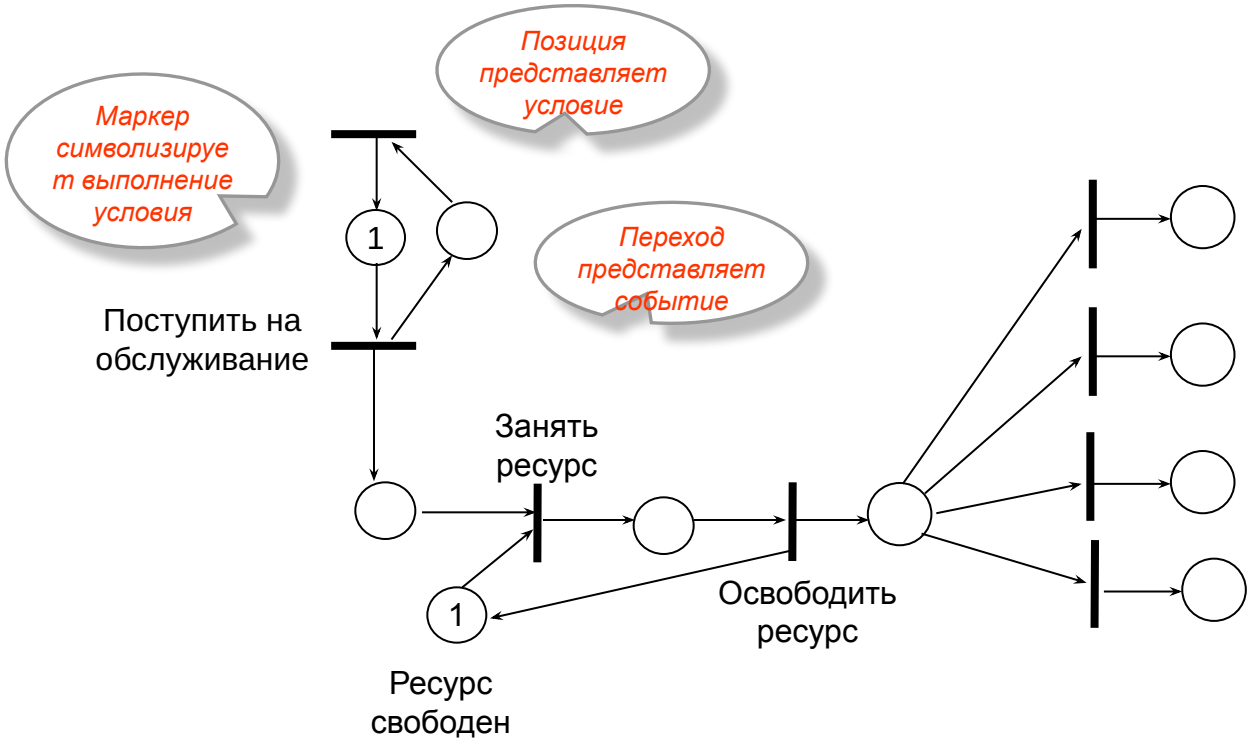
Сети Петри как средство формализации дискретно-событийных процессов управления

Преимущества сетей Петри

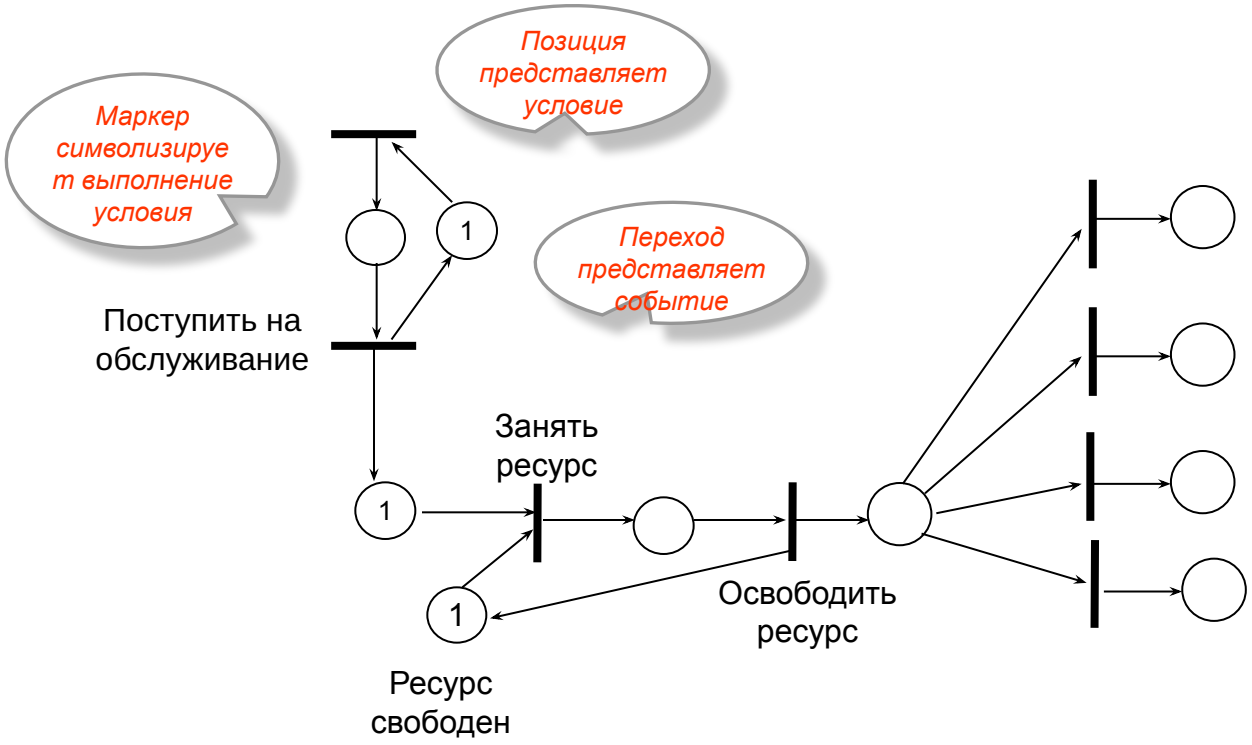
- Высокий уровень формализации дискретно-событийных систем
- Аналитическое исследование свойств модели
  - Murata T. Petri nets: Properties, Analysis and Applications // Proceedings of the IEEE. - April, 1989. - vol.77, No.44. – P. 541-580.
  - Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. - М.: Мир, 1984. – 264 с.
  - Котов В.Е. Сети Петри. - М.: Наука, 1984. - 158 с.
  - Зайцев Д.А. Инварианты временных сетей Петри // Кибернетика и системный анализ. – 2004. - №2. - С.92-106.
- Возможность применения к немарковским процессам функционирования
  - Haas P. J. Stochastic Petri nets : modelling, stability, simulation / Peter J. Haas — Springer series in operations research. – 2002. -– 529p.
- Возможность быстрого конструирования алгоритма имитации системы с большим количеством событий
- Вычислимость алгоритма имитации сети Петри гарантируется эквивалентностью приоритетной сети Петри машине Тьюринга
  - Котов В.Е. Сети Петри. - М.: Наука, 1984. - 158 с.

Базовые сети Петри

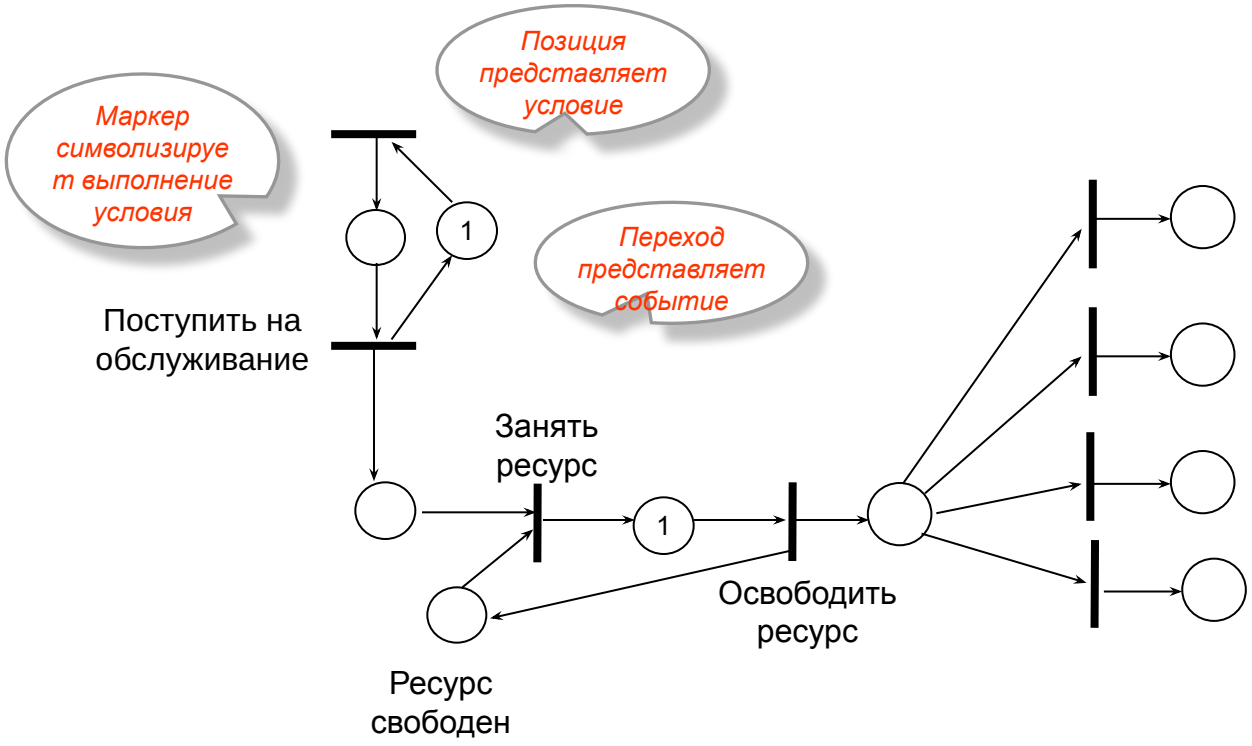
Правило запуска переходов. Конфликтные переходы



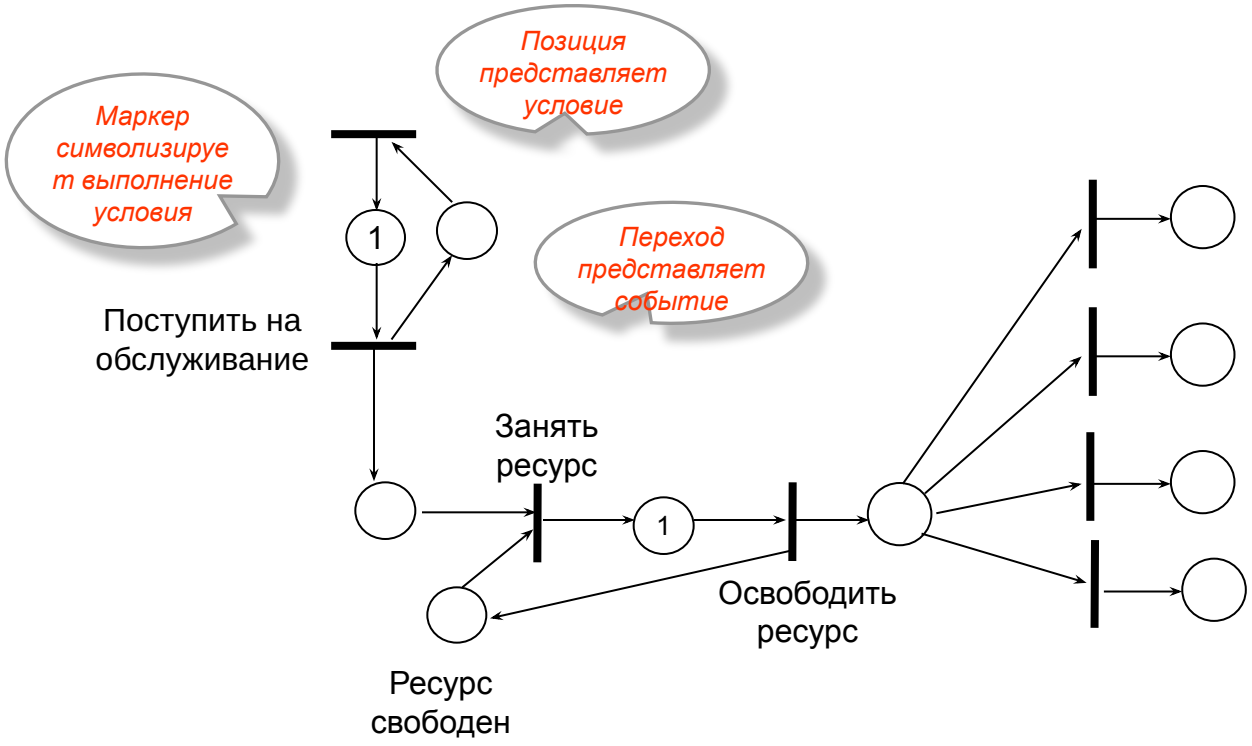
Базовые сети Петри



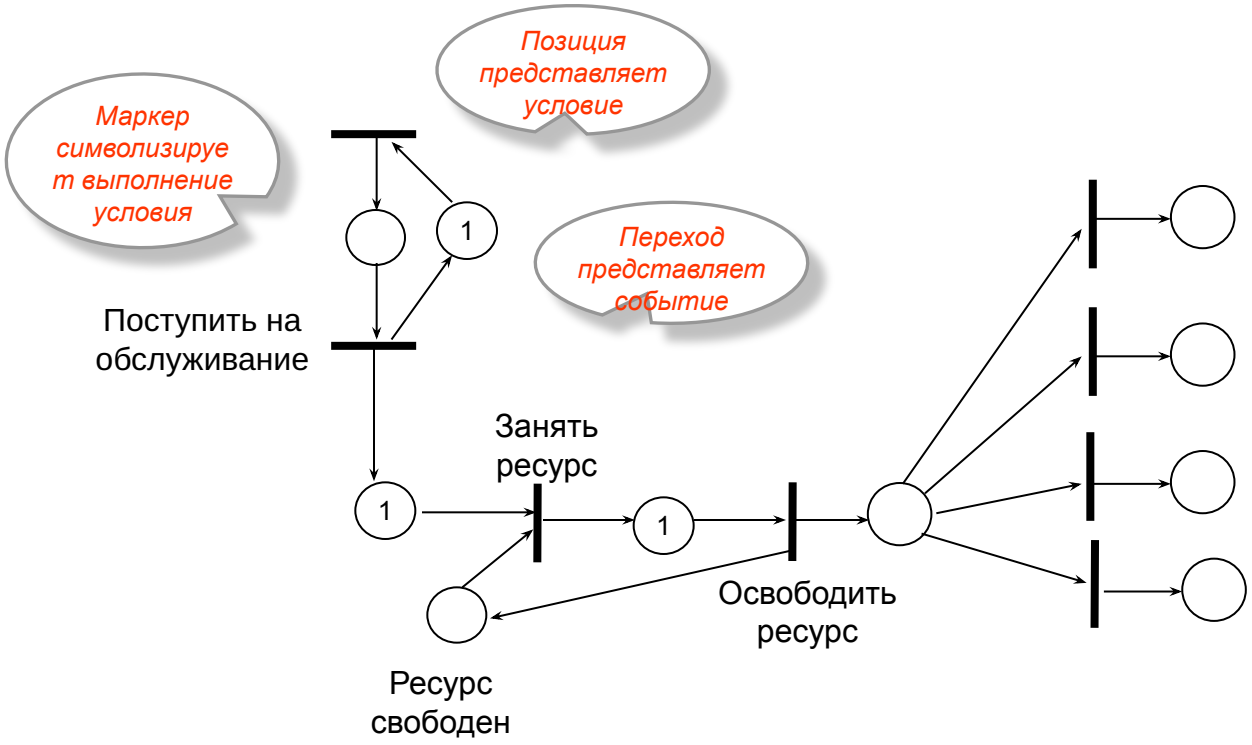
Базовые сети Петри



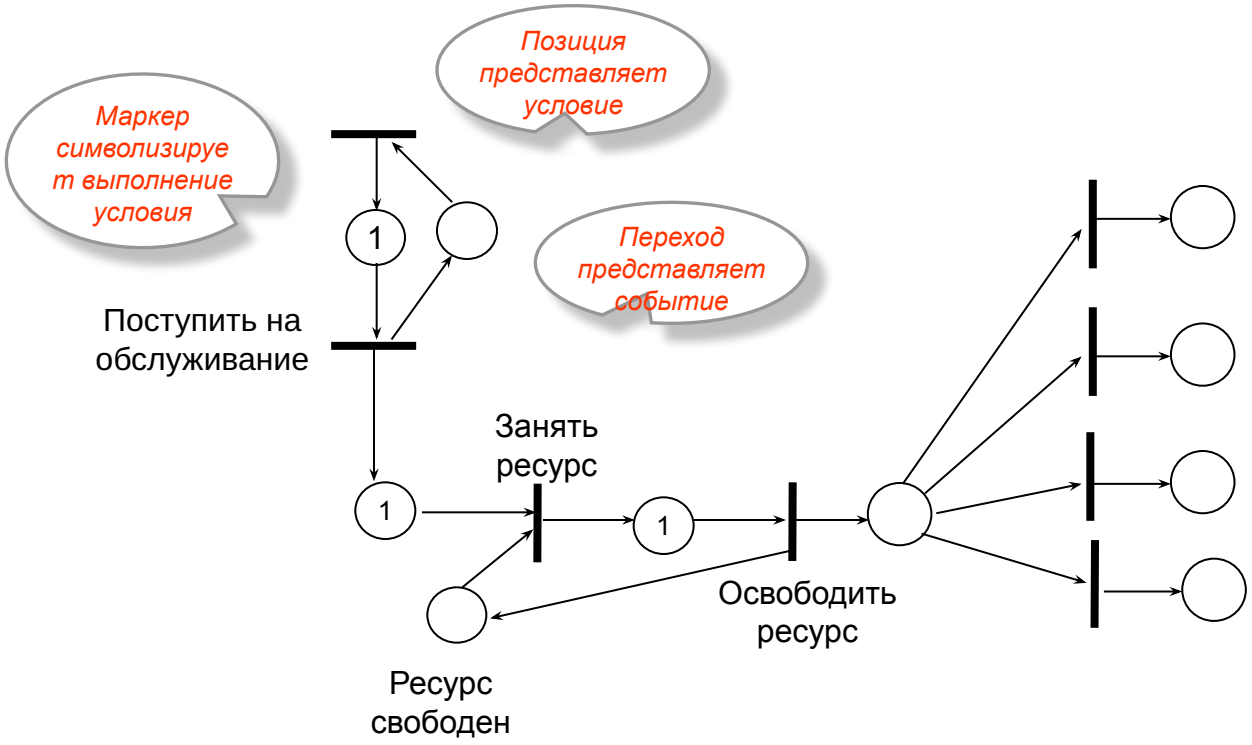
Базовые сети Петри



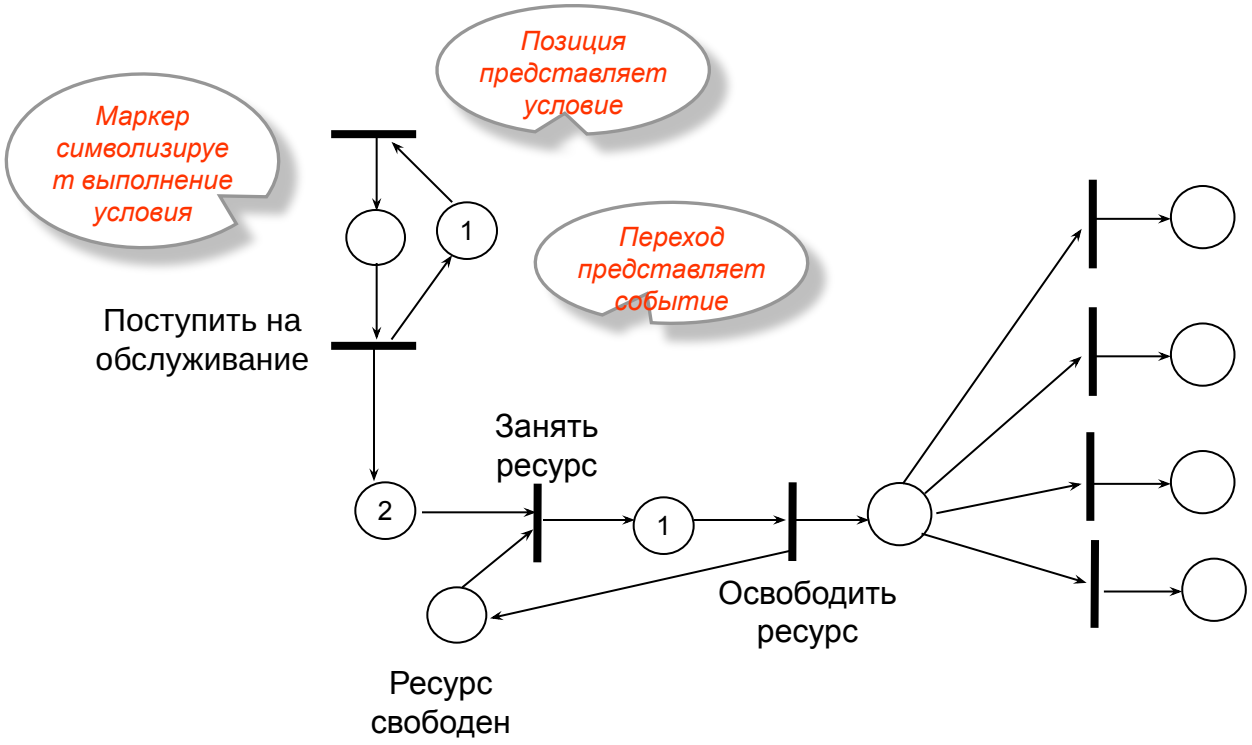
Базовые сети Петри



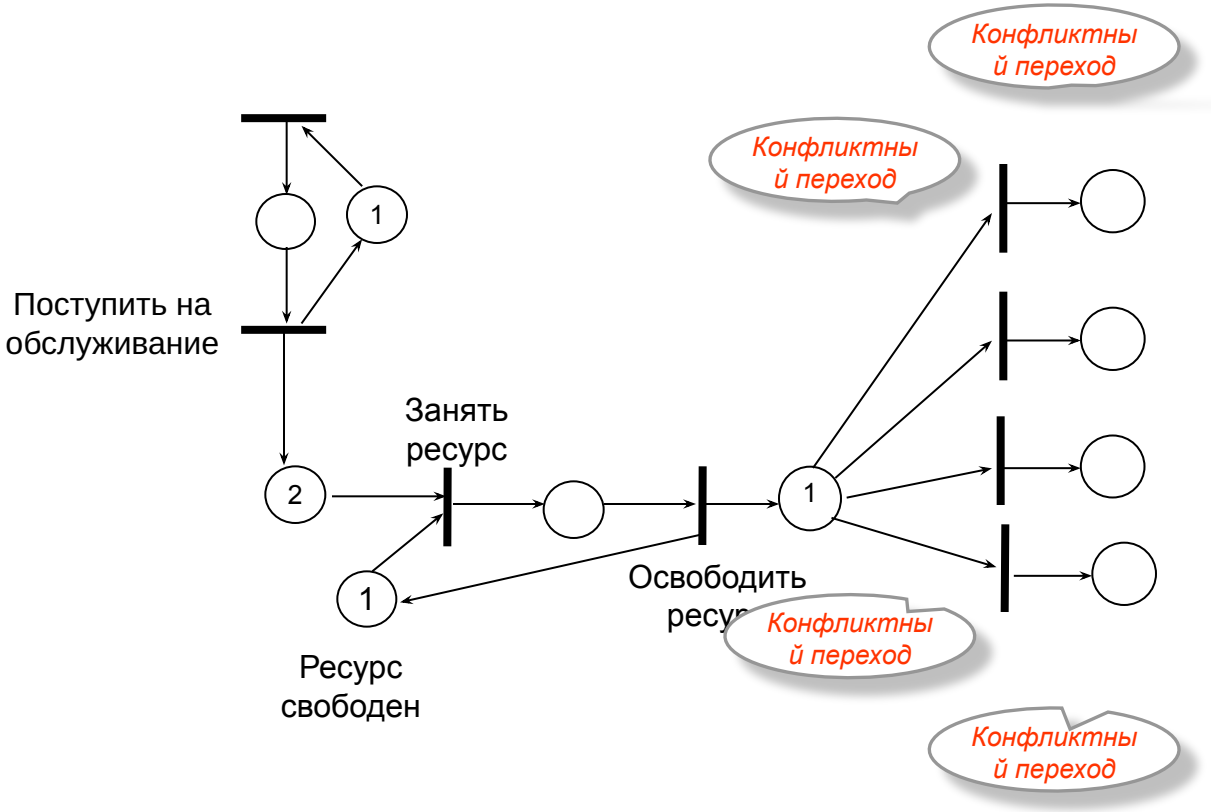
Базовые сети Петри



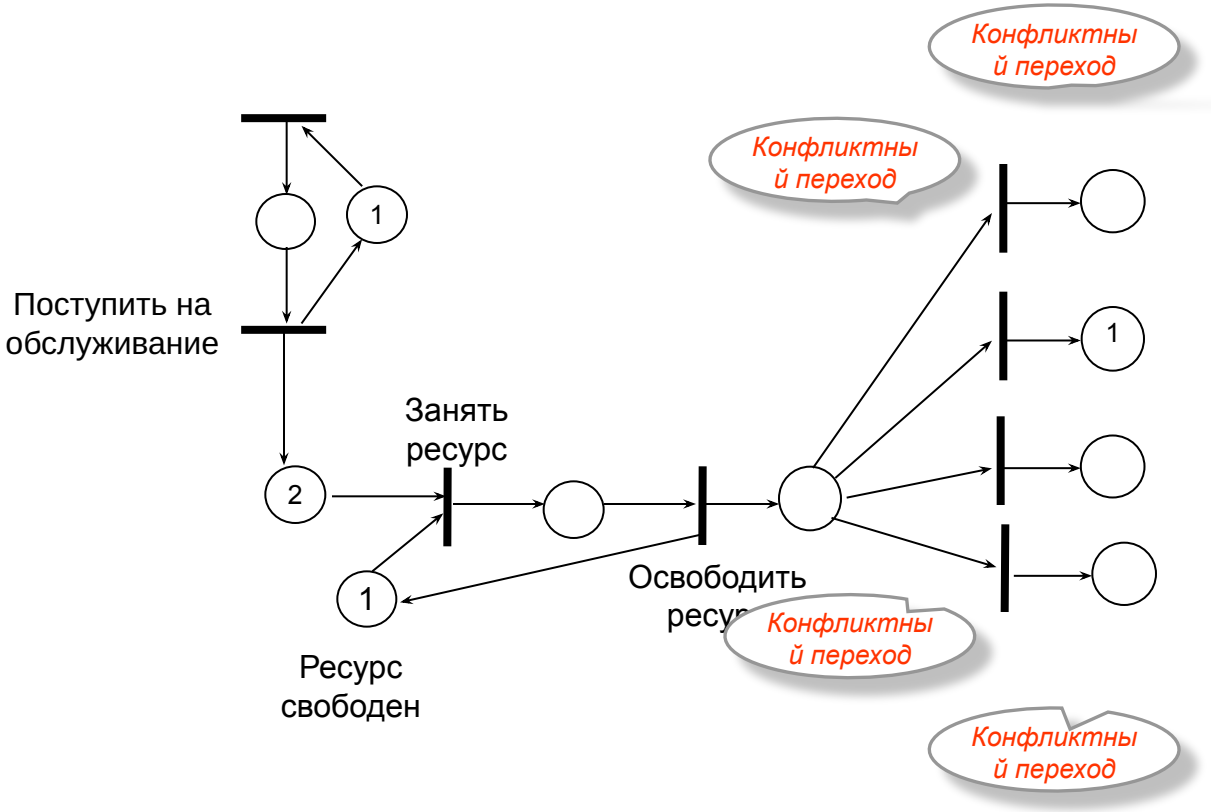
Базовые сети Петри



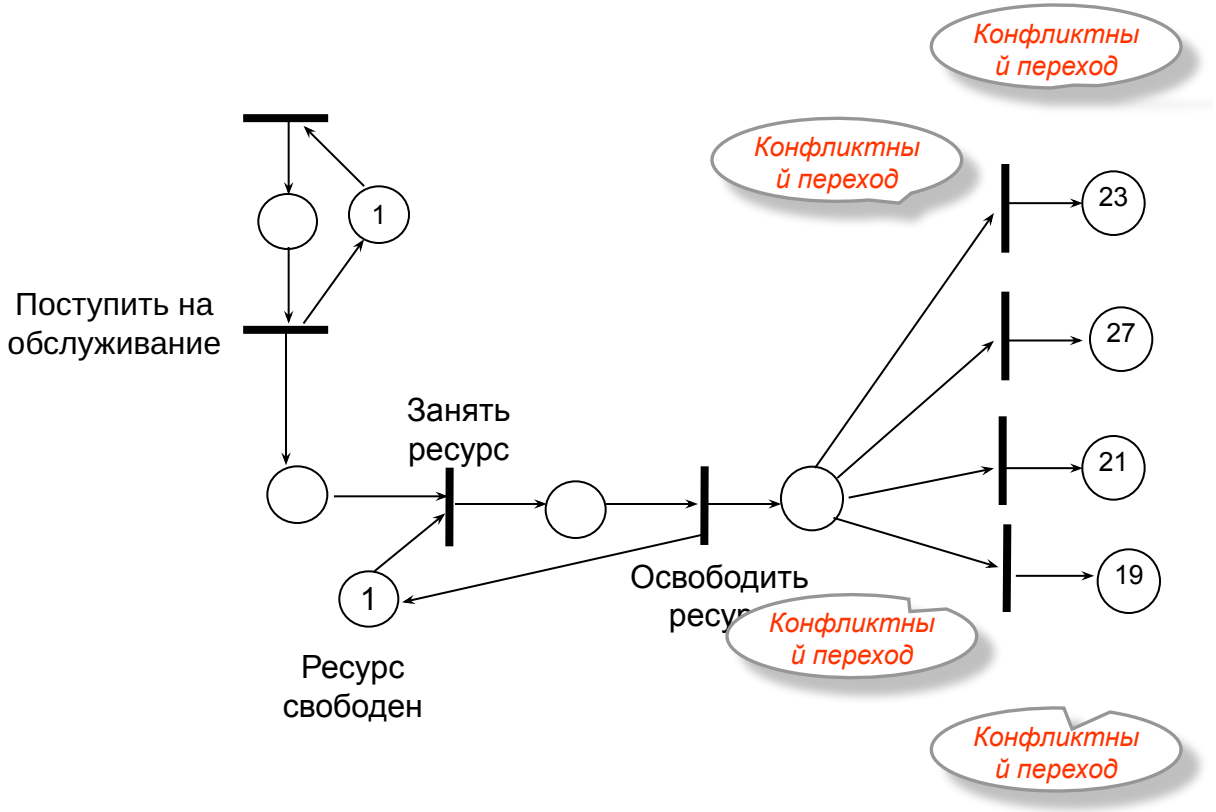
Базовые сети Петри



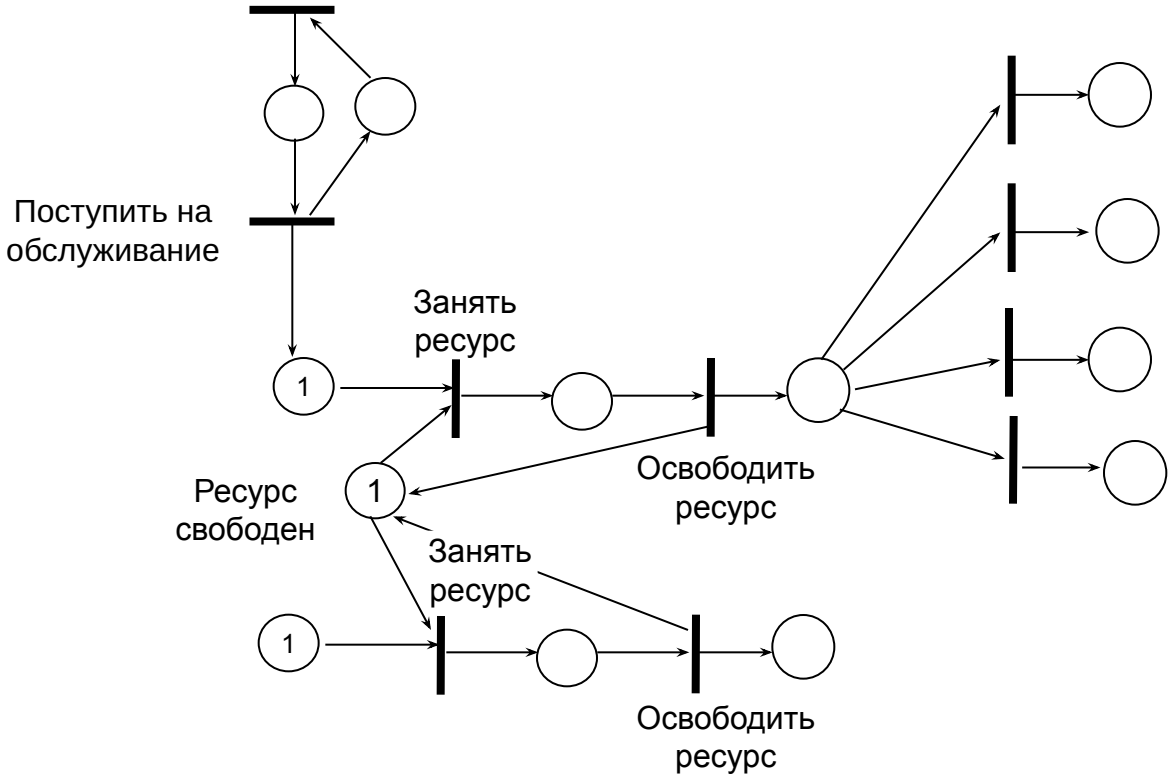
Базовые сети Петри



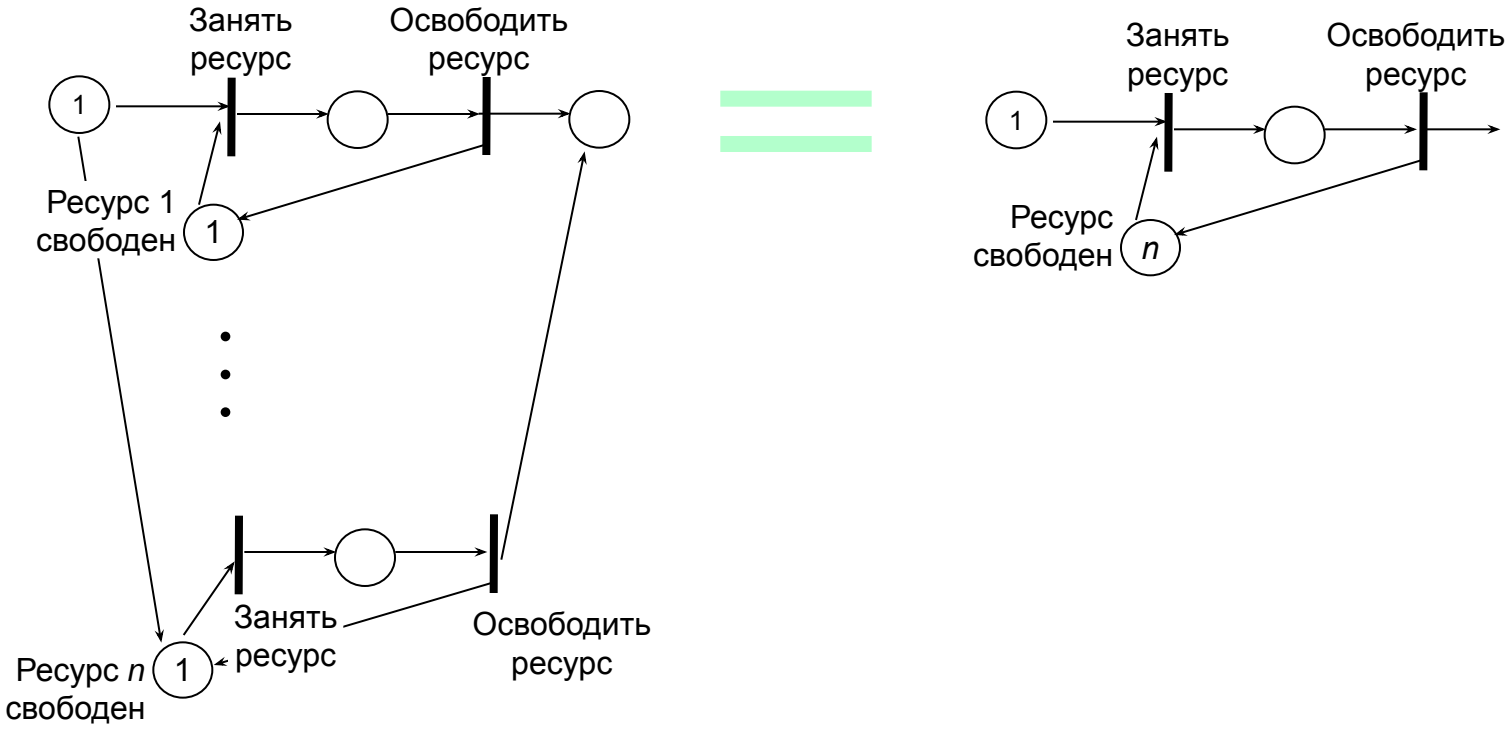
Базовые сети Петри



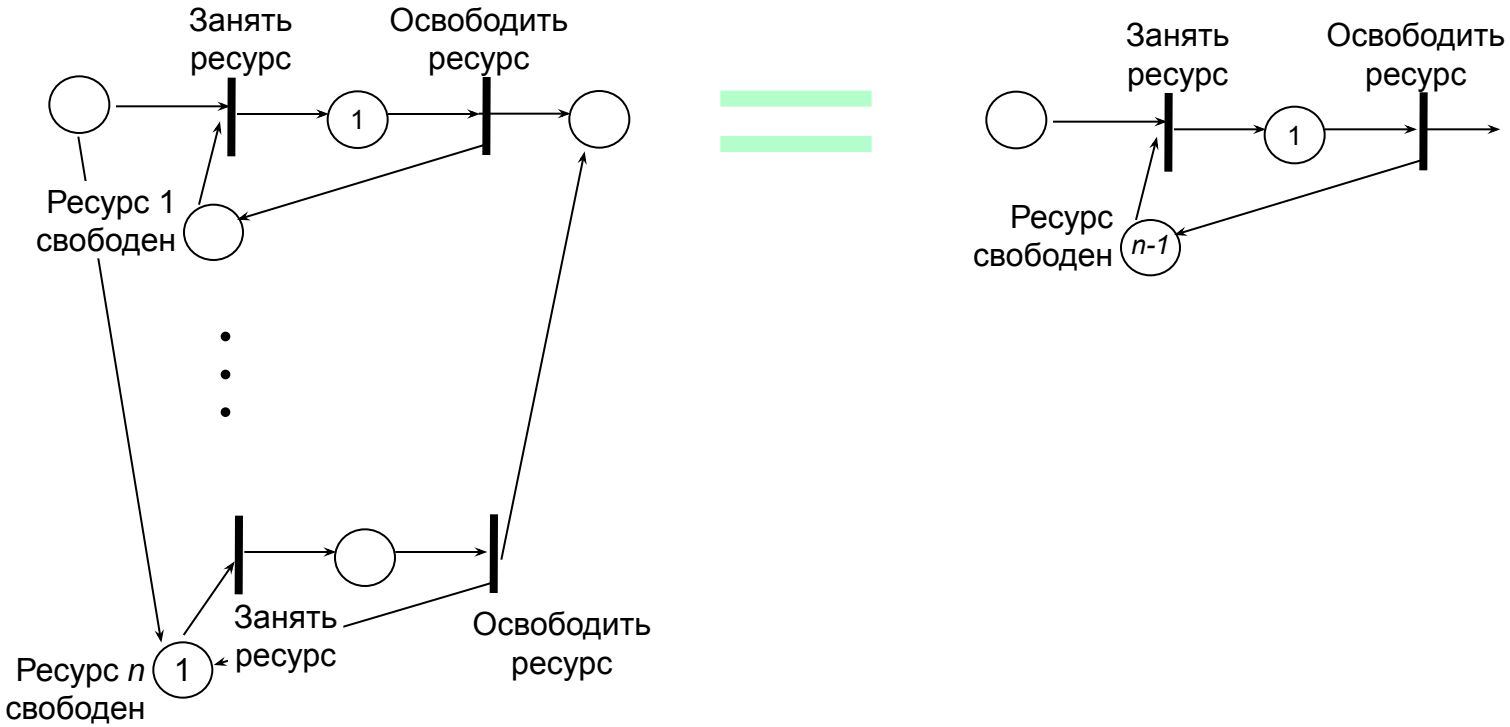
Совместное использование ресурсов



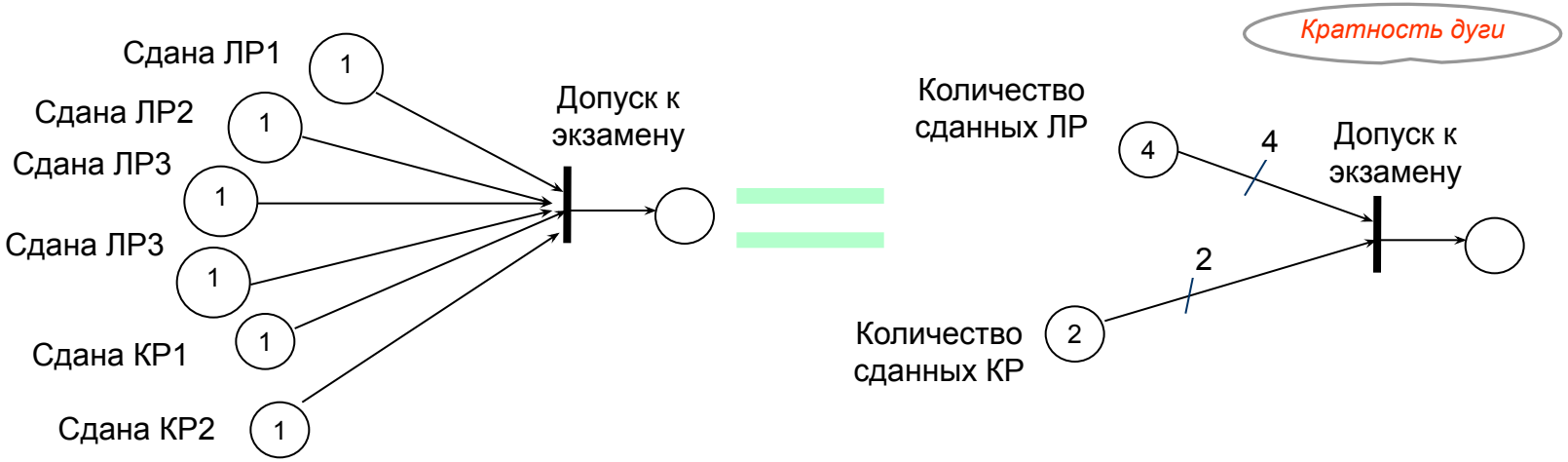
Базовые сети Петри с многоканальными переходами

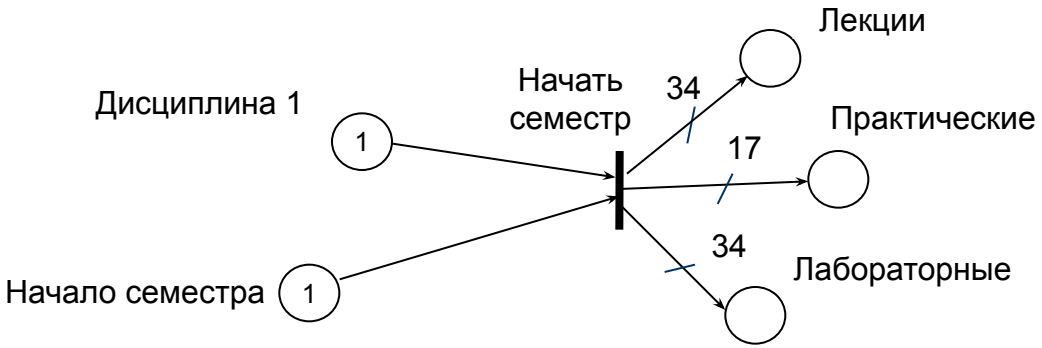


Базовые сети Петри с многоканальными переходами

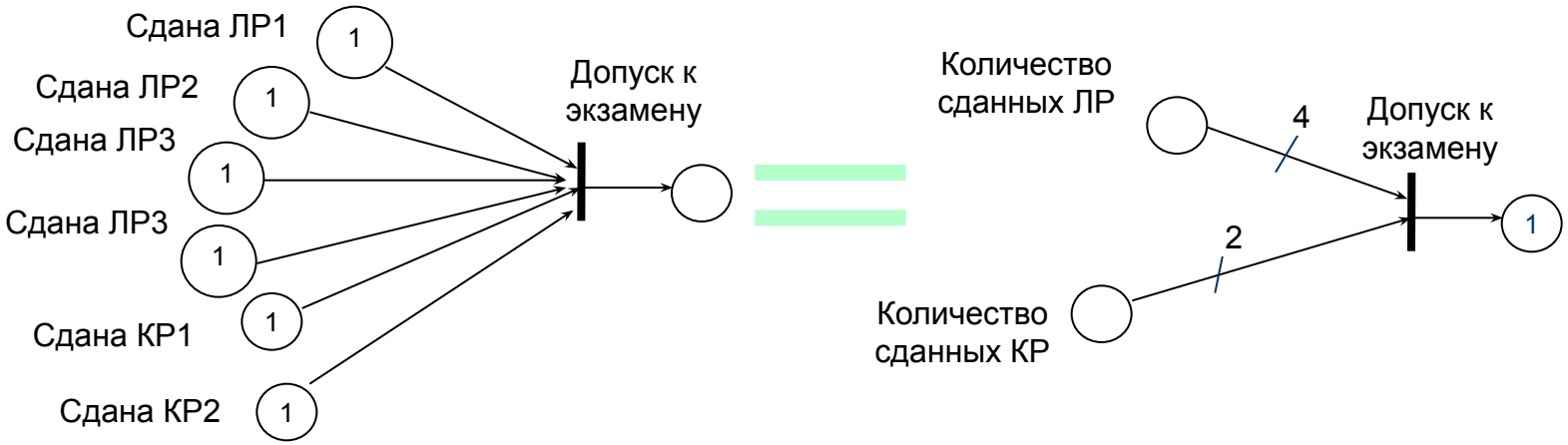


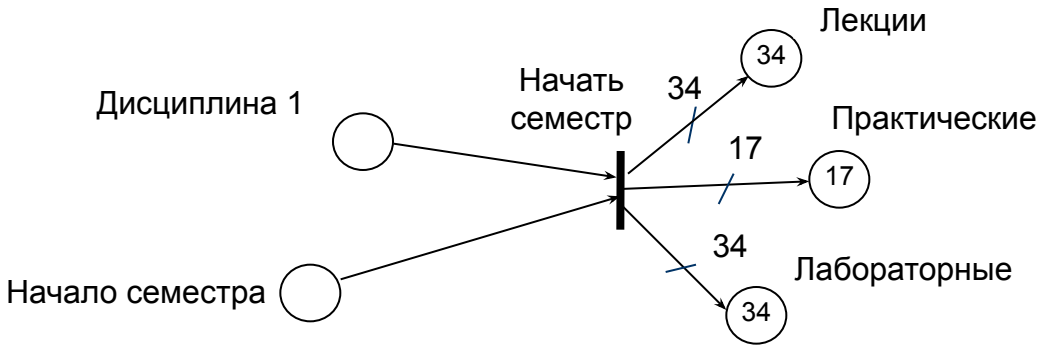
Базовые сети Петри с кратными связями





Базовые сети Петри с кратными связями





Математическое описание базовой сети Петри

[Murata T. Petri Nets: Properties, Analysis and Applications. // Proceedings of IEEE. – 1989. - Vol.77, No.4. - P.541-580.]

Базовая сеть Петри $$N = (\mathbf{P}, \mathbf{T}, \mathbf{A}, \mathbf{W})$$

$\mathbf{P} = \{P\}$ - множество позиций

$\mathbf{T} = \{T\}$ - множество переходов $\mathbf{P} \cap \mathbf{T} = \varnothing$

$\mathbf{A} \subseteq (\mathbf{P} \times \mathbf{T} \cup \mathbf{T} \times \mathbf{P})$ - множество дуг

$\mathbf{W} : \mathbf{A} \to \mathrm{N}$ - кратности дуг

Состояние сети Петри:

$$\mathbf{M} = \{M_P \mid M_P \in Z_+, P \in \mathbf{P}\}$$ - состояние позиций

${}^{\bullet}T,\ T^{\bullet}$ - множество входных и множество выходных позиций перехода *T*

${}^{\bullet}P,\ P^{\bullet}$ - множество входных и множество выходных переходов позиции *P*

Условие запуска перехода *T* сети Петри: $\forall P \in {}^{\bullet}T \quad M_P \geq W_{P,T}$

Запуск перехода *T* сети Петри:

$$\forall P \in {}^{\bullet}T \quad M_P = M_P - W_{P,T}$$

$$\forall P \in T^{\bullet} \quad M_P = M_P + W_{T,P}$$

Матричные уравнения состояний базовой сети Петри

$$a^{+}_{P,T} = \begin{cases} W_{T,P}, T \in {}^{\bullet}P \\ 0, T \notin {}^{\bullet}P \end{cases}$$ $\mathbf{a}^{+} = \left\| a^{+}_{T,P} \right\|$ - матрица выходов

$$a^{-}_{P,T} = \begin{cases} W_{P,T}, T \in P^{\bullet} \\ 0, T \notin P^{\bullet} \end{cases}$$ $\mathbf{a}^{-} = \left\| a^{+}_{T,P} \right\|$ - матрица входов

$\mathbf{M} = \| M_P \|$ - вектор маркировки $\mathbf{a} = \mathbf{a}^{+} - \mathbf{a}^{-}$ - матрица изменений

Фундаментальное уравнение состояний базовой сети Петри:

$$\mathbf{M}_n = \mathbf{M}_0 + \mathbf{a} \cdot \mathbf{x}$$

$\mathbf{x}$ - вектор количества запусков переходов

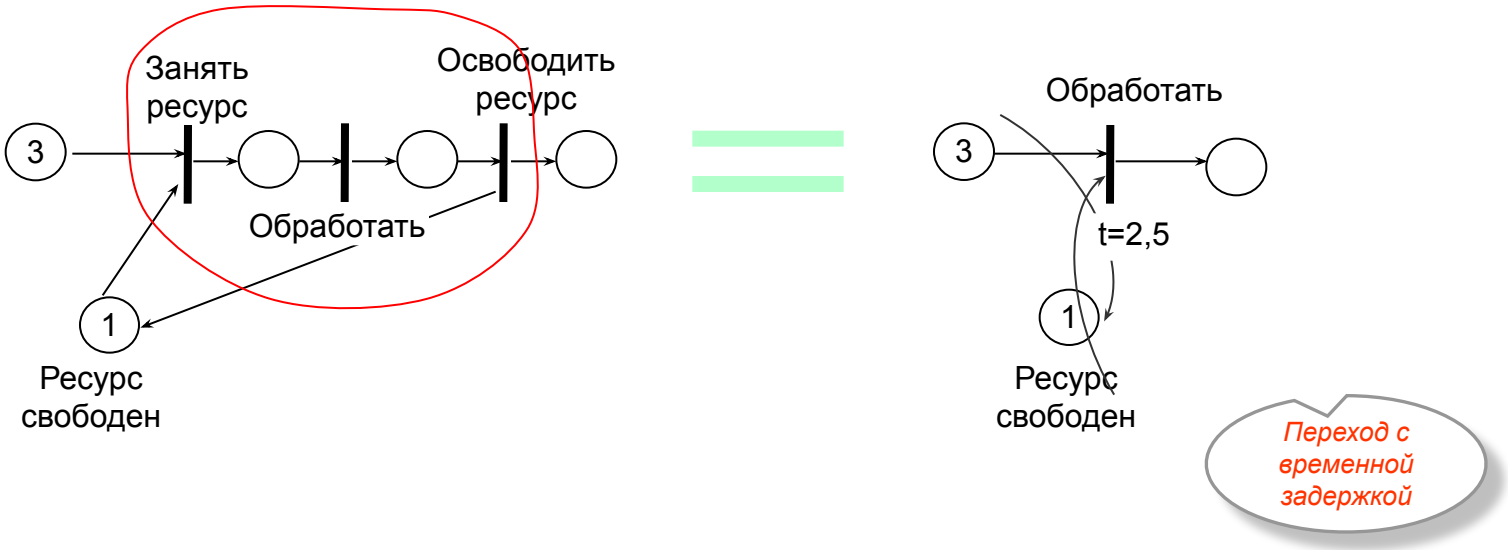
$\mathbf{a} \cdot \mathbf{x} = 0$ - T-инвариант (цикличность функционирования)

$\mathbf{a}^{T} \cdot \mathbf{y} = 0$ - S-инвариант (консервативность системы)

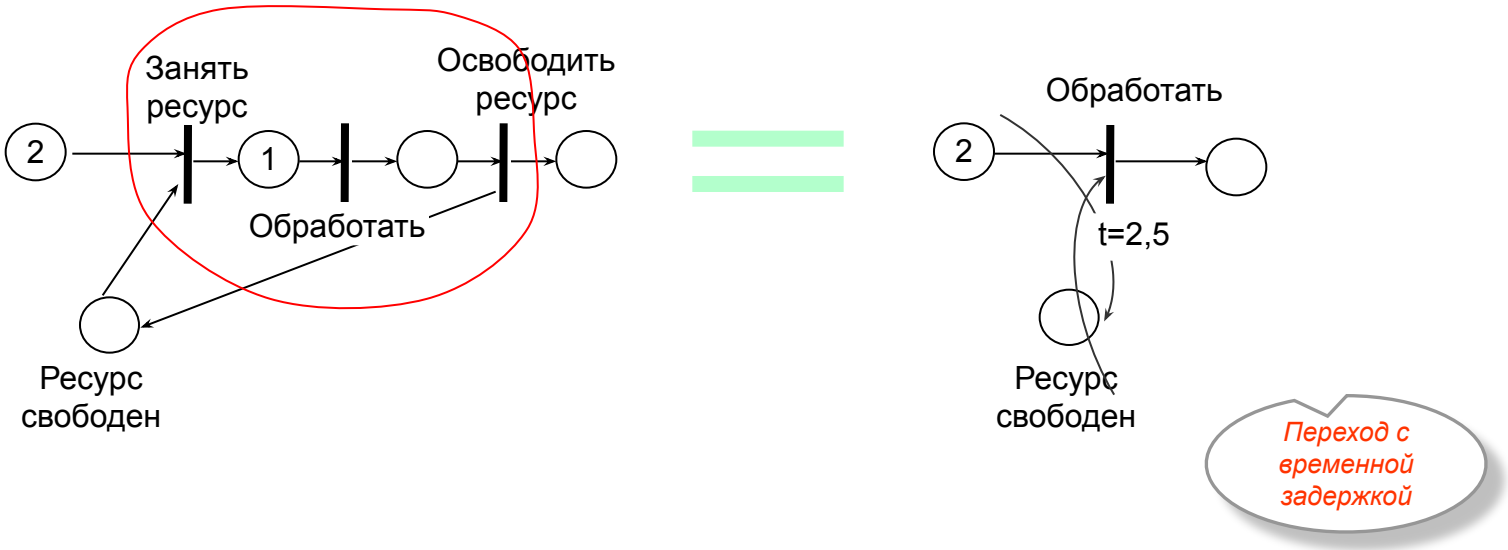
Теория базовых сетей Петри

- Классификация сетей Петри: безопасные, ординарные, автоматные и др.
- Аналитическое исследование свойств модели
  - Murata T. Petri nets: Properties, Analysis and Applications // Proceedings of the IEEE. - April, 1989. - vol.77, No.44. – P. 541-580.
  - Питерсон Дж. Теория сетей Петри и моделирование систем. - М.: Мир, 1984. – 264 с.
- Матричные уравнения состояний, исследование свойств через исследование инвариантов поведения и инвариантов состояний
- Расширения сетей Петри: ингибиторные, приоритетные, синхронные, самомодифицирующиеся, раскрашенные сети Петри
- Вычислимость сети Петри гарантируется эквивалентностью приоритетной сети Петри и ингибиторной сети Петри машине Тьюринга
  - Котов В.Е. Сети Петри. - М.: Наука, 1984. - 158 с.

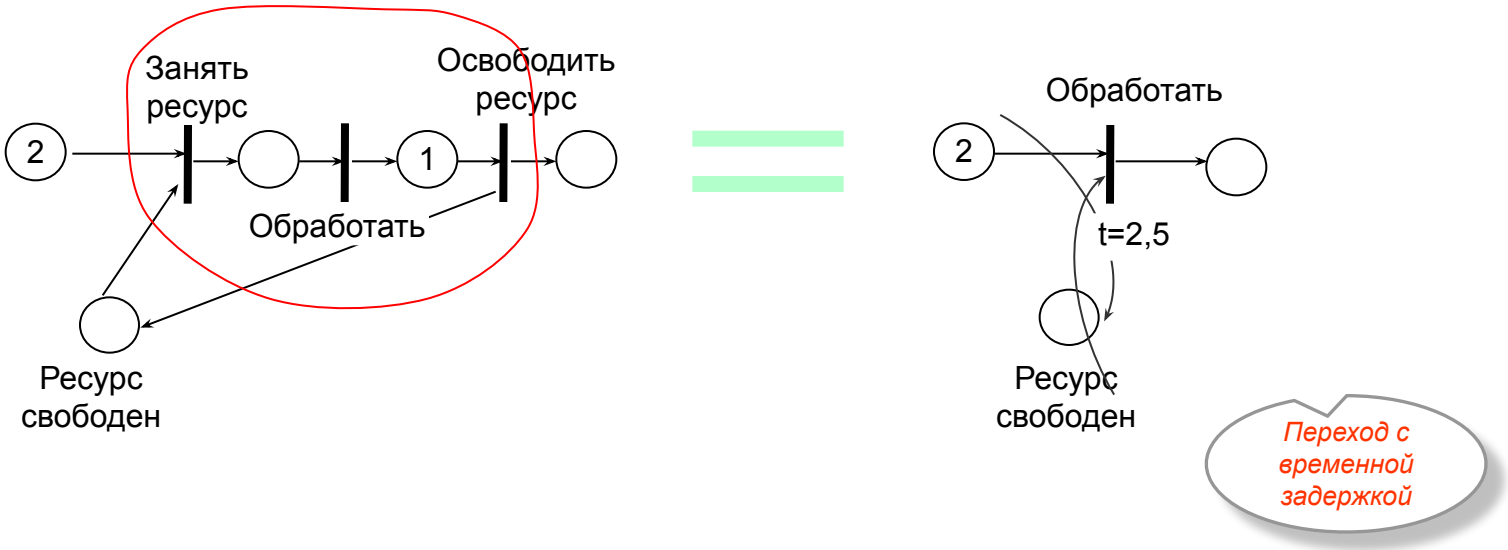
Временные сети Петри



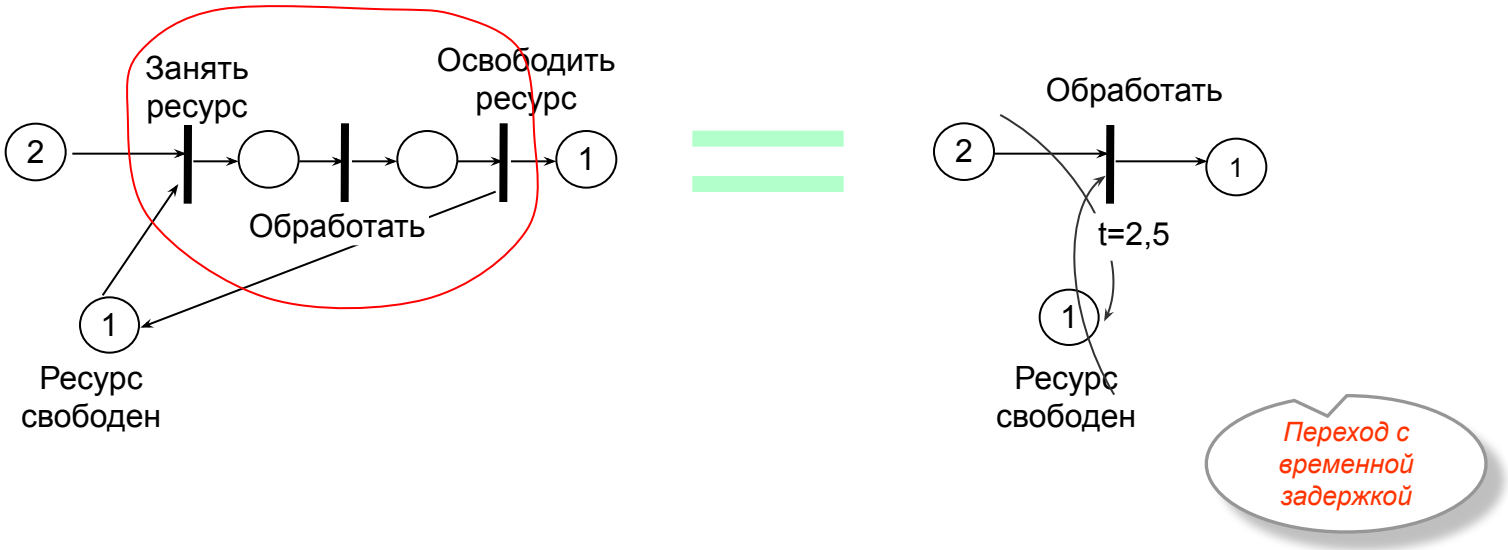
Временные сети Петри



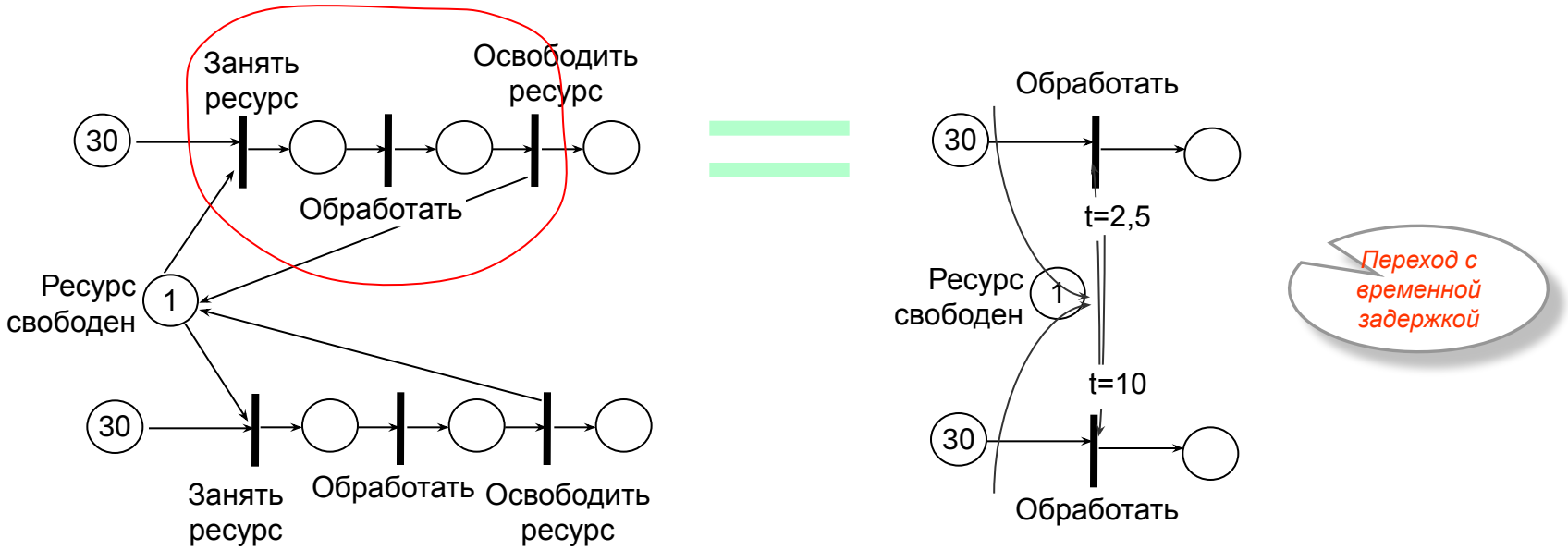
Временные сети Петри



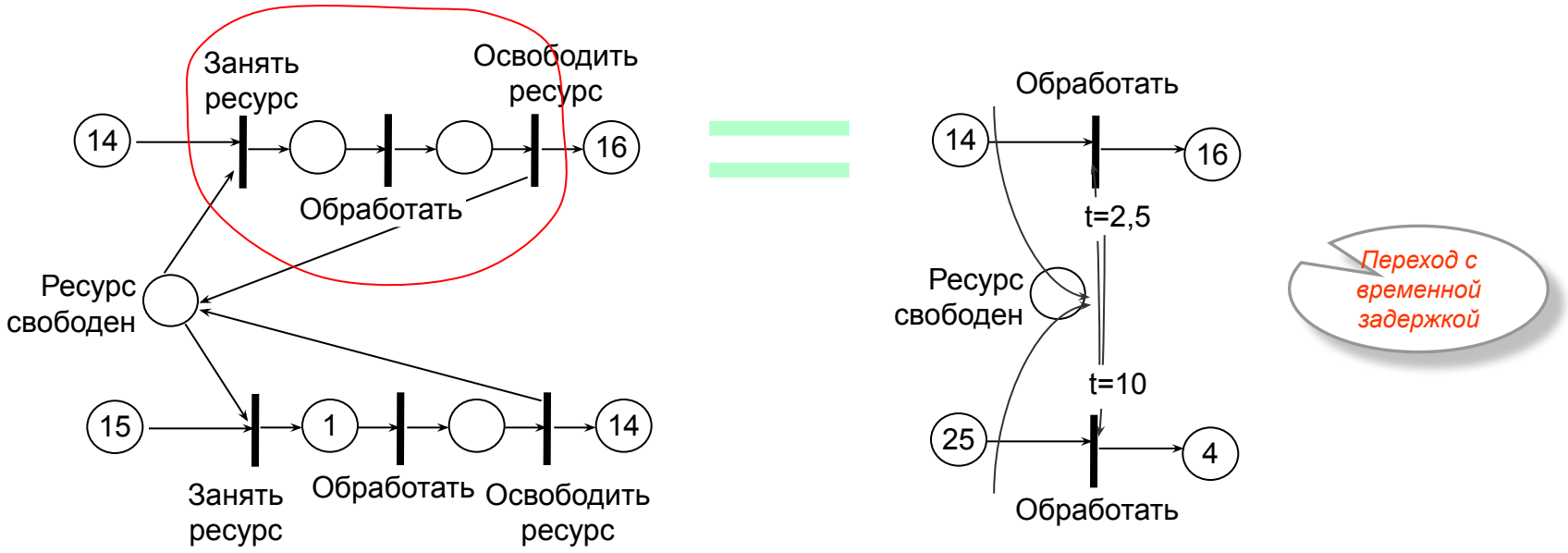
Временные сети Петри



Временные сети Петри



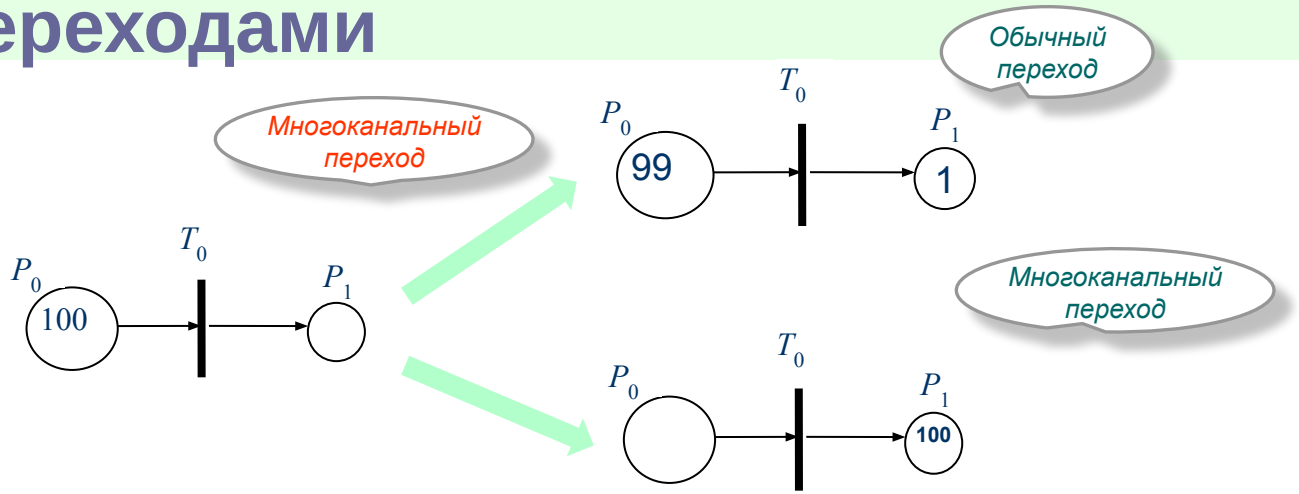
Временные сети Петри

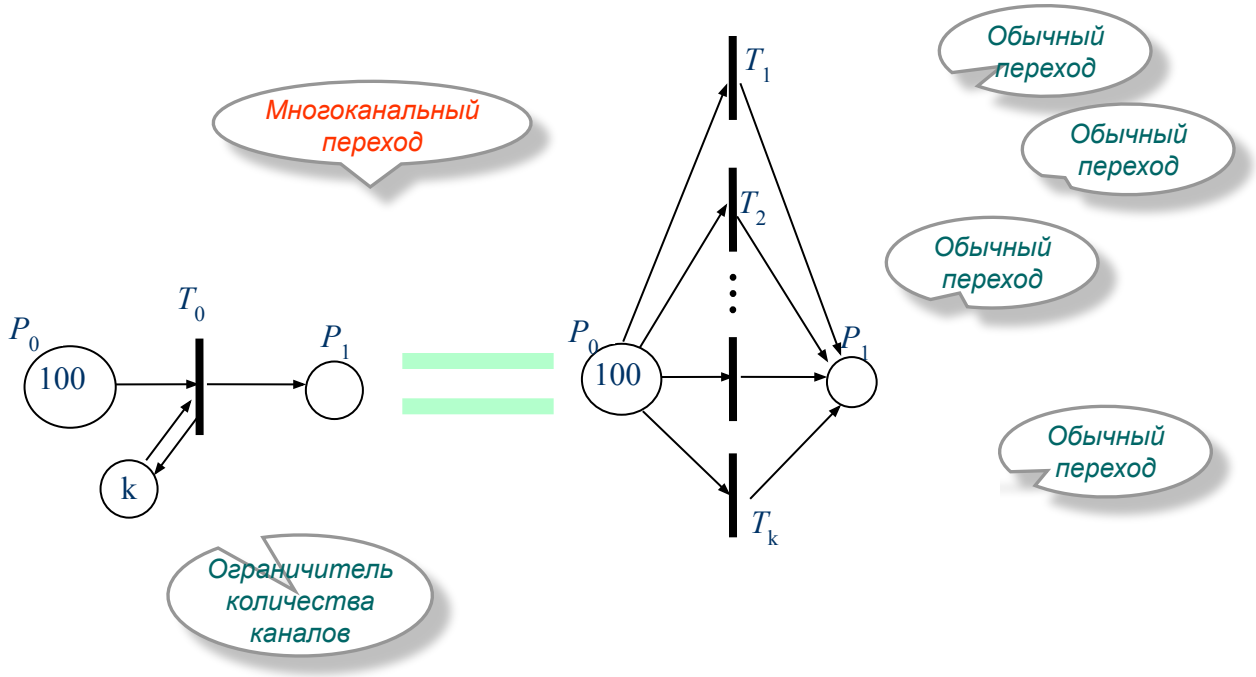


Теория временных сетей Петри

- Классификация, исследование свойств
  - Wang J. Timed Petri Nets: Theory and Application / J. Wang. - Kluwer Academic Publishers, USA October, 1998. - 290p.
- Фундаментальные уравнения состояний детерминированной временной сети Петри, матричные уравнения состояний, исследование свойств через исследование инвариантов поведения и инвариантов состояний
  - Зайцев Д.А. Инварианты временных сетей Петри // Кибернетика и системный анализ. – 2004. - №2. - С.92-106.
- Применения стохастической сети Петри к немарковским процессам функционирования
  - Haas P. J. Stochastic Petri nets : modelling, stability, simulation / Peter J. Haas — Springer series in operations research. – 2002. -– 529p.

Временные сети Петри с многоканальными переходами

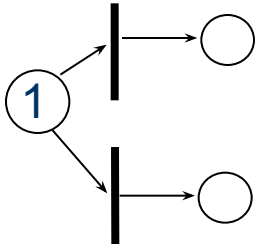




Временные сети Петри с конфликтными переходами

С равной вероятностью

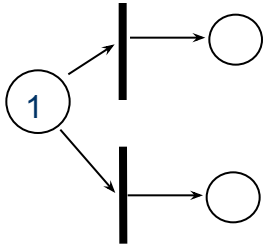
Занять ресурс 1



Занять ресурс 2

По значению приоритета

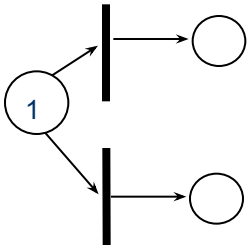
Занять Локальный Выч Ресурс



Занять Глобальный Выч Ресурс

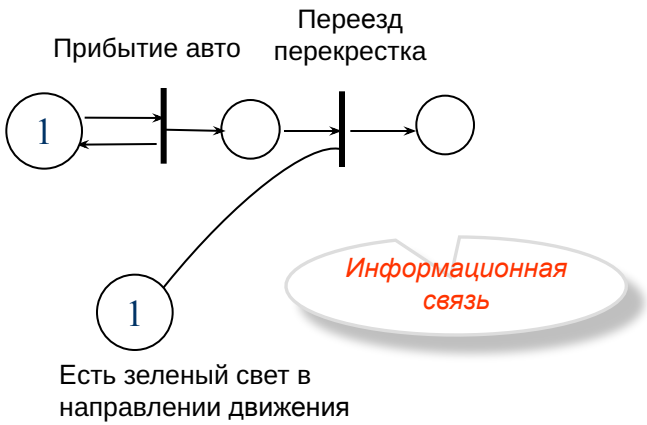
С заданной вероятностью

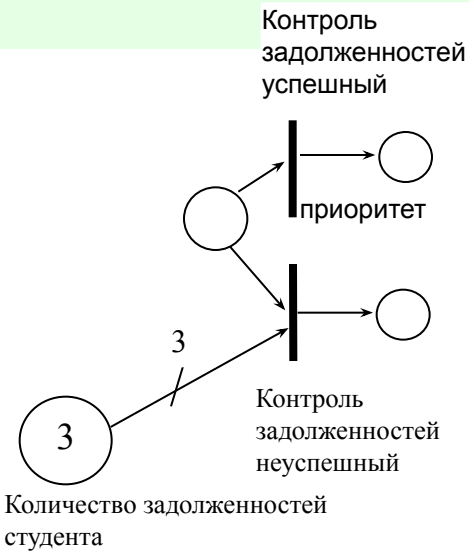
Принятие решения о допуске к пересдаче



Принятие решения о недопуске к пересдаче

Временные сети Петри с информационными связями

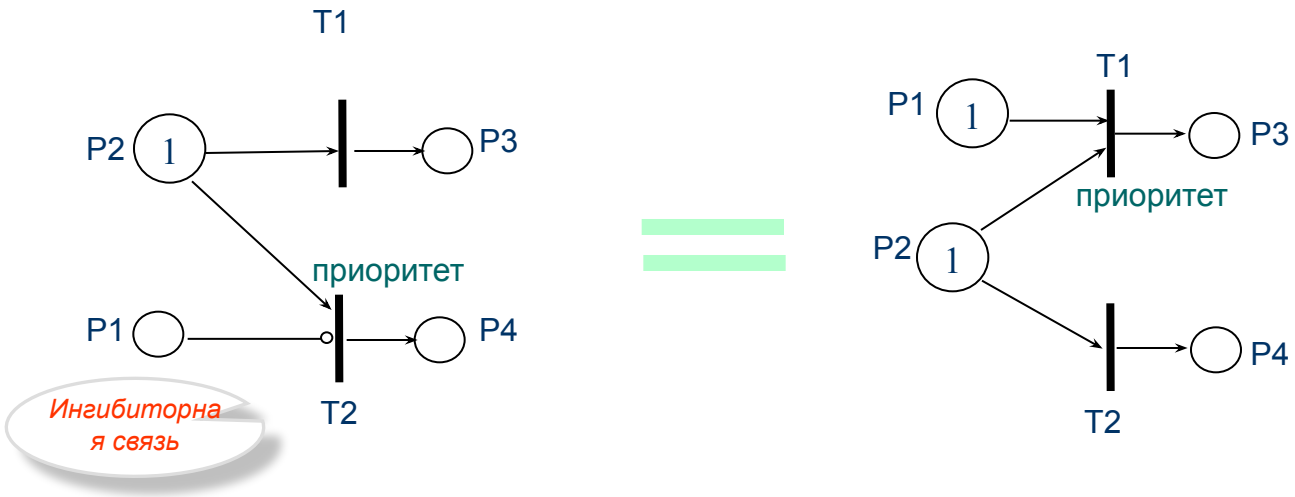




Формализация процессов управления

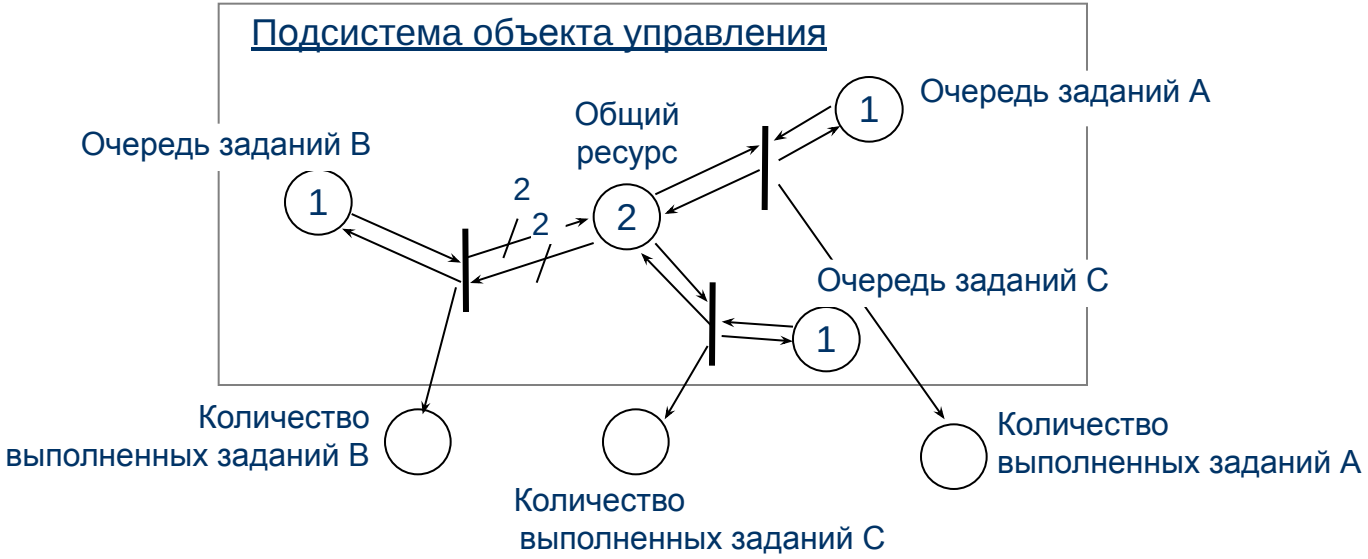
Формализация процессов принятия решений

Сравнение с ингибиторной сетью Петри

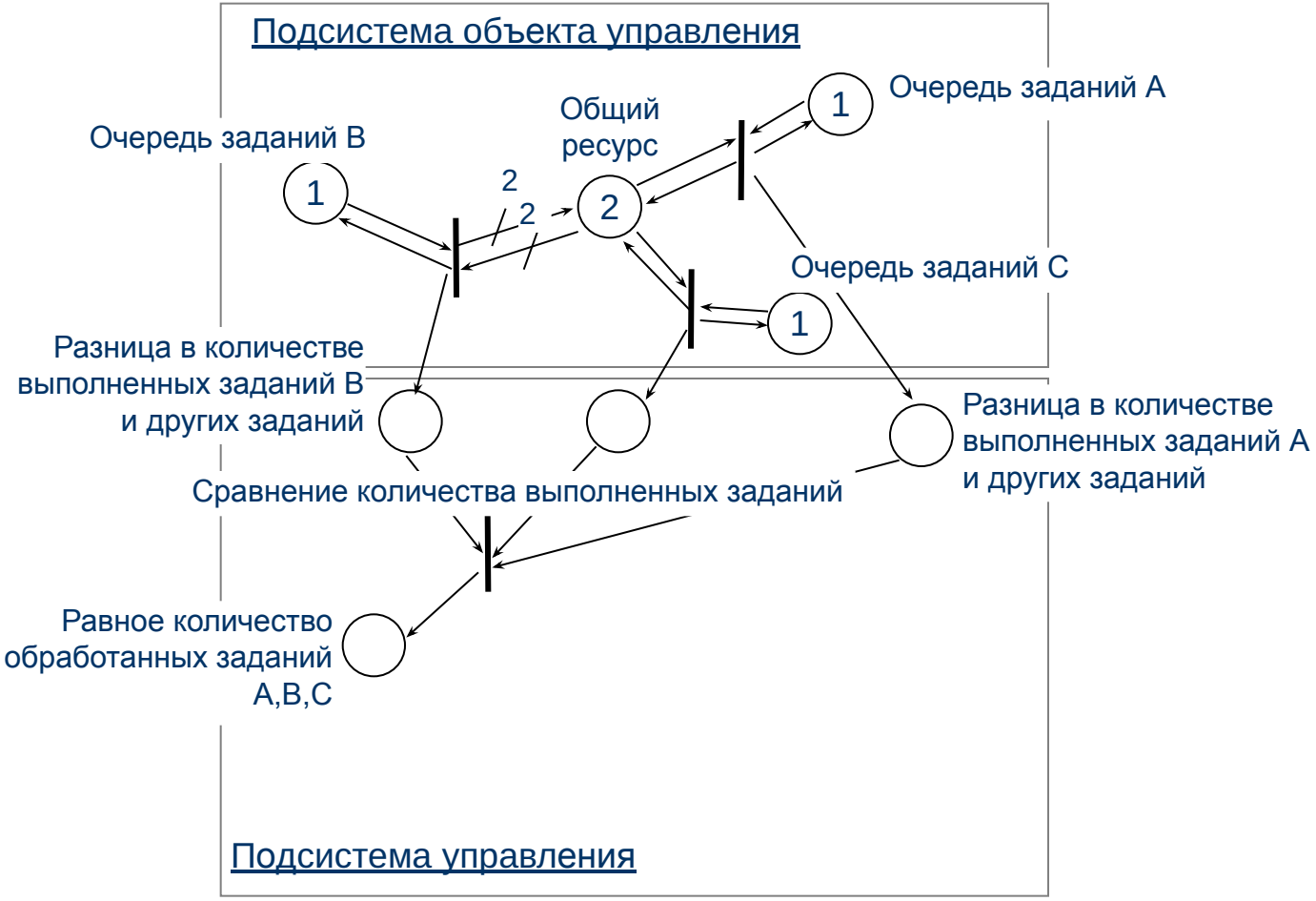


Информационные сети не мощнее ингибиторных сетей или сетей с приоритетами, но удобнее в использовании и алгоритмической реализации. Также, как, например, сети Петри с многоканальными переходами не мощнее обычных сетей Петри, но удобнее.

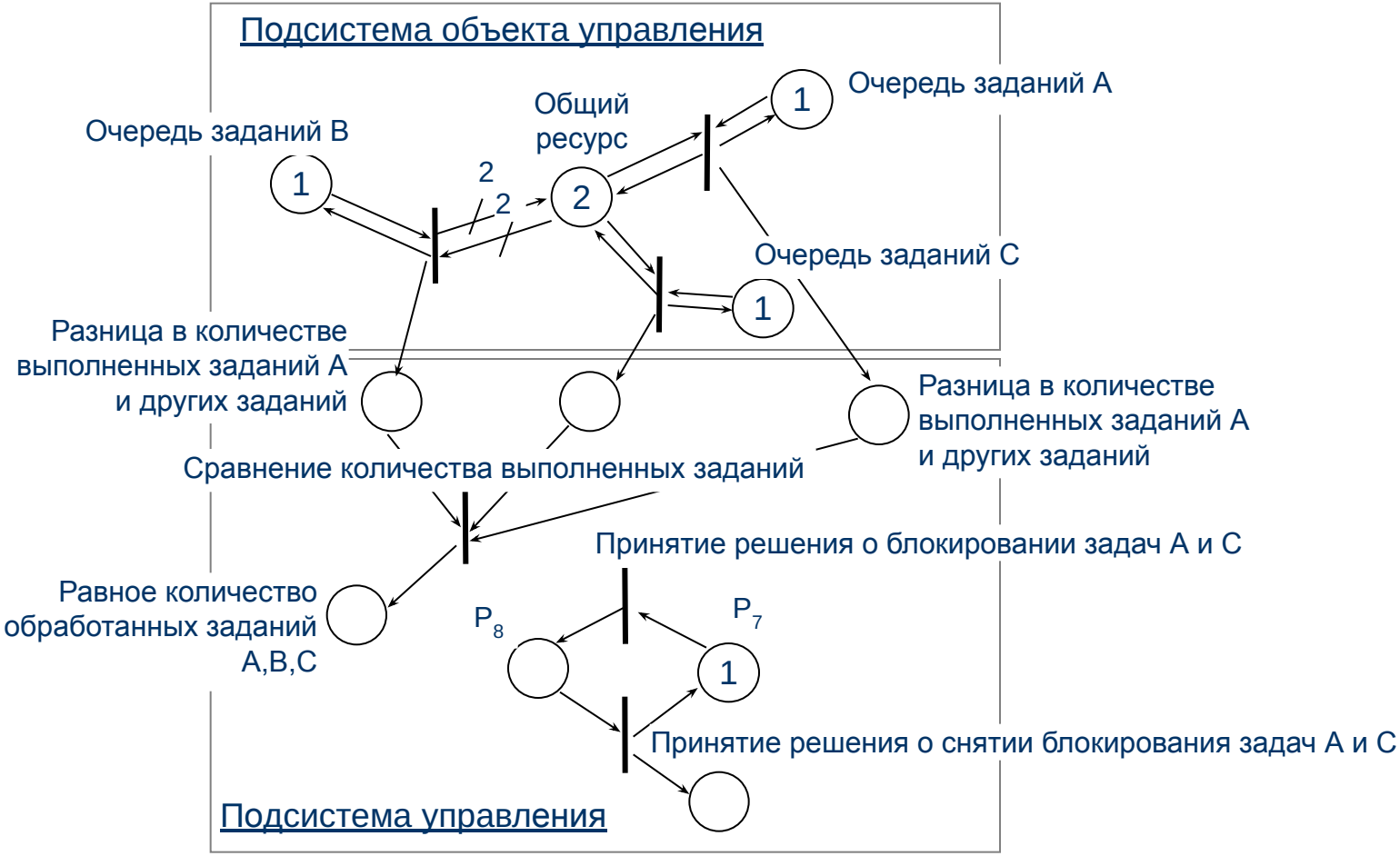
Пример моделирования стохастической сетью Петри динамического управления распределением ресурсов



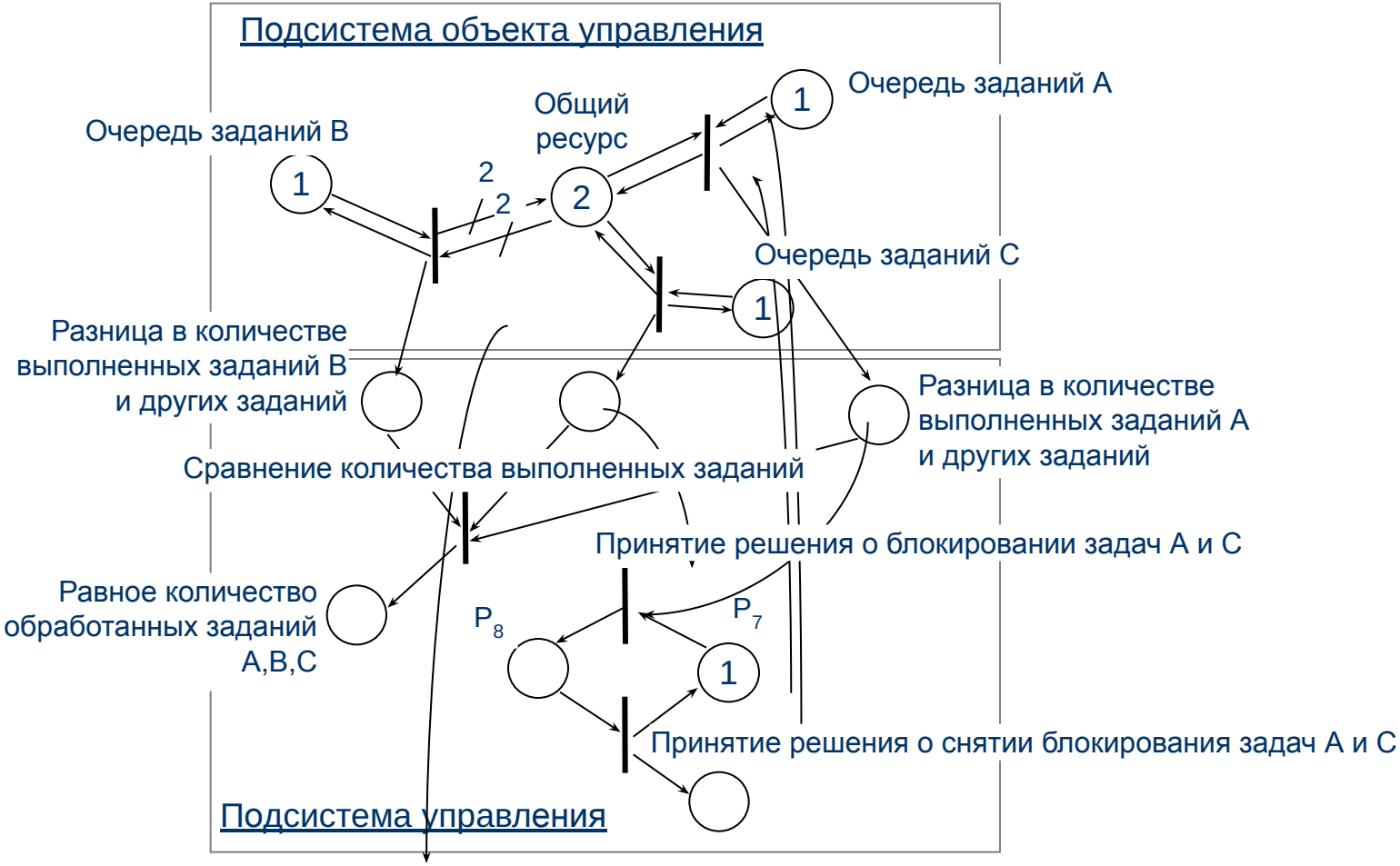
Пример моделирования стохастической сетью Петри динамического управления распределением ресурсов



Пример моделирования стохастической сетью Петри динамического управления распределением ресурсов



Пример моделирования стохастической сетью Петри динамического управления распределением ресурсов



Уравнения состояний детерминированной временной сети Петри с конфликтными и многоканальными переходами

[Зайцев Д.А. Инварианты временных сетей Петри // Кибернетика и системный анализ. – 2004. - №2. - С.92-106.]

Временная сеть Петри $N = (\mathbf{P}, \mathbf{T}, \mathbf{A}, \mathbf{W}, \mathbf{R})$

- временные задержки $\mathbf{R} : \mathbf{T} \to \mathrm{N}$

$\mathbf{S}(n) = (\mathbf{M}(n), \mathbf{E}(n))$

- состояние сети Петри

$$\begin{cases} M_P^+(n) = M_p(n-1) + \sum\limits_{T \in {}^\bullet P} W_{T,P} u_T(n - R_T) \\ M_P(n) = M_P^+(n) - \sum\limits_{T \in P^\bullet} W_{P,T} u_T(n) \\ M_P(n) \geq 0, P \in \mathbf{P} \\ v_T(n) = \& M_P^+(n) / W_{P,T}, P \in {}^\bullet T \\ 0 \leq u_T(n) \leq v_T(n), T \in \mathbf{T} \\ S(0) = S_0, n = 1,2... \end{cases}$$

n – номер такта модельного времени

$M_p^+(n)$ - промежуточная маркировка, являющаяся результатом выхода маркеров из переходов

$u_T(n)$ - количество каналов перехода *T*, запущенных в такте *n*

$v_T(n)$ - количество каналов, для которых выполнено условие запуска в такте *n*

Уравнения состояний стохастической временной сети Петри с конфликтными и многоканальными переходами, с информационными связями

- информационные связи $\mathbf{I} \subseteq \mathbf{P} \times \mathbf{T}$

Стохастическая сеть Петри $N = (\mathbf{P}, \mathbf{T}, \mathbf{A}, \mathbf{W}, \mathbf{K}, \mathbf{I}, \mathbf{R})$

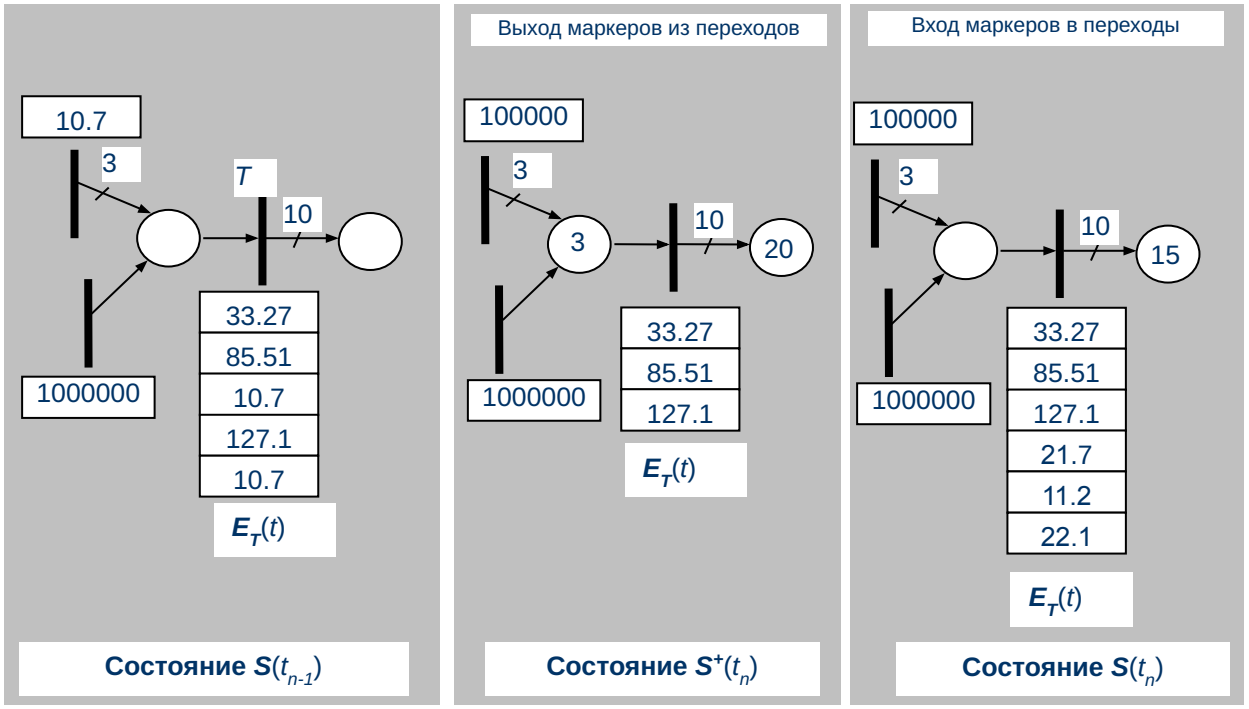
- временные задержки $\mathbf{R} : \mathbf{T} \to \Re_+$

$\mathbf{S}(t) = (\mathbf{M}(t), \mathbf{E}(t))$ - состояние сети Петри

- статус конфликтных переходов $\mathbf{K} : \mathbf{T} \to Z_+ \times Z_+$

Определение момента ближайшего события: $t_n = \min_T \left(\min_q \left[E_T(t_{n-1}) \right]_q \right), t_n \geq t_{n-1}$

Изменение состояния, соответствующее моменту времени t_n=10.7



$$\mathbf{S}(t_{n-1}) \to \mathbf{S}^+(t_n) \to \mathbf{S}(t_n)$$

Преобразование сети Петри, соответствующее выходу маркеров из переходов $D^{+}:\mathbf{S}(t_{n-1})\to\mathbf{S}(t_{n})$

$$\forall T\in\mathbf{T}\mid Y(T,t_n)=1$$

$$E_T^{+}(t_n)=\begin{cases}\{\infty\}\ \ if\ \ \left|s_T(t_{n-1})\right|=\left|E_T(t_{n-1})\right|,\\ E_T(t_{n-1})\setminus\left\{\left[E_T(t_{n-1})\right]_q\mid q\in s_T(t_{n-1})\right\}\ \ else\end{cases}$$

$$\forall P\in\mathbf{P}$$

$$M_P^{+}(t_n)=M_P(t_{n-1})+\sum_{T\in{}^{\bullet}P}Y(T,t_n)\cdot W_{T,P}\mid s_T(t_{n-1})\mid$$

$Y(T,t_n)$ - предикат, определяющий множество переходов, для которых осуществляется выход маркеров в момент времени

$$\left(\min_q\left[E_T(t_{n-1})\right]_q=t_n\right)\Rightarrow Y(T,t_n)=1$$

$$\left(\min_q\left[E_T(t_{n-1})\right]_q\neq t_n\right)\Rightarrow Y(T,t_n)=0$$

$s_T(t)$ - множество каналов перехода, которым соответствует наименьший из всех моментов выхода маркеров из перехода

$$s_T(t)=\left\{q\in\mathrm{N}\mid\left[E_T(t)\right]_q=\min_q\left[E_T(t)\right]_q\right\}$$

Преобразование сети Петри, соответствующее входу маркеров в переходы $D^{-}:\mathbf{S}(t_n)\rightarrow\mathbf{S}(t_n)$

$$\forall P\in\mathbf{P}$$

$$M_P(t_n)=M_P^{+}(t_n)-\sum_{T\in P^{\bullet}\setminus P^{\square}}W_{P,T}\cdot X(T,t_n)$$

$$\forall T\in\mathbf{T}\mid X(T,t_n)=1$$

$$E_T(t_n)=\begin{cases}\{t_n+R_T\} & if\ \min\limits_{q}\left[E_T(t_{n-1})\right]_q=\infty,\\ E_T^{+}(t_n)\cup\{t_n+R_T\} & else\end{cases}$$

$X(T,t_n)$ - предикат, определяющий множество переходов, для которых осуществляется вход маркеров в момент времени t_n

$$T\in\Psi'(t_n)\Rightarrow X(T,t_n)=1,$$

$$T\notin\Psi'(t_n)\Rightarrow X(T,t_n)=0.$$

$\Psi'(t_n)$ - подмножество множества переходов с выполненным условием запуска, которое формируется в результате выбора из конфликтных переходов, основывающегося на значениях приоритетов и вероятностей запуска переходов

Преобразование сети Петри, соответствующее *m*-кратному входу маркеров в переходы

$$\left(D^{-}\right)^{m} : \mathbf{S}(t_n) \to \mathbf{S}(t_n) \qquad m : \left(D^{-}\right)^{m}(\mathbf{S}(t_n)) : \bigvee_{\mathrm{T}} Z(T, t_n) = 0$$

$$\forall P \in \mathbf{P} \qquad M_P(t_n) = M_P^{+}(t_n) - \sum_{T \in {}^{\bullet}P \setminus P^{\bullet}} W_{P,T} \cdot u_T(t_n)$$

$$\forall T \in \mathbf{T} \mid X(T, t_n) = 1$$

$$E_T(t_n) = \begin{cases} \{t_n + R_T\} \cdot \ldots \cdot \{t_n + R_T\} \; if \; \min\limits_{q} \left[E_T(t_{n-1})\right]_q = \infty, \\ \qquad\qquad u_T(t_n) \\ E_T^{+}(t_n) \cdot \{t_n + R_T\} \cdot \ldots \cdot \{t_n + R_T\} \; else \\ \qquad\qquad u_T(t_n) \end{cases}$$

где $u_T(t_n) = \sum_{i=1}^{m} X(T, t_n)_i$ - представляет количество входов маркеров в переход *T* в серии входов маркеров в переходы, соответствующей моменту времени t_n

Уравнения состояний стохастической временной сети Петри с конфликтными и многоканальными переходами, с информационными связями

$$\begin{cases} t_n = \min\limits_T \tau_T(t_{n-1}),\ t_n \geq t_{n-1}, \\ \mathbf{S}(t_1) = \left(D^-\right)^m \left(\mathbf{S}(t_0)\right), \\ \mathbf{S}(t_n) = \left(D^-\right)^m \left(D^+(\mathbf{S}(t_{n-1})\right), \\ n = 2,3\ldots \end{cases}$$

где $\tau_T(t) = \min\limits_q \left[E_T(t)\right]_q$ - ближайший момент выхода маркеров из перехода

$m : \left(D^-\right)^m (\mathbf{S}(t_n)) : \ \bigvee\limits_{\mathrm{T}} Z(T, t_n) = 0$ - достигается состояние, при котором ни один из переходов сети Петри не запускается

$Z(T, t_n)$ - предикат, определяющий множество переходов с выполненным условием запуска в момент времени t_n

$$\left(\forall P \in {}^\bullet T \quad M_P^+(t_n) \geq W_{P,T}\right) \Rightarrow Z(T, t_n) = 1$$

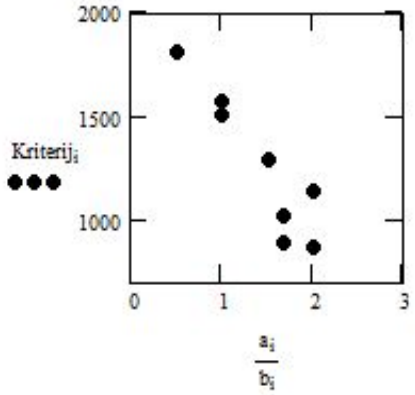
$$\left(\exists P \in {}^\bullet T \quad M_P^+(t_n) < W_{P,T}\right) \Rightarrow Z(T, t_n) = 0$$

Пример. Исследование параметров динамического управления распределением ресурсов

Время выполнения задачи С = 1, задачи А =0,157, задачи В = 0,333.

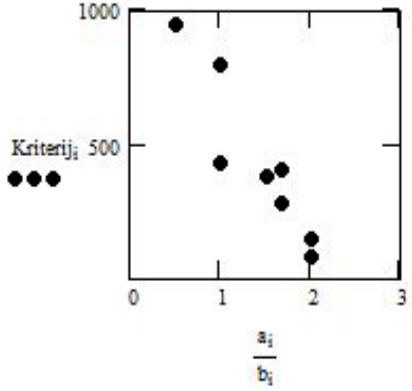
Параметр *«a»* = кратность дуги, соединяющих позицию «Разница в количестве выполненных заданий А и других заданий» и переход «Сравнение количества выполненных заданий» = кратность дуги, соединяющих позицию «Разница в количестве выполненных заданий А и других заданий» и переход «Принятие решения о блокировании задач А и С»

Параметр *«b»* = кратность дуги, соединяющих позицию «Разница в количестве выполненных заданий С и других заданий» и переход «Сравнение количества выполненных заданий» = кратность дуги, соединяющих позицию «Разница в количестве выполненных заданий С и других заданий» и переход «Принятие решения о блокировании задач А и С»



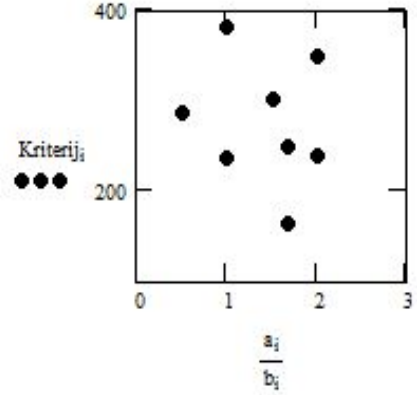
Критерий = сумма значений «количество выполненных заданий» всех классов

$$a = 1,\ b = 2$$



Критерий = сумма значений «разница в количестве выполненных заданий» всех классов

$$a = 2,\ b = 1$$



Критерий = количество выполненных заданий класса С

$$a = 2,\ b = 2$$

Матричные уравнения состояний стохастической временной сети Петри с конфликтными и многоканальными переходами, с информационными связями

$$a^{+}_{P,T} = \begin{cases} W_{T,P}, T \in {}^{\bullet}P \\ 0, T \notin {}^{\bullet}P \end{cases}$$

$$v_T(t) = \begin{cases} |E_T(t)|, \tau_T < \infty, \\ 0, \tau_T = \infty. \end{cases}$$

- количество активных каналов перехода

$$a^{-}_{P,T} = \begin{cases} W_{P,T}, T \in P^{\bullet} \setminus P^{\boxtimes} \\ 0, T \notin P^{\bullet} \setminus P^{\boxtimes} \end{cases}$$

$$\gamma_T(t_n) = \sum_{j=1}^{n} Z(T, t_j) \cdot u_T(t_j)$$

- общее количество входов в переход в течение всего интервала времени $[t_0, t_n]$

$$\eta_T(t_n) = \sum_{j=1}^{n} Y(T, t_j) \cdot |s_T(t_{j-1})|$$

- общее количество выходов из перехода в течение всего интервала времени $[t_0, t_n]$

$$\mathbf{M}(t) = M_P(t) \qquad \mathbf{v}(t) = \|v_T(t)\|$$

$$\mathbf{a}^{+} = \|a^{+}_{T,P}\| \qquad \boldsymbol{\gamma}(t) = \|\gamma_T(t)\|$$

$$\mathbf{a}^{-} = \|a^{+}_{T,P}\| \qquad \boldsymbol{\eta}(t) = \|\eta_T(t)\|$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}^{+} - \mathbf{a}^{-}$$

Введем матричную переменную $\boldsymbol{\mu}(t) = \mathbf{M}(t) + \mathbf{a}^{+} \cdot \mathbf{v}(t)$ - вектор расширенной маркировки

$$\boldsymbol{\mu}(t_n) = \boldsymbol{\mu}(t_0) + \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\gamma}(t_n)$$

$$\boldsymbol{\eta}(t_n) = -\mathbf{v}(t_n) + \mathbf{v}(t_0) + \boldsymbol{\gamma}(t_n)$$

Сравнение матричных уравнений состояний стохастической временной сети Петри с известными уравнениями состояний сети Петри

$I = \varnothing \quad \Rightarrow \quad P^{\square} = \varnothing \quad \Rightarrow$ Матричные уравнения состояний стохастической временной сети Петри без информационных связей

$\chi_T(t_n) = \min\{\gamma_T(t_n), \eta_T(t_n)\}$ - количество завершенных запусков перехода

$$\boldsymbol{\eta}(t_n) = \boldsymbol{\gamma}(t_n) = \boldsymbol{\chi}(t_n) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v}(t_n) = \mathbf{v}(t_0), \ \Delta\boldsymbol{\mu} = \Delta\mathbf{M} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\Delta\mathbf{M} = \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\chi}(t_n)}$$

$$R_T = 0 \Rightarrow v_T(t) = 0 \Rightarrow \boldsymbol{\mu}(t) = \mathbf{M}(t), \ \boldsymbol{\eta}(t_n) = \boldsymbol{\gamma}(t_n) \Rightarrow \mathbf{M}(t_n) = \mathbf{M}(t_0) + \left(\mathbf{a}^+ - \mathbf{a}^-\right) \cdot \boldsymbol{\chi}(t_n) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{M}_n = \mathbf{M}_0 + \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{x}} \quad \Rightarrow$$

Фундаментальное уравнение состояний базовой сети Петри

$$R_T = const \Rightarrow t_n = t_0 + n \cdot \Delta t$$

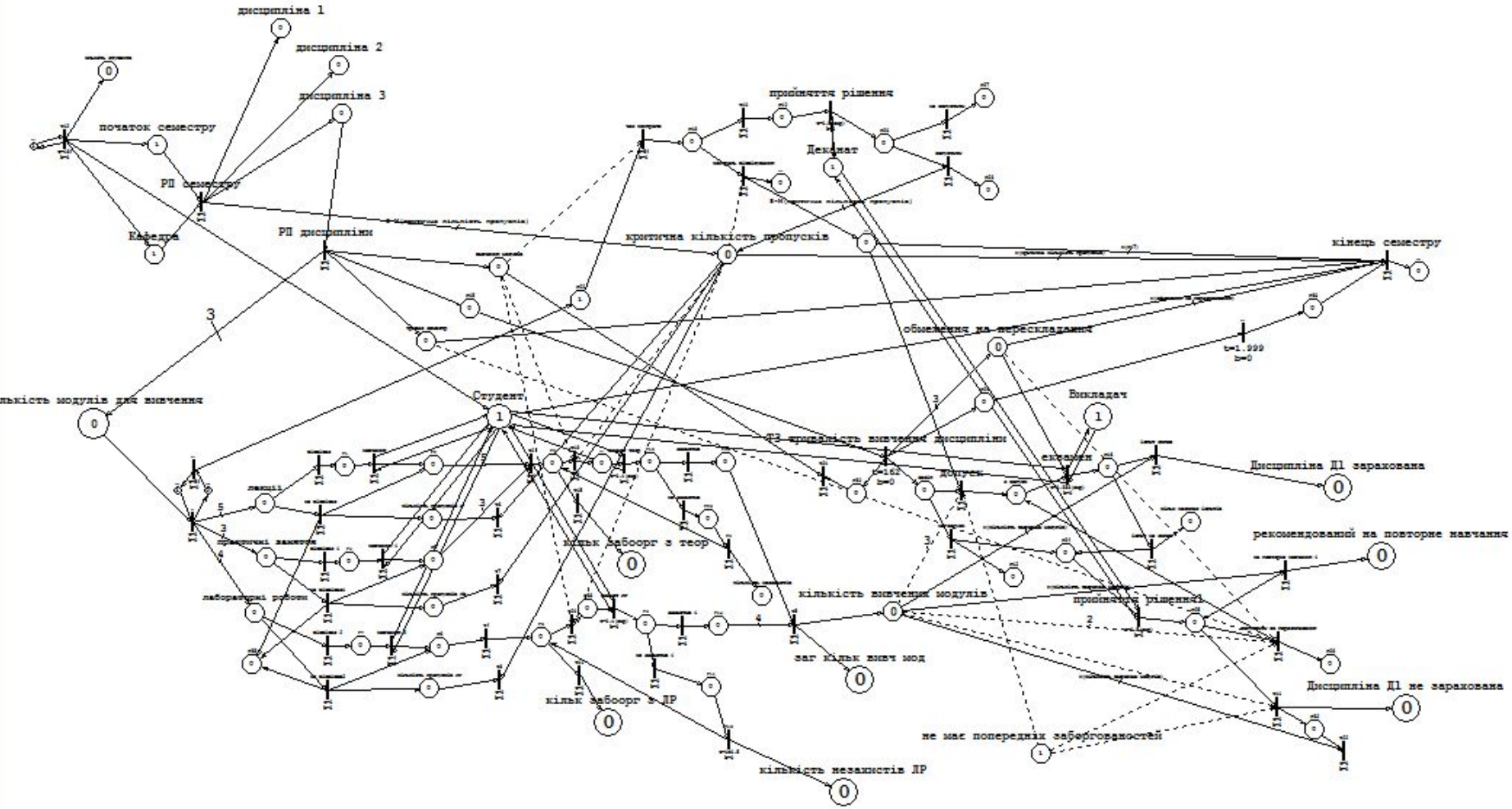
$$\Delta t = 1, \ t_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad t_n = n$$

$$\mathbf{M}(n) - \mathbf{M}(0) = \left(\mathbf{a}^+ - \mathbf{a}^-\right) \cdot \boldsymbol{\gamma}(n) - \mathbf{a}^+ \cdot \left(\mathbf{v}(n) - \mathbf{v}(0)\right) \quad \Rightarrow \quad \mathbf{M}(n) - \mathbf{M}(0) = \mathbf{a}^+ \cdot \left(\boldsymbol{\gamma}(n) - \mathbf{v}(n) + \mathbf{v}(0)\right) - \mathbf{a}^- \cdot \boldsymbol{\gamma}(n) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\mathbf{M}(n) - \mathbf{M}(0) = \mathbf{a}^+ \cdot \boldsymbol{\eta}(n) - \mathbf{a}^- \cdot \boldsymbol{\gamma}(n)} \quad \Rightarrow$$

Фундаментальное уравнение состояний детерминированной временной сети Петри

Недостаток сети Петри



“При проектировании сложной программной системы необходимо составлять ее из небольших подсистем, каждую из которых можно отладить независимо от других.”

Гради Буч

ООП и сети Петри

Блочная структура сети Петри

[Ямпольський Л.С., Лавров О.А. Штучний інтелект у плануванні та управлінні виробництвом. – К.: Вища шк., 1995. - 255с.]

[Стеценко І.В., Бойко О.В. Система імітаційного моделювання засобами сіток Петрі // Математичні машини і системи. – Київ, 2009. – №1. – С.117-124.]

Функциональные подсети

[Dmitriy A. Zaitsev Functional Petri net // Universite Paris Paris-Dauphine. - Cahier N 224. – mars 2005. – P.1-62.]

Объектно-ориентированные сети Петри

[Lakos C. Object Oriented Modeling with Object Petri Nets // Concurrent Object-Oriented Programming and Petri Nets. - 2001. - P. 1-37.]

[Lakos C., Keen C. LOOPN++: a new language for object-oriented Perti nets, Technical Report R94-4, Networking Research Group, Univesity of Tasmania,Australia, April 1994.]

Иерархическая объектно-ориентированная сеть Петри

[Hue Xu Timed Hierarchical object-oriented Petri net // Petri Net, Theory and Applications, Book edited by: Vedran Kordic. - I-Tech Education and Publishing, Vienna, Austria. - 2008. - P.253-280.]

Высокоуровневые сети Петри для описания ООП

[Hong,J.E., Bae D.H. High-level Petri net for incremental specification of object-oriented system requirements // Institution of Engineering and Technology, IEEE Proceedings – Software. - 2001. - Vol. 148, No.1 - P.11-18.]

Понятие Петри-объекта

PetriSim
— name: String
— Net: PetriNet
— priority: int
— timeMod: double
— eventMin: PetriT
— timeMin: double
— STOP: boolean
— timeCurr: double
+ setPriority(int a)
+ EventMin()
+ findActiveT()
+ DoConflikt(ArrayList<Petri T> TT)
+ Start()
+ NextEvent()
+ DoStatistica()
+ DoT()
+ Go(double time)

Класс Петри-имитатор

Поле Сеть Петри

Поле Время моделирования

Поле Момент времени ближайшего события

Поле Текущий момент времени

Метод Вход маркеров в переходы

Метод Выполнить событие: выход маркеров и вход маркеров в переходы, соответствующие текущему моменту времени

Метод Выполнить статистические вычисления

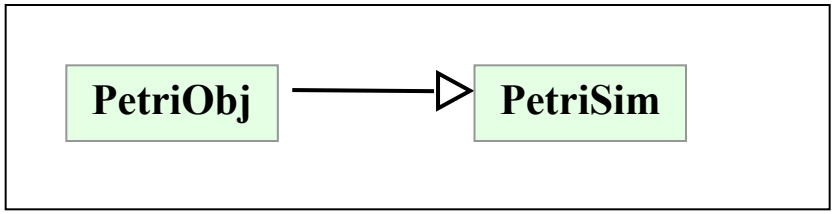
Метод Выполнить специфические действия, соответствующие переходу

Метод Выполнить имитацию до момента времени time

<u>Определение.</u> **Петри-объектом** *(*PetriObj*)* называется объект, являющийся наследником объекта Петри-имитатор (PetriSim):

$$\text{PetriObj} \xrightarrow{\textit{inherit}} \text{PetriSim}$$

Петри-объект

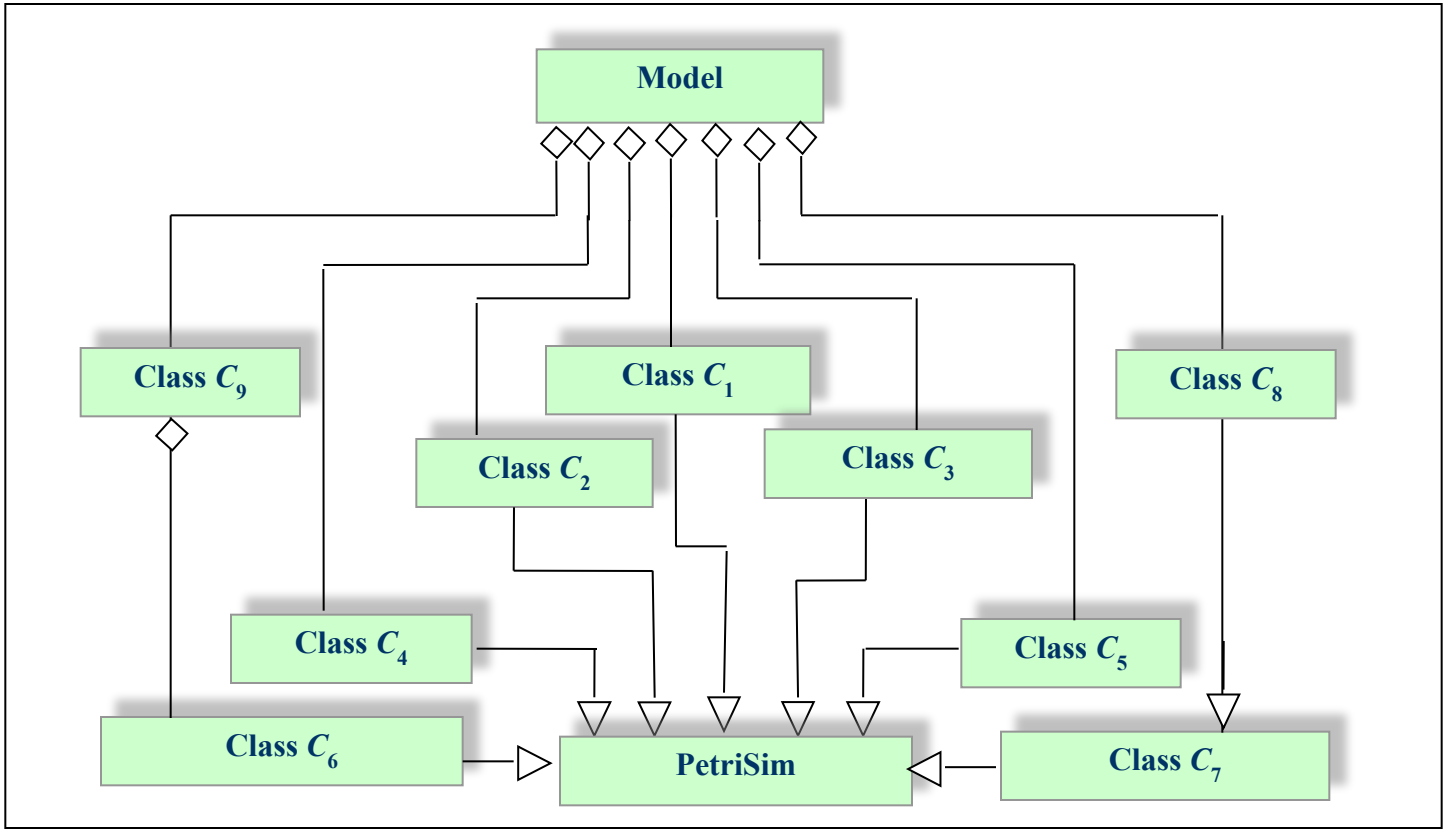


Понятие Петри-объектной модели

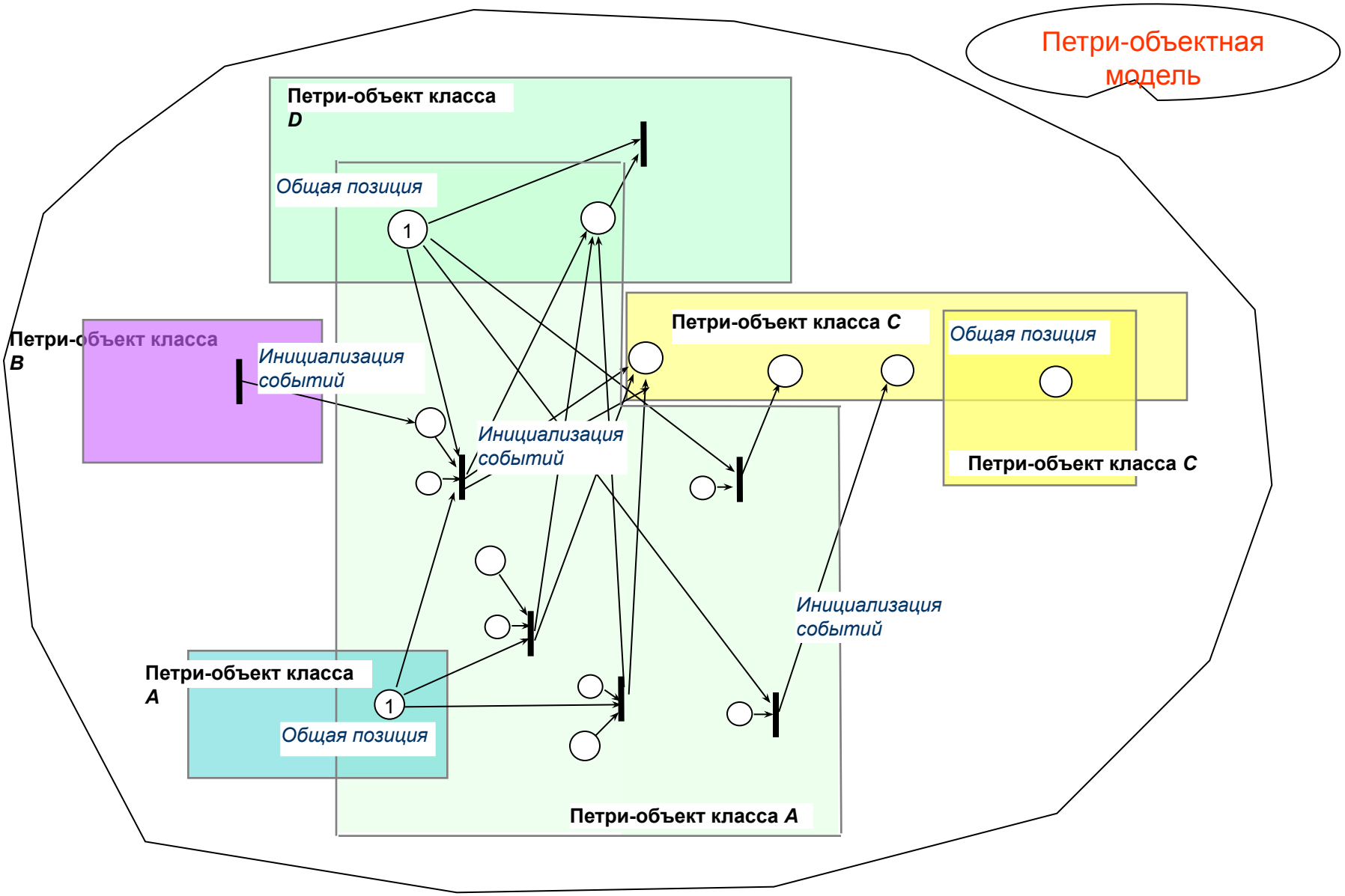
Определение. Петри-объектной моделью называется модель, являющаяся результатом агрегирования Петри-объектов:

$$Model = \boxtimes_{N} O_N$$

где $O_N \xrightarrow{inherit} \text{PetriSim}$



Связи между Петри-объектами



Утверждение 1

Петри-объектная модель описывается стохастической временной сетью Петри, являющейся объединением сетей Петри-объектов, из которых она состоит:

$$ModelNet = \bigotimes_{\tilde{N}} \tilde{N}$$

где $\tilde{N} = (\mathbf{T}_N^{\bullet}, \mathbf{T}_N, \tilde{\mathbf{A}}_N, \tilde{\mathbf{W}}_N, \mathbf{K}_N, \mathbf{I}_N, \mathbf{R}_N)$

$$\bigotimes_{\tilde{N}} \tilde{N}: \quad \mathbf{P} = \bigotimes_N \mathbf{T}_N^{\bullet} \qquad \mathbf{T} = \bigotimes_N \mathbf{T}_N \qquad \tilde{\mathbf{A}} = \bigotimes_N \tilde{\mathbf{A}}_N \qquad \tilde{\mathbf{W}} = \bigotimes_N \tilde{\mathbf{W}}_N \qquad \mathbf{K} = \bigotimes_N \mathbf{K}_N \qquad \mathbf{I} = \bigotimes_N \mathbf{I}_N \qquad \mathbf{R} = \bigotimes_N \mathbf{R}_N$$

$$\mathbf{T}_N^{\bullet} = \bigotimes_{T \in \mathbf{T}_N} T^{\bullet} = \{P \in \mathbf{P} \mid \exists T \in \mathbf{T} : \exists (T, P) \in \tilde{\mathbf{A}}_N\}$$

$$\tilde{\mathbf{A}}_N = \mathbf{A}_N \otimes \mathbf{U}_N \qquad \tilde{\mathbf{W}}_N = \mathbf{W}_N \otimes \mathbf{w}_N$$

$U_N = \{(T, P) \mid T \in \mathbf{T}_k, P \in \mathbf{P}_l, w_{k,l} > 0\}$ - множество дуг Петри- объекта, соединяющих его с другими объектами посредством инициализации событий

Следствие. Петри-объектная модель является вычислимой.

Утверждение 2

Преобразование D^+ сети Петри-объектной модели $\tilde{N}$ эквивалентно преобразованию D^+ сетей Петри-объектов

$$\tilde{N} = (\mathbf{T}_N^{\bullet}, \mathbf{T}_N, \tilde{\mathbf{A}}_N, \tilde{\mathbf{W}}_N, \mathbf{K}_N, \mathbf{I}_N, \mathbf{R}_N)$$

<u>Следствие.</u> Состояние Петри-объектной модели, являющееся результатом выхода маркеров из переходов сети Петри-объектной модели, описывается состоянием ее Петри-объектов:

$$\mathbf{S}^+(t_n) = D^+\big(\mathbf{S}(t_{n-1})\big) = \begin{pmatrix} D^+(\tilde{\mathbf{S}}_1(t_{n-1})) \\ \dots \\ D^+(\tilde{\mathbf{S}}_N(t_{n-1})) \\ \dots \\ D^+(\tilde{\mathbf{S}}_L(t_{n-1})) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{S}}_1^{\,+}(t_n) \\ \dots \\ \tilde{\mathbf{S}}_N^{\,+}(t_n) \\ \dots \\ \tilde{\mathbf{S}}_L^{\,+}(t_n) \end{pmatrix}$$

Утверждение 3

Преобразование D^- сети Петри-объектной модели $\tilde{N}$ эквивалентно преобразованию D^- сетей Петри-объектов

$$\tilde{N} = (\mathbf{T}_N^{\bullet}, \mathbf{T}_N, \tilde{\mathbf{A}}_N, \tilde{\mathbf{W}}_N, \mathbf{K}_N, \mathbf{I}_N, \mathbf{R}_N),$$

для которых в случае существования общих позиций Петри-объектов решен конфликт

<u>Следствие.</u> Состояние Петри-объектной модели, являющееся результатом входа маркеров в переходы сети Петри-объектной модели, описывается состоянием ее Петри-объектов.

$$\mathbf{S}(t_n) = D^-\left(\mathbf{S}^+(t_n)\right) = \begin{pmatrix} D^-(\tilde{\mathbf{S}}_1^{\,+}(t_n)) \\ \dots \\ D^-(\tilde{\mathbf{S}}_N^{\,+}(t_n)) \\ \dots \\ D^-(\tilde{\mathbf{S}}_L^{\,+}(t_n))) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{S}}_1(t_n) \\ \dots \\ \tilde{\mathbf{S}}_N(t_n) \\ \dots \\ \tilde{\mathbf{S}}_L(t_n) \end{pmatrix}$$

Уравнения состояний Петри-объектной модели

<u>Следствие.</u> Состояние Петри-объектной модели в каждый момент времени описывается состоянием ее Петри-объектов.

$$\mathbf{S}(t_n) = \left(D^-\right)^m \left(D^+(\mathbf{S}(t_{n-1}))\right) = \left(D^-\right)^m \begin{pmatrix} D^+(\widetilde{\mathbf{S}}_1(t_{n-1})) \\ \dots \\ D^+(\widetilde{\mathbf{S}}_N(t_{n-1})) \\ \dots \\ D^+(\widetilde{\mathbf{S}}_L(t_{n-1})) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(D^-\right)^m \left(D^+(\widetilde{\mathbf{S}}_1(t_{n-1}))\right) \\ \dots \\ \left(D^-\right)^m \left(D^+(\widetilde{\mathbf{S}}_N(t_{n-1}))\right) \\ \dots \\ \left(D^-\right)^m \left(D^+(\widetilde{\mathbf{S}}_L(t_{n-1}))\right) \end{pmatrix}$$

Уравнения состояний Петри-объектной модели

$$t_n = \min_N \tau_N \,,\, t_n \geq t_{n-1}$$

$$\mathbf{S}(t_1) = \begin{pmatrix} \left(D^-\right)^m (\mathbf{S}_1(t_0)) \\ \dots \\ \left(D^-\right)^m (\mathbf{S}_N(t_0)) \\ \dots \\ \left(D^-\right)^m (\mathbf{S}_L(t_0)) \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{S}(t_n) = \begin{pmatrix} \left(D^-\right)^m \left(D^+(\widetilde{\mathbf{S}}_1(t_{n-1}))\right) \\ \dots \\ \left(D^-\right)^m \left(D^+(\widetilde{\mathbf{S}}_N(t_{n-1}))\right) \\ \dots \\ \left(D^-\right)^m \left(D^+(\widetilde{\mathbf{S}}_L(t_{n-1}))\right) \end{pmatrix}$$

$$\forall \widetilde{\mathbf{S}}_N(t_n) : \bigvee_{T \in \mathbf{T}_N} Z(T, t_n) = 0$$

Алгоритм имитации Петри-объектной модели

- Формировать список Петри-объектов;
- Осуществить преобразование $\left(D^{-}\right)^{m}$ (метод Start());
- Пока не достигнут момент окончания моделирования
  - продвинуть время в момент ближайшего события;
  - определить список конфликтных объектов и выбрать объект из списка конфликтных объектов;
  - для выбранного объекта выполнить преобразование $\left(D^{-}\right)^{m} \boxtimes D^{+}$ (методы NextEvent(), DoT()) ;
  - для всех других объектов осуществить преобразование $\left(D^{-}\right)^{m}$ (метод Start());
- Вывести результаты моделирования.

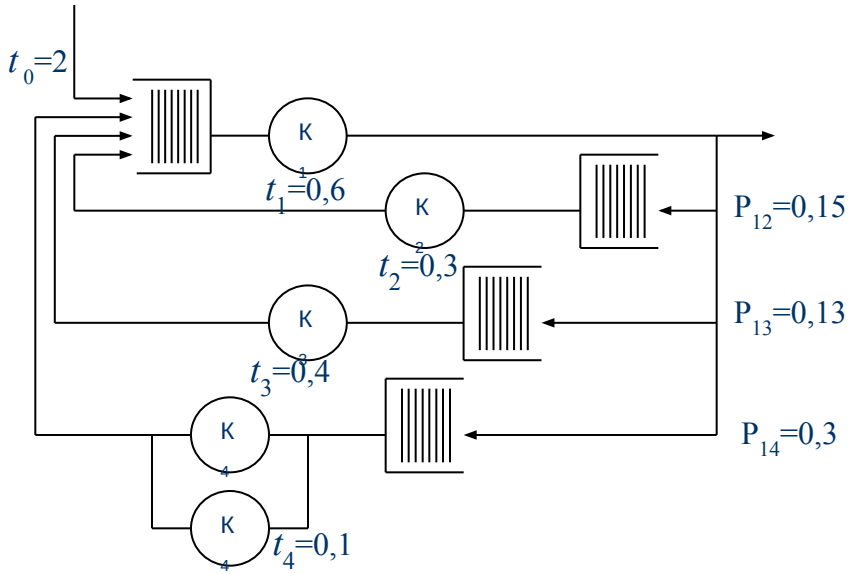
<u>Анализ вычислительной сложности алгоритма:</u>

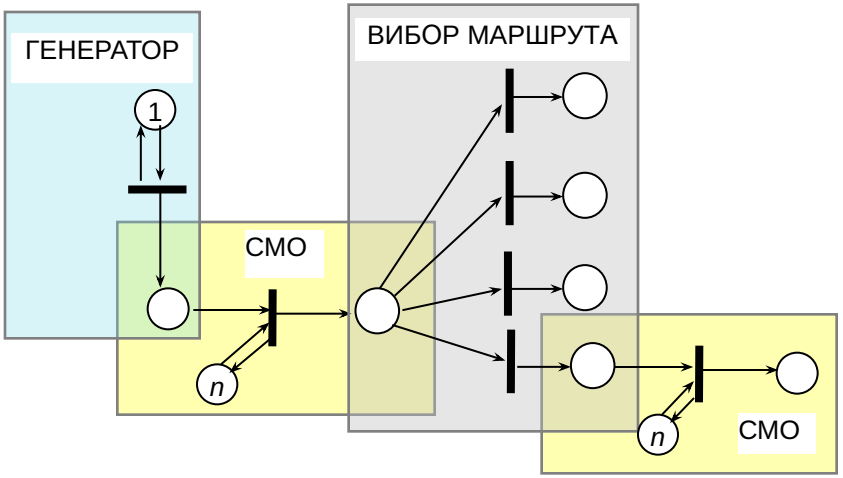
$$O\left(\left|\mathbf{T}\right|^{2} \cdot V \cdot timeMod \cdot \left(\underset{T \in \mathbf{T}}{mean}\left|T^{\bullet}\right| + V + V \cdot \left|\mathbf{T}\right| \cdot \underset{T \in \mathbf{T}}{mean}\left|{}^{\bullet}T\right| + V^{2} \cdot \left|\mathbf{T}\right| + V \cdot K^{2}\right)\right)$$

Среднее количество активных каналов перехода

Среднее количество конфликтных переходов

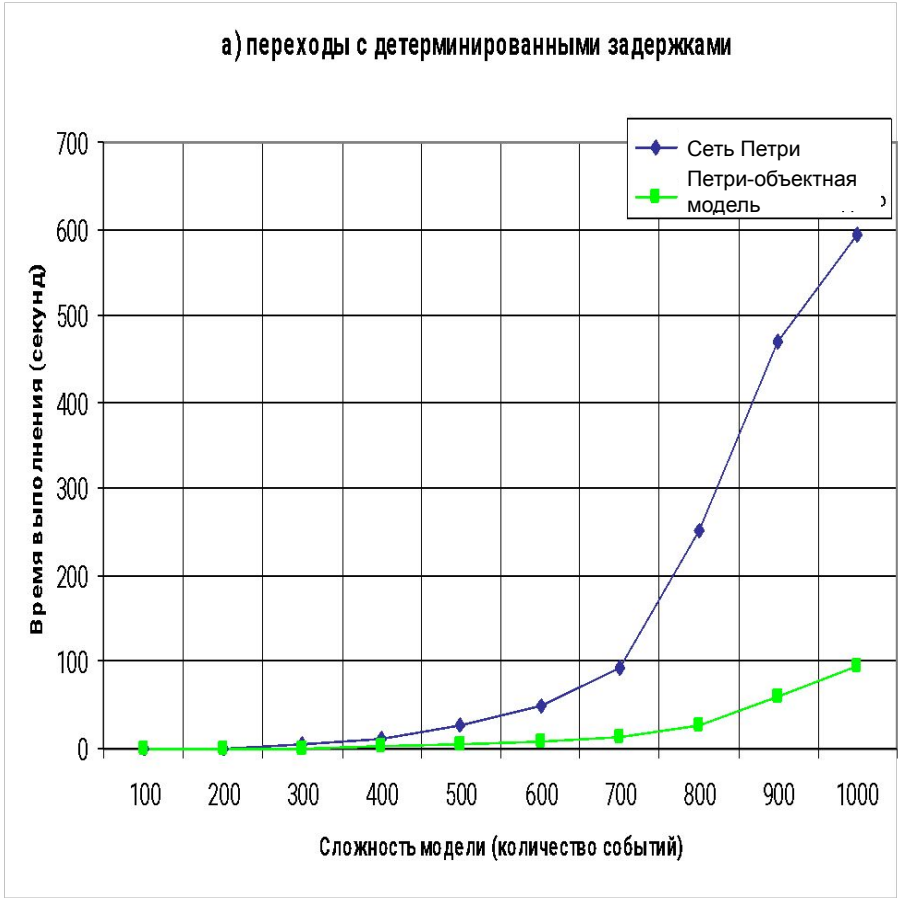
Точность результатов моделирования

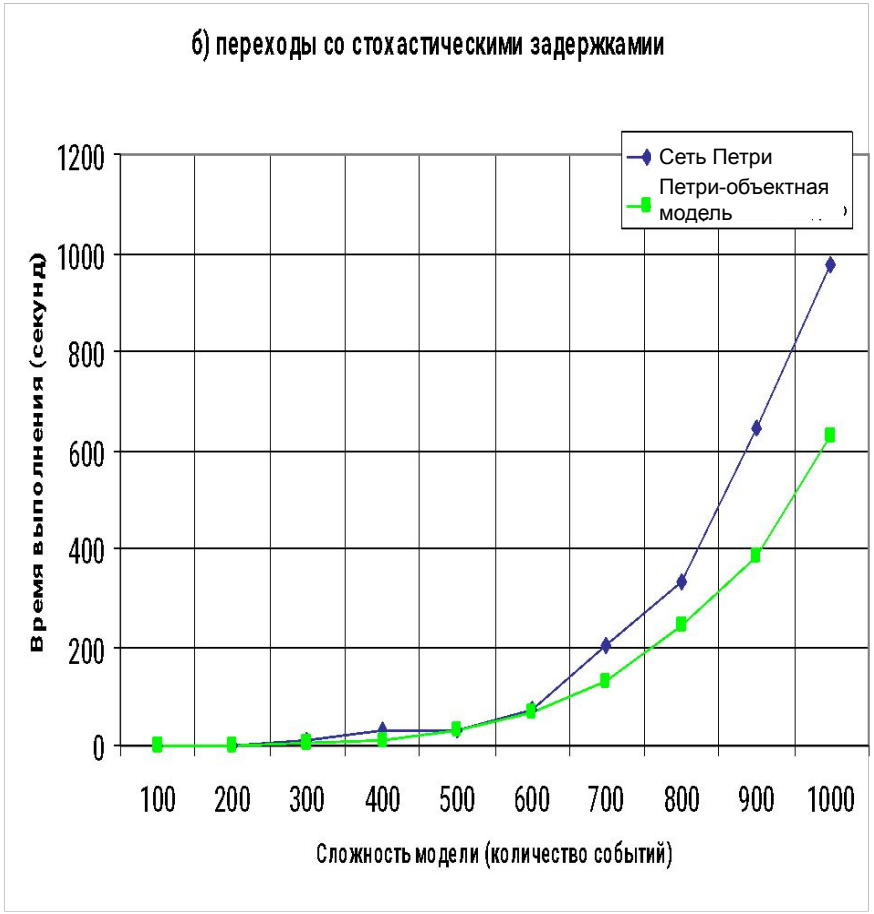




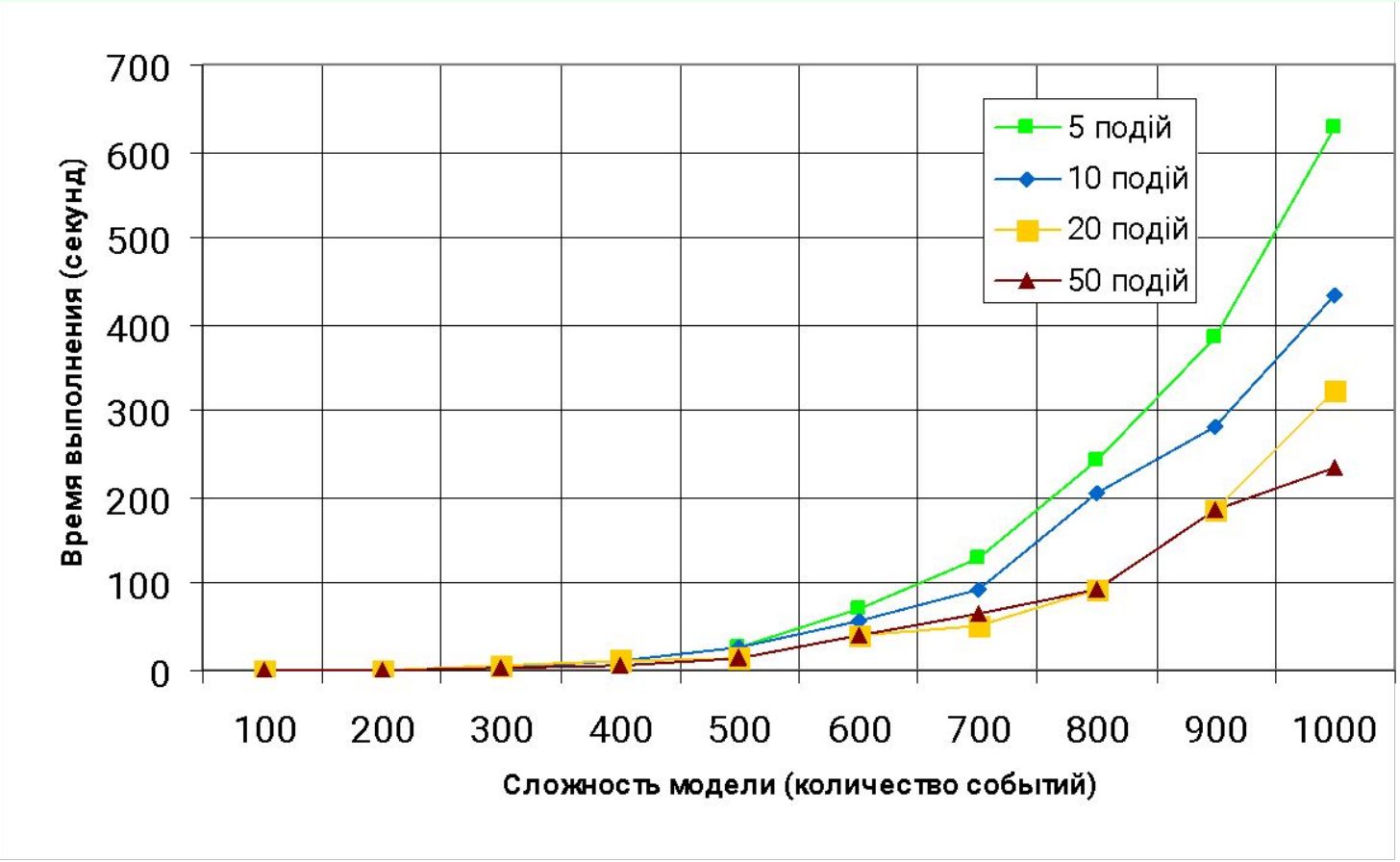
Результаты аналитического моделирования	Результаты Петри-объектного моделирования
Средняя длина очереди СМО1 = 1,786 Средняя длина очереди СМО2 = 0,003 Средняя длина очереди СМО3 = 0,004 Средняя длина очереди СМО4 = 0,00001 Средняя занятость устройств СМО1 = 0,714 Средняя занятость устройств СМО2 = 0,054 Средняя занятость устройств СМО3 = 0,062 Средняя занятость устройств СМО4 = 0,036	Средняя длина очереди СМО1 = 1,766 Средняя длина очереди СМО2 = 0,0041 Средняя длина очереди СМО3 = 0,0035 Средняя длина очереди СМО4 = 0,00001 Средняя занятость устройств СМО1 = 0,714 Средняя занятость устройств СМО2 = 0,054 Средняя занятость устройств СМО3 = 0,065 Средняя занятость устройств СМО4 = 0,035

Исследование эффективности алгоритма имитации Петри-объектной модели





Исследование эффективности алгоритма имитации Петри-объектной модели при различной сложности объектов



Петри-объектная модель

- это средство формального описания систем, которое:

1) имеет математическое описание, а следовательно, имеет большую степень абстракции и наиболее формализованное описание алгоритма имитации;

2) допускает не только имитационные методы исследования, но и аналитические методы;

3) позволяет создавать модели больших и сложных систем с наименьшими затратами времени и труда;

4) основывается на временной стохастической сети Петри, а значит, допускает наиболее детализированное описание дискретно-событийных процессов функционирования;

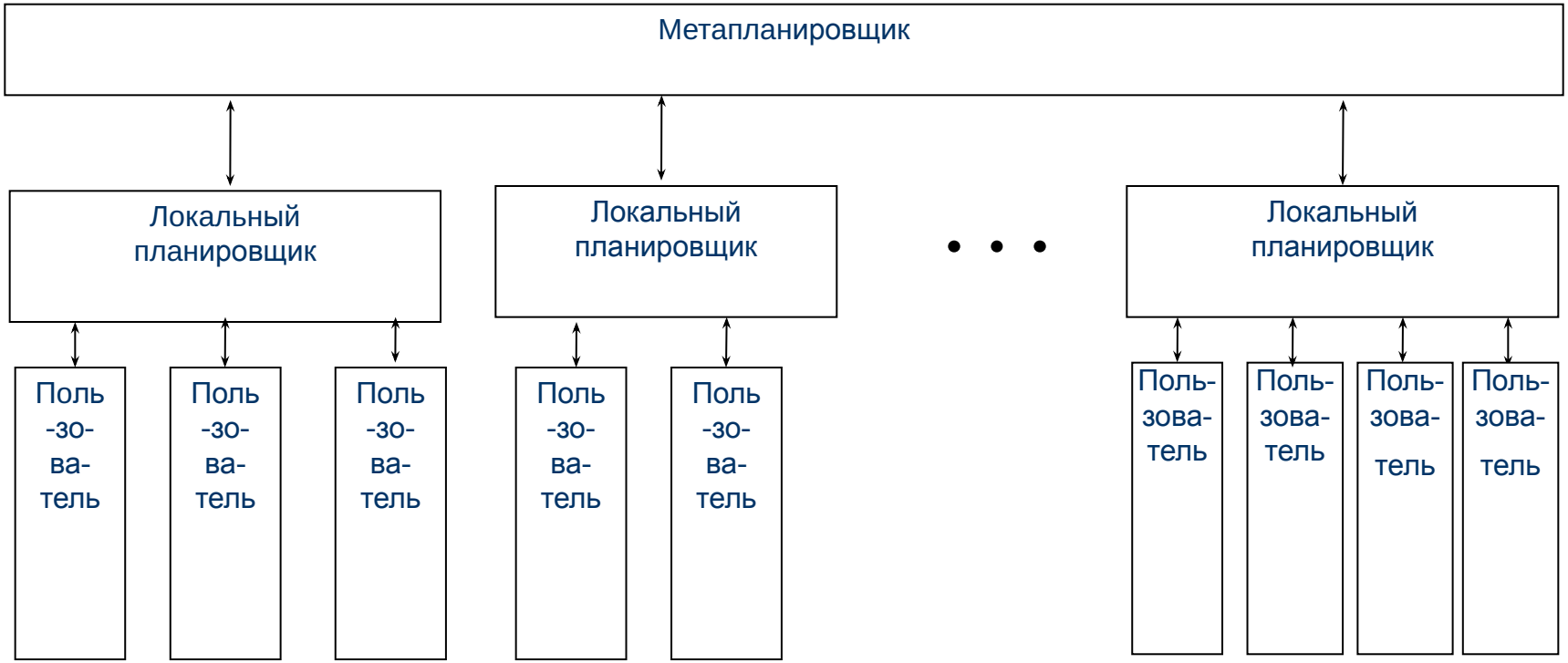
5) основывается на объектно-ориентированной технологии, а значит, допускает моделирование структуры больших систем и совместимость с другими информационными технологиями.

Практическое применение Петри-объектного моделирования

- Моделирование систем управления (учебный процесс, транспортные системы)
- Моделирование параллельных вычислений (грид-системы)
- Моделирование процессов управления организациями и предприятиями (процессно-ориентированный подход к управлению)
- Распределенное моделирование (модель большой системы строится с участием коллектива разработчиков). Это идея и концепция, которой придерживались при разработке ООП
- Петри-процессор (Петри-машина) и «новая парадигма вычислений»

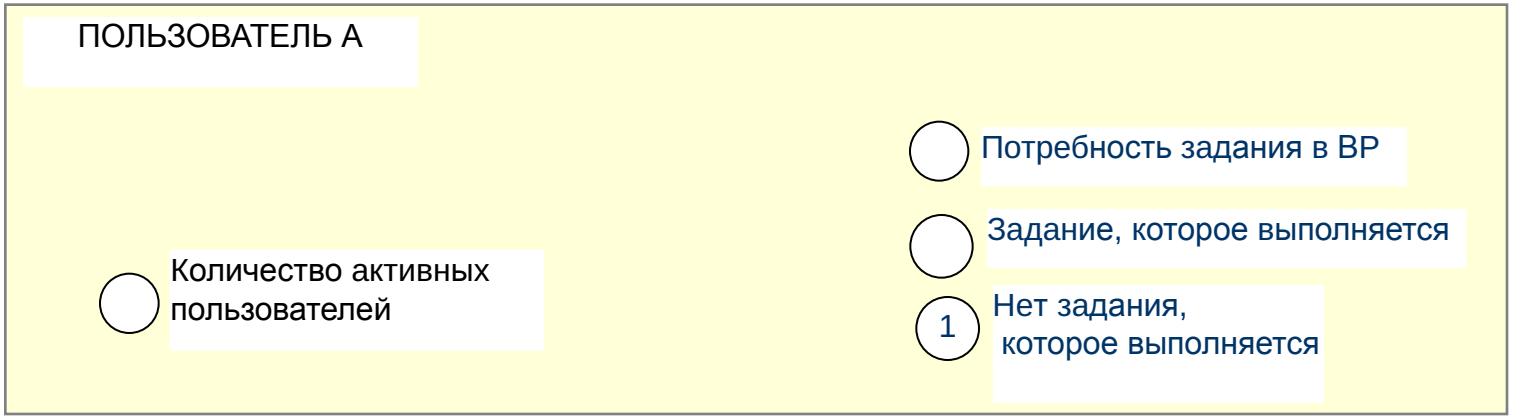
Петри-объектная модель системы управления распределенными вычислительными ресурсами

Архитектура двухуровневой грид-системы

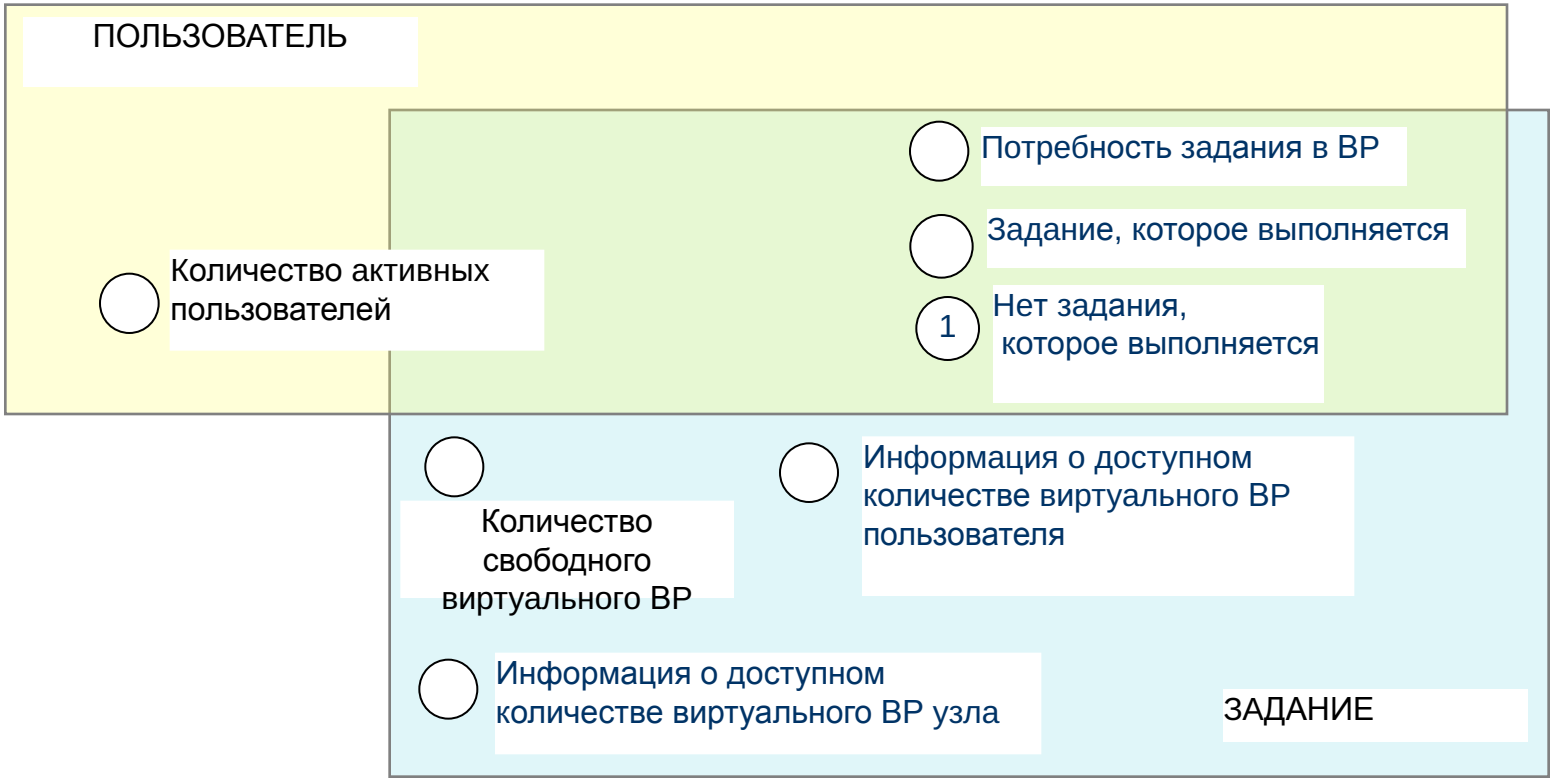


Часть доступного ресурса: $x_i = \dfrac{p_i}{\sum\limits_{i \in A} p_i}$ $\sum\limits_i x_i = 1$

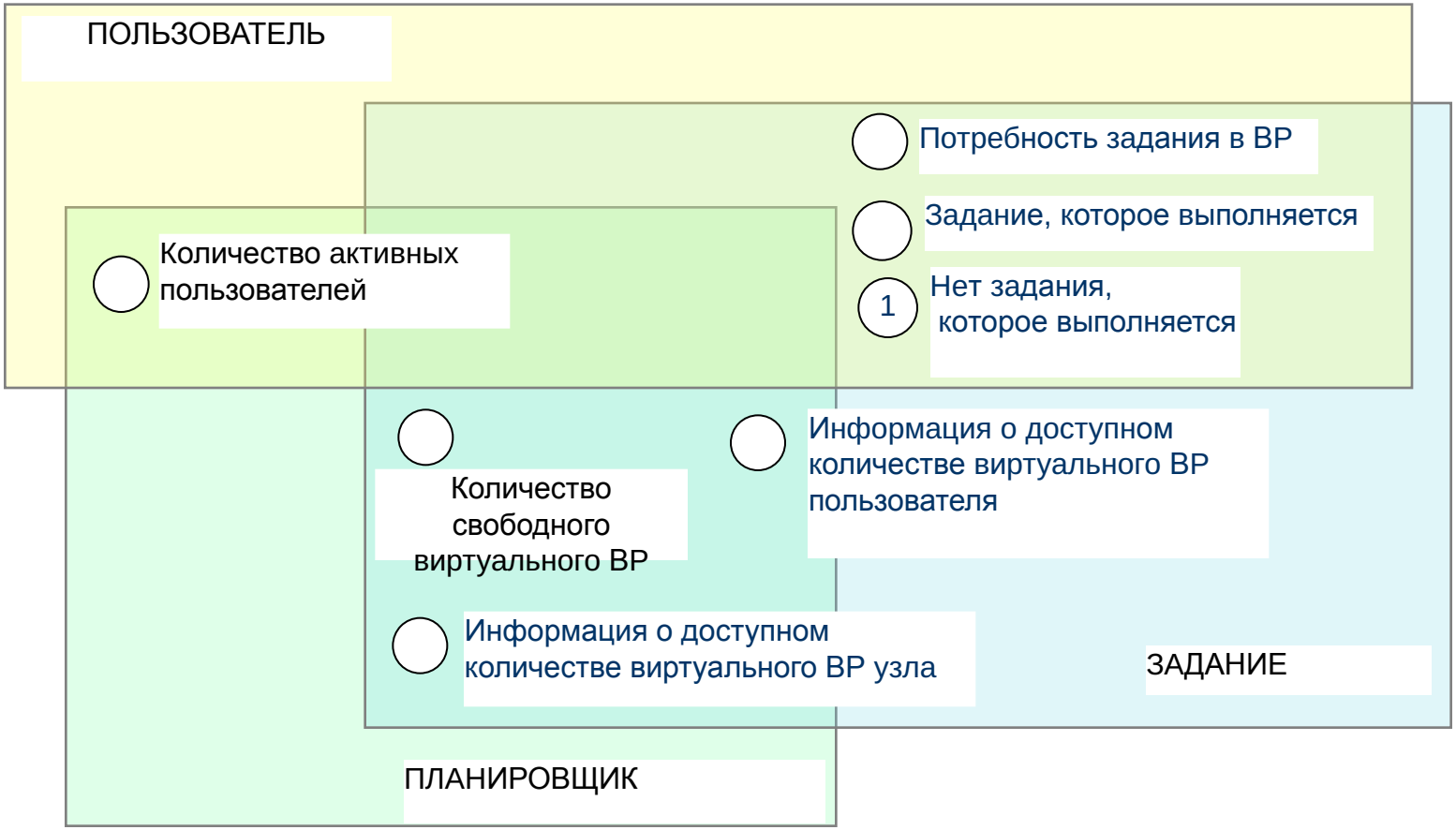
Петри-объектная модель системы управления распределенными вычислительными ресурсами



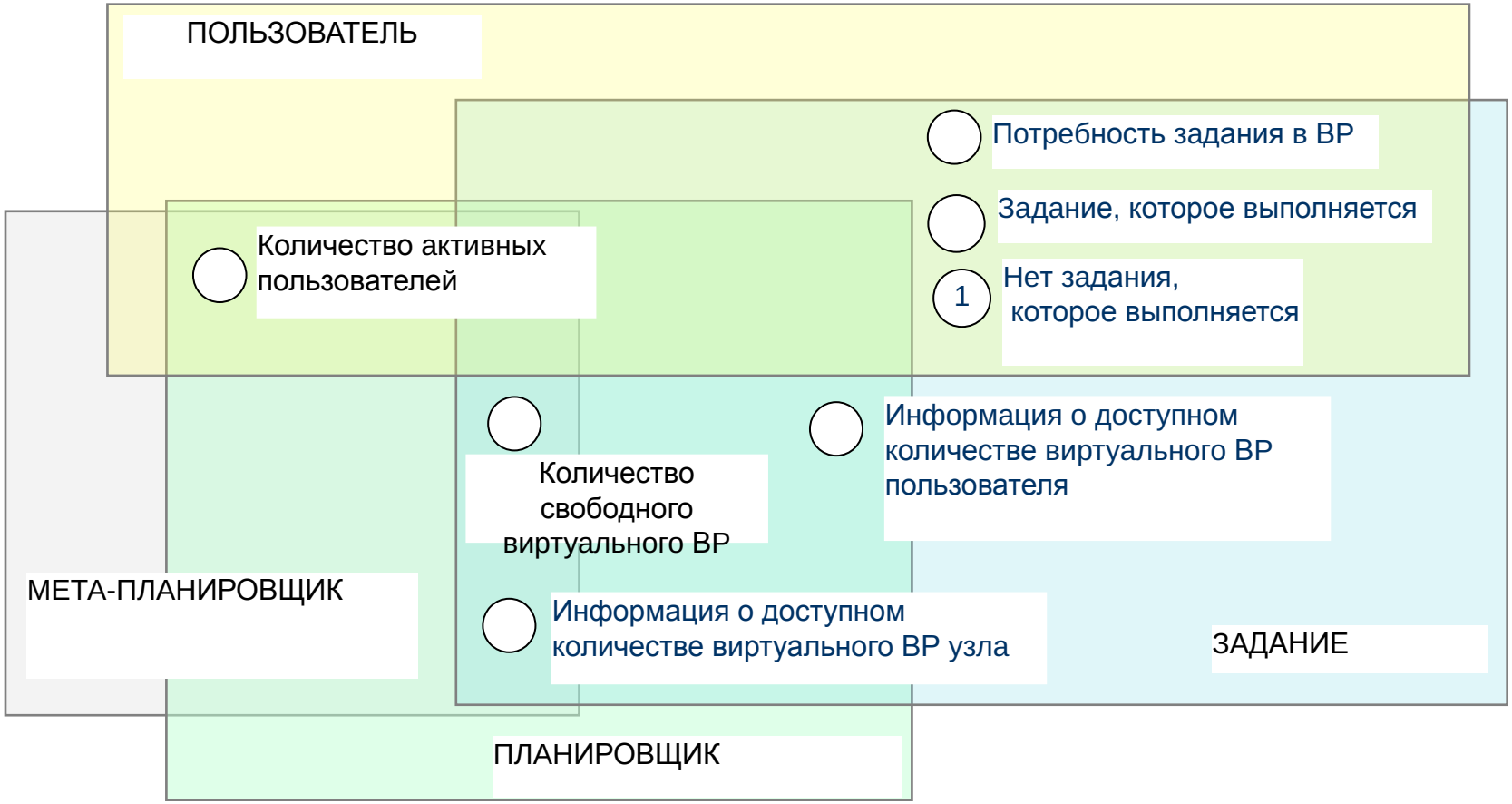
Петри-объектная модель системы управления распределенными вычислительными ресурсами



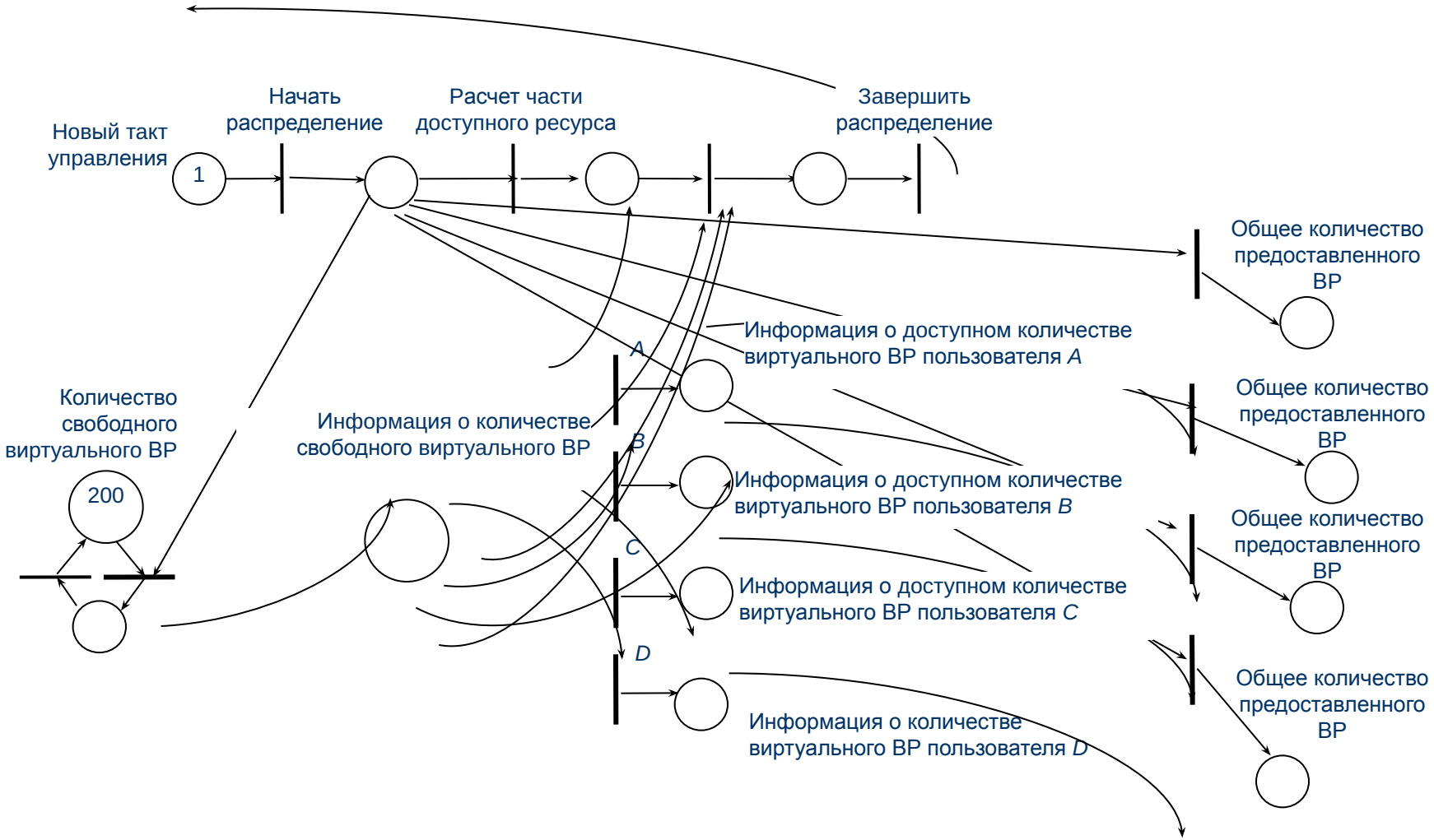
Петри-объектная модель системы управления распределенными вычислительными ресурсами



Петри-объектная модель системы управления распределенными вычислительными ресурсами



Сеть Петри-объекта «Планировщик»



Java-реализация модели системы управления распределенными вычислительными ресурсами

GridResources - NetBeans IDE 7.0.1

Файл Правка Вид Переход Исходный файл Реорганизация код Выполнить Отладка Профилировать Группа Сервис Окно Справка

Файлы | Службы

- GridResources
  - Пакеты исходных файло
    - PetriObj
      - FunRand.java
      - NetLibrary.java
      - PetriNet.java
      - PetriObjModel.java
      - PetriP.java
      - PetriSim.java
      - PetriT.java
      - TieIn.java
      - TieOut.java
    - gridresources
      - Main.java
      - PlanSim.java
      - TaskSim.java
      - UserSim.java

Навигатор

Просмотр элементов

- PetriObjModel
  - PetriObjModel(ArrayList<P
  - Go(double timeModeling)
  - SortObj(ArrayList<PetriSim
  - getListObj() : ArrayList<Pe
  - setIsProtokol(boolean b)
  - setIsStatistica(boolean b)
  - setListObj(ArrayList<PetriS
  - ListObj : ArrayList<PetriSim
  - isProtokolPrint : boolean
  - isStatistica : boolean

...ца | Main.java | TaskSim.java | NetLibrary.java | PetriObjModel.java | PetriSim.ja

```
            ListObj.add(T);}
        for(TaskSim T:ListTaskC)
        { T.setPriority(2);
            ListObj.add(T);}
        for(TaskSim T:ListTaskD)
         { T.setPriority(2);
            ListObj.add(T);}

            ListObj.add(Plan);
            Plan.setPriority(1);

System.out.println("Початок моделювання: ");
        for(PetriSim Sim:ListObj)
            Sim.printMark();
         PetriObjModel GridModel = new PetriObjModel(ListObj);
         GridModel.setIsProtokol(false); //НЕ друкувати протокол подій

         GridModel.Go(timeModeling);
         for(UserSim U:ListUser)
             for(TaskSim T:U.getTaskList())
                 summa =summa+ T.getNumRefusals();
         result[i] = result[i]+summa;
```

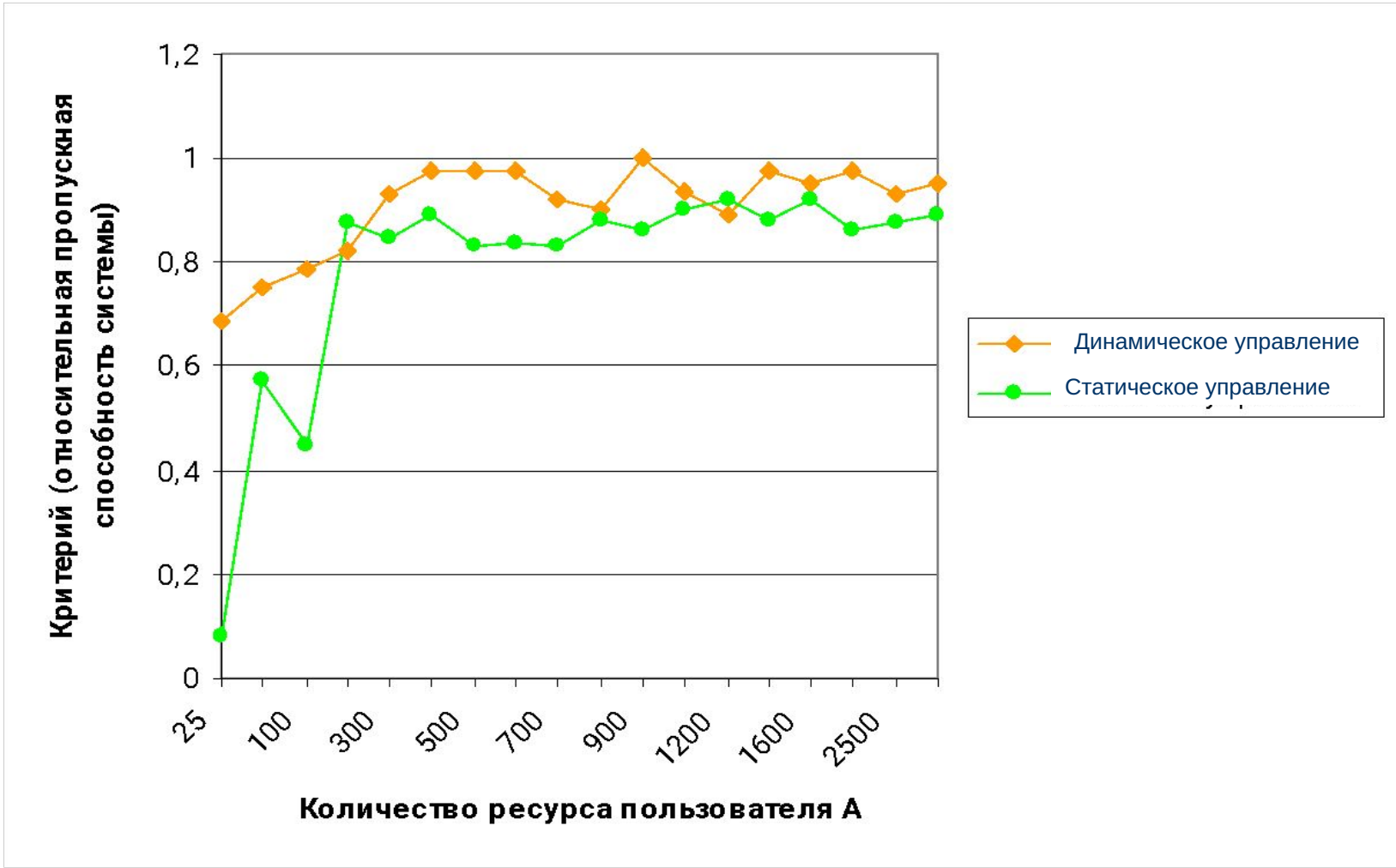
Вывод — GridResources (run)

```
result[8]=160.25  185
result[9]=134.25  230
result[10]=101.75  280
result[11]=132.0  335
result[12]=105.5  395
result[13]=147.75  460
result[14]=131.5  530
result[15]=146.5  605
result[16]=97.0  685
result[17]=139.0  770
```

Задачи

148 | 15 | INS

Результаты исследования влияния типа управления на эффективность функционирования системы



Заключение

- Разработаны теоретические основы новой технологии моделирования систем, объединяющей в себе объектно-ориентированную технологию и технологию имитационного моделирования стохастической сетью Петри.
- Эффективность Петри-объектной технологии обеспечивается сокращением затрат труда на алгоритмическую реализацию модели системы и значительным повышением скорости вычислений модели.
- Формализация средствами Петри-объектного моделирования является мощным инструментом исследования сложных дискретно-событийных систем
- Дальнейшие исследования связаны с
  - усовершенствованием библиотеки Java-классов Петри-объектного моделирования;
    - разработкой графического интерфейса ввода сетей Петри-объектов;
    - разработкой WEB-версии библиотеки java-классов Петри-объектного моделирования
  - поиском эффективных инструментов исследования аналитических свойств модели на основе матричных уравнений;
  - разработкой библиотеки Петри-объектного моделирования распределенных систем.

Спасибо за внимание!